INFO B125 : Mathématiques pour l'informatique I

Août 2016

Nom : ______________________________

Prénom : ______________________________

Année d'étude : Bachelier en Informatique - Bachelier Ingénieur de Gestion ____________

1. Merci de ne pas enlever l'agrafe.
2. La calculatrice est interdite.
3. Veuillez répondre sous l'énoncé de la question. Si l'espace vous manque, vous pouvez utiliser le verso de la feuille en le précisant sur votre feuille.
4. Vous trouverez quelques feuilles de brouillon en fin de questionnaire. Nous ne lirons pas le contenu de ces feuilles. Veillez que votre réponse, formulée dans l'espace réservé, soit complète.

Question	Points	Score
1	2	
2	4	
3	3	
4	4	
5	4	
6	3	
Total:	20	

Question 1 (2 points)

Les clients du magasin Didl ont les comportements suivants

1. Les clients achètent des produits au rayon animaux et de la viande fraîche pour leur chien.
2. Lorsqu'ils achètent de la viande fraîche pour leur chien, alors ils n'achètent pas de légumes, ni de fruits pour leur chien.

On sait pourtant qu'un chien en bonne santé est un chien qui mange des légumes et de la viande fraîche.

Pensez-vous que Alice a raison d'ouvrir son cabinet de vétérinaire (et de soigner les chiens en mauvaise santé) à coté du magasin Didl ?

Aidez-vous **uniquement** de la logique propositionnelle pour répondre à cette question.

Solution: Nous proposons le modèle suivant pour représenter les deux règles

— p les clients achètent au rayon animaux
— q les clients achètent de la viande fraîche
— r les clients achètent des légumes
— s les clients achètent des fruits

Ainsi les règles deviennent

1. $p \wedge q$
2. $q \Rightarrow (\neg r \wedge \neg s)$

La première règle pour être vrai impose que p et q valent 1. Dans ces conditions, la deuxième règle prend la valeur de vérité

p	q	r	s	$q \Rightarrow (\neg r \wedge \neg s)$
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

L'ensemble des règles n'est donc consistant que lorsque $p = 1$, $q = 1$, $s = 0$ et $r = 0$. Dès lors, le chien ne mangera que des la viande fraîche mais aucun légume. Notons u la variable *être un chien en bonne santé*, la règle *un chien en bonne santé est un chien qui mange des légumes et de la viande fraîche* peut se modéliser par $u \Leftrightarrow (r \wedge q)$ impose que u soit faux pour qu'elle soit respectée. Les chiens des clients de Didl sont donc tous en mauvaise santé et un cabinet de vétérinaire pour ces clients, situé à coté de du magasin est sans doute une bonne idée.

Question 2 (4 points)

Soit la formule $(q \vee r) \Rightarrow (p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$

1. Donnez l'inverse de cette expression. Attention aux règles de priorité !
2. Calculez la table de vérité de cette formule.
3. Déterminez la forme normale disjonctive la plus simple de cette expression. Attention, restez dans le formalisme de la logique du premier ordre.
4. En fonction, complétez cette formule de départ pour en faire une tautologie.

Solution: Nous avons en fonction des règles de priorité à travailler avec l'expression $(q \vee r) \Rightarrow ((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r))$. Ainsi

1. l'inverse est $\neg(q \vee r) \Rightarrow \neg((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r))$.
2. La table de vérité est telle que seuls le cas où p et q sont faux et r est vrai, et le cas où p et q sont vrais tandis que r est faux donnent la valeur de vérité faux.
3. Ainsi la forme normale disjonctive la plus simple est $(q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r)$.
4. Ainsi une tautologie possible est $((q \vee r) \Rightarrow ((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r))) \Leftrightarrow ((q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r))$

Question 3 (3 points)

Travaillons dans $\mathbb{N}^2 = \{(a,b); a,b \in \mathbb{N}\}$. On définit la notion d'ordre $\leq$ dans $\mathbb{N}^2$ de la manière suivante

$$(a,b) \leq (c,d) \Leftrightarrow a \leq c \vee (a \neq c \wedge b \leq d).$$

lorsque a, b, c et d sont des éléments quelconques de $\mathbb{N}$.

1. Donnez la négation de ce prédicat en a, b, c et d. Attention, dans votre expression, la négation ne peut porter que sur des prédicats simples. Veillez à simplifier votre expression, en justifiant chaque étape.
2. Prenons la propriété suivante. Pour tout $(a,b), (c,d)$ et (e,f) de $\mathbb{N}^2$, nous avons

$$(a,b) \leq (c,d) \wedge (c,d) \leq (e,f) \Rightarrow (a,b) \leq (e,f).$$

D'après vous, est-elle vérifiée ? Expliquez.

Solution: Nous avons

1. La négation est donnée ici sans les justifications,

$$\begin{aligned} & \vdash \neg\{(a,b) \leq (c,d) \Leftrightarrow a \leq c \vee (a \neq c \wedge b \leq d)\} \\ \Leftrightarrow\quad & \neg((a,b) \leq (c,d)) \oplus \neg\{a \leq c \vee (a \neq c \wedge b \leq d)\} \\ \Leftrightarrow\quad & \neg((a,b) \leq (c,d)) \oplus \neg(a \leq c) \wedge \neg(a \neq c \wedge b \leq d)\} \\ \Leftrightarrow\quad & \neg((a,b) \leq (c,d)) \oplus \neg(a \leq c) \wedge (\neg(a \neq c) \vee \neg(b \leq d))\} \end{aligned}$$

2. La propriété est fausse. Si on prend $(a,b) = (6,6)$, $(c,d) = (4,7)$ et $(e,f) = (5,5)$. Nous avons bien que $(6,6) \leq (4,7)$ et que $(4,7) \leq (5,5)$, mais pour autant, on ne peut pas affirmer que $(6,6) \leq (5,5)$.

Question 4 (4 points)

Résolvez.

1. Soit $\{[\mathsf{ABC}], \mathsf{e} = 2, \mathsf{b} = 15, \mathsf{s} = 0\}$. Quel est ce réel en notation décimale ?
2. Alice est née le 20/06/1956. Pour ses 60 ans, son fils Bob veut réaliser un t-shirt avec sa date d'anniversaire indiquée en base 2. Quelle sera cette date ?
3. Divisez 1101001111 par 101.
4. Transformez 2016 en base 25.

Solution: Nous avons

1. $161, 8$,
2. 10100.0110.11110100100,
3. Nous obtenons un quotient de 10101001 et un reste de 10.
4. Nous obtenons 35G.

Question 5 (4 points)

Travaillons avec un codage linéaire systématique. Celui-ci nous donne pour la première ligne du tableau standard le résultat suivant

000000 001010 010 011 011001 100101 101111 110110 111100

1. Quelle est la matrice génératrice ?
2. Quel est le rendement ?
3. Quelle est la liste des syndromes ?
4. Dès lors, comment sera corrigé le mot 011110 ?

Solution: Nous avons

1. $$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
2. Le rendement est $3/6$.
3. La liste des syndromes est

Syndrome	Correction
000	000 000
001	000 001
010	000 010
100	000 100
011	010 000
101	100 000
110	000 110
111	010 100

4. Le mot sera corrigé par 001010.

Question 6 (3 points)

En justifiant chacune de vos étapes et en n'utilisant ni le diagramme de Karnaugh, ni de table de vérité calculez la plus simple forme normale disjonctive et conjonctive de l'expression suivante

$$\mathtt{ab} + \mathtt{c}\overline{\overline{\mathtt{b}} + \mathtt{c}\overline{\mathtt{d} + \mathtt{a}\overline{\mathtt{cb}}}}$$

Solution: La forme normale disjonctive la plus simple est $ab + cbd$.
La forme normale conjonctive la plus simple est $b(a + c)(a + d)$.

BROUILLON

BROUILLON

BROUILLON