

Práctico 5: Sustitución. Unificación. Resolución

Ejercicio 1

Sea S un conjunto de cláusulas y C una cláusula sobre un lenguaje de 1er orden. Demuestre que $S \vdash C$ si y sólo si $S \cup \{\neg C\}$ es insatisfactible.

Ejercicio 2

Deduzca, utilizando resolución:

- Si p y $p \rightarrow q$, entonces q [Modus Ponens]
- Si $p \rightarrow q$ y $\neg q$, entonces $\neg p$ [Contrarrecíproco]

Ejercicio 3

La propiedad del ejercicio 1 permite usar la resolución para hacer demostraciones por refutación, i.e. deducir la cláusula vacía a partir de un conjunto de cláusulas. Demuestre por refutación las propiedades del ejercicio 2.

Ejercicio 4

Demuestre que las siguientes fórmulas son insatisfactibles:

- a. $(\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p$
- b. $(p \vee q) \wedge (r \vee q) \wedge \neg r \wedge \neg q$
- c. $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg r \vee \neg q) \wedge (r \vee \neg q)$

Ejercicio 5

- a) Sea $\theta = \{x|a, y|b, z|g(x,y)\}$ una sustitución. Sea $E = P(h(x),z)$. Halle $E\theta$.
- b) Sean $\theta_1 = \{x|a, y|f(z), z|y\}$ y $\theta_2 = \{x|b, y|z, z|g(x)\}$ sustituciones. Halle la composición de θ_1 y θ_2 .
- c) Demostrar que dadas dos sustituciones (θ_1 y θ_2) y una expresión E , se cumple:

$$E(\theta_1 \circ \theta_2) = (E\theta_1)\theta_2$$
- d) Demostrar que para cualesquiera sustituciones θ_1, θ_2 y θ_3 se cumple:

$$(\theta_1 \circ \theta_2) \circ \theta_3 = \theta_1 \circ (\theta_2 \circ \theta_3)$$

Ejercicio 6

Para cada par de expresiones indique si existe una sustitución que las unifica. En caso afirmativo dé un unificador más general.

- | | | |
|----|--------------------|--------------------|
| a) | padre(Z, juan) | padre(jorge, juan) |
| b) | tio(X, juan) | tio(W, juan) |
| c) | q(f(X,Y), X, h(a)) | q(f(b,Z), W, h(Z)) |
| d) | r([X Xs]) | r([a, b, c [d]]) |
| e) | t([]) | t([X Xs]) |
| f) | p(X) | p(f(X)) |
| g) | s(X, f(X)) | s(f(Z), Z) |
| h) | a(f(Y), W, g(Z)) | a(X, X, V) |
| i) | b(f(Y), W, g(Z)) | b(V, X, V) |
| j) | c(a, X, f(g(Y))) | c(Z, h(Z,W), f(W)) |

Nota: La notación $[X|Y]$ indica la lista con primer elemento X y resto Y . $[]$ es la lista vacía. La notación $[a,b,...|R]$ indica la lista cuyos primeros elementos son $a,b,...$, con resto R , $[a,b,c|R] = [a|[b|[c|R]]]$. La notación $[a]$ indica la lista cuyo único elemento es a , $[a] = [a|[]]$. Notar que el constructor de lista es un functor binario.

Ejercicio 7

Sea E una cláusula sobre un lenguaje de 1er orden, θ una sustitución. Demostrar que $E \vdash E\theta$

Nota: si E es la cláusula $\forall(L_1 \vee \dots \vee L_n)$, por $E\theta$ se entiende $\forall((L_1 \vee \dots \vee L_n)\theta)$

Ejercicio 8

Calcule el m.g.u. del siguiente conjunto de expresiones S :

$$S = \{p(x_1, \dots, x_n), p(f(x_0, x_0), f(x_1, x_1), \dots, f(x_{n-1}, x_{n-1}))\}.$$

Indique el costo del chequeo de ocurrencia en el paso k -ésimo del algoritmo de unificación.

Ejercicio 9

Sean C y D dos cláusulas sobre un lenguaje de 1er orden. Decimos que C **subsume** a D , si existe una sustitución θ t.q. $C\theta \subseteq D$

- a) Demostrar que si C subsume a D , entonces $C \vdash D$
- b) Indicar, para los siguientes pares de cláusulas, si C subsume a D
 - $C = p(x, y) \vee q(z)$, $D = q(a) \vee p(b, b) \vee r(w)$
 - $C = p(x, y) \vee r(y, x)$, $D = p(a, y) \vee r(y, b)$

Ejercicio 10

Demuestre que el siguiente conjunto de cláusulas es insatisfactible:

$$\{\neg p(x) \vee q(f(x), x), p(g(b)), \neg q(y, z)\}$$