

WALPOEL Nicolas

**Mastère Spécialisé Finance et Gestion
des Risques**

Stage de fin d'études

Année scolaire 2024-2025

**Etudes de l'impact de la mise en place d'une
assurance pour les expositions du portefeuille
de taux d'une banque sur les charges de crédit**

Société Générale
Puteaux - France

**Référent entreprise :
Amaury GEROMEL**
14 Mai 2025

Table des matières

Introduction	4
1 Modélisation financière	5
1.1 Taux d'intérêt : modèle de Hull–White à un facteur	5
1.2 Change : modèle de Garman–Kohlhagen	6
1.3 Crédit : modèle de Black–Karasinski	7
1.4 La décomposition de Cholesky : fondements et application	8
1.5 Bootstrap des courbes et extraction des paramètres	9
2 Exposition et charges de crédit	11
2.1 Concepts d'exposition attendue	11
2.2 CVA – Credit Valuation Adjustment	13
2.3 FVA – Funding Valuation Adjustment	14
2.4 RWA – Risk Weighted Assets et capital réglementaire	15
2.5 Interprétation économique d'ensemble	16
3 Étude de cas pratique : valorisation d'un Cross Currency Swap	17
3.1 Présentation générale du produit	17
3.2 Structure et flux d'un Cross Currency Swap	17
3.3 Méthodologie de valorisation par Monte Carlo	19
3.4 Résultats de valorisation et interprétation	20
3.5 Discussion et limites pratiques	20
4 Étude de l'impact du transfert de risque à un assureur	21
4.1 Principe et intérêt du système proposé	21
4.2 La métrique SC (Sales Commission)	22
4.3 Protocole de test et génération du portefeuille	22
4.4 Résultats statistiques descriptifs	22
4.5 Analyse des cas isolés	23
4.6 Interprétation et implications économiques	24

5	Structure du projet et documentation technique	25
5.1	Architecture générale du projet	25
5.2	Description détaillée des dossiers	25
5.3	Enchaînement des dossiers	27
5.4	Conclusion du chapitre	27
6	Conclusion	28
A	Rappels mathématiques et numériques	33
A.1	Schéma exact OU (HW1F)	33
A.2	EEE et EEPE	33
A.3	Formules IRB (rappel)	33

Introduction

La crise de 2007–2009 a mis en évidence que la valorisation « risk-free » des dérivés est incomplète : la **CVA** (Credit Valuation Adjustment) a constitué une source majeure de pertes pour les banques, révélant l'importance du **risque de contrepartie**. Depuis, le cadre prudentiel (Bâle III et sa finalisation) exige d'intégrer dans les prix et la gestion des risques des ajustements dits **XVA** : **CVA** (perte attendue liée au défaut de la contrepartie), **FVA** (coût de financement des expositions) et **capital** via **RWA** (Risk-Weighted Assets).

Ce mémoire construit un cadre de **valorisation Monte Carlo** d'un **Cross Currency Swap (CCS)** qui : (i) s'appuie sur des modèles de marché standards (Hull–White 1F pour les taux, Garman–Kohlhagen pour le FX, Credit Black–Karasinski pour l'intensité de défaut), (ii) **bootstrap** des courbes à partir de données publiques (Yahoo Finance, proxies), (iii) calcule **EE**, **EPE**, **EEE**, **EEPE** puis **CVA**, **FVA** et **RWA**.

Au-delà des formules, chaque notion est replacée dans son *sens économique* (réserve de perte attendue, coût de portage, capital prudentiel) et reliée à notre **implémentation Python**. L'objectif opérationnel est d'éclairer les **bénéfices d'une assurance des charges de crédit** pour une banque.

Chapitre 1

Modélisation financière

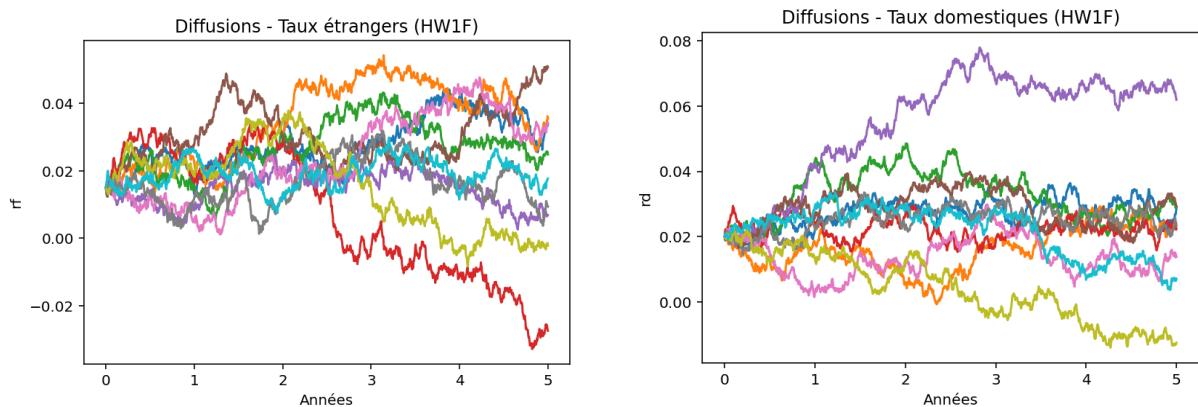
1.1 Taux d'intérêt : modèle de Hull–White à un facteur

Définition et intuition

Le modèle de Hull–White (HW1F, *Hull & White 1990* [1]) décrit le **taux court** r_t comme un processus gaussien à retour vers la moyenne qui peut **reproduire la courbe zéro initiale** :

$$dr_t = a(\theta(t) - r_t) dt + \sigma dW_t. \quad (1.1)$$

Lecture : a mesure la vitesse de rappel vers un niveau d'équilibre $\theta(t)$ (dépendant du temps), σ la volatilité des chocs. Ce cadre « flexible mais simple » est très utilisé en pratique.



(a) Diffusion du taux étranger

(b) Diffusion du taux domestique

FIGURE 1.1 – Diffusions Monte Carlo du modèle Hull White à 1 facteur

Prix des zéros et calibration

HW est **affine** : le zéro-coupon s'écrit

$$P(t, T) = A(t, T) \exp\left(-B(t, T) r_t\right), \quad B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}.$$

La fonction $\theta(t)$ est choisie pour caler $P(0, \cdot)$; une expression classique utilise le **forward instantané** $f(0, t) = -\partial_t \ln P(0, t)$:

$$\theta(t) = \frac{\partial f(0, t)}{\partial t} + a f(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a} (1 - e^{-2at}).$$

Simulation exacte et actualisation

La solution discrète (OU) au pas Δt est

$$r_{t+\Delta t} = r_t e^{-a\Delta t} + \theta_t (1 - e^{-a\Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a\Delta t}}{2a}} Z_t, \quad Z_t \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

Les **facteurs d'actualisation** s'obtiennent via $DF(t) = \exp(-\int_0^t r_s ds)$, intégrale approchée (trapèzes).

Remarques pratiques. En production, on distingue *courbe d'actualisation OIS* et *courbes de projection* (SOFR/Euribor), parfois un *XCCY basis*. Ici, faute de données complètes, on travaille en mono-courbe par devise.

1.2 Change : modèle de Garman–Kohlhagen

La dynamique du taux de change suit un processus de type (*Garman & Kohlhagen 1983* [3], extension du modèle de Black–Scholes au marché des changes. Ce modèle, bien que simple, permet de relier naturellement le différentiel de taux d'intérêt entre devises au drift de la diffusion FX.

Formulation et sens économique

Adaptation de Black–Scholes aux devises, le drift devenant la différence entre le taux domestique et le taux étrangers :

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_d(t) - r_f(t)) dt + \sigma_{FX} dW_t^{FX}.$$

Lecture : le **drift** est le **différentiel de taux** (parité couverte), σ_{FX} la vol FX. Le forward sans arbitrage s'écrit $F_{t,T} = S_t \frac{P_d(t,T)}{P_f(t,T)}$.

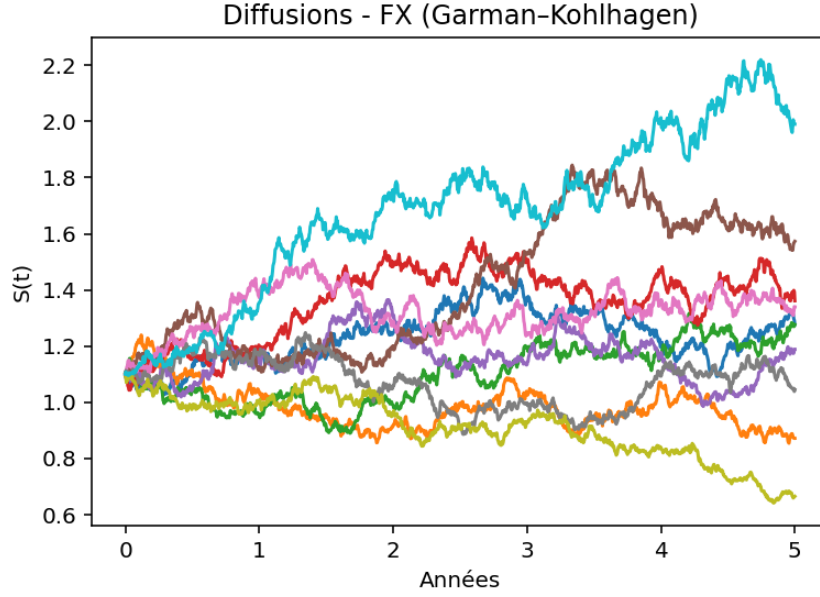


FIGURE 1.2 – Diffusions Monte Carlo du modèle Garman-Kohlhagen

Schéma de simulation

Solution exponentielle (type BS) :

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp\left(\left[r_d - r_f - \frac{1}{2}\sigma_{FX}^2\right]\Delta t + \sigma_{FX}\sqrt{\Delta t} Z_t\right).$$

σ_{FX} peut être estimée par inversion Black–Scholes d'options (ici proxy FXE).

1.3 Crédit : modèle de Black–Karasinski

Le processus d'intensité de défaut est modélisé selon l'approche de Black–Karasinski [2], garantissant la positivité de l'intensité par construction exponentielle du facteur de diffusion. Ce type de dynamique, d'abord proposé pour les taux courts, a depuis été largement utilisé pour modéliser des intensités de crédit stochastiques notamment dans Brigo Mercurio (2006) [4].

Intensité de défaut et positivité

On modélise λ_t via $x_t = \ln \lambda_t$ (OU ; Black & Karasinski 1991) :

$$dx_t = \kappa(\mu - x_t) dt + \sigma_\lambda dW_t^\lambda, \quad \lambda_t = e^{x_t} > 0.$$

Le **cumul de hasard** $H_t = \int_0^t \lambda_s ds$ donne la survie $Q(0, t) = \mathbb{E}[e^{-H_t}]$ et, par incrément, $\Delta PD_t \approx 1 - e^{-(H_{t+\Delta t} - H_t)}$.

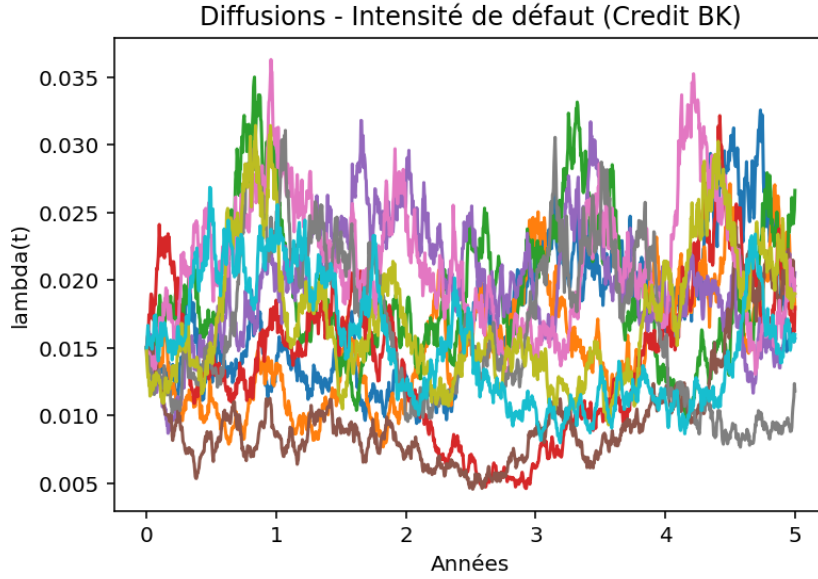


FIGURE 1.3 – Diffusions Monte Carlo du modèle de crédit de Black-Karasinski

Lien CDS et calibration de départ

À défaut de courbe CDS complète, on initialise $\lambda_0 \approx \frac{\text{spread}}{\text{LGD}}$ (LGD \approx 40–60 %). La calibration fine requiert une *courbe multi-teneurs*.

1.4 La décomposition de Cholesky : fondements et application

Pour simuler de manière cohérente les dépendances entre plusieurs facteurs de risque, tels que les taux domestiques et étrangers, le taux de change et l'intensité de défaut, il est indispensable de générer des *chocs gaussiens corrélés*. La décomposition de Cholesky fournit un outil mathématique simple et robuste pour construire ces vecteurs corrélés à partir de variables aléatoires indépendantes. Nous en présentons ici la base théorique, l'interprétation probabiliste et l'usage pratique dans le modèle de valorisation.

Fondements mathématiques

Soit une matrice de corrélation Σ de dimension $d \times d$, réelle, symétrique et définie positive. Par définition, Σ vérifie $\Sigma = \Sigma^\top$ et $x^\top \Sigma x > 0$ pour tout vecteur non nul $x \in \mathbb{R}^d$. La décomposition de Cholesky affirme alors qu'il existe une unique matrice triangulaire inférieure L telle que :

$$\Sigma = L L^\top. \quad (1.2)$$

Le facteur L est appelé la *racine de Cholesky* de Σ . Chaque élément de L peut être obtenu de manière récursive selon la formule classique :

$$L_{ij} = \begin{cases} \sqrt{\Sigma_{ii} - \sum_{k < i} L_{ik}^2}, & \text{si } i = j, \\ \frac{1}{L_{jj}} \left(\Sigma_{ij} - \sum_{k < j} L_{ik} L_{jk} \right), & \text{si } i > j, \\ 0, & \text{si } i < j. \end{cases}$$

Cette factorisation est stable numériquement dès lors que la matrice est définie positive. Dans le cas contraire (par exemple lorsque la corrélation estimée empiriquement n'est que semi-définie positive ou légèrement bruitée), il est d'usage d'effectuer un « shrinkage » : on remplace Σ par $(1 - \epsilon)\Sigma + \epsilon I$, avec $\epsilon > 0$ petit, afin de restaurer la positivité.

Interprétation probabiliste

Supposons que $Z = (Z_1, \dots, Z_d)^\top$ soit un vecteur gaussien standard de dimension d , c'est-à-dire $Z \sim \mathcal{N}(0, I_d)$ avec des composantes indépendantes. On définit alors un nouveau vecteur X par la transformation linéaire :

$$X = L Z, \tag{1.3}$$

où L est la matrice de Cholesky donnée par (1.2). On vérifie immédiatement que X est gaussien centré et que sa matrice de

1.5 Bootstrap des courbes et extraction des paramètres

Données et hypothèses

Yahoo ne fournit pas OIS/swap complets ; on utilise des **proxies souverains**. USD : $\sim\text{IRX}$ (13w), $\sim\text{UST1Y}$, $\sim\text{UST2Y}$, $\sim\text{FVX}(5Y)$, $\sim\text{TNX}(10Y)$, $\sim\text{TYX}(30Y)$. EUR : $\sim\text{DE2Y}$, $\sim\text{DE5Y}$, $\sim\text{DE10Y}$, $\sim\text{DE30Y}$. On convertit $y(t_i)$ en $Z(0, t_i) = e^{-y(t_i)t_i}$.

Interpolation et dérivation

Spline cubique naturelle sur $-\ln Z(0, t)$ pour obtenir une courbe zéro lisse, puis

$$f(0, t) = -\frac{d}{dt} \ln Z(0, t).$$

$r_0 \approx \lim_{t \downarrow 0} (-\ln Z(0, t))/t$. Paramètres retenus *constants* (a, σ pour HW ; σ_{FX} ; $\kappa, \mu, \sigma_\lambda$ pour BK), faute de surfaces implicites complètes.

Application et implémentation Python — Modélisation financière

- **Code** : classes `HullWhite1F`, `GarmanKohlhagenFX`, `CreditBK` (simulation exacte OU / BS), intégrales $\int r ds$, H_t .
- **Données** : `data_extractor_yahoo.py` (FX, proxies de courbes, vol FXE) \rightarrow `./data/` ; `pricer_from_data.py` reconstruit $Z(0, t)$, $f(0, t)$, r_0 et instancie les modèles.
- **Corrélations** : matrice ρ constante, *shrink* si nécessaire pour PSD.
- **Limites** : mono-courbe par devise (pas d'OIS/projection), vol FX constante (pas de smile), crédit calibré « point ».

Chapitre 2

Exposition et charges de crédit

La valeur d'un dérivé tel qu'un Cross Currency Swap ne dépend pas uniquement des variables de marché sous-jacentes (taux et change), mais également du risque de défaut de la contrepartie. Lorsqu'un contrat est signé entre deux institutions, chacune s'expose à l'éventualité que l'autre ne respecte pas ses obligations futures. La mesure du risque de contrepartie via les ajustements de valeur (CVA, FVA, ..) s'est imposée dans les standards de marché depuis la crise financière de 2008 notamment via les travaux fondateurs de Gregory (2012) [7, 9].

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord la théorie des expositions attendues et leur rôle dans la quantification du risque de contrepartie, avant d'introduire les ajustements financiers réglementés par Bâle III [16]. Les approches d'évaluation du capital réglementaire se basent sur les standards du Comité, et notamment sur le cadre du FRTB pour le calcul des pertes potentielles et la valorisation ajustée au risque [17].

2.1 Concepts d'exposition attendue

L'exposition représente la valeur potentiellement à risque pour une banque à un instant donné, en cas de défaut immédiat de la contrepartie. Formellement, on note V_t la valeur de marché du portefeuille de contrats à la date t , dans la devise domestique de la banque. Cette valeur peut être positive (gain latent) ou négative (perte latente).

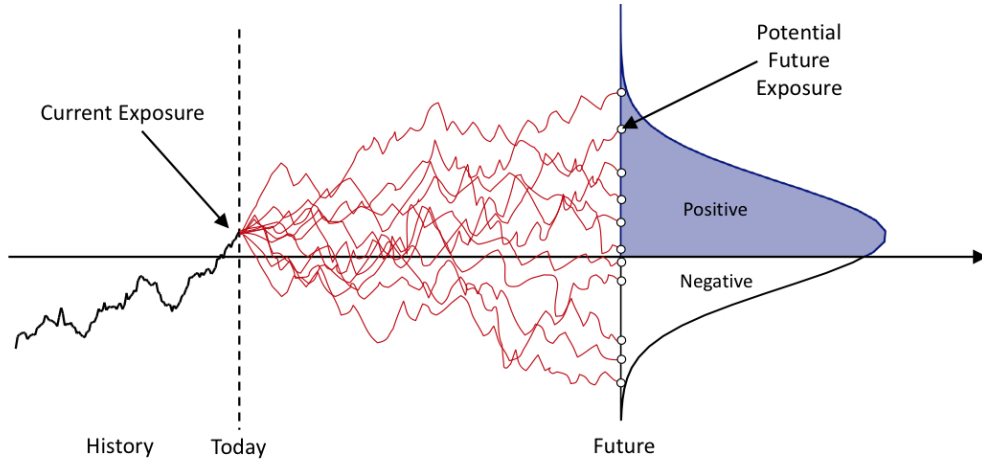


FIGURE 2.1 – Schéma du calcul des expositions

Sous la mesure risque-neutre, on définit les grandeurs suivantes :

$$EE(t) = \mathbb{E}[V_t], \quad (2.1)$$

$$EPE(t) = \mathbb{E}[\max(V_t, 0)], \quad (2.2)$$

$$ENE(t) = \mathbb{E}[\min(V_t, 0)]. \quad (2.3)$$

Ces quantités sont connues respectivement sous le nom d'**exposure expected**, **expected positive exposure** et **expected negative exposure**. L'EE pouvant également être appréhender comme la somme des EPE et ENE. L'EPE retient uniquement les situations où la banque est en gain et donc vulnérable au défaut de la contrepartie ; c'est la mesure centrale utilisée dans le calcul de la CVA.

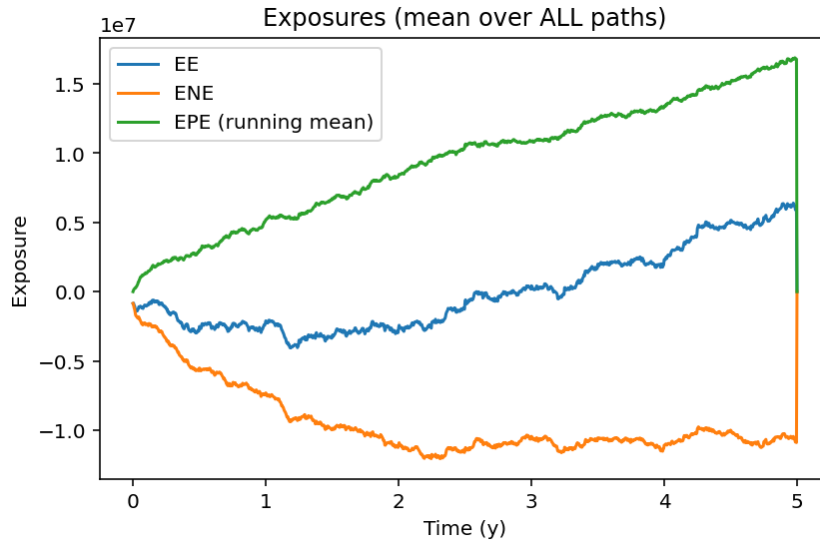


FIGURE 2.2 – Expositions pour un Cross Currency avec échange de notionnel final

Dans la pratique, les régulateurs demandent une mesure plus prudente, appelée **Ef-**

fective Expected Positive Exposure (EEPE). Celle-ci tient compte de la nature cumulative du risque de contrepartie : une exposition qui a atteint un niveau élevé à un moment de la vie du contrat ne peut être ignorée par la suite. On définit alors :

$$EEE(t_k) = \max_{j \leq k} EPE(t_j), \quad EEPE = \frac{1}{T} \int_0^T EEE(t) dt.$$

Autrement dit, EEE correspond à l'enveloppe temporelle des EPE , et $EEPE$ en est la moyenne sur la durée de vie du contrat. Cette mesure constitue l'entrée principale du calcul de l'*exposure at default* (EAD) dans l'approche Internal Model Method (IMM) de Bâle III.

Ces définitions reposent sur une hypothèse implicite essentielle : les valeurs de marché V_t sont évaluées sous la *mesure risque-neutre*, c'est-à-dire en supposant que les prix intègrent les taux sans arbitrage et les probabilités neutres au risque. Ce choix garantit la cohérence entre les expositions et les valeurs actualisées utilisées dans les ajustements CVA et FVA.

2.2 CVA – Credit Valuation Adjustment

La **Credit Valuation Adjustment (CVA)** est la correction appliquée à la valeur de marché d'un dérivé pour tenir compte du risque de défaut de la contrepartie. Elle correspond à la valeur actuelle de la perte attendue due à ce défaut, sous réserve que la banque soit exposée positivement au moment où il se produit.

En notant $LGD = 1 - R$ la perte donnée défaut (avec R le taux de recouvrement) et $PD(t)$ la probabilité cumulée de défaut jusqu'à t , on écrit :

$$CVA = (1 - R) \int_0^T EPE(t) dPD(t). \quad (2.4)$$

Cette intégrale se lit comme la somme continue des pertes pondérées par la probabilité marginale de défaut. L'interprétation économique est intuitive : à chaque instant t , la perte potentielle de la banque en cas de défaut immédiat est $EPE(t)$, et la probabilité qu'un tel défaut survienne dans un petit intervalle $[t, t + dt]$ est $dPD(t)$. Leur produit donne la perte attendue élémentaire.

Dans la pratique numérique, l'intégrale (2.4) est approchée par une somme discrète :

$$CVA \approx LGD \sum_k EPE(t_k) \Delta PD(t_k),$$

où $\Delta PD(t_k) = 1 - \exp\left(-(H_{t_{k+1}} - H_{t_k})\right)$ est dérivée du cumul de hasard $H_t = \int_0^t \lambda_s ds$ issu du modèle d'intensité de défaut.

Composantes de l'équation (2.4) :

- R : taux de recouvrement estimé à partir des historiques de défauts ou des paramètres Bâle III ;
- $LGD = 1 - R$: perte moyenne supportée par la banque en cas de défaut ;
- $EPE(t)$: exposition positive attendue à l'instant t (attente neutre au risque) ;
- $PD(t)$: probabilité de défaut cumulative obtenue à partir de l'intensité λ_t .

La CVA représente donc une *réserve de valeur* que la banque doit constituer immédiatement pour compenser le risque futur de perte lié à la contrepartie. Elle s'interprète comme une **diminution de la juste valeur** du contrat pour le détenteur, c'est-à-dire une correction négative appliquée à la valorisation « risk-free ».

2.3 FVA – Funding Valuation Adjustment

La **Funding Valuation Adjustment (FVA)** traduit le coût de financement associé aux expositions positives non collatéralisées. Lorsqu'une banque détient un dérivé dont la valeur de marché est positive, elle doit immobiliser du capital ou déposer du collatéral, ce qui induit un coût de financement net par rapport au taux sans risque. Ce coût est évalué comme la valeur actualisée de la différence entre le taux de financement propre de la banque et le taux sans risque appliqué aux expositions futures.

Une approximation couramment utilisée, introduite par Burgard & Kjaer (2011), écrit :

$$\text{FVA} = \int_0^T s_f EE(t) dt, \quad (2.5)$$

où s_f est le *funding spread* constant représentant la marge de coût de financement au-dessus du taux sans risque.

Composantes de l'équation (2.5) :

- s_f : spread de financement (coût de refinancement interne pour une banque) ;
- $EE(t)$: exposition moyenne ;
- dt : horizon infinitésimal d'intégration.

L'interprétation économique est directe : la FVA correspond à la valeur actualisée du coût attendu de portage des expositions positives sur la durée de vie du contrat. Alors que la CVA reflète une *perte attendue en cas de défaut*, la FVA mesure une *perte de revenu liée au coût de financement* ; elles diffèrent donc par la nature du risque (crédit contre liquidité).

Dans notre implémentation, la FVA est calculée sous une hypothèse simplifiée de spread constant, ce qui permet une intégration numérique directe. Dans une architecture

de marché, la FVA dépendrait d'une courbe de financement dynamique spécifique à la banque, intégrant la maturité et la devise.

2.4 RWA – Risk Weighted Assets et capital réglementaire

Outre les corrections de valeur (CVA/FVA), les régulateurs imposent la constitution de fonds propres destinés à absorber les pertes inattendues liées au risque de contrepartie. Ces exigences se traduisent par une consommation de capital, mesurée par les **Risk Weighted Assets (RWA)**. Le calcul des RWA s'appuie sur la méthodologie *Internal Ratings Based (IRB)* introduite par Bâle II et renforcée dans Bâle III.

Dans l'approche Internal Model Method (IMM), l'exposition au défaut (EAD) est directement liée à l'EEPE :

$$EAD = \alpha \times EEPE, \quad \alpha \simeq 1.4.$$

Le capital requis pour un portefeuille de contreparties de type corporate s'obtient ensuite par la formule IRB :

$$R(PD) = 0.12 \frac{1 - e^{-50PD}}{1 - e^{-50}} + 0.24 \left(1 - \frac{1 - e^{-50PD}}{1 - e^{-50}} \right), \quad (2.6)$$

$$b(PD) = (0.11852 - 0.05478 \ln PD)^2, \quad (2.7)$$

$$K_{\text{unc}} = LGD \Phi \left(\frac{1}{\sqrt{1-R}} \Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} \Phi^{-1}(0.999) \right) - PD \times LGD, \quad (2.8)$$

$$MA = \frac{1 + (M - 2.5)b}{1 - 1.5b}, \quad K = K_{\text{unc}} \cdot MA, \quad (2.9)$$

$$RWA = 12.5 \times K \times EAD. \quad (2.10)$$

Composantes de l'équation (2.10) :

- PD : probabilité de défaut annuelle de la contrepartie ;
- LGD : perte donnée défaut, fixée réglementairement (souvent 45 %) ;
- $R(PD)$: corrélation prudentielle imposée par le Comité de Bâle ;
- Φ : fonction de répartition de la loi normale standard ;
- MA : facteur d'ajustement de maturité, fonction de la durée M du contrat ;
- K : exigence de capital par unité d'exposition (taux de perte inattendue) ;
- 12.5 : facteur de conversion (inverse du ratio minimal de 8 % entre fonds propres et RWA).

Cette formulation traduit la logique de Bâle III : la banque doit maintenir un niveau de capital proportionnel à l'exposition pondérée par le risque, afin de couvrir non plus la perte attendue (déjà provisionnée via la CVA) mais la *perte inattendue*. Les paramètres PD , LGD et M sont déterminés selon des règles internes approuvées par le superviseur, tandis que $R(PD)$ et les constantes proviennent directement des circulaires Bâle III.

2.5 Interprétation économique d'ensemble

La combinaison des métriques précédentes offre une vision complète de la gestion du risque de contrepartie : l'EPE et l'EEPE mesurent l'exposition moyenne et prudente ; la CVA en traduit la perte attendue en valeur ; la FVA en exprime le coût de portage financier ; et les RWA en matérialisent l'impact en capital.

Ces trois dimensions – perte attendue, coût de financement, consommation de capital – sont interdépendantes. Une banque cherchant à réduire sa CVA (par exemple via des contrats de compensation ou un collatéral plus strict) diminue mécaniquement son EPE, donc également sa FVA et son EAD, réduisant ainsi sa consommation de fonds propres. À l'inverse, des stratégies de financement agressives augmentent le spread s_f , gonflent la FVA et dégradent le rendement net du portefeuille.

Les charges de crédit traduisent donc un triple arbitrage : entre *rentabilité* (minimiser le coût du capital), *liquidité* (minimiser le financement immobilisé) et *solvabilité* (garantir une provision suffisante contre la perte attendue). C'est dans cet espace d'arbitrage que s'inscrit la valorisation du Cross Currency Swap dans la partie suivante : un instrument où ces trois dimensions – marché, contrepartie et financement – interagissent de manière particulièrement visible.

Chapitre 3

Étude de cas pratique : valorisation d'un Cross Currency Swap

3.1 Présentation générale du produit

Le **Cross Currency Swap (CCS)** est un instrument de couverture et de financement permettant d'échanger des flux d'intérêts et éventuellement de notionnels dans deux devises différentes. Il est couramment utilisé par les entreprises et les institutions financières qui ont des engagements ou des revenus dans plusieurs devises.

Prenons l'exemple d'une entreprise française dont une part significative du chiffre d'affaires provient de sa filiale américaine. Ses coûts sont majoritairement en euros, mais ses revenus sont libellés en dollars. Cette configuration crée une double exposition :

1. au **risque de change** : si l'euro s'apprécie, la valeur des revenus en dollars diminue en euros ;
2. au **risque de taux** : les conditions de refinancement ou d'investissement dans chaque devise diffèrent selon les cycles monétaires (par exemple, hausse du taux de la Fed mais stabilité de la BCE).

Pour se prémunir contre ces risques, l'entreprise peut conclure un CCS lui permettant d'échanger des paiements d'intérêts libellés en euros contre des paiements équivalents libellés en dollars, selon des taux convenus à l'avance. Le swap neutralise ainsi les fluctuations de taux et de change, transformant un endettement en euros en un endettement équivalent en dollars, ou inversement.

3.2 Structure et flux d'un Cross Currency Swap

Un CCS comporte deux **jambes** :

- la **jambe domestique**, dans la devise de référence de la société (ici l'euro) ;

- la **jambe étrangère**, dans la devise de contrepartie (ici le dollar américain).

Chaque jambe comporte :

- un **notionnel** N_d et N_f , souvent choisis de manière à correspondre à la même valeur au taux de change initial S_0 : $N_d = N_f \times S_0$;
- un **taux d'intérêt**, qui peut être *fixe* (ex. 3% l'an) ou *flottant* (ex. Libor USD 3M + spread) ;
- une **base de jour** (ACT/360, 30/360, etc.) et une fréquence de paiement (souvent trimestrielle ou semestrielle).

La convention sur les échanges de notionnels dépend du type de contrat :

- *swap sans échange de notionnels* : seuls les intérêts sont échangés à chaque période, les notionnels sont notionnels comptables ;
- *swap avec échange au début et à la fin* : les notionnels sont échangés à $t = 0$ et restitués à maturité T ; ce format est standard pour les CCS à long terme ;
- *swap avec échanges intermédiaires* : plus rare, peut apparaître dans des structures hybrides (par exemple « resettable CCS »).

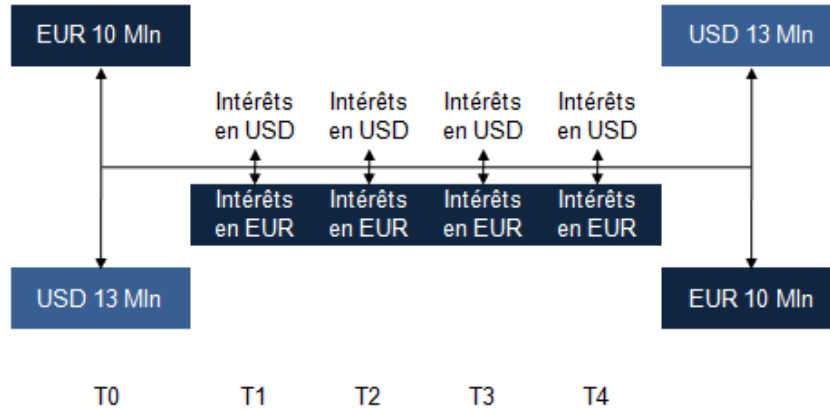


FIGURE 3.1 – Image des flux d'un Cross Currency Swap, (source : financedemarche.fr)

Formellement, si R_d et R_f désignent les taux domestique et étranger applicables à chaque jambe, et α_i la fraction d'année pour la période $[t_{i-1}, t_i]$, les flux sont :

$$\text{Flux domestique}_i = N_d R_d(t_{i-1}, t_i) \alpha_i, \quad \text{Flux étranger}_i = N_f R_f(t_{i-1}, t_i) \alpha_i.$$

Lorsque le flux étranger est exprimé en devise domestique, il est multiplié par le taux de change simulé $S(t_i)$.

La **valeur actualisée** du swap au temps t dans la devise domestique est donc :

$$V_t = \sum_i N_d R_d(t_{i-1}, t_i) \alpha_i P_d(t, t_i) - \sum_i N_f R_f(t_{i-1}, t_i) \alpha_i P_f(t, t_i) S(t_i),$$

où P_d et P_f sont les facteurs d'actualisation respectifs dans chaque devise.

Cette structure génère une exposition au risque de taux et de change simultanément : le CCS est donc un produit standard permettant de mettre en lumière les problématiques de risque de crédit. La présence d'un échange final crée une sensibilité du produit très forte en dernière période ce qui génère de fortes expositions et donc d'importantes charges de crédit.

3.3 Méthodologie de valorisation par Monte Carlo

La valorisation du CCS est effectuée dans notre étude à l'aide d'une simulation de Monte Carlo multidimensionnelle intégrant simultanément :

- le taux domestique $r_d(t)$ et le taux étranger $r_f(t)$ simulés selon les dynamiques de Hull–White ;
- Les processus de taux et FX sont simulés par discrétisation d'équations stochastiques sous mesure risque-neutre, conformément aux travaux de référence de [5] sur la simulation Monte Carlo en finance. ;
- et le processus d'intensité de défaut λ_t de la contrepartie selon le modèle Credit Black–Karasinski.

Chaque scénario simulé représente une trajectoire cohérente de ces trois facteurs sur l'horizon du swap. Les flux sont recalculés et actualisés à chaque date de paiement, produisant un vecteur de valeurs de marché $V_t^{(n)}$ pour $n = 1, \dots, N$ trajectoires. La valeur espérée du swap est ensuite estimée par :

$$\hat{V}_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N V_0^{(n)}.$$

Analyse de la vitesse de convergence

La méthode de Monte Carlo repose sur la loi des grands nombres : lorsque N croît, l'estimateur \hat{V}_0 converge vers l'espérance vraie $\mathbb{E}[V_0]$. Sa précision est gouvernée par la **variance** du simulateur. Sous des hypothèses de variance finie, l'erreur-type décroît en $1/\sqrt{N}$:

$$\text{erreur standard} = \frac{\sqrt{\text{Var}(V_0)}}{\sqrt{N}}.$$

Autrement dit, pour diviser l'erreur par deux, il faut multiplier le nombre de trajectoires par quatre. Cette lenteur de convergence (caractéristique de Monte Carlo) impose un compromis entre précision et coût de calcul.

Dans notre implémentation, la convergence des estimateurs (prix, EPE, CVA) a été vérifiée empiriquement : pour $N = 10\,000$, la stabilité des résultats est de l'ordre du

point de base sur le prix et de 3 à 5 % sur les ajustements CVA/FVA. Des techniques de réduction de variance (antithétiques, stratification, quasi-MC de Sobol) peuvent améliorer cette efficacité, mais n'ont pas été implémentées ici.

3.4 Résultats de valorisation et interprétation

La simulation fournit pour chaque pas de temps les distributions de V_t , permettant de calculer les expositions (EE, EPE, ENE) et les ajustements (CVA, FVA).

L'analyse des sensibilités montre que :

- une hausse de la volatilité du FX ou des taux augmente fortement l'EPE et l'ENE ;
- Une exposition majoritairement négative entraîne une CVA nulle car se calculant sur l'EPE mais une FVA négative, on parle alors de release de FVA, la banque gagne de l'argent en entrant dans ce produit ;
- une augmentation du spread de funding accroît linéairement la FVA (étant donnée l'hypothèse restrictive de spread constant mais n'étant pas représentatif de la réalité).

3.5 Discussion et limites pratiques

Malgré sa simplicité, cette approche met en évidence la logique économique du CCS :

1. pour une entreprise, il permet de **transformer un financement dans une devise** en financement équivalent dans une autre, tout en maîtrisant l'exposition aux taux et au change ;
2. pour une banque, il constitue un instrument **source de risque de contrepartie** et de **charges de crédit**, qu'elle doit provisionner (CVA), financer (FVA) et capitaliser (RWA).

Les limites principales du modèle résident dans :

- l'usage de données publiques approximatives (proxies de courbes et vol FX) ;
- l'absence de collatéralisation (CSA) qui réduirait fortement l'exposition ;
- et le caractère constant des paramètres de volatilité et de corrélation.

Des extensions naturelles incluraient l'utilisation de courbes OIS et de bases cross-currency, la calibration multi-teneurs du crédit, et l'application de méthodes de réduction de variance pour accélérer la convergence de Monte Carlo. Ces développements rapprocheraient le modèle d'une plateforme de **valorisation XVA** comparable à celles utilisées dans les salles de marché.

Chapitre 4

Étude de l'impact du transfert de risque à un assureur

4.1 Principe et intérêt du système proposé

Dans la continuité de notre étude du portefeuille de *Cross-Currency Swaps*, nous avons introduit un mécanisme d'assurance partielle des expositions de contrepartie. La littérature récente a étudié l'intérêt d'une mutualisation du risque de contrepartie entre acteurs via des assureurs ou chambres de compensation comme dans Capponi (2019)[11] ou Armenti Crepey (2017)[10].

L'idée consiste à transférer une fraction du risque de défaut à un assureur spécialisé, qui accepte de couvrir jusqu'à 80 % du capital exposé, dans la limite d'un plafond contractuel de 1 million de dollars par transaction. Ce type de structure vise à réduire les externalités systémiques et à redistribuer le capital économique là où il est le plus efficient [13, 15].

Ce schéma modifie directement les *Expected Positive Exposures* (EPE) et donc les composantes associées au risque de crédit, en réduisant les pertes potentielles à défaut. Les assureurs trouvent un intérêt naturel à ce type d'opération : en mutualisant les risques provenant de multiples institutions financières, ils bénéficient d'un **effet de diversification** et de **netting inter-acteurs**. Leur *spécialisation dans la gestion du risque de crédit* leur permet de mieux modéliser et absorber ces risques, à moindre coût en capital, grâce à des approches actuariellement mutualisées et à un horizon d'investissement plus long. Pour les banques, ce transfert partiel représente une réduction du risque pondéré et donc une **baisse du besoin en fonds propres réglementaires (RWA)**. Il s'agit d'un mécanisme hybride, combinant *gestion du risque de contrepartie* et *réduction de capital économique*, favorable à la compétitivité du bilan.

4.2 La métrique SC (Sales Commission)

Afin d'évaluer l'effet économique sur la rentabilité du capital, nous introduisons la variable **SC (Sales Commission)**, définie comme une marge prise par la banque pour venir rémunérer le capital bloqué de l'actionnaire :

$$SC = 0,13 \times 0,25 \times RWA.$$

Réglementairement, l'immobilisation de 13 % du *Risk-Weighted Assets* (RWA) en capitaux de catégorie Tier 1 et Tier 2 impose à la banque de rémunérer ces capitaux propres. Dans notre cas, nous retenons une rémunération de 25 % du capital mobilisé, un niveau qui pourrait paraître élevé mais qui demeure courant d'un point de vue opérationnel dans les activités de marché. Toute diminution du **RWA** a donc un effet direct sur la réduction de la SC et, par conséquent, sur le coût de distribution des produits.

4.3 Protocole de test et génération du portefeuille

Afin de mesurer quantitativement l'effet de cette couverture, un portefeuille synthétique de **200 trades** de Cross-Currency Swaps a été simulé. Les paramètres (maturité, taux fixes domestiques et étrangers, spreads flottants, niveau initial d'intensité de défaut et FX spot) ont été tirés aléatoirement autour de valeurs de marché réalistes.

Chaque trade a été valorisé par *Monte Carlo* à 100 trajectoires, en comparant deux scénarios :

- un scénario de base (*sans assurance*) ;
- un scénario avec assurance couvrant 80 % de l'exposition, plafonné à 1 M\$.

Les indicateurs calculés pour chaque transaction sont les **CVA**, **FVA**, **RWA** et la **SC** correspondante, avant et après application de la couverture.

4.4 Résultats statistiques descriptifs

Les statistiques agrégées (moyennes, médianes, minima, maxima) sont résumées dans le tableau 4.1. On observe une réduction significative des composantes liées à l'exposition attendue (CVA, FVA), ainsi qu'un effet non linéaire sur le RWA dû à la structure asymétrique de la couverture.

TABLE 4.1 – Crédit charges avec et sans assurance (portefeuille de 200 trades)

Métrique	Moyenne (no)	Moyenne (ins)	Médiane (no)	Médiane (ins)	Gain moyen
CVA	1.15×10^6	0.78×10^6	0.81×10^6	0.16×10^6	0.72×10^6
FVA	0.67×10^6	0.43×10^6	0.50×10^6	0.11×10^6	0.51×10^6
RWA	4.93×10^7	2.07×10^7	2.03×10^7	0.53×10^7	2.86×10^7
SC	1.60×10^6	0.67×10^6	0.66×10^6	0.17×10^6	0.93×10^6
<i>Valeurs maximales et minimales</i>					
Métrique	Min (no)	Min (ins)	Max (no)	Max (ins)	
CVA	0.00×10^6	0.00×10^6	7.57×10^6	6.57×10^6	
FVA	-1.73×10^6	-2.97×10^6	3.53×10^6	2.12×10^6	
RWA	5.62×10^6	1.40×10^6	4.43×10^7	2.94×10^9	
SC	1.82×10^5	4.56×10^4	1.44×10^6	9.57×10^7	

On remarque donc une baisse des charges de crédits significatives, faisant passer la CVA de 1,15 million en moyenne sans assurance à 780k. La FVA baisse également mais dans de moins fortes proportions. Cela s'explique par le fait que la FVA peut être négative (se calculant à l'aide de la EE, il y a une release de FVA lorsque l'EE du produit est négative). Enfin, le RWA évolue de façon **non linéaire**, ce qui vient d'autant plus réduire la SC de banque. Autrement dit, même si l'assureur venait charger l'intégralité des charges citées plus haut à la banque pour la prise en charge du risque assuré, cela resterait intéressant pour l'acteur bancaire car il serait en capacité soit de réduire considérablement sa marge, soit d'augmenter la rémunération de son capital.

4.5 Analyse des cas isolés

Pour mieux comprendre les dynamiques de la couverture, trois cas représentatifs ont été étudiés :

1. **Cas moyen** : maturité 5 ans, taux fixe domestique de 3,5 % et étranger de 2,5 %, spread domestique nul et spread étranger de 0,75 %, FX à la monnaie. CVA et FVA réduits de 80 % (la limite de l'assureur n'ayant pas été atteinte), le RWA et la SC divisé par 7. La couverture joue pleinement son rôle de stabilisateur de l'exposition moyenne.
2. **Cas d'exposition positive extrême** : maturité 10 ans, les taux sont élevés et le FX EUR/USD est en dessous de 1 (un dollar très fort qui implique une MtM très positive pour le CCS), de plus il y a spread négatif sur le taux étranger. Exposition fortement positive ($MTM0 \approx 18$ M\$). Les expositions sont bien entendu très fortes, l'assurance fait baisser la CVA et la FVA de 40 % car le maximum d'exposition couvertes par l'assureur est largement atteint. Le RWA réduit d'environ 40 % également, ce qui

allège mécaniquement la SC.

3. **Cas d'exposition négative extrême** : maturité 10 ans, taux fixe faible et spreads asymétriques (positif côté étranger, négatif côté domestique). Exposition négative ($MTM0 \approx -11$ M\$). il n'y pas de CVA car pas de scénarios ou le MtM redevient positifs et donc pas d'EPE) il y a une release de FVA, le RWA est dérisoire, voir nul.

Ces observations confirment que le système d'assurance agit comme un filtre asymétrique : il réduit efficacement les expositions positives moyennes, permet de réduire également les cas plus extrêmes et n'impacte pas les potentiels gains générés par des scénarios négatifs.

4.6 Interprétation et implications économiques

Le transfert de risque à un assureur introduit une **courbe de réponse non linéaire** entre le capital réglementaire et le taux de couverture. Cette convexité est bénéfique pour la banque : en limitant la queue droite de la distribution des expositions, elle réduit le besoin en capital pour des scénarios rares, ce qui **libère de la capacité bilancielle** et améliore la rentabilité ajustée du risque.

La diminution du **RWA** entraîne mécaniquement une baisse de la **SC (Sales Commission)** : la banque nécessite moins de commission pour rémunérer le capital économique mobilisé. Cette économie de capital la rend plus compétitive sur ses prix et lui permet de proposer des conditions plus attractives aux clients ou d'augmenter ses marges de rémunérations des capitaux.

Chapitre 5

Structure du projet et documentation technique

5.1 Architecture générale du projet

Le projet est organisé autour de trois grands ensembles : les modules de **pricing et simulation**, les scripts d'**analyse et visualisation**, et la **documentation** finale. Cette architecture a été conçue pour séparer les calculs de valorisation des analyses de résultats, tout en permettant une automatisation complète de la chaîne (du calcul à la production du rapport). L'ensemble du code utilisé pour ce projet est disponible à l'adresse suivante : <https://github.com/NicolasWalpoel/Memoire-ENSAE>.

5.2 Description détaillée des dossiers

1. Pricing

Ce répertoire regroupe l'ensemble des modules Python utilisés pour la valorisation et la simulation des produits dérivés de change (*Cross-Currency Swaps*).

- `ccs_pricer_full_slim.py` : moteur de valorisation principal. Il contient les modèles de taux et FX (Hull-White, Garman-Kohlhagen) ainsi que la structure de calcul du CVA/FVA et du RWA.
- `ccs_monte_carlo_from_bootstrap.py` : initialise les paramètres de marché à partir de données de taux et FX (bootstrapping des courbes).
- `ccs_pricer_mc_with_bootstrap_init.py` : relie les paramètres du marché au moteur de Monte Carlo et définit la classe de configuration des trades.
- `run_insurance_portfolio.py` : script principal de simulation. Il génère un portefeuille aléatoire (200 trades) et calcule les indicateurs (CVA, FVA, RWA, SC) avant et après assurance.

```
Projet_CCS_Insurance/

1_Pricing/
  ccs_pricer_full_slim.py
  ccs_monte_carlo_from_bootstrap.py
  ccs_pricer_mc_with_bootstrap_init.py
  run_insurance_portfolio.py
  data_bootstrap/

2_Outputs/
  portfolio_results.csv
  portfolio_results_with_sc.csv
  recap_table.csv
  cases_explanations.csv
  figures/
    hist_*.png
    box_*.png
    bar_totals.png
    bar_case_*.png

3_Analysis/
  analyze_insurance_impact.py
  analyse_graphs.py

README_global.md
```

FIGURE 5.1 – Arborescence du projet

— `data_bootstrap/` : dossier de données initiales (courbes de taux, FX, spreads).

2. Outputs

Ce dossier contient tous les résultats chiffrés produits par les scripts de pricing et d'analyse.

- `portfolio_results.csv` : résultats bruts du portefeuille (sans SC).
- `portfolio_results_with_sc.csv` : résultats enrichis avec la variable SC.
- `recap_table.csv` : tableau agrégé présentant les valeurs moyennes, médianes, maximales et minimales des indicateurs.
- `cases_explanations.csv` : description des trois cas types (moyen, extrême positif et extrême négatif).
- `figures/` : répertoire de sortie pour les graphiques générés (histogrammes, boxplots, comparaisons par cas).

3. Analysis

Il regroupe les scripts d'analyse des sorties de simulation et la génération automatique des graphiques.

- `analyze_insurance_impact.py` : produit les statistiques descriptives et les visualisations (histos, boxplots, barres par cas).
- `analyse_graphs.py` : version interactive pour affichage direct des graphiques dans l'environnement Python.

5.3 Enchaînement des dossiers

1. **Initialisation** : récupération des données de marché et bootstrap de variables.
2. **Pricing** : simulation Monte Carlo des trades sous plusieurs scénarios (avec/sans assurance).
3. **Consolidation** : export des résultats agrégés (CVA, FVA, RWA, SC) dans Outputs.
4. **Analyse** : statistiques descriptives et visualisation des effets de la couverture.

5.4 Conclusion du chapitre

Cette architecture modulaire permet une traçabilité complète des calculs et une reproductibilité des résultats. Chaque dossier a une fonction précise : les modèles de pricing sont séparés des traitements statistiques, les sorties sont structurées et la génération du rapport est automatisée. Une telle organisation facilite l'extension future du projet, notamment pour tester d'autres régimes de couverture, des caps variables ou l'impact d'un portefeuille multi-devises sur la gestion du capital réglementaire.

Chapitre 6

Conclusion

Synthèse des travaux de modélisation et de valorisation

Ce travail avait pour objectif d'étudier de manière complète la valorisation et la gestion du risque de contrepartie sur un portefeuille de *Cross-Currency Swaps* (CCS), en s'appuyant sur une approche de modélisation rigoureuse et un moteur de simulation Monte Carlo. Les trois premières parties ont permis de construire une base théorique solide, reliant les principaux modèles de diffusion utilisés en finance quantitative aux pratiques opérationnelles de valorisation.

Dans un premier temps, nous avons détaillé la modélisation conjointe des taux domestiques et étrangers via le modèle de Hull–White [1], garantissant la calibration exacte des courbes de taux, ainsi que la modélisation de l'intensité de défaut sous un processus de type Black–Karasinski [2], assurant la positivité de la dynamique. La composante de change a été représentée à l'aide du modèle de Garman–Kohlhagen [3], extension naturelle du modèle de Black–Scholes au marché des devises. Cette combinaison de modèles, soutenue par les approches de [4, 6], a permis de représenter de manière cohérente les dépendances croisées entre les facteurs de risque : taux, FX et crédit.

Dans un second temps, l'introduction des ajustements de valeur (CVA, FVA, DVA) a permis de relier le prix théorique du swap à son coût économique réel, en intégrant les effets de financement et de risque de défaut. Nous avons rappelé, à la suite de [7, 9], que ces ajustements ne sont pas uniquement des corrections de prix, mais des instruments de pilotage du risque, influençant directement la gestion du capital et la rentabilité des activités de marché. La modélisation du RWA, fondée sur les principes de Bâle III [16], a complété ce cadre en reliant les expositions simulées à leurs conséquences prudentielles.

Enfin, le moteur de valorisation a été implémenté sous forme d'une simulation Monte Carlo complète, permettant de calculer le prix, les expositions futures et les indicateurs de risque pour un ensemble de transactions simulées. La structure du code a été conçue

pour séparer clairement la génération des modèles, le calcul des flux et la consolidation statistique, rendant le système modulable et extensible à d'autres classes d'actifs.

Analyse du système d'assurance et implications économiques

Dans la seconde partie de ce travail, nous avons proposé un mécanisme d'assurance du risque de contrepartie visant à transférer une partie du risque de défaut à un acteur tiers — l'assureur. Ce dernier couvre 80 % du capital exposé, jusqu'à un plafond contractuel de 1 M\$, réduisant ainsi l'exposition positive attendue (*EPE*) et, par extension, la CVA, la FVA et le RWA du portefeuille.

L'intérêt de ce système repose sur la logique de **mutualisation du risque** : les assureurs, en agrégeant les expositions de multiples contreparties, peuvent diversifier les pertes potentielles et lisser les fluctuations de marché [11, 10]. Leur horizon d'investissement long et leur spécialisation technique leur confèrent un avantage comparatif par rapport aux banques pour absorber ces risques [13, 15]. D'un point de vue macro-financier, cette approche s'inscrit dans la continuité des réflexions sur la stabilisation du système via la redistribution du capital économique.

Sur le plan quantitatif, les simulations réalisées sur un portefeuille de 200 trades ont mis en évidence :

- une réduction quasi proportionnelle de la CVA et de la FVA au taux de couverture, démontrant la robustesse du mécanisme d'assurance ;
- un comportement non linéaire du RWA, avec des cas où la couverture amplifie les expositions négatives (effet de convexité) ;
- une baisse moyenne de la SC (Sales Commission), indicateur direct du coût du capital, améliorant ainsi la compétitivité de la banque.

Les analyses de cas isolés (moyen, extrême positif et extrême négatif) ont confirmé cette **asymétrie** du système : la couverture réduit efficacement les expositions importantes mais peut accentuer les petites pertes. Cette non-linéarité, observée également dans les travaux de [9, 8], traduit la complexité des interactions entre capital réglementaire et structures de couverture partielle.

Sur le plan économique, la baisse du RWA entraîne une diminution mécanique de la SC, c'est-à-dire du coût de rémunération du capital. La banque devient alors plus compétitive, capable de proposer des produits dérivés à des marges plus faibles tout en maintenant un profil de risque plus stable. Du point de vue systémique, l'intervention des assureurs permet de répartir les risques de contrepartie et d'absorber les chocs de marché sans accroître la fragilité du système financier.

Ouverture

Ce travail montre la pertinence d'intégrer les mécanismes d'assurance du risque de contrepartie dans les cadres de gestion bancaire modernes. Une extension naturelle de cette étude consisterait à modéliser des portefeuilles multi-devises incluant la corrélation entre les spreads de crédit et les taux d'intérêt, ou à évaluer l'impact de structures d'assurance dynamique (taux de couverture adaptatif selon l'exposition). Sur un plan plus macroéconomique, la perspective d'un **marché secondaire du risque de contrepartie** porté par les assureurs pourrait ouvrir une nouvelle ère dans la régulation financière, en conciliant stabilité systémique et efficience du capital.

En conclusion, ce travail illustre comment la combinaison d'une modélisation stochastique rigoureuse et d'une approche innovante de transfert du risque peut constituer un levier efficace pour renforcer la résilience et la rentabilité du système bancaire moderne.

Bibliographie

- [1] Hull, J., & White, A. (1990). “Pricing Interest-Rate Derivative Securities.” *The Review of Financial Studies*, 3(4), 573–592.
- [2] Black, F., & Karasinski, P. (1991). “Bond and Option Pricing When Short Rates Are Lognormal.” *Financial Analysts Journal*, 47(4), 52–59.
- [3] Garman, M. B., & Kohlhagen, S. W. (1983). “Foreign Currency Option Values.” *Journal of International Money and Finance*, 2(3), 231–237.
- [4] Brigo, D., & Mercurio, F. (2006). *Interest Rate Models : Theory and Practice*. Springer Finance.
- [5] Glasserman, P. (2003). *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Springer-Verlag.
- [6] Andersen, L., & Piterbarg, V. (2010). *Interest Rate Modeling*. Atlantic Financial Press.
- [7] Gregory, J. (2012). *Counterparty Credit Risk and Credit Value Adjustment : A Continuing Challenge for Global Financial Markets*. John Wiley & Sons.
- [8] Green, A., & Kenyon, C. (2014). “KVA : Capital Valuation Adjustment.” *Risk Magazine*, 27(12), 82–87.
- [9] Crépey, S., Bielecki, T. R., & Brigo, D. (2015). *Counterparty Risk and Funding : A Tale of Two Puzzles*. Chapman and Hall/CRC Financial Mathematics Series.
- [10] Armenti, Y., & Crépey, S. (2017). “BSDEs for Counterparty Risk under Funding Constraints.” *Mathematical Finance*, 27(3), 635–661.
- [11] Capponi, A., & Kokholm, T. (2019). “Systemic Risk and Insurance in Financial Networks.” *Mathematics and Financial Economics*, 13(3), 367–405.
- [12] Acharya, V. V., & Richardson, M. (2012). *Restoring Financial Stability : How to Repair a Failed System*. Wiley Finance Series.
- [13] Duffie, D. (2018). “Financial Regulatory Reform After the Crisis : An Assessment.” *Management Science*, 64(10), 4471–4489.
- [14] Jobst, A., & Ong, L. L. (2019). “Contagion and Spillover in the Insurance Sector.” *IMF Working Paper*, WP/19/84.

- [15] Borio, C., & Drehmann, M. (2018). “Revisiting the Credit-to-GDP Gap : Refining a Leading Indicator for Tail Risk.” *BIS Quarterly Review*, March 2018.
- [16] Basel Committee on Banking Supervision (2017). *Basel III : Finalising Post-Crisis Reforms*. Bank for International Settlements.
- [17] International Swaps and Derivatives Association (2015). *ISDA Margin Survey and FRTB Implementation Study*. ISDA Research Notes.
- [18] IFRS Foundation (2011). *IFRS 13 : Fair Value Measurement*. London : International Accounting Standards Board.

Annexe A

Rappels mathématiques et numériques

A.1 Schéma exact OU (HW1F)

Pour $dr_t = a(\theta - r_t)dt + \sigma dW_t$, solution discrète :

$$r_{t+\Delta t} = r_t e^{-a\Delta t} + \theta(1 - e^{-a\Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a\Delta t}}{2a}} Z.$$

$\int r ds$ par trapèzes : $\int_t^{t+\Delta t} r_s ds \approx \frac{\Delta t}{2}(r_t + r_{t+\Delta t})$.

A.2 EEE et EEPE

$$EEE(t_k) = \max_{j \leq k} EPE(t_j), \quad EEPE = \frac{1}{T} \int_0^T EEE(t) dt \approx \frac{1}{T} \sum_k EEE(t_k) \Delta t.$$

A.3 Formules IRB (rappel)

$$R(PD), b(PD), K_{unc}, MA, K \text{ et } RWA = 12.5 \times K \times EAD.$$