• Corrección Parcial #1

• Nicolás Torres Muñoz
• 20201005046
• Sistemas Dinámicos

1. Dada la siguiente ecuación diferencial, represéntela en el espacio de estados y encuentre la respectiva función de transferencia.

$$\dddot{x} + \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 2f(t)$$

• $\mathcal{L}\{\dddot{x}\} + \mathcal{L}\{\ddot{x}\} + \mathcal{L}\{2\dot{x}\} + \mathcal{L}\{x\} = \mathcal{L}\{2f(t)\}$

• $s^3 X(s) + s^2 X(s) + 2s X(s) + X(s) = 2F(s)$

$X(s)[s^3 + s^2 + 2s + 1] = 2F(s)$

R/ $H(s) = \dfrac{X(s)}{F(s)} = \dfrac{2}{s^3 + s^2 + 2s + 1}$

$q_1 = x$

$q_2 = \dot{x}$ $\rightarrow$ $\dddot{x} = 2F(t) - \ddot{x} - 2\dot{x} - x$

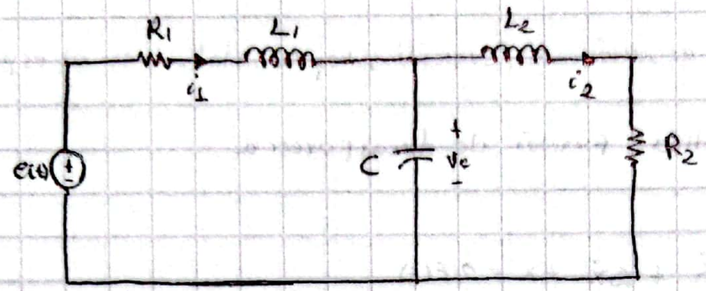
$\dot{q}_3 = 2f(t) - q_3 - 2q_2 - q_1$

$q_3 = \ddot{x}$

R/
$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} F(t)$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

2. Encontrar una expresión en el espacio de estados válida para la siguiente sistema. Considere que la salida corresponde a el voltaje en R_2.



$q_1 = i_{L_1}$ $\qquad$ $q_2 = V_C$ $\qquad$ $q_3 = i_{L_2}$

$\rightarrow\ i_c = i_{L_1} - i_{L_2} \ \rightarrow\ C\dot{V}_c = i_{L_1} - i_{L_2}$

$\dot{V}_c = (i_{L_1} - i_{L_2})/C$ ①

$\rightarrow\ e = i_{L_1}\cdot R + V_{L_1} + V_c \ \rightarrow\ V_{L_1} = e - i_{L_1}R - V_c \ \rightarrow\ L\dot{i}_{L_1} = e - i_{L_1}R - V_c$

$\dot{i}_{L_1} = (e - i_{L_1}R - V_c)/L$ ②

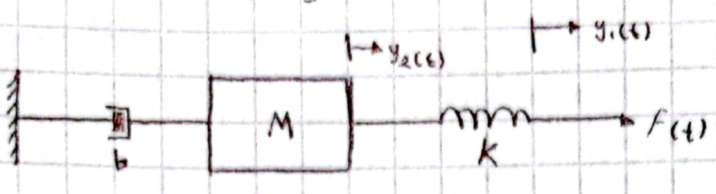
$\rightarrow\ V_{L_2} = V_c - V_o \ \rightarrow\ L\dot{i}_{L_2} = V_c - V_o \ \rightarrow\ \dot{i}_{L_2} = (V_c - i_{L_2}R)/L_2$ ③

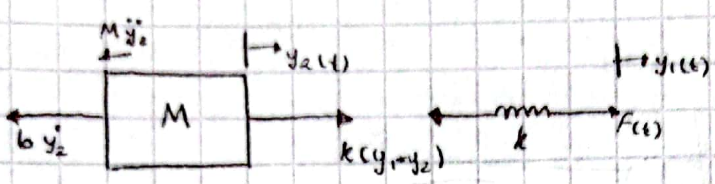
R/

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L_1} & \frac{-1}{L_1} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & \frac{-1}{C} \\ 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{-R}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e(t)$$

$$\begin{bmatrix} V_{R_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

3. Encontrar una expresión en el espacio de estados válida para el siguiente sistema. Considere que la salida corresponden a los desplazamientos y_1 y y_2.





- $q_1 = y_1$

  $q_2 = y_2$

  $q_3 = \dot{y}_2$

  $q_4 = \dot{y}_1$

- $m\ddot{y}_2 = k(y_1 - y_2) - b\dot{y}_2$

  $\dot{q}_3 = \frac{k}{m}y_1 - \frac{k}{m}y_2 - \frac{b}{m}\dot{y}_2$

  $\dot{q}_3 = \frac{k}{m}q_1 - \frac{k}{m}q_2 - \frac{b}{m}q_3$

- $0 = F - k(y_1 - y_2)$

  $F = k(q_1 - q_2)$

  $\dot{q}_3 = (f - bq_3)/m$

R/

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -b/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f/m \\ 0 \end{bmatrix} f(t)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$