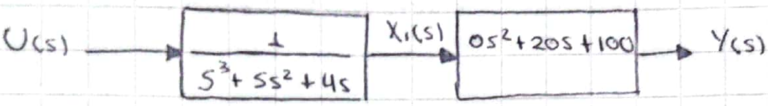
• Sistemas dinámicos. • Resumen Video

• Nicolás Torres Muñoz
• 20201005046

1er video: State feedback control system design - first example.

• Ejemplo 12,1

$$G(s) = \frac{20(s+5)}{s(s+1)(s+4)} \quad \begin{cases} OS = 9,5\,\% \\ t_s = 0,74 \text{ seg} \end{cases}$$



▸ Sacamos el análisis en espacio de estados para la primera parte del sistema

$$\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^3+5s^2+4s} \longrightarrow (s^3+5s^2+4s)\,X_1(s) = U(s)$$

$$\hookrightarrow \dddot{x}_1 + \ddot{x}_1 + 4\dot{x}_1 = u$$

• $x_1 = x_1$
$x_2 = \dot{x}_1$
$x_3 = \ddot{x}_1$
$\dot{x}_3 = \dddot{x}_1 \longrightarrow \dot{x}_3 = -5x_3 - 4x_2 + u$ 1

▸ Para la segunda parte del sistema

$$Y(s) = (0s^2 + 20s + 100)\,X_1(s)$$

$$= 20\dot{x}_1 + 100x_1 \longrightarrow 20x_2 + 100x_1 = Y$$

▸ Espacio de estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 100 & 20 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

- Para continuar con el diseño:

$$\%OS = e^{-(\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2})} \times 100\%$$

$$\ln(0{,}095) = \ln\left(e^{-(\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2})}\right)$$

$$-2{,}3539 = \frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} \longrightarrow \cancel{-}2{,}3539\cdot\sqrt{1-\zeta^2} = \cancel{-}\zeta\pi$$

- $5{,}5407 = \zeta^2(\pi^2 + 5{,}5407)$

$$\zeta = \sqrt{\frac{5{,}5407}{\pi^2 + 5{,}5407}} \longrightarrow \zeta = 0{,}5996$$ → Es el valor para obtener overshoot de 9,5%

- $s = \underset{\zeta\cdot\omega_n}{\underbrace{\sigma}} + j\omega d$

$\zeta = \cos(\phi) \longrightarrow \phi = 53{,}16°$

- $t_s = \frac{4}{\sigma} \longrightarrow \sigma = \frac{4}{0{,}74} = 5{,}405$

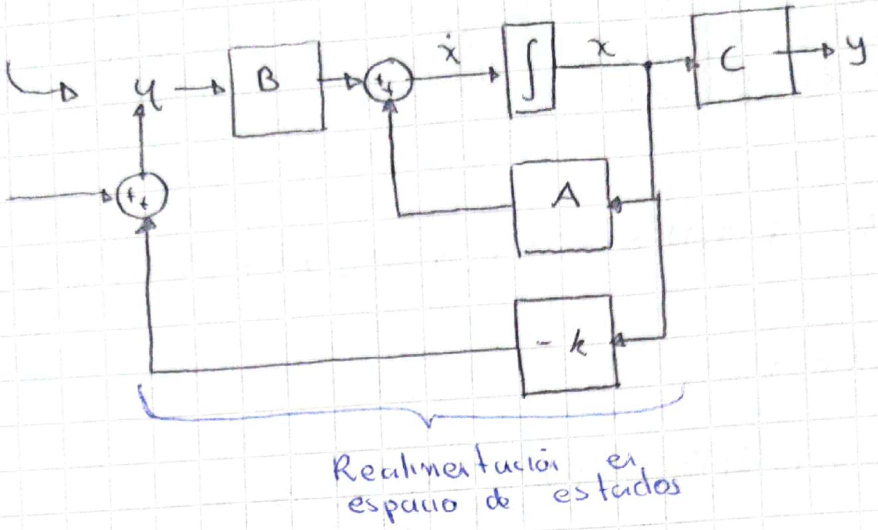
- $\omega_n = \frac{5{,}405}{0{,}5996} = 9{,}02$ rad/sg

- $\omega d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ → Se puede usar esta formula, o aplicar trigonometria al el triangulo que se genera el plano s.

$\omega d = 7{,}21$

- Realimentación en espacio de estados.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = cx$$



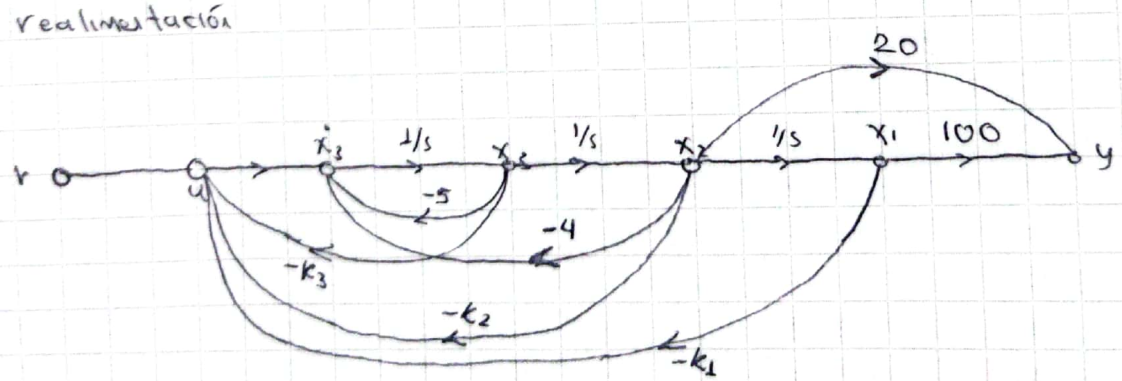
- $\dot{x} = Ax + Bu$

$$= Ax + B(-kx + r)$$

$$= Ax - Bkx + Br$$

$$\dot{x} = (A - BK)x + Br$$

- Dibujamos el diagrama de flujo de la expresión en espacio de estados con la nueva realimentación



- $\dot{x}_3 = -4x_2 - 5x_3 + u$

$$= -4x_2 - 5x_3 + [-k_3x_3 - k_2x_2 - k_1x_1] + r$$

$$\dot{x}_3 = -k_1x_1 - (4 + k_2)x_2 - (5 + k_3)x_3 + r$$

- Expresión espacio de estados.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & (-4+k_2) & -(5+k_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$\det(sI - (A - Bk)) = s^3 + (5 + k_3)s^2 + (4 + k_2)s + k_1 = 0$$

- Análisis con MATLAB

obtenemos los siguientes valores para k_1, k_2, k_3.

$k_1 = 413,83$; $k_2 = 132,22$; $k_3 = 10,9$.

- 2do video