



Centro de Formação Científica 'ALBERT EINSTEIN'

(CACUACO VILA)

Fascículo de Matemática

VOL. 03



Ano lectivo '2011-2012'

Nome do Aluno:

Explicador:

Turno:

Nº de Telefone:

C.F.C.A.E

Somatório

1º) Calcule:

$$a) \sum_{i=0}^4 x_i$$

$$b) \sum_{j=1}^6 2^{j-1}$$

$$c) \sum_{m=0}^5 x^{m-1}$$

$$d) \sum_{x=-2}^1 3x$$

$$e) \sum_{n=2}^5 (n+1)$$

$$f) \sum_{n=0}^4 2n$$

2º) Coloca a expressão $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$ em forma de somatório.

The Moise, The Quiet e The John

3º) Achar os valores numéricos dos seguintes somatórios:

$$a) \sum_{k=1}^4 k$$

$$b) \sum_{n=0}^3 2^{2n+1}$$

$$c) \sum_{i=0}^5 (2i+1)$$

$$d) \sum_{k=1}^5 \frac{1}{k(k+1)}$$

$$e) \sum_{k=1}^{30} (2+5k)$$

$$f) \sum_{k=3}^{10} 5k^2 + \sum_{k=-10}^{-3} (2k-5k^2)$$

$$g) \sum_{k=2}^{15} k - \sum_{k=5}^{18} k$$

$$e) \sum_{n=1}^4 n^n$$

4º) Calcular o valor de x nas seguintes expressões:

$$a) \sum_{a=1}^3 (ax-4) = \sum_{b=0}^4 (5+6b)$$

b) $\sum_{a=3}^5 (ax - 4) = \sum_{b=1}^3 bx$

5º) Conhecendo a fórmula $(x + a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$ desenvolve os seguintes binómios:

a) $\left(2 + \frac{x}{2}\right)^3$

e) $\left(\frac{\sqrt{a}}{3} - \frac{a}{\sqrt{3}}\right)^4$

h) $\left(x^3 + \frac{2}{x}\right)^8$

b) $\left(\frac{1}{x} - x\right)^4$

f) $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^6$

i) $\left(4 - \frac{1}{x}\right)^6$

c) $(\sqrt{x} - 1)^4$

g) $\left(x + \frac{y}{2}\right)^4$

j) $\left(3x - \frac{11}{2x}\right)^4$

d) $\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \sqrt{y}\right)^7$

$-\left(x - \frac{y}{2}\right)^4$

k) $\left(\sqrt{3} + \frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3$

The Moise, The Quieto e The John

Cálculos Combinatórios

1º) Determine o valor de E:

$$E = C_2^5 - C_{5;3} + C_{5;5}$$

2º) Sendo $A_{7;p} = 4! C_{7;p}$, determine p?

3º) Determine o conjunto solução das equações $4C_{x;2} = 60$ e $C_{x;4}/C_{x;3} = 1$.

4º) Resolva as equações:

a) $\binom{x}{5} = \binom{x}{2}$

d) $\binom{10}{p-2} = \binom{10}{p+4}$

b) $\binom{8}{p} = \binom{8}{3}$

e) $\binom{x}{5} = \binom{x}{2}$

c) $\binom{9}{x-2} = \binom{9}{2x-1}$

f) $\binom{9}{3p+6} = 1$

5º) Calcule:

a) $\binom{3}{0}$

f) $\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$

b) $\binom{0}{0} + \binom{1}{0} + \binom{2}{0} + \binom{7}{7}$

g) $\binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{10}{7} + \binom{11}{11} + \binom{n}{1}$

c) $\binom{7}{3} - \binom{7}{4} + \binom{5}{2} - \binom{5}{3}$

h) $\binom{0}{0} + \binom{1}{1} + \binom{2}{2} + \binom{7}{7}$

e) $\binom{8}{5} + \binom{8}{6}$

The Moise, The Quieto e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

6º) Desenvolver utilizando as fórmulas do binómio de Newton.

a) $(x - 1)^3$

b) $\left(1 + \frac{3a}{2}\right)^6$

c) $(a - b)^6$

d) $(a^3 - x^2y)^7$

e) $(2a + 3b)^4$

f) $(k^2 - 1)^4$

7º) Calcule:

a) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} \cdot \frac{n!}{(n-2)!}$

b) $\frac{(n+4)! + (n+2)!}{(n+1)!}$

c) $\frac{16! - 13!}{14! + 12!} \wedge \frac{17! + 14!}{16! + 12!}$

d) $A_2^5 + A_3^5 + A_3^5$

e) $C_5^9 \times C_3^8$

f) $\frac{18! - 15!}{17! - 15!}$

g) $\frac{3(n-1)! - (n+2)!}{(n-1)!}$

h) $\frac{5! - 7! + 3!}{2! - 4!}$

i) $\frac{(n+3)!}{(n+2)!}$

j) $\frac{1}{n!} + \frac{n!}{(n-1)!}$

k) $\frac{1}{(n+1)!} \cdot \frac{1}{n!}$

l) $\frac{(n+1)(n-3)!}{(n-2)!} \cdot \frac{n!}{(n+1)!}$

m) $\frac{x \cdot \binom{x-1}{2}}{\binom{x}{1} \binom{x-1}{1}}$

The Moise, The Quiet e The John

8º) Resolva as equações:

a) $\frac{(x+4)! + (x+2)!}{3(x+3)!} = \frac{7}{6}$

b) $(x-4)! + (x+3)! = 15(x+2)!$

c) $\frac{2x! - 3(x-1)!}{2x! + (x-1)!} = \frac{5}{9}$

d) $2(x-1)! + 2x! = (x+1)!$

e) $\frac{(x-3)!}{(x-2)! + (x-1)!} = \frac{1}{3}$

f) $(n-4)! = 120$

g) $(n-3)! = 1$

h) $\frac{7!}{(7-p)!} = 4! \frac{7!}{p!(7-p)!}$

i) $4 \cdot C_{x;2} = 60$

j) $\frac{(x+4)! + (x+3)!}{(x+2)!} = 3$

k) $\frac{(x+2)! + x!}{(x+1)!} = \frac{2!}{4}$

l) $\frac{(x-1)! + 2(x+1)!}{x! - (x-1)!} = 13$

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

m) $\frac{x! + 3(x-2)!}{x! - 3(x-2)!} = \frac{3!}{29}$

n) $\frac{n!}{n+1} = (n+1)!$

o) $2(n-2)! = n(n-3)!$

p) $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{4n}$

q) $(n+5)! = 6(n+3)!$

9º) No desenvolvimento de $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^6$, determinar:

- a) O termo médio;
- b) O termo independente de x ;
- c) O termo de grau 3.

10º) A soma dos coeficientes binominais no desenvolvimento de:

- a) $(x+a)^6$ vale?
- b) $(x^3 + 5x^2)^3$ vale?
- c) $(a^2 - 7)^5$ vale?

11º) Calcule o termo de maior coeficiente no desenvolvimento de $\left(x^3 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$.

12º) Calcula o 3º termo no desenvolvimento de $\left(2x^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$ possui 5 termos logo; quanto vale o:

- a) O quarto termo;
- b) Termo médio;
- c) Termo independente.

The Moise, The Quiet e The John

13º) Calcula o paramentro a no desenvolvimento de $(-x^3 + 2a)^5$; para que $T_4 = -640x^6$.

14º) Determinar 4º termo no desenvolvimento de $(x+2)^7$.

15º) Calcula o termo médio do desenvolvimento $\left(\frac{m}{10} + \frac{5b}{m}\right)^8$.

16º) Representar o termo geral do desenvolvimento de $(3n^2 + 5)^7$.

17º) Representar o desenvolvimento de $(1x+3)^9$ usando somatório.

18º) No desenvolvimento de $(2x-1)^6$, calcular o quarto termo.

19º) Considere o binómio $\left(x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}$:

- a) Escreva o termo geral na forma síples;
- b) Determina o termo independente;
- c) Escreva o trmo em x^4 .

20º) Sendo $T_3 = 66x^{19}$, calcule o 4º termo apartir do 3º termo.

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

21º) No binómio $\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{x^2}\right)^{11}$, calcula o 5º termo.

22º) $(x + a)^n$, é um binómio cujo o quarto termo é $T_4 = 448x^5$.

a) Calcular **n** e **a**;

b) Calcule o termo geral;

c) Calcule o termo independente de x .

23º) Determina o termo geral no binómio $(3m^2 + 7)^{11}$.

24º) Representa o desenvolvimento de $(2x + 5)^9$ usando somatório.

25º) Determina o valor de $E = 3 \cdot A_{8;2} - 5 \cdot A_{6;3}$.

26º) Sendo $A_{n;2} = 42$, determinar o valor de **n**.

27º) Conhecendo a regra $P_n^{n_1, n_2, \dots, n_p} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_p!}$ e $P_n = n!$ calcule:

a) $P_{13}^{5,6,7}$

b) $P_3 - P_2 = A_{x;1} + A_{x;2}$

c) $\frac{P_3^2 (A_6^3 + C_6^3)}{P_6}$

d) $A_{x;2} + C_{x;1} = P_3 + 3$

The Moise, The Quietto e The John

Indução Matemática

$$1^{\circ}) 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n^2 + n$$

$$2^{\circ}) \sum_{p=1}^n \frac{1}{p(p+1)} = \frac{n}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$3^{\circ}) 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$4^{\circ}) \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2}i\right) = \frac{n^2 + n}{4}$$

$$5^{\circ}) \sum_{j=1}^n \frac{1}{4j^2 - 1} = \frac{n}{2n+1}$$

The Moise, The Quietto e The John

$$6^{\circ}) \sum_{k=1}^n (a + 4k) = 2n^2 + n(a + 2)$$

$$7^{\circ}) \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{3^k} - \frac{k-1}{3^{k-1}}\right) = n3^{-n}$$

$$8^{\circ}) \sum_{k=1}^n (5^{k-1} - 5^k) = 1 - 5^n$$

$$9^{\circ}) 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$$

$$10^{\circ}) \sum_{k=1}^n (k+2)^2 = \frac{n(n+1)(2n+13)}{6} + 4n$$

$$11^{\circ}) 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

The Moise, The Quietto e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$12^{\circ}) \sum_{k=1}^{2n} (1 + k^2) + \sum_{k=2}^{2n} (k - k^2) = 2n^2 + 3n$$

$$13^{\circ}) \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$14^{\circ}) 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$15^{\circ}) 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n}{2}(n+1) \right]^2$$

$$16^{\circ}) 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$17^{\circ}) 1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2$$

$$18^{\circ}) \frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$$

The Moise, The Quietos e The John

$$19^{\circ}) \frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

$$20^{\circ}) 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{4}$$

$$21^{\circ}) 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 2^2 + \dots + (n+1)n^2 = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{12}$$

$$22^{\circ}) \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \dots + \frac{2^n}{1+x^{2^n}} = \frac{1}{x-1} + \frac{2^{n+1}}{1-x^{2^{n+1}}}$$

$$23^{\circ}) 1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}; \text{ onde } x \neq 1$$

$$24^{\circ}) \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{6} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} \right]$$

Probabilidade

- 1º) Quantos números de dois algarismos (elementos) distintos podem ser formados usando – se os algarismos 2,3,4 e 5.
- 2º) Quatro carro G, P, M e E disputam uma corrida. Supondo que todos terminem a prova , quantas são as possibilidades de chegada para os três lugares?
- 3º) Quantos n^ºs de três algarismos distintos formamos com os algarismos 1,2,3,4,5, e 7.
- 4º) Um anagrama é um código formado pela transposição (troca) de todas as letras de uma palavra podendo ou não ter significado na língua de origem. Considere a palavra **livro**.
- a) Quantos anagramas são formadas com as letras dessa palavra?
 - b) Quantas delas começam por **l** e terminam por **o**?
 - c) Quantas contém as letras **ro** juntos e nessa ordem?
- 5º) Quantos n^ºs pares de 4 algarismos obtemos com os algarismos 0,1,2,3,4,5 e 6, sem repeti – los?
- 6º) Quantos n^ºs de 5 algarismos distintos podem ser formados usando – se os algarismos 1,3,5,7 e 8?
- 7º) Quantos anagramas tem a palavra "Mito" ?

The Moise, The Quiet e The John

- 8º) Quantas anagramas tem a palavra Natálha ?
- 9º) Quantos números de 3 algarismos, sem repetição, podemos formar com os os algarism 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 e 9 incluindo sempre o algarismos 4?
- 10º) Quantos números de 4 algarismos distintos podem ser formados usando – se os algarismos 3; 4; 5; 7; 8 e 9?
- 11º) Quantas anagramas tem a palavra Aritmética ?
- 12º) Com os algarismos 1,2,3 e 4 sem repeti – los, escreve – se x números maiores que 2400. Qual é o valor de x ?
- 13º) Cinco homens e uma mulher estão em uma sala de espera, onde há apenas um banco de cinco lugares. De quantas maneiras diferentes os homens podem se sentar, nunca deixando em pé a mulher?
- 14º) Quantos números de 5 algarismos distintos formados com os algarismos 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 e 9?
- 15º) Uma urna contém 8 bolas, 5 azuis e 3 cinzas. De quantas maneiras é possível

retirar uma a uma as 8 bolas dessa urna?

16º) *Quantas comissões de 3 participantes podem ser formadas com 5 pessoas?*

17º) *Uma classe tem 10 alunos e 5 alunas. Formam – se comissões de 4 alunos e 2 alunas. Determina o nº de comissões em que participa o aluno x e não participa a aluna y .*

18º) *Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 à 10, retira – se uma bola ao acaso e observa – se o nº indicado. Determina:*

- a) O espaço amostral (u);*
- b) O evento A : nº de bolas é ímpar;*
- c) O evento B : nº de bola é maior que 6.*

19º) *Um sexto tem 6 bolas de voley, sendo 3 brancas e 3 vermelhas. Desse sexto são retiradas sucessivamente 3 bolas. Determina o nº de elementos dos seguintes eventos:*

- a) As três bolas tem a mesma cor;*
- b) As três bolas são vermelhas;*
- c) Duas das bolas são brancas;*
- d) O nº de bolas brancas é igual ao nº de bolas vermelhas.*

The Moise, The Quiet e The John

20º) *No lançamento de um dado, qual é a probabilidade de cair 3?*

21º) *No lançamento de uma moeda, qual é a probabilidade de sair cara?*

22º) *Ao retirar uma carta de um barahlo de 52 cartas, qual é a probabilidade de ser um rei de copas?*

23º) *No lançamento de dois dados, um branco e um vermehlo, qual é a probabilidade de a soma dos dois dados ser maior que 7?*

24º) *No lançamento de um dado, determinar a probabilidade de se obter:*

- a) O número 2;*
- b) Um nº par;*
- c) Um múltiplo de 3.*

25º) *De um barahlo de 52 cartas tiram – se sucessivamente se reposição, duas cartas. Determinar a probabilidade dos eventos:*

- a) Duas cartas são damas;*
- b) Duas são de Ouro.*

26º) *Considere um conjunto de 10 frutas, em que 3 estão estragadas. Escolhendo aliatoriamente duas frutas desse conjunto, determine a probabilidade de:*

- a) Ambas não estarem estragadas;*

b) Pelo menos uma estar estragada.

27º) Numa pesquisa sobre a preferência em relação a dois jornais foram

28º) consultadas 470 pessoas e o resultado foi o seguinte; 250 delas lêem o jornal A, 180 lêem o jornal B e 60 lêem os jornais A e B. Escolhendo um dos entrevistados ao acaso, qual é a probabilidade de que ele esteja:

a) Leitor dos jornais A e B;

b) Leitor do jornais A ou do jornal B.

29º) Retirando – se uma carta de um barahlo de 52 cartas, qual é a probabilidade de ocorrer um Rei ou um valete?

*30º) O **The Quieto** , tem 5 camisas (branca, amarela, verde, azul e vermelha) e 3 calças (preta, cinza, e castanha). De quantas maneiras diferentes ele podera se vestir, usando uma calça e uma camisa?*

31º) Oito cavalos disputam uma corrida. Quantos são as possibilidades de chegada para os 3 primeiros cavalos?

The Moise, The Quieto e The John

Funções

1º) Construir os gráficos das funções lineares fraccionárias (hipérboles):

a) $y = \frac{1}{x}$

b) $y = \frac{1}{1-x}$

c) $y = \frac{2x-3}{3x+2}$

d) $y = \frac{x-2}{x+2}$

e) $y = y_0 + \frac{m}{x-x_0}$; se $x_0 = 1, y_0 = -1$ e $m = 6$

The Moise, The Quiet e The John

2º) Construir os gráficos das funções racionais fraccionárias:

a) $y = x + \frac{1}{x}$

b) $y = \frac{1}{x^2}$

c) $y = \frac{x^2}{x+1}$

d) $y = x + \frac{1}{x^2}$

e) $y = x^2 + \frac{1}{x}$ (Tridente de Newton)

f) $y = \frac{2x}{x^2+1}$ (Serpente de Newton)

g) $y = \frac{10}{x^2+1}$ (Curva de Agnesi)

3º) Construir os gráficos das funções irracionais:

a) $y = \sqrt{x}$; b) $y = \sqrt[3]{x}$; c) $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

d) $y = \pm x\sqrt{25-x^2}$; e) $y = \pm \frac{3}{5}\sqrt{25-x^2}$ (Elipse)

f) $y = \sqrt[3]{x^2}$ (Parábola de Neil) ;

g) $y = \pm x\sqrt{x}$ (Parábola Semicúbica)

h) $y = \pm \sqrt{x^2-1}$ (Hipérbole);

i) $y = \pm x\sqrt{\frac{x}{4-x}}$ (Cissóide de Diocles).

4º) Construir os gráficos de funções trigonométricas:

a) $y = \sin x$

b) $y = \cos x$

c) $y = \operatorname{tag} x$

d) $y = \operatorname{cotag} x$

e) $y = \sec x$

f) $y = \operatorname{cossec} x$

g) $y = \cos \frac{\pi}{x}$

h) $y = \pm \sqrt{\sin x}$

i) $y = \operatorname{tag}^2 x$

j) $y = A \sin x$; se $A = 1, 10, \frac{1}{2}, -2$

k) $y = \sin nx$; se $n = 1, 2, 3, \frac{1}{2}$

l) $y = \sin x - \frac{1}{3} \sin 3x$

The Moise, The Quiet e The John

5º) Construir os gráficos das funções exponenciais e logarítmos:

a) $y = a^x$; se $a = 2, \frac{1}{2}, e$ onde: $e = 2,718 \dots$

b) $y = \log_a x$; se $a = 10, 2, \frac{1}{2}, e$

c) $y = \sinh x$; onde $\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

d) $y = 10^{\frac{1}{x}}$

e) $y = \operatorname{tagh} x$; onde $\operatorname{tagh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$

f) $y = \cosh x$; onde $\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

g) $y = e^{-x^2}$ (Curva das probabilidades)

h) $y = 2^{-\frac{1}{x^2}}$

i) $y = \log^2 x$

j) $y = \frac{1}{\log x}$

k) $y = \log(-x)$

l) $y = \log(\cos x)$

m) $y = 2^{-x} \sin x$

n) $y = \log_2(1 + x)$

m) $y = \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x$

n) $y = 1 - 2 \cos x$

o) $y = x + \sin x$

p) $y = x \sin x$

q) $y = \cos^2 x$

r) $y = \sin x + \cos x$

s) $y = a \sin x + b \cos x$; se $a = 6$ e $b = -8$

t) $y = 5 \sin(2x - 3)$

u) $y = \sin(x - \theta)$; se

$\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \pi, \dots - \frac{\pi}{4}$

$$o) y = \log\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$p) y = \log(\log x)$$

$$q) y = \log x^2$$

6º) Construir os gráficos das funções trigonométricas inversas:

$$a) y = \arcsin x$$

$$b) y = \arccos x$$

$$c) y = \operatorname{arctg} x$$

$$d) y = \operatorname{arccotg} x$$

$$e) y = \arcsin \frac{1}{x}$$

$$f) y = x + \arcsin \frac{1}{x}$$

$$g) y = \arccos \frac{1}{x}$$

7º) Construir os gráficos das funções (n é natural):

$$a) y = \lim_{n \rightarrow \infty} (\cos^{2n} x)$$

$$b) y = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + \alpha^2}$$

$$c) y = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + x^n} ; (x \geq 0)$$

$$d) y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{1 + x^n} ; (x \geq 0)$$

$$e) y = \lim_{n \rightarrow \infty} [\operatorname{arctg}(nx)]$$

The Moise, The Quiet e The John

❖ Continuidade das funções

Verificar se as funções seguintes são contínuas

$$8^\circ) y = \frac{x^2}{x-2}$$

$$9^\circ) y = \frac{\sqrt{7+x}-3}{x^2-4}$$

$$10^\circ) y = \sin \frac{\pi}{x}$$

$$11^\circ) y = x \sin \frac{\pi}{x}$$

$$12^\circ) y = \frac{x}{\sin x}$$

$$13^\circ) y = \ln \left| \operatorname{tag} \frac{x}{2} \right|$$

$$14^\circ) y = (1+x) \operatorname{arctg} \frac{1}{1-x^2}$$

$$15^\circ) y = e^{-\frac{1}{x^2}}$$

$$16^\circ) y = \frac{1+x^3}{1+x}$$

$$17^\circ) y = \frac{x}{|x|}$$

$$18^\circ) y = \ln(\cos x)$$

$$19^\circ) y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

$$20^\circ) y = e^{\frac{1}{x+1}}$$

$$21^\circ) y = \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x-1}}}$$

Determinar o capo de existencia das funções:

$$22^{\circ}) y = \sqrt{x+1}$$

$$23^{\circ}) y = \sqrt[3]{x+1}$$

$$24^{\circ}) y = \sqrt{x^2-2}$$

$$25^{\circ}) y = x\sqrt{x^2-2}$$

$$26^{\circ}) y = \sqrt{-x} + \frac{1}{\sqrt{2+x}}$$

$$27^{\circ}) y = \log \frac{2+x}{2-x}$$

$$28^{\circ}) y = \arccos \frac{2x}{1+x}$$

$$29^{\circ}) y = \sqrt{\sin 2x}$$

$$30^{\circ}) y = \frac{1}{4-x^2}$$

$$31^{\circ}) y = \sqrt{2+x-x^2}$$

$$32^{\circ}) y = \sqrt{x-x^3}$$

$$33^{\circ}) y = \log \frac{x^3-3x+2}{x+1}$$

$$34^{\circ}) y = \arcsin \left(\log \frac{x}{10} \right)$$

❖ Estudo completo das funções

$$35^{\circ}) y = x^3 - 3x$$

$$36^{\circ}) y = (x-1)^2(x+2)$$

$$37^{\circ}) y = \frac{(x^2-5)^3}{125}$$

$$38^{\circ}) y = \frac{x^4-3}{x}$$

$$39^{\circ}) y = x^2 + \frac{2}{x}$$

$$40^{\circ}) y = \frac{8}{x^2+4}$$

The Moise, The Quiet e The John

$$41^{\circ}) y = \frac{4x-12}{(x-2)^2}$$

$$42^{\circ}) y = \frac{16}{x^2(x-4)}$$

$$43^{\circ}) y = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}$$

$$44^{\circ}) y = x\sqrt{x+3}$$

$$45^{\circ}) y = \sqrt[2]{1-x^2}$$

$$46^{\circ}) y = 2x+2-3\sqrt[3]{(x+1)^2}$$

$$47^{\circ}) y = \frac{4}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$48^{\circ}) y = \sqrt[3]{(x+4)^2} - \sqrt[3]{(x-4)^2}$$

$$49^{\circ}) y = \sqrt[3]{(x-2)^2} + \sqrt[3]{(x-4)^2}$$

$$50^{\circ}) y = \frac{6x^2-x^4}{9}$$

$$51^{\circ}) y = \frac{(x-2)^2(x+4)}{4}$$

$$52^{\circ}) y = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$$

$$53^{\circ}) y = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$$

$$54^{\circ}) y = \frac{1}{x^2+3}$$

$$55^{\circ}) y = \frac{4x}{4+x^2}$$

$$56^{\circ}) y = xe^{-x}$$

$$57^{\circ}) y = e^{8x-x^2-14}$$

$$58^{\circ}) y = 2|x| - x^2$$

$$59^{\circ}) y = \frac{x^2}{2} \ln \frac{x}{a}$$

$$60^{\circ}) y = (x+1) \ln^2(x+1)$$

$$61^{\circ}) y = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$$

$$62^{\circ}) y = \ln \left(e + \frac{1}{x} \right)$$

$$63^{\circ}) y = \ln(x^2-1) + \frac{1}{(x^2-1)}$$

$$64^{\circ}) y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$65^{\circ}) y = (2+x^2)e^{-x^2}$$

$$66^{\circ}) y = \sin x + \frac{\sin 2x}{2}$$

$$67^{\circ}) y = \sin^3 x + \cos^3 x$$

$$68^{\circ}) y = \left(a + \frac{x^2}{a}\right) e^{\frac{x}{a}}$$

$$69^{\circ}) y = \frac{8}{x\sqrt{x^2-4}}$$

$$70^{\circ}) y = \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}$$

$$71^{\circ}) y = \frac{\sin x}{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$72^{\circ}) y = x + \sin x$$

$$73^{\circ}) y = \sqrt{x^2 - 3x}$$

$$74^{\circ}) y = \sqrt{x+8} - \sqrt{x-8}$$

$$75^{\circ}) y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$76^{\circ}) y = \frac{3x^4+1}{x}$$

$$77^{\circ}) y = -\frac{x}{x^2-4}$$

$$78^{\circ}) y = x + 2\arcsin \cotg x$$

$$79^{\circ}) y = \ln \tag{\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}}$$

$$80^{\circ}) y = \cos x - \ln \cos x$$

$$81^{\circ}) y = \frac{x}{2} + \arcsin \cotg x$$

$$82^{\circ}) y = \arcsin(1 - \sqrt[3]{x^2})$$

$$83^{\circ}) y = \frac{1}{\sin x + \cos x}$$

$$84^{\circ}) y = \cos x - \cos^2 x$$

$$85^{\circ}) y = \arcsin \ln(x^2 + 1)$$

$$86^{\circ}) y = x^{\frac{1}{x}}$$

$$87^{\circ}) y = x^x$$

$$88^{\circ}) \ln(1 - e^{-x})$$

$$89^{\circ}) \sin x + \cos x$$

$$90^{\circ}) 2x - \tag x$$

$$91^{\circ}) \sin x \cdot \sin 2x$$

$$92^{\circ}) y = e^{\arcsin \sqrt{x}}$$

$$93^{\circ}) y = \arcsin \cosh\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$94^{\circ}) y = \cos x \cdot \cos 2x$$

Achar a inversa para a função y , se:

$$95^{\circ}) y = 2x + 3$$

$$96^{\circ}) y = 2 + x - x^2$$

$$97^{\circ}) y = 1 - x + x^2$$

$$98^{\circ}) y = x^3 - 3x$$

$$99^{\circ}) y = \log \frac{2x}{1+x}$$

The Moise, The Quieto e The John

Limites

$$1^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$$

$$2^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{n^3}$$

$$3^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1+3+5+7+\dots+(2n-1)}{n+1} - \frac{2n+1}{2} \right]$$

$$4^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$$

$$5^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} \right)$$

$$6^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-1}} \right)$$

$$7^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}$$

$$8^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

The Moise, The Quietos e The John

$$9^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin n!}{n^2 + 1}$$

$$10^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)(3x+5)(4x-6)}{3x^2 + x - 1}$$

$$11^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt[3]{x^3 + 10}}$$

$$12^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1}$$

$$13^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + (-1)^n}{n - (-1)^n}$$

The Moise, The Quietos e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$14^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{3x + 7}$$

$$15^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + 3)^3(3x - 2)^2}{x^5 + 5}$$

$$16^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{x + \sqrt{x}}$$

$$17^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1}}{x + 1}$$

$$18^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1000x}{x^2 - 1}$$

$$19^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 3}{x^3 - 8x + 5}$$

The Moise, The Quietos e The John

$$20^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 4}{\sqrt{x^4 + 1}}$$

$$21^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{10 + x\sqrt{x}}$$

$$22^{\circ}) a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} ; b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}$$

$$23^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$$

$$24^{\circ}) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a + 1)x + a}{-a^3 + x^3}$$

$$25^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1 - x} - \frac{3}{1 - x^3} \right)$$

$$26^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - 1}{\sqrt[3]{1 + x} + 1}$$

$$27^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

$$28^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$$

$$29^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{\sqrt[3]{x} - 4}$$

$$30^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

$$31^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(x - 1)^2}$$

$$32^{\circ}) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$$

$$33^{\circ}) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$$

The Moise, The Quietos e The John

$$34^{\circ}) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$$

$$35^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$$

$$36^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + h)^3 - x^3}{h}$$

$$37^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 10}{x^2 - 25}$$

$$38^{\circ}) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+h} - \sqrt[3]{x}}{h} ; (x \neq 0)$$

$$39^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

The Moise, The Quietos e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$40^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$$

$$41^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49}$$

$$42^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 6} - \sqrt{x^2 + 2x - 6}}{x^2 - 4x + 3}$$

$$43^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$$

$$44^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \pi} x \sin \frac{1}{x}$$

$$45^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + a} - \sqrt{x})$$

$$46^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x)$$

$$47^a) \lim_{x \rightarrow +\infty} x (\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

The Moise, The Quietos e The John

$$48^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt[3]{1 - x^3})$$

$$49^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x(x + a)} - x]$$

$$50^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{1 - \sqrt{5 + x}}$$

$$51^{\circ}) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + h} - \sqrt{x}}{h}; (x > 0)$$

$$52^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$$

$$53^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{1}{x}}{\pi - x}$$

The Moise, The Quietos e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$54^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2}$$

$$55^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$$

$$56^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$$

$$57^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{1 - \sqrt{x}}$$

$$58^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x}$$

$$59^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$$

$$60^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \sin 3x}$$

The Moise, The Quietos e The John

$$61^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan 2x}{\sin 3x}$$

$$62^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\pi - 3x}$$

$$63^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \cotg 2x \cotg \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$$

$$64^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \tan \frac{\pi x}{2}$$

$$65^{\circ}) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x + h) - \sin x}{h}$$

$$66^{\circ}) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos x - \cos a}{x - a}$$

$$67^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$68^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{3\pi x}$$

$$69^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$$

$$70^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$$

$$71^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan x}$$

$$72^{\circ}) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\tan \pi x}{x + 2}$$

$$73^{\circ}) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$$

The Moise, The Quietos e The John

$$74^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 3x + 2} \right)^{\frac{\sin x}{x}}$$

$$75^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$76^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n$$

$$77^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{\pi}{n}$$

$$78^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$$

$$79^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 1}{2x + 1}$$

$$80^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

$$81^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^x$$

$$82^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{\sin x}{x}$$

$$83^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x}\right)^{1+x}$$

$$84^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$$

$$85^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{3-x}\right)^x$$

$$86^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^2}\right)^{\frac{2x}{x+1}}$$

$$87^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2}$$

The Moise, The Quietos e The John

$$88^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(2x+1) - \ln(x+2)]$$

$$89^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+10x)}{x}$$

$$90^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$$

$$91^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +\infty} x[\ln(x+1) - \ln x]$$

$$92^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt[n]{a} - 1) ; (a > 0)$$

$$93^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x} ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin ax - \sin bx}$$

$$94^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$$

$$95^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$$

$$96^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$$

$$97^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{x^2-1}\right)^{x+1}$$

$$98^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)$$

$$99^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}\right)$$

$$100^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + p^2} - p}{\sqrt{x^2 + q^2} - q}$$

The Moise, The Quiet e The John

$$101^{\circ}) a) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[m]{x} - \sqrt[m]{a}}{x - a}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1} \text{ onde } n \in \mathbb{Z}_+$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[n]{x} - 1}{\sqrt[m]{x} - 1}; \quad d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^m - 1}$$

$$102^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} n^{n^2} (1 + n^2)^{-\frac{n^2}{2}}$$

$$103^{\circ}) \lim_{v \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos v}{\sin \left(v - \frac{\pi}{3}\right)}$$

$$104^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \sin \frac{1}{n} [\log(n^2 + 1) - \log(n^2 + 3)]$$

$$105^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \{n[\log(n+1) - \log n]\}$$

$$106^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \log \left(1 + \frac{1}{n} \right)$$

$$107^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^{3 \sec x}$$

$$108^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + ax)}{x}$$

$$109^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n^{n+1} - \log(n+1)^n}{\log(n+1)}$$

$$110^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x}$$

$$111^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 + 2)^{\frac{n^3}{3}} \cdot n^{-n^3}$$

The Moise, The Quietos e The John

$$112^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+1} \sqrt[3]{1-27n^3}$$

$$113^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[2n]{(n+1)e^{\log n}}$$

$$114^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sqrt[n]{\binom{n}{n-1} \frac{n!}{3}}$$

$$115^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2+n+4n^2} - 2n \right)$$

$$116^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n} \sqrt[n]{\binom{n}{1} n!}$$

$$117^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} (n+1)^{\frac{1}{\log n}}$$

$$118^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x^n + \frac{1}{x^n}}$$

$$119^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + 2^n}$$

$$120^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\log n!}$$

$$121^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{\log n}{ne^{-\log n}}}$$

$$122^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{an+b} - \sqrt{an+d}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n+2}}$$

$$123^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+3^n}{1+2^n} \right)^{\frac{2-\sqrt{n}}{1+\sin^2 n}}$$

$$124^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} [(n+1)^{-n} \cdot n^{(n+1)}]$$

The Moise, The Quietto e The John

$$125^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{n(n+1)(n+2) \cdots 2n}$$

$$126^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[5]{1 - \frac{3}{n+1}} - 1 \right) \left[\log \left(1 + \frac{2}{n+1} \right) \right]$$

$$127^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n+2}{n+1} \cdot \sin \left(\frac{1}{n} \right) \cdot \log \frac{n+1}{n}}$$

$$128^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n - 2 \log n}$$

$$129^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{\frac{n+3}{n+1}} - 1}{\log \frac{n+2}{n}}$$

$$130^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2}{2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + (n+1)(n+2)}$$

The Moise, The Quietto e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$131^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sqrt[4]{1 + \frac{4a^2}{n^2 + 1}} - 1 \right)$$

$$132^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} ne^{-3n}$$

$$133^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 + 3n + 1) \left[\left(\sqrt{1 + \frac{1}{n^3 + 1}} \right) - 1 \right]$$

$$134^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 2\sqrt{n+1}}{4n - \log^2 n}$$

$$135^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt[4]{\frac{n+2}{n+1}} - 1}$$

$$136^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 + 1) \left(3^{\frac{1}{n}} - 1 \right)$$

The Moise, The Quietto e The John

$$137^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{2} - 1}{\left(1 + \frac{3n}{n^2 + 1} \right)^5 - 1}$$

$$138^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3^{\frac{1}{n}} + 5^{\frac{1}{n}}}{2} \right)^n$$

$$139^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{tag} \frac{1}{n}}{\sqrt[n]{e} - 1}$$

$$140^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{e} - 1 - \frac{1}{n}}{\sqrt{\frac{n+2}{n+1}} - 1}$$

The Moise, The Quietto e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$141^{\circ}) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left[\log \left(1 + \frac{2}{3n+1} \right) - \frac{3}{n} \right]$$

$$142^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6}$$

$$143^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$$

$$144^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh x - 1}{1 - \cos x}$$

$$145^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x - 2 \operatorname{tag} x}{1 + \cos 4x}$$

$$146^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^5}$$

The Moise, The Quietos e The John

$$147^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{x}}{\cotg \frac{\pi x}{2}}$$

$$148^{\circ}) \lim (1 - \cos x) \cotg x$$

$$149^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} (1 + x) \operatorname{tag} \frac{\pi x}{2}$$

$$150^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\cotg x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$$

$$151^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^n \sin \frac{a}{x} ; n > 0 \text{ e } a \neq 0$$

$$152^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^n e^{-x}) ; n > 0$$

$$153^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +0} x^x$$

$$154^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}}$$

$$155^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \ln x \ln(x - 1)$$

$$156^{\circ}) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - x}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}$$

$$157^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{3}{4 + \ln x}}$$

$$158^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$$

$$159^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tag} x - \sin x}{x - \sin x}$$

$$160^{\circ}) a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tag} x}{\operatorname{tag} 5x} ; \quad b) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{4 \cos x}{\pi - 2x}$$

$$161^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$$

$$162^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}$$

The Moise, The Quietto e The John

$$163^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$$

$$164^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +0} (\cotg x)^{\sin x}$$

$$165^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tag} x}$$

$$166^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln(\sin mx)}{\ln \sin x} ; (m > 0)$$

$$167^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{arc} \sin x \cdot \cotg x$$

$$168^{\circ}) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{a}{x} ; (a \neq 0)$$

$$169^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\operatorname{tag} \frac{\pi x}{4} \right)^{\operatorname{tag} \frac{\pi x}{2}}$$

$$170^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

$$171^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{x}}$$

$$172^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$$

The Moise, The Quiet e The John

$$173^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right)$$

$$174^{\circ}) \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{1}{2(1 - \sqrt{x})} - \frac{1}{3(1 - \sqrt[3]{x})} \right]$$

175^o) *Demonstrar os limites:*

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = 0 \quad ; \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = 1$$

OBS: Não podem ser encontradas pela regra de L'hôpital – Bernoulli. Encontre – os diretamente.

❖ **Achar os seguintes limites laterais:**

$$176^{\circ}) a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad ; \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$177^{\circ}) a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{tag} h x \quad ; \quad a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{tag} h x \quad \text{onde } \operatorname{tag} h x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$178^{\circ}) a) \lim_{x \rightarrow -0} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}} \quad ; \quad b) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$$

$$179^{\circ}) a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x} \quad ; \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x}$$

180º) a) $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{|\sin x|}{x}$; b) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{|\sin x|}{x}$

181º) a) $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x+1}{|x-1|}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x+1}{|x-1|}$

182º) a) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{x}{x-2}$; b) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x}{x-2}$

183º) Analisar se as funções seguintes são contínuas:

a) $f(x) = \frac{x}{|x|}$; b) $\begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} & \text{se } x \neq 2 \\ -1 & \text{se } x = 2 \end{cases}$

184º) Determinar o valor de A, para que a função dada seja contínua.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} & \text{se } x \neq 1 \\ A & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

The Moise, The Quiet e The John

185º) Determine o parâmetro P para que as função sejam contínuas.

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} & \text{se } x \neq 0 \\ P & \text{se } x = 0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} \frac{\log(1+10x)}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ P & \text{se } x = 0 \end{cases}$

186º) Estude a continuidade das funções reais, de variável no ponto $x = 0$, definidas por:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(x-1)^2} & \text{se } x \neq 1 \\ \frac{1}{9} & \text{se } x = 1 \end{cases}$

187º) Calcule os limites:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3^x - x^3}{x - 3}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^{x+1} + b^{x+1}}{a + b} \right)^{\frac{1}{x}}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{\sqrt[n]{16}} - 4^{\sqrt[n]{8}} + 1}{(\sqrt[n]{2} - 1)^2}$

188º) Usando a fórmula de Taylor resolver:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log^2(1 + x) - \sin^2 x}{1 - e^x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\operatorname{tag} x - \sin x) - x^3}{x^5}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[x - x^2 \log \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right]$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\cotg x}{x} \right)$; f) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \cotg^2 x \right)$

The Moise, The Quietos e The John

189º) Verificar se as funções seguintes são contínuas.

a) $y = \frac{x^2}{x - 2}$

h) $y = \ln \left| \operatorname{tag} \frac{x}{2} \right|$

b) $y = \frac{1 + x^3}{1 + x}$

j) $y = e^{\frac{1}{x+1}}$

c) $y = \frac{\sqrt{7+x} - 3}{x^2 - 4}$

k) $y = e^{-\frac{1}{x^2}}$

d) $y = \sin \frac{\pi}{x}$

l) $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{se } x \neq 2 \\ -2 & \text{se } x = 2 \end{cases}$

e) $y = x \sin \frac{\pi}{x}$

m) $y = \begin{cases} \frac{x^3 + 1}{x + 1} & \text{se } x \neq -1 \\ 3 & \text{se } x = -1 \end{cases}$

f) $y = \frac{x}{\sin x}$

o) $y = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$

g) $y = \ln \cos x$

The Moise, The Quietos e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

190º) Dada as funções indeterminadas, quando $x = 0$ determinar $f(0)$ de forma que $f(x)$ seja contínua.

a) $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x}$

d) $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$

b) $f(x) = \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{x}$

e) $f(x) = x \cotg x$

c) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$

The Moise, The Quietto e The John

Derivadas

❖ Funções algébrica

$$1^{\circ}) y = x^5 - 4x^3 + 2x^2 - 3$$

$$2^{\circ}) y = ax^2 + bx + c$$

$$3^{\circ}) y = at^m + bt^{m+n}$$

$$4^{\circ}) y = \frac{\pi}{x} + \ln 2$$

$$5^{\circ}) y = x^2 \sqrt[3]{x^2}$$

$$6^{\circ}) \frac{a+bx}{c+dx}$$

$$7^{\circ}) \frac{2}{2x+1} - \frac{1}{x}$$

$$8^{\circ}) y = \frac{1}{4} - \frac{1}{3}x + x^2 - 0,5x^4$$

$$9^{\circ})$$

$$10^{\circ}) y = -\frac{5x^3}{a}$$

$$11^{\circ}) y = \frac{ax^6+b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$12^{\circ}) y = 3x^{\frac{2}{3}} - 2x^{\frac{3}{2}} + x^{-3}$$

$$13^{\circ}) y = \frac{a}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{b}{x^3 \sqrt{x}}$$

$$14^{\circ}) y = \frac{2x+3}{x^2-5x+5}$$

$$15^{\circ}) y = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$$

The Moise, The Quieto e The John

❖ Funções trigonométricas

$$16^{\circ}) y = 5 \sin x + 3 \cos x$$

$$17^{\circ}) y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$18^{\circ}) y = \arctan x + \operatorname{arccotg} x$$

$$19^{\circ}) y = x \cdot \arcsin x$$

$$20^{\circ}) y = \tan x - \cotg x$$

$$21^{\circ}) y = 2t \sin t - (t^2 - 2) \cos t$$

$$22^{\circ}) y = x \cdot \cotg x$$

$$23^{\circ}) y = \frac{(1+x^2) \arctan x - x}{2}$$

❖ Funções exponenciais e logarítmicas

$$24^{\circ}) y = x^7 e^x$$

$$25^{\circ}) y = \frac{e^{-x}}{x^2}$$

$$26^{\circ}) y = e^x \arcsin x$$

$$27^{\circ}) y = e^x \cos x$$

$$28^{\circ}) y = (x+1)e^x$$

$$29^{\circ}) y = \frac{x^5}{e^x}$$

$$30^{\circ}) y = (x^2 - 2x + 2)e^x$$

$$31^{\circ}) y = \frac{x^2}{\ln x}$$

$$32^{\circ}) y = \frac{1}{x} + \ln x - \frac{\ln x}{x}$$

❖ Funções hiperbólicas

$$\begin{aligned} 33^\circ) \quad y &= x \cdot \sinh x \\ 34^\circ) \quad y &= \operatorname{tagh} x - x \\ 35^\circ) \quad y &= \operatorname{arc} \operatorname{tag} x - \operatorname{Ar} \tanh x \\ 36^\circ) \quad y &= \frac{\operatorname{Ar} \tanh x}{x} \\ 37^\circ) \quad y &= \frac{x^2}{\cosh x} \\ 38^\circ) \quad y &= \frac{3 \operatorname{cotgh} x}{\ln x} \\ 39^\circ) \quad y &= \operatorname{arc} \sin x \cdot \operatorname{Ar} \sinh x \\ 40^\circ) \quad y &= \frac{\operatorname{Ar} \operatorname{cotgh} x}{1-x^2} \end{aligned}$$

❖ Funções compostas

$$\begin{aligned} 41^\circ) \quad y &= (1 + 3x + 5x^2)^{30} \\ 42^\circ) \quad y &= \sqrt{xe^x + x} \\ 43^\circ) \quad y &= \left(\frac{ax+b}{c}\right)^3 \\ 44^\circ) \quad y &= \sqrt{1 + \operatorname{arc} \sin x} \\ 45^\circ) \quad y &= (3 + 2x^2)^4 \\ 46^\circ) \quad y &= \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} \\ 47^\circ) \quad f(y) &= (2a + 3by)^z \\ 48^\circ) \quad y &= \sqrt[3]{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos x} \\ 49^\circ) \quad y &= \frac{3}{56(2x-1)^7} - \frac{1}{24(2x-1)^6} - \frac{1}{40(2x-1)^5} \\ 50^\circ) \quad y &= \operatorname{cossec}^2 t + \sec^2 t \\ 51^\circ) \quad y &= \sqrt{1 - x^2} \end{aligned}$$

The Moise, The Quieto e The John

$$\begin{aligned} 52^\circ) \quad y &= \sqrt{\operatorname{arc} \operatorname{tag} x} - (\operatorname{arc} \sin x)^3 \\ 53^\circ) \quad y &= \sqrt[3]{a + bx^3} \\ 54^\circ) \quad y &= \frac{1}{\operatorname{arc} \operatorname{tag} x} \\ 55^\circ) \quad y &= (3 - 2 \sin x)^5 \\ 56^\circ) \quad y &= \sqrt[3]{2e^x - 2^x + 1} + \ln^5 x \\ 57^\circ) \quad y &= \left(a^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} \\ 58^\circ) \quad y &= \sin 3x + \cos \frac{x}{5} + \operatorname{tag} \sqrt{x} \\ 59^\circ) \quad y &= \sqrt{\operatorname{cotg} x} - \sqrt{\operatorname{cotg} \alpha} \\ 60^\circ) \quad y &= \sin(x^2 - 5x + 1) + \operatorname{tag} \frac{a}{x} \end{aligned}$$

$$61^\circ) y = \operatorname{tag} x - \frac{1}{3} \operatorname{tag}^3 x + \frac{1}{5} \operatorname{tag}^5 x$$

$$62^\circ) y = \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x}$$

$$63^\circ) y = 2x + 5 \cos^3 x$$

$$64^\circ) y = \sqrt{\frac{3 \sin x - 2 \cos x}{5}}$$

$$65^\circ) f(x) = \cos(\alpha x + \beta)$$

$$66^\circ) f(x) = -\frac{1}{6(1-3 \cos x)^2}$$

$$67^\circ) f(t) = \sin t \sin(t + \theta)$$

$$68^\circ) f(x) = a \operatorname{cotg} \frac{x}{a}$$

$$69^\circ) y = -\frac{1}{20} \cos(5x^2) - \frac{1}{4} \cos x^2$$

$$70^\circ) y = \operatorname{arc} \operatorname{tag}(\ln x) + \ln(\operatorname{arc} \operatorname{tag} x)$$

$$71^\circ) y = \operatorname{arc} \sin 2x$$

$$72^\circ) y = \sqrt{\ln x + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$$

$$73^\circ) y = \operatorname{arc} \sin \frac{1}{x^2}$$

$$74^\circ) y = \ln(1 - x^2)$$

$$75^\circ) y = \operatorname{arc} \operatorname{tag} \frac{1}{x}$$

$$76^\circ) y = \ln(2x + 7)$$

The Moise, The Quietos e The John

$$77^\circ) y = 5e^{-x^2}$$

$$78^\circ) y = x^2 10^{2x}$$

$$79^\circ) f(t) = t \sin 2^t$$

$$80^\circ) y = \frac{1}{5x^2}$$

$$81^\circ) y = \operatorname{arc} \cos e^x$$

$$82^\circ) y = \operatorname{arc} \operatorname{cotg} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$$

$$83^\circ) y = \log \sin x$$

$$84^\circ) y = \ln^2 x - \ln(\ln x)$$

$$85^\circ) y = \ln(e^x + 5 \sin x - 4 \operatorname{arc} \sin x)$$

$$86^\circ) y = \operatorname{arc} \cos \sqrt{x}$$

❖ **Funções diversas**

$$87^\circ) \quad y = \sin^3(5x) \cos^2 \frac{x}{3}$$

$$88^\circ) \quad y = \frac{4}{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{x+1}{x-1}}$$

$$89^\circ) \quad y = -\frac{15}{4(x-3)^4} - \frac{10}{3(x-3)^3} - \frac{1}{2(x-3)^2}$$

$$90^\circ) \quad y = x^4(a - 2x^3)^2$$

$$91^\circ) \quad y = -\frac{11}{2(x-2)^2} - \frac{4}{x-2}$$

$$92^\circ) \quad y = \left(\frac{a+bx^n}{a-bx^n} \right)^m$$

$$93^\circ) \quad y = \frac{x}{8(1-x^2)^4}$$

$$94^\circ) \quad y = (a+x)\sqrt{a-x}$$

$$95^\circ) \quad y = \frac{\sqrt{2x^2-2x+1}}{x}$$

$$96^\circ) \quad y = \sqrt{(x+a)(x+b)(x+c)}$$

$$97^\circ) \quad y = \ln(\sqrt{1+e^x} - 1) - \ln(\sqrt{1+e^x} + 1)$$

$$98^\circ) \quad y = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}$$

The Moise, The Quiet e The John

$$99^\circ) \quad z = \sqrt[3]{y + \sqrt{y}}$$

$$100^\circ) \quad y = \frac{x^3}{3(\sqrt{1+x^2})^3}$$

$$101^\circ) \quad y = \frac{1}{\sqrt{2ax-y^2}}$$

$$102^\circ) \quad y = \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + \frac{18}{7} x^6 \sqrt{x} + \frac{9}{5} x^3 \sqrt[3]{x} + \frac{6}{13} x^2 \sqrt[6]{x}$$

$$103^\circ) \quad y = \frac{1}{8} \sqrt[3]{(1+x^3)^8} - \frac{1}{5} \sqrt[3]{(1+x^3)^5}$$

$$104^\circ) \quad y = \operatorname{tag}^2(5x)$$

$$105^\circ) \quad y = \frac{9}{5(x+2)^5} - \frac{3}{(x+2)^4} + \frac{2}{(x+2)^3} - \frac{1}{2(x+2)^2}$$

$$106^\circ) \quad f(t) = (2t+1)(3t+2)\sqrt[3]{3t+2}$$

$$107^\circ) \quad y = \frac{1}{\sqrt{b}} \operatorname{arc} \sin \left(x \sqrt{\frac{b}{a}} \right)$$

$$108^\circ) \quad y = \frac{1}{15} \cos^3 x \cdot (3 \cos^2 x - 5)$$

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$109^{\circ}) y = \frac{1}{2} \sin x^2$$

$$110^{\circ}) y = x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a}$$

$$111^{\circ}) y = 3 \sin x \cos^2 x + \sin^3 x$$

$$112^{\circ}) y = \left(x - \frac{1}{2}\right) \arcsin \sqrt{x} + \frac{1}{2} \sqrt{x - x^2}$$

$$113^{\circ}) y = -\frac{\cos x}{3 \sin^3 x} + \frac{4}{3} \cotg x$$

$$114^{\circ}) y = 3b^2 \arctag x \sqrt{\frac{x}{b-x}} - (3b + 2x)\sqrt{bx - x^2}$$

$$115^{\circ}) y = \sqrt{e^{ax}}$$

$$116^{\circ}) y = \arcsin x^2 + \arccos x^2$$

$$117^{\circ}) y = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$118^{\circ}) y = \sqrt{\cos x} a^{\sqrt{\cos x}}$$

$$119^{\circ}) y = \sqrt{a^2 - x^2} + a \cdot \arcsin \frac{x}{a}$$

$$120^{\circ}) y = \ln(ax^2 + bx + c)$$

$$121^{\circ}) y = \ln \frac{(x-1)^3(x-2)}{x-3}$$

$$122^{\circ}) y = \frac{2}{3} \arctag \frac{5 \tag{\frac{x}{2}} + 4}{3}$$

The Moise, The Quiet e The John

$$123^{\circ}) y = 5 \ln^3(ax + b)$$

$$124^{\circ}) y = \frac{1}{10} e^{-x} (3 \sin 3x - \cos 3x)$$

$$125^{\circ}) y = \frac{1}{2} \ln \tag{\frac{x}{2}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sin^2 x}$$

$$126^{\circ}) y = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \frac{\tag{x} + 2 - \sqrt{3}}{\tag{\frac{x}{2}} + 2 + \sqrt{3}}$$

$$127^{\circ}) y = \frac{(\alpha \sin \beta x - \beta \cos \beta x) e^{\alpha x}}{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$128^{\circ}) y = (2ma^{mx} + b)^p$$

$$129^{\circ}) y = \frac{\sqrt{2}}{3} \arctag \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{6} \ln \frac{x-1}{x+1}$$

$$130^{\circ}) y = -\sqrt{2} \arccotg \frac{\tag{x}}{\sqrt{2}} - x$$

$$131^{\circ}) y = 3 \frac{\sin ax}{\cos bx} + \frac{1}{3} \frac{\sin^3 ax}{\cos^3 bx}$$

$$132^{\circ}) y = \arctag(\ln x)$$

$$133^{\circ}) y = \frac{1}{3} \tag^3 x - \tag x + x$$

$$\begin{aligned}
 134^\circ) \quad y &= \sqrt{\alpha \sin^2 x + \beta \cos^2 x} \\
 135^\circ) \quad y &= \operatorname{arc\,tag} \left(\ln \frac{1}{x} \right) \\
 136^\circ) \quad y &= \frac{1}{2} (\operatorname{arc\,sin} x)^2 \operatorname{arc\,cos} x \\
 137^\circ) \quad y &= \operatorname{arc\,sin} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \\
 138^\circ) \quad y &= \ln \frac{1+\sqrt{\sin x}}{1-\sqrt{\sin x}} + 2 \operatorname{arc\,cotg} \sqrt{\sin x} \\
 139^\circ) \quad y &= \frac{3}{4} \ln \frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{1}{4} \ln \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \operatorname{arc\,tag} x \\
 140^\circ) \quad y &= \ln(\operatorname{arc\,sin} x) + \frac{1}{2} \ln^2 x - \operatorname{arc\,sin}(\ln x) \\
 141^\circ) \quad y &= \frac{1}{3} \ln \frac{x^2-2x+1}{x^2+x+1} \\
 142^\circ) \quad y &= \sqrt{x^2+1} - \ln \frac{1+\sqrt{x^2+1}}{x} \\
 143^\circ) \quad y &= \ln \frac{\sqrt{x^2+a^2}+x}{\sqrt{x^2+a^2}-x} \\
 144^\circ) \quad y &= \ln \ln(3-2x^3) \\
 145^\circ) \quad y &= \ln \frac{(x-2)^5}{(x+1)^3}
 \end{aligned}$$

The Moise, The Quieto e The John

$$\begin{aligned}
 146^\circ) \quad y &= \ln(a+x+\sqrt{2ax+x^2}) \\
 147^\circ) \quad y &= x+2\sqrt{x}+2\ln(1+\sqrt{x}) \\
 148^\circ) \quad y &= \ln(x+\sqrt{a^2+x^2}) \\
 149^\circ) \quad y &= 3^{\operatorname{cotg} \frac{1}{x}} \\
 150^\circ) \quad y &= x^n a^{-x^2} \\
 151^\circ) \quad y &= \frac{1}{3} \ln(1+x) - \frac{1}{6} \ln(x^2-x+1) + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arc\,tag} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} \\
 152^\circ) \quad y &= \frac{x \operatorname{arc\,sin} x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2} \\
 153^\circ) \quad y &= \sinh^3(2x) \\
 154^\circ) \quad y &= \operatorname{Ar\,tag}(\operatorname{tag} x) \\
 155^\circ) \quad y &= \left(\frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{4} \right) \operatorname{Ar\,sinh} x - \frac{1}{4} x \sqrt{1+x^2} \\
 156^\circ) \quad f(x) &= x \sin \frac{1}{x} ; x \neq 0 ; f(0) = 0 \\
 157^\circ) \quad \text{Achar } f_+'(0) \text{ e } f_-'(0) \text{ para as funções:}
 \end{aligned}$$

$$a) f(x) = \sqrt{\sin x^2}$$

$$b) f(x) = \operatorname{arc\,sin} \frac{a^2 - x^2}{a^2 + x^2}$$

$$c) f(x) = \frac{x}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$$

$$b) f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x} ; x \neq 0; f(0) = 0$$

$$158^\circ) f(x) = \ln(1+x) + \arcsin \frac{x}{2} \cdot \text{Achar } f'(1)$$

$$159^\circ) f(x) = \tan^3 \frac{\pi x}{6} \cdot \text{Achar } \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=2}$$

$$160^\circ) y = (1 + 3x - 5x^2)^{30}$$

Calcular as derivadas das funções seguintes:

$$161^\circ) y = x^4 + 3x^2 - 6$$

$$162^\circ) y = \sin(\log x)$$

$$163^\circ) y = \frac{x^5}{a+b} - \frac{x^2}{a-b}$$

$$164^\circ) f(\theta) = \frac{1}{3} \tan^3 \theta - \tan \theta + \theta$$

$$165^\circ) y = 6x^{\frac{7}{2}} + 4x^{\frac{5}{2}} + 2x$$

$$166^\circ) y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} - e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

$$167^\circ) y = \sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}$$

$$168^\circ) y = \left(\frac{x}{n} \right)^{nx}$$

The Moise, The Quiet e The John

$$169^\circ) y = e^{x^x}; y = x^{x^x} \text{ e } y = x^{x^{x^{x^{x^x}}}}$$

$$170^\circ) y = \frac{x}{m} + \frac{m}{x} + \frac{x^2}{n^2} + \frac{n^2}{x^2}$$

$$171^\circ) y = x^{\log x}$$

$$172^\circ) y = \frac{ax^2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{b}{x\sqrt{x}} - \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$$

$$173^\circ) y = \frac{x^p}{x^m - a^m}$$

$$174^\circ) y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$$

$$175^\circ) y = \log x + \sqrt{x^2 + a^2} - \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x}$$

$$176^\circ) y = \sqrt{a^2 + x^2} - a \log \frac{a + \sqrt{a^2 + x^2}}{x}$$

$$177^\circ) y = 7^{x^2 + 2x}$$

$$178^\circ) y = \log(ax + b)$$

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$179^\circ) y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$$

Calcular a derivada das funções depois de as logaritmizado.

$$180^\circ) y = \sqrt[3]{\frac{x(x^2+1)}{(x-1)^2}}$$

$$181^\circ) y = \frac{(x+1)^3 \sqrt[4]{(x-2)^3}}{\sqrt[5]{(x-3)^2}}$$

$$182^\circ) y = \frac{\sqrt[5]{(x-1)^2}}{\sqrt[4]{(x-2)^3} \cdot \sqrt[3]{(x-3)^7}}$$

$$183^\circ) y = x^5(a+3x)^3(a-2x)^2$$

$$184^\circ) y = \log\left(\frac{1+x\sqrt{2}+x^2}{1-x\sqrt{2}+x^2}\right) + 2\operatorname{arc\,tag}\left(\frac{x\sqrt{2}}{1-x^2}\right)$$

$$185^\circ) y = \operatorname{arc\,cos}\left(\frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}\right)$$

$$186^\circ) y = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{1}{4}} - \frac{1}{2}\operatorname{arc\,tag} x$$

$$187^\circ) y = \operatorname{arc\,tag}\frac{4\sin x}{3+5\cos x}$$

$$188^\circ) y = x^{\operatorname{arc\,sin} x}$$

$$189^\circ) y = \frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arc\,tag}\left(\frac{x\sqrt{3}}{1-x^2}\right)$$

$$190^\circ) u = \operatorname{arc\,tag}\left(\frac{u+a}{1-av}\right)$$

The Moise, The Quiet e The John

❖ **Derivadas da função implícitas:**

$$191^\circ) y^2 = 4px$$

$$192^\circ) b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

$$193^\circ) y^3 - 3y + 2ax = 0$$

$$194^\circ) x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$195^\circ) x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$196^\circ) y^2 - 2xy + b^2 = 0$$

$$197^\circ) x^3 + y^3 - 3axy = 0$$

$$198^\circ) y = \cos(x+y)$$

$$199^\circ) \cos(xy) = x$$

Achar $\frac{dy}{dx}$ para as funções dadas sob a forma paramétricas.

$$200^\circ) x = a \cos t ; y = b \sin t$$

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

201º) $x = a(t - \sin t)$; $y = b \sin^3 t$

202º) $x = \frac{3at}{1+t^2}$; $y = \frac{3at^2}{1+t^2}$

203º) $u = 2 \log(\cotg s)$; $v = \tag s + \cotg s$. *Mostra que $\frac{du}{dv} = \tag(2s)$*

Achar as tangentes dos ângulos da inclinação das tangentes às curvas.

204º) $x = \cos t$; $y = \sin t$ no ponto $x = -\frac{1}{2}$ e $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$. *Fazer o desenho.*

205º) $x = 2 \cos t$; $y = \sin t$ no ponto $x = 1$ e $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. *Fazer o desenho.*

The Moise, The Quietto e The John

❖ **Derivadas para cálculos físicos**

206º) Achar o crescimento da função $y = x^2$, correspondente à transposição do argumento:

- a) de $x = 1$ à $x_1 = 2$
- b) de $x = 1$ à $x_1 = 1,1$
- c) de $x = 1$ à $x_1 = 1 + h$

207º) Achar Δy para a função $y = \sqrt[3]{x}$, se:

- a) $x = 0$; $\Delta x = 0.001$
- b) $x = 8$; $\Delta x = -9$
- c) $x = a$; $\Delta x = h$

The Moise, The Quiet e The John

208º) Porque, para a função $y = 2x + 3$ pode – se determinar o acréscimo Δy , sabendo – se, apenas, que o acréscimo correspondente é $\Delta x = 5$, enquanto que para a função $y = x^2$ não se pode fazé – lo?

209º) Achar o acréscimo Δy e a razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ para as funções:

- a) $y = \frac{1}{(x^2-2)^2}$, quando $x = 1$ e $\Delta x = 0,4$
- b) $y = \sqrt{x}$, quando $x = 0$ e $\Delta x = 0,0001$
- c) $y = \log x$, quando $x = 100.000$ e $\Delta x = -90.000$

210º) Achar Δy e $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ correspondentes a variação do argumento de x até $x + \Delta x$ para as funções:

- a) $y = ax + b$
- b) $y = x^3$
- c) $y = \frac{1}{x^2}$
- d) $y = \sqrt{x}$
- e) $y = 2^x$
- f) $y = \ln x$

211º) Achar o coeficiente angular da secante á parábola $y = 2x - x^2$, se as abcissas dos pontos de interseção são iguais a:

- a) $x_1 = 1$; $x_2 = 2$
- b) $x_1 = 1$; $x_2 = 0,9$
- c) $x_1 = 1$; $x_2 = 1 + h$

212º) A que limite tende o coeficiente angular da secante no ultimo caso, se $h \rightarrow 0$?

213º) Achar a derivada da função $y = \text{tag } x$.

214º) Calcular $f'(8)$, se $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

215º) Achar $f'(0), f'(1), f'(2)$, se $f(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$.

216º) Achar $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)$ para as funções:

a) $y = x^3$

d) $y = \cotg x$

b) $y = \frac{1}{x^2}$

c) $y = \sqrt{x}$

217º) Achar a razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ para a função $y = \frac{1}{x}$ no ponto $x = 2$, se : a) $\Delta x = 1$;

b) $\Delta x = 0,1$; c) $\Delta x = 0,01$. Qual será a derivada y' quando $x = 2$?

218º) Seja $m = f(x)$ a massa de barra heterogênea no segmento $[0, x]$. O que entendes por:

a) Densidade linear média da barra no segmento $[x, x + \Delta x]$;

b) Densidade linear da barra no ponto x ?

219º) A lei do movimento do ponto é $S = 2t^2 + 33t + 5$, onde a distância S é dada em centímetros e o tempo t , em segundos. Qual será a velocidade média do ponto durante o intervalo de tempo de $t = 1$ a $t = 5$?

220º) Qual é a velocidade média de variação da função $y = x^3$ no segmento $1 \leq x \leq 4$?

The Moise, The Quiet e The John

221º) Em que ponto a primeira derivada da função $f(x) = x^3$ coincide, numericamente, com o valor da própria função, ?

222º) Achar o coeficiente angular da tangente á curva $y = 0,1x^3$, traçada no ponto com abscissa $x = 2$.

223º) Achar o coeficiente angular da tangente á curva $y = \sin x$ no ponto $(\pi; 0)$.

224º) Achar o valor da derivada da função $f(x) = \frac{1}{x}$ no ponto $x = x_0$ ($x_0 \neq 0$).

225º) Achar a equação da tangente e da normal á curva $y = \sqrt[3]{x-1}$ no ponto $(1; 0)$.

226º) Escrever a equação da tangente e da normal á curva $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$ no ponto $(-2; 5)$.

227º) Escrever a equação da tangente e da normal á parábola $y = \sqrt{x}$ no ponto com abscissa $x = 4$.

228º) Em que ponto da curva $y^2 = 2x^2$ a tangente é perpendicular á recta $4x - 3y + 2 = 0$?

229º) Achar os pontos em que as tangentes á curva $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 20$ são paralelas ao eixo das abscissas.

230º) Sob que ângulo, a curva $y = e^{0,5x}$ corta a recta $x = 2$?

231º) Escrever as equações das tangentes e das normais á curva $y = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ nos pontos de sua intersecção com o eixo das abscissas.

232º) Escrever a equação da tangente e da normal á curva $y^4 = 4x^4 + 6xy$ no ponto $(1; 2)$.

233º) Que ângulo formam entre si as parábolas $y = x^2$ e $y = x^3$ ao cortarem – se?

234º) A lei do movimento do ponto no eixo OX é $x = 3t - t^3$. Achar a velocidade o movimento deste ponto nos instantes $t_0 = 0, t_1 = 1$ e $t_2 = 2$ (x é dado em cm e t em seg).

The Moise, The Quietto e The John

Integrais Indefinidas

✓ Achar as seguintes integrais, aplicando – se as regras principal

$$1^{\circ} \int 5a^2 x^6 dx$$

$$2^{\circ} \int \sqrt{2px} dx$$

$$3^{\circ} \int x(x+a)(x+b) dx$$

$$4^{\circ} \int (nx)^{\frac{1-n}{n}} dx$$

$$5^{\circ} \int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1) dx$$

$$6^{\circ} \int \frac{(x^2+1)(x^2-2)}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

$$7^{\circ} \int \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{x})^4}{\sqrt{ax}} dx$$

The Moise, The Quiet e The John

$$8^{\circ} \int \frac{dx}{x^2-10}$$

$$9^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{8-x^2}}$$

$$10^{\circ} \int \frac{\sqrt{2+x^2}-\sqrt{2-x^2}}{\sqrt{4-x^4}} dx$$

$$11^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$$

$$12^{\circ} \int \frac{dx}{x^2+7}$$

$$13^{\circ} \int \frac{(x^m-x^n)^2}{\sqrt{x}} dx$$

$$14^{\circ} \int \left(a^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{2}{3}}\right)^3 dx$$

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não
as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$15^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt[n]{x}}$$

$$16^{\circ} \int (a + bx^3)^2 dx$$

$$17^{\circ} \int (6x^2 + 8x + 3) dx$$

$$18^{\circ} a) \int \operatorname{tag}^2 x dx \quad ; \quad b) \int \operatorname{tag} h^2 x dx$$

$$19^{\circ} a) \int \operatorname{cotg}^2 x dx \quad ; \quad b) \int \operatorname{cotg} h^2 x dx$$

$$20^{\circ} \int 3^x e^x dx$$

$$21^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{5x-2}}$$

The Moise, The Quietos e The John

$$22^{\circ} \int \frac{x dx}{\sqrt{1+x^4}}$$

$$23^{\circ} \int \frac{adx}{a-x}$$

$$24^{\circ} \int \frac{1-3x}{3+2x} dx$$

$$25^{\circ} \int \frac{ax+b}{ax+\beta} dx$$

$$26^{\circ} \int \frac{2x+3}{2x+1} dx$$

$$27^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{7+8x}}$$

$$28^{\circ} \int \frac{2x-5}{3x^2-2} dx$$

$$29^{\circ} \int \frac{3x+1}{\sqrt{5x^2+1}}$$

$$30^{\circ} \int \frac{x dx}{x^2-5}$$

$$31^{\circ} \int \frac{ax+b}{a^2x^2+b^2} dx \quad ; \quad (a > 0)$$

$$32^{\circ} \int \frac{x dx}{a+bx}$$

The Moise, The Quietos e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$33^{\circ} \int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx$$

$$34^{\circ} \int \frac{x^2}{x^2 + 2} dx$$

$$35^{\circ} \int \frac{dx}{7x^2 - 8}$$

$$36^{\circ} \int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx$$

$$37^{\circ} \int \sqrt{a - bx} dx$$

$$38^{\circ} \int \frac{x}{(x + 1)^2} dx$$

$$39^{\circ} \int \frac{x^2 + 5x + 7}{x + 3} dx$$

The Moise, The Quiet e The John

$$40^{\circ} \int \frac{x^2}{1 + x^6} dx$$

$$41^{\circ} \int \left(a + \frac{b}{x - a}\right)^2 dx$$

$$42^{\circ} \int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1 - x}} dx$$

$$43^{\circ} \int \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 4} dx$$

$$44^{\circ} \int \frac{b dy}{\sqrt{1 - y}}$$

$$45^{\circ} \int \frac{x - \sqrt{\arctan 2x}}{1 + 4x^2} dx$$

$$46^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{7 - 5x^2}}$$

$$47^{\circ} \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$$

$$48^{\circ} \int \frac{dx}{3x^2 + 5}$$

$$49^{\circ} \int (e^t - e^{-t}) dt$$

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$50^{\circ} \int \frac{dx}{(a+b) - (a-b)x^2} ; (0 < b < a)$$

$$51^{\circ} \int \frac{x^3}{a^2 - x^2} dx$$

$$52^{\circ} \int \frac{(a^x - b^x)^2}{a^x b^x} dx$$

$$53^{\circ} \int \frac{x+3}{\sqrt{x^2-4}} dx$$

$$54^{\circ} \int \frac{x dx}{2x^2 + 3}$$

$$55^{\circ} \int e^{-(x^2+1)} x dx$$

$$56^{\circ} \int a e^{-mx} dx$$

$$57^{\circ} \int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x-1} dx$$

$$58^{\circ} \int \frac{x dx}{\sqrt{a^4 - x^4}} ; (a > 0)$$

The Moise, The Quietto e The John

$$59^{\circ} \int \frac{(x^2 - x^3)^2}{x} dx$$

$$60^{\circ} \int \frac{(a^3 - x^2)^3}{\sqrt{a}} dx$$

$$61^{\circ} \int \frac{x^2 dx}{x^6 - 1}$$

$$62^{\circ} \int \frac{\arctan \frac{x}{2}}{4 + x^2} dx$$

$$63^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2) \ln(x + \sqrt{1+x^2})}}$$

$$64^{\circ} \int 4^{2-3x} dx$$

$$65^{\circ} \int \sin^2 x dx$$

$$66^{\circ} \int \tan^3\left(\frac{x}{3}\right) \sec^2\left(\frac{x}{3}\right) dx$$

The Moise, The Quietto e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$67^{\circ} \int \sec^2(ax + b) dx$$

$$68^{\circ} \int \frac{\cos ax}{\sin^5 ax} dx$$

$$69^{\circ} \int \frac{dx}{\sin(ax + b)}$$

$$70^{\circ} \int \cos\left(\frac{x}{a}\right) \sin\left(\frac{x}{a}\right) dx$$

$$71^{\circ} \int x \sin(1 - x^2) dx$$

$$72^{\circ} \int x \cotg(x^2 + 1) dx$$

$$73^{\circ} \int \frac{dx}{\sin\left(\frac{x}{a}\right)}$$

$$74^{\circ} \int \left[\frac{1}{\sin(x\sqrt{2})} - 1 \right]^2 dx$$

$$75^{\circ} \int \frac{x dx}{\cos^2 x^2}$$

$$76^{\circ} \int \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)^2 dx$$

$$77^{\circ} \int \frac{a^{2x} - 1}{\sqrt{a^x}} dx$$

The Moise, The Quietto e The John

$$78^{\circ} \int \tag x dx$$

$$79^{\circ} \int \frac{dx}{3 \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$80^{\circ} \int x \cdot 7^{x^2} dx$$

$$81^{\circ} \int \cotg x dx$$

$$82^{\circ} \int \cotg^2 ax dx$$

The Moise, The Quietto e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Eistein**.

$$83^{\circ} \int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$$

$$84^{\circ} \int \cotg\left(\frac{x}{a-b}\right) dx$$

$$85^{\circ} \int \cos^2 x dx$$

$$86^{\circ} \int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$$

$$87^{\circ} \int \frac{dx}{\tag{\frac{x}{5}}}$$

$$88^{\circ} \int \sin(\log x) \frac{dx}{x}$$

$$89^{\circ} \int \left(e^{\frac{x}{a}} + 1\right)^{\frac{1}{3}} e^{\frac{x}{a}} dx$$

$$90^{\circ} \int \tag{\sqrt{x}} \frac{dx}{x}$$

The Moise, The Quiet e The John

$$91^{\circ} \int (\cos ax + \sin ax)^2 dx$$

$$92^{\circ} \int \frac{a^x dx}{1 + a^{2x}}$$

$$93^{\circ} \int \frac{dx}{\sin x \cos x}$$

$$94^{\circ} \int \sin(a + bx) dx$$

$$95^{\circ} \int \cos\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) dx$$

$$96^{\circ} \int \cos \sqrt{x} \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$97^{\circ} \int \sin^3(6x) \cos(6x) dx$$

$$98^{\circ} \int 5^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$99^{\circ} \int \frac{\sin(3x)}{3 + \cos(3x)} dx$$

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$100^{\circ} \int e^x \sqrt{a - be^x} dx$$

$$101^{\circ} \int \sqrt{1 + 3 \cos^2 x} \sin(2x) dx$$

$$102^{\circ} \int \frac{e^{-bx}}{1 - e^{-2bx}} dx$$

$$103^{\circ} \int \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1} dx$$

$$104^{\circ} \int \frac{\sqrt{\operatorname{tag} x}}{\cos^2 x} dx$$

$$105^{\circ} \int \frac{\cotg^{\frac{2}{3}} x}{\sin^2 x} dx$$

$$106^{\circ} \int \frac{1 + \sin(3x)}{\cos^2(3x)} dx$$

The Moise, The Quietto e The John

$$107^{\circ} \int \frac{\operatorname{cossec}^2 3x}{b - x \cotg 3x} dx$$

$$108^{\circ} \int (2 \sinh 5x - 2 \cosh 5x) dx$$

$$109^{\circ} \int \sinh^2 x dx$$

$$110^{\circ} \int \frac{dx}{\cosh x}$$

$$111^{\circ} \int \operatorname{tagh} x dx$$

$$112^{\circ} \int \cotgh x dx$$

$$113^{\circ} \int \frac{dx}{\cosh x \sinh x}$$

$$114^{\circ} \int \frac{dx}{\sinh x}$$

$$115^{\circ} \int x \sqrt[5]{5 - x^2} dx$$

$$116^{\circ} \int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\operatorname{tag}^2 x - 2}} dx$$

$$117^{\circ} \int \frac{x^3}{x^3 + 5} dx$$

$$118^{\circ} \int \frac{3 - \sqrt{2 + 3x^2}}{2 + 3x^2} dx$$

$$119^{\circ} \int a^{\sin x} \cos x dx$$

$$120^{\circ} \int \frac{dx}{\cos\left(\frac{x}{a}\right)}$$

$$121^{\circ} \int \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^4}}$$

$$122^{\circ} \int \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

$$123^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{e^x}}$$

$$124^{\circ} \int \operatorname{tag} \sqrt{x-1} \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$$

$$125^{\circ} \int \frac{\operatorname{tag} 3x - \cotg 3x}{\sin 3x} dx$$

The Moise, The Quiet e The John

$$126^{\circ} \int \frac{e^{\operatorname{arc} \operatorname{tag} x} + x \ln(1 + x^2) + 1}{1 + x^2} dx$$

$$127^{\circ} \int \frac{x^3 - 1}{x^4 - 4x + 1} dx$$

$$128^{\circ} \int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx$$

$$129^{\circ} \int x e^{-x^2} dx$$

$$130^{\circ} \int \frac{5 - 3x}{\sqrt{4 - 3x^2}} dx$$

$$131^{\circ} \int \frac{1 - \sin x}{x + \cos x} dx$$

$$132^{\circ} \int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$$

$$133^{\circ} \int \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$134^{\circ} \int \left(2 + \frac{x}{2x^2 + 1}\right) \frac{dx}{2x^2 + 1}$$

$$135^{\circ} \int \frac{dx}{(a+b) + (a+b)x^2} ; (0 < b < a)$$

$$136^{\circ} \int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} dx$$

$$137^{\circ} \int \left[\sin \left(\frac{2\pi}{T} + \varphi_0 \right) \right] dx$$

$$138^{\circ} \int \operatorname{tag}^2 ax \, dx$$

$$139^{\circ} \int \frac{\arccos \left(\frac{x}{2} \right)}{\sqrt{4 - x^2}} dx$$

$$140^{\circ} \int \frac{\sec^2 x \, dx}{\sqrt{4 - \operatorname{tag}^2 x}}$$

$$141^{\circ} \int \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{2 - \sin^4 x}} dx$$

$$142^{\circ} \int \frac{x dx}{\sin(x^2)}$$

The Moise, The Quiet e The John

$$143^{\circ} \int \frac{\arcsin x + x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

$$144^{\circ} \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx$$

$$145^{\circ} \int \frac{\cos 2x}{4 + \cos^2 2x} dx$$

$$146^{\circ} \int \frac{\left[1 - \sin \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right]^2}{\sin \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right)} dx$$

$$147^{\circ} \int \frac{3^{\operatorname{tagh} x}}{\cosh^2 x} dx$$

$$148^{\circ} \int \frac{x^2}{x^2 - 2} dx$$

$$149^{\circ} \int x^2 \cosh(x^2 + 3) \, dx$$

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$150^{\circ} \int \frac{dx}{e^x - 1}$$

$$151^{\circ} \int \frac{dx}{1 + \cos^2 x}$$

$$152^{\circ} \int \sqrt{\frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{1 + x^2}} dx$$

$$153^{\circ} \int \frac{\sec x \operatorname{tag} x}{\sqrt{\sec^2 x + 1}} dx$$

$$154^{\circ} \int \frac{(\cos ax + \sin ax)^2}{\sin ax} dx$$

$$155^{\circ} \int e^{-\operatorname{tag} x} \sec^2 x dx$$

$$156^{\circ} \int \frac{dx}{\sin(ax) \cos(ax)}$$

The Moise, The Quieto e The John

157^o Achar as seguintes integrais, utilizando as substituição indicadas:

$$a) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 2}} ; x = \frac{1}{t}$$

$$d) \int \frac{xdx}{\sqrt{x+1}} ; \sqrt{x+1} = t$$

$$b) \int \frac{dx}{e^x + 1} ; x = -\ln t$$

$$e) \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 + \sin^2 x}} ; t = \sin x$$

$$c) \int x(5x^2 - 3)^7 dx ; 5x^2 - 3 = t$$

Achar as seguintes integrais, utilizando as substituição mais adequadas:

$$158^{\circ} \int x(2x + 5)^{10} dx$$

$$160^{\circ} \int \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}$$

$$159^{\circ} \int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx$$

$$161^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$$

The Moise, The Quieto e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$162^{\circ} \int \frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$165^{\circ} \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x + 1}} dx$$

$$163^{\circ} \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$$

$$166^{\circ} \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$$

$$164^{\circ} \int \frac{\ln(2x) dx}{\ln 4xx}$$

The Moise, The Quietos e The John

Achar as seguintes integrais, utilizando as substituições trigonométricas:

$$167^{\circ} \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$171^{\circ} \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{2-x^2}}$$

$$168^{\circ} \int \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{x} dx$$

$$172^{\circ} \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$169^{\circ} \int \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} dx$$

$$173^{\circ} \int \frac{dx}{x^2\sqrt{4-x^2}}$$

$$170^{\circ} \int \sqrt{1-x^2} dx$$

$$174^{\circ} \text{ Calcular a integral } \int \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}, \text{ fazendo a substituição } x = \sin^2 t.$$

$$175^{\circ} \text{ Achar } \int \sqrt{a^2 + x^2} dx, \text{ utilizando a substituição hiperbólica } x = a \sinh t.$$

$$176^{\circ} \text{ Achar } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} \text{ fazendo } x = a \cosh t.$$

Achar as seguintes integrais, utilizando a fórmula de integração por parte:

$$177^{\circ} \int \ln x dx$$

$$178^{\circ} \int \arctan x dx$$

$$179^{\circ} \int \arcsin x dx$$

$$187^{\circ} \int \frac{x}{e^x} dx$$

$$180^{\circ} \int x \cdot 2^{-x} dx$$

$$188^{\circ} \int x^2 e^{3x} dx$$

$$181^{\circ} \int (x^2 - 2x + 5)e^{-x} dx$$

$$189^{\circ} \int \ln^2 x dx$$

$$182^{\circ} \int \frac{\ln x}{x^3} dx$$

$$190^{\circ} \int (x^2 + 5x + 6) \cos(2x) dx$$

$$183^{\circ} \int \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx$$

$$191^{\circ} \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

$$184^{\circ} \int \frac{x \cos x}{\sin^2 x} dx$$

$$192^{\circ} \int \frac{x dx}{\sin^2 x}$$

$$185^{\circ} \int 3^x \cos x dx$$

$$193^{\circ} \int e^{ax} \sin bx dx$$

$$186^{\circ} \int \sin(\ln x) dx$$

The Moise, The Quiet and The John

Achar as seguintes integrais, utilizando os diferentes métodos:

$$194^{\circ} \int x^3 e^{-x^2} dx$$

$$199^{\circ} \int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$$

$$195^{\circ} \int e^{\sqrt{x}} dx$$

$$200^{\circ} \int (\arcsin x)^2 dx$$

$$196^{\circ} \int (x^2 - 2x + 3) \ln x dx$$

$$201^{\circ} \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$197^{\circ} \int x \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) dx$$

$$202^{\circ} \int x \operatorname{tag}^2(2x) dx$$

$$198^{\circ} \int \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$$

$$203^{\circ} \int \frac{\arcsin x}{x^2} dx$$

$$204^{\circ} \int \sqrt{A + x^2} dx$$

$$207^{\circ} \int \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

$$205^{\circ} \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2}$$

$$208^{\circ} \int \frac{\sin^2 x}{e^x} dx$$

$$206^{\circ} \int \cos^2(\ln x) dx$$

$$209^{\circ} \int \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2} dx$$

$$210^{\circ} \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$$

$$217^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + px + q}}$$

$$211^{\circ} \int \frac{dx}{3x^2 - x + 1}$$

$$218^{\circ} \int \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 3x + 4} dx$$

$$212^{\circ} \int \frac{3x - 2}{x^2 - 4x + 5} dx$$

$$219^{\circ} \int \frac{xdx}{x^2 - 7x + 13}$$

$$213^{\circ} \int \frac{3x - 6}{x^2 - 4x + 5} dx$$

$$220^{\circ} \int \frac{xdx}{x^4 - 4x^2 + 3}$$

$$214^{\circ} \int \frac{x}{\sqrt{5x^2 - 2x + 1}} dx$$

$$221^{\circ} \int \frac{e^x dx}{\sqrt{1 + e^x + e^{2x}}}$$

$$215^{\circ} \int \frac{dx}{(x - 1)\sqrt{x^2 - 2}}$$

$$222^{\circ} \int \sqrt{x - x^2} dx$$

$$216^{\circ} \int \frac{dx}{x\sqrt{1 - x^2}}$$

$$223^{\circ} \int \sqrt{2 - x - x^2} dx$$

The Moise, The Quiet e The John

✓ *Emprego das funções de redução*

Deduzir as fórmulas de redução das integrais:

$$224^{\circ} I_n = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n}; \text{ achar } I_n \text{ e } I_n$$

$$225^{\circ} I_n = \int \sin^n x \, dx; \text{ achar } I_4 \text{ e } I_5$$

$$226^{\circ} I_n = \int \frac{dx}{\cos^n x}; \text{ achar } I_3 \text{ e } I_4$$

$$227^{\circ} I_n = \int x^n e^{-x} \, dx; \text{ achar } I_{10}$$

The Moise, The Quietos e The John

✓ *Integral de diferentes funções*

$$228^{\circ} \int \frac{dx}{2x^2 - 4x + 9}$$

$$235^{\circ} \int \frac{dx}{(\tan x + 1) \sin^2 x}$$

$$229^{\circ} \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$236^{\circ} \int \frac{dx}{(x+2)^2(x+3)^2}$$

$$230^{\circ} \int (x^2 - 3x) \sin 5x \, dx$$

$$237^{\circ} \int \frac{dx}{(x^2 + 2)^2}$$

$$231^{\circ} \int \frac{x^3}{x^2 + x + \frac{1}{2}} \, dx$$

$$238^{\circ} \int \frac{\sinh x \cosh x}{\sinh^2 x + \cosh^2 x} \, dx$$

$$232^{\circ} \int \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} \, dx$$

$$239^{\circ} \int \frac{\arctan x}{x^2} \, dx$$

$$233^{\circ} \int \arcsin \sqrt{x} \, dx$$

$$240^{\circ} \int \frac{x \, dx}{(x^2 - x + 1)^3}$$

$$234^{\circ} \int |x| \, dx$$

$$241^{\circ} \int \frac{\sinh \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}} \, dx$$

$$242^{\circ} \int (x^2 - 1) 10^{-2x} \, dx$$

$$243^{\circ} \int \frac{x-5}{x^2-2x+2} dx$$

$$244^{\circ} \int \frac{x}{\sinh^2 x} dx$$

$$245^{\circ} \int \frac{e^{2x}}{(e^x+1)^{\frac{1}{4}}} dx$$

$$246^{\circ} \int \frac{dx}{e^{2x}-2e^x}$$

The Moise, The Quiet e The John

$$247^{\circ} \int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2+1)}$$

$$248^{\circ} \int \frac{e^x}{e^{2x}-6e^x+13} dx$$

$$249^{\circ} \int \frac{dx}{x(x^2+5)}$$

$$250^{\circ} \int \frac{2^x}{1-4^x} dx$$

$$260^{\circ} \int \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{x^3} dx$$

$$261^{\circ} \int \frac{1-\sqrt[3]{2x}}{\sqrt{2x}} dx$$

$$262^{\circ} \int \sqrt{e^x+1} dx$$

$$263^{\circ} \int \frac{dx}{x^4+2x^2+1}$$

$$264^{\circ} \int \frac{3-4x}{(1-2\sqrt{x})^2} dx$$

$$265^{\circ} \int x^3 \arcsin \frac{1}{x} dx$$

$$267^{\circ} \int \frac{2x+1}{\sqrt{(4x^2-2x+1)^3}} dx$$

$$268^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x+1}}$$

$$269^{\circ} \int \frac{x^2}{\sqrt{(x^2-1)^3}} dx$$

$$270^{\circ} \int \sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right) \sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right) dx$$

$$271^{\circ} \int \frac{xdx}{\sqrt{1-2x^2-x^4}}$$

$$272^{\circ} \int \frac{dx}{\cos^2 x + 2 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x}$$

$$273^{\circ} \int \frac{dx}{(x^2+4x)\sqrt{4-x^2}}$$

$$274^{\circ} \int \frac{dx}{(2+\cos x)(3+\cos x)}$$

$$275^{\circ} \int \sqrt{x-4x^2} dx$$

$$276^{\circ} \int \frac{\cos ax}{\sqrt{a^2+\sin^2(ax)}} dx$$

$$277^{\circ} \int x\sqrt{x^2+2x+2} dx$$

$$278^{\circ} \int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^3}}$$

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$279^{\circ} \int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} dx$$

$$287^{\circ} \int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\operatorname{tag}^2 x + 4 \operatorname{tag} x + 1}} dx$$

$$280^{\circ} \int \frac{dx}{\cos x \sin^5 x}$$

$$288^{\circ} \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$$

$$281^{\circ} \int \frac{1 + \sqrt{\cotg x}}{\sin^2 x} dx$$

$$289^{\circ} \int \frac{x dx}{\cos^2(3x)}$$

$$282^{\circ} \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[5]{\cos^3 x}} dx$$

$$290^{\circ} \int \frac{dx}{(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x})^2}$$

$$283^{\circ} \int \operatorname{tag}^3 \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2} \right) dx$$

$$291^{\circ} \int x^2 \ln \sqrt{1-x} dx$$

$$284^{\circ} \int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

$$292^{\circ} \int \cos^4 x dx$$

$$285^{\circ} \int \frac{x+1}{(x^3+1)^{\frac{3}{2}}} dx$$

$$286^{\circ} \int \frac{dx}{2+3\cos^2 x}$$

The Moise, The Quiet and The John

✓ *Integrais das funções hiperbólicas.*

$$293^{\circ} \int \sinh^3 x dx$$

$$298^{\circ} \int \frac{dx}{\sinh^2 x \cosh^2 x}$$

$$294^{\circ} \int \sinh^3 x \cosh x dx$$

$$299^{\circ} \int \frac{dx}{\tanh x - 1}$$

$$295^{\circ} \int \frac{dx}{\sinh x \cosh^2 x}$$

$$300^{\circ} \int \cosh^4 x dx$$

$$296^{\circ} \int \operatorname{tagh}^3 x dx$$

$$301^{\circ} \int \sinh^2 x \cosh^2 x dx$$

$$297^{\circ} \int \frac{dx}{\sinh^2 x + \cosh^2 x}$$

$$302^{\circ} \int \operatorname{cotgh}^4 x dx$$

The Moise, The Quiet and The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$303^{\circ} \int \frac{dx}{2 \sinh x + 3 \cosh x}$$

$$304^{\circ} \int \frac{\sinh x \, dx}{\sqrt{\cosh(2x)}}$$

✓ *Empergo das substituição trigonométricas e hiperbólicas para resolver as seguintes integrais:*

$$305^{\circ} \int \sqrt{3 - 2x - x^2} \, dx$$

$$311^{\circ} \int \sqrt{2 + x^2} \, dx$$

$$306^{\circ} \int \frac{x^2}{\sqrt{9 + x^2}} \, dx$$

$$312^{\circ} \int \sqrt{x^2 - 2x + 2} \, dx$$

$$307^{\circ} \int \sqrt{x^2 - 4} \, dx$$

$$313^{\circ} \int \sqrt{x^2 + x} \, dx$$

$$308^{\circ} \int \sqrt{x^2 - 6x - 7} \, dx$$

$$314^{\circ} \int (x^2 + x + 1)^{\frac{3}{2}} \, dx$$

$$309^{\circ} \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$$

$$315^{\circ} \int \frac{dx}{(1-x^2)\sqrt{1+x^2}}$$

$$310^{\circ} \int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

The Moise, The Quieto e The John

✓ Achar as integris das diferentes funções transcendentas:

$$316^{\circ} \int (x^2 + 1)^2 e^{2x} dx$$

$$329^{\circ} \int \sin^5 x \sqrt[3]{\cos x} dx$$

$$317^{\circ} \int x^2 \cos^2(3x) dx$$

$$330^{\circ} \int \frac{dx}{(2 - \sin x)(3 - \sin x)}$$

$$318^{\circ} \int x \sin x \cos(2x) dx$$

$$331^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cos^3 x}}$$

$$319^{\circ} \int e^{2x} \sin^2 x dx$$

$$332^{\circ} \int \sec^8 x dx$$

$$320^{\circ} \int x e^x \cos x dx$$

$$333^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{\tan x}}$$

$$321^{\circ} \int e^x \sin x \sin(3x) dx$$

$$334^{\circ} \int \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt[3]{\cos^4 x}}$$

$$322^{\circ} \int \frac{dx}{\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}}$$

$$335^{\circ} \int \sin(3x) \cos(5x) dx$$

The Moise, The Quietos e The John

$$323^{\circ} \int \frac{dx}{e^{2x} + e^x - 2}$$

$$336^{\circ} \int \cos(4x) \cos(7x) dx$$

$$324^{\circ} \int \ln^2(x + \sqrt{1 + x^2}) dx$$

$$337^{\circ} \int \cos\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{5}\right) dx$$

$$325^{\circ} \int x^2 \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) dx$$

$$338^{\circ} \int \cos(2x) \sin(4x) dx$$

$$326^{\circ} \int \sin x \sinh x dx$$

$$339^{\circ} \int \cos(ax + b) \cos(ax - b) dx$$

$$327^{\circ} \int x \sin^2 x^2 dx$$

$$340^{\circ} \int \sin(\omega t) \sin(\omega t + \varphi) dt$$

$$328^{\circ} \int \frac{dx}{\sin^2 x + 3 \sin x \cos x - \cos^2 x}$$

$$341^{\circ} \int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}$$

The Moise, The Quietos e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$342^{\circ} \int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}$$

$$348^{\circ} \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

$$343^{\circ} \int \sin x \sin(2x) \sin(3x) dx$$

$$349^{\circ} \int \frac{dx}{\sin^2 x + \operatorname{tag}^2 x}$$

$$344^{\circ} \int \frac{\sin x dx}{1 + \sin x}$$

$$350^{\circ} \int \frac{3 \sin x + 2 \cos x}{2 \sin x + 3 \cos x} dx$$

$$345^{\circ} \int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$$

$$351^{\circ} \int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} dx$$

$$346^{\circ} \int \frac{\sin(2x)}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$$

$$352^{\circ} \int \frac{1 + \operatorname{tag} x}{1 - \operatorname{tag} x} dx$$

$$347^{\circ} \int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}$$

$$353^{\circ} \int \frac{\cos x}{\sin^2 x - 6 \sin x + 5} dx$$

$$347^{\circ} \int \frac{dx}{(1 + \cos x)^2}$$

$$354^{\circ} \int \operatorname{tag}^4 x \sec^4 x dx$$

The Moise, The Quietos e The John

Integrais Definidas

1º Calcular as seguintes integrais definidas, considerando – as como limite das respectivas somas integrais:

a) $\int_a^6 dx$

b) $\int_{-2}^1 x^2 dx$

c) $\int_0^T (v_0 + gt) dt$; v_0 e g são constantes

The Moise, The Quiet e The John

d) $\int_0^{10} 2^x dx$

e) $\int x^3 dx$

2º Achar $f(x) = \int_0^x \sin t dt$

3º Seja $I = \int_a^b \frac{dx}{\ln x}$; $(b > a > 1)$, achar:

a) $\frac{dI}{da}$

b) $\frac{dI}{db}$

✓ *Achar as derivadas das seguintes funções:*

$$4^{\circ} f(x) = \int_1^x \ln t \, dt ; (x > 0)$$

$$5^{\circ} f(x) = \int_x^{x^2} e^{-t^2} \, dt$$

$$6^{\circ} f(x) = \int_x^0 \sqrt{1+t^4} \, dt$$

$$7^{\circ} I = \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{x}} \cos(t^2) \, dt ; (x > 0)$$

The Moise, The Quietto e The John

8^o Achar os pontos extremos da função $y = \int_0^z \frac{\sin t}{t} \, dt$ no campo $x > 0$.

✓ *Utilizando a fórmula de Newtom – Leibniz, achar as seguintes integrais:*

$$9^{\circ} \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$$

$$11^{\circ} \int_{-x}^x e^{-t} \, dt$$

$$10^{\circ} \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^3}$$

$$12^{\circ} \int_0^x \cos t \, dt$$

✓ *Valendo – se das integrais defidas, achar os limites das somas:*

$$13^{\circ} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$$

$$14^{\circ} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} \right)$$

$$15^{\circ} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + \dots + n^p}{n^{p+1}}$$

The Moise, The Quietos e The John

✓ *Calcular as integrais:*

$$16^{\circ} \int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx$$

$$23^{\circ} \int_{-1}^1 \frac{y^5 dy}{y+2}$$

$$17^{\circ} \int_0^8 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx$$

$$24^{\circ} \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$$

$$18^{\circ} \int_1^4 \frac{1 + \sqrt{y}}{y^2} dy$$

$$25^{\circ} \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$$

$$19^{\circ} \int_2^6 \sqrt{x-2} dx$$

$$26^{\circ} \int_0^1 \frac{z^3}{z^3 + 1} dz$$

$$20^{\circ} \int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25 + 3x}}$$

$$27^{\circ} \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$21^{\circ} \int_{-2}^{-3} \frac{dx}{x^2 - 1}$$

$$28^{\circ} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 \alpha d\alpha$$

$$22^{\circ} \int_0^1 \frac{x dx}{x^2 + 3x + 2}$$

$$29^{\circ} \int_2^{3,5} \frac{dz}{\sqrt{5+4z-z^2}}$$

$$36^{\circ} \int_0^1 \cosh dx$$

$$30^{\circ} \int_0^1 \frac{y^2}{\sqrt{y^6+4}} dy$$

$$37^{\circ} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cotg^4 \theta d\theta$$

$$31^{\circ} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 \alpha d\alpha$$

$$38^{\circ} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \tag x dx$$

$$32^{\circ} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \theta d\theta$$

$$39^{\circ} \int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx$$

$$33^{\circ} \int_c^{c^2} \frac{dx}{x \ln x}$$

$$40^{\circ} \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{\cosh^2 x}$$

The Moise, The Quieto e The John

$$34^{\circ} \int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

$$35^{\circ} \int_0^{\pi} \sinh^2 x dx$$

✓ *Integrais impróprias*

Calcular as seguintes untegrais impróprias (ou determinar sua divergência):

$$41^{\circ} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$50^{\circ} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$$

$$42^{\circ} \int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2}$$

$$51^{\circ} \int_0^{\infty} \sin x \, dx$$

$$43^{\circ} \int_{-1}^2 \frac{dx}{x}$$

$$52^{\circ} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln x}$$

$$44^{\circ} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$53^{\circ} \int_a^{\infty} \frac{ax}{x \ln x} dx ; (a > 1)$$

$$45^{\circ} \int_0^1 \frac{dx}{x^p}$$

$$54^{\circ} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

The Moise, The Quieto e The John

$$46^{\circ} \int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$$

$$55^{\circ} \int_a^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} ; (a > 1)$$

$$47^{\circ} \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$$

$$56^{\circ} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cotg x \, dx$$

$$48^{\circ} \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^p}$$

$$57^{\circ} \int_0^{\infty} e^{-kx} dx ; (k > 0)$$

$$49^{\circ} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

$$58^{\circ} \int_0^{\infty} \frac{\arc \tag x}{x^2 + 1} dx$$

The Moise, The Quieto e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

$$59^{\circ} \int_2^{\infty} \frac{dx}{(x^2 - 1)^2}$$

$$66^{\circ} \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^5}$$

$$60^{\circ} \int_0^1 \frac{dx}{x^3 - 5x^2}$$

$$67^{\circ} \int_0^1 \log x \, dx$$

$$61^{\circ} \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3 + 1}$$

$$68^{\circ} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

$$62^{\circ} \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{x - x^2}}$$

$$69^{\circ} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$$

$$63^{\circ} \int_0^{\infty} e^{-x} dx$$

$$70^{\circ} \int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$64^{\circ} \int_0^{\infty} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

$$71^{\circ} \int_0^{\infty} e^{-ax} \sin(bx) \, dx ; (a > 0)$$

$$65^{\circ} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$72^{\circ} \int_0^{\infty} e^{-ax} \cos(bx) \, dx ; (a > 0)$$

The Moise, The Quiet e The John

✓ Verificar se as seguintes integrais são convergentes:

$$73^{\circ} \int_0^{\infty} x \sin x \, dx$$

$$75^{\circ} \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4}$$

$$74^{\circ} \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$76^{\circ} \int_0^2 \frac{dx}{x^3}$$

$$77^{\circ} \int_0^{100} \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x} + x^3}$$

$$81^{\circ} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^4}}$$

$$78^{\circ} \int_1^{+\infty} \frac{dx}{2x + \sqrt[3]{x^2+1} + 5}$$

$$82^{\circ} \int_1^2 \frac{dx}{\ln x}$$

$$79^{\circ} \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \sqrt[3]{x^4+1}}$$

$$83^{\circ} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$$

$$80^{\circ} \int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^5+1}}$$

$$84^{\circ} \int_0^1 (x^2 + 5x + 6) dx$$

The Moise, The Quietos e The John

85^o Transformar as seguintes integrais, usando – se as substituição indicadas:

$$a) \int_1^3 \sqrt{x+1} dx ; x = 2t - 1$$

$$c) \int_{\frac{3}{4}}^{\frac{4}{3}} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} ; x = \sinh t$$

$$b) \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} ; x = \sin t$$

$$d) \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx ; x = \arctan t$$

✓ Utilizando as substituições indicadas, calcular as seguintes integrais:

$$86^{\circ} \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}} ; x = t^2$$

$$87^{\circ} \int_3^{29} \frac{(x-2)^{\frac{2}{3}}}{(x-2)^{\frac{2}{3}}+3} dx ; x-2 = z^3$$

$$88^{\circ} \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx ; e^x - 1 = z^2$$

$$89^{\circ} \int_0^{\pi} \frac{dt}{3 + 2 \cos t} ; \operatorname{tag} \left(\frac{t}{2} \right) = z$$

$$90^{\circ} \int_0^2 \sqrt[3]{1 - x^2} dx ; x = \cos t$$

$$91^{\circ} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + a^2 \sin^2 x} ; \operatorname{tag} x = t$$

The Moise, The Quietos e The John

Valendo – se de substituições adequadas, calcular as integrais:

$$92^{\circ} \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x^2} dx$$

$$94^{\circ} \int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$$

$$93^{\circ} \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$$

$$95^{\circ} \int_0^5 \frac{dx}{2x + \sqrt{3x + 1}}$$

✓ Calcular as integrais:

$$96^{\circ} \int_1^3 \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 5x + 1}}$$

$$98^{\circ} \int_0^a \sqrt{ax - x^2} dx$$

$$97^{\circ} \int_{-1}^1 \frac{dx}{(1 + x^2)^2}$$

$$99^{\circ} \int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 - 3 \cos x}$$

100º Demonstrar que se $f(x)$ é uma função par, $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$.

Se, ao contrário, $f(x)$ for uma função ímpar, então $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$.

101º Demonstrar que $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = 2 \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx$.

102º Demonstrar que $\int_0^1 \frac{dx}{\arccos x} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$.

103º Demonstrar que $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$.

104º Mostre que $\int_0^1 x^m(1-x)^n dx = \int_0^1 x^n(1-x)^m dx$ ($m > 0 ; n > 0$).

105º Mostre que $\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{2} \int_a^b f[(a+b)-x]dx$.

106º Demonstrar que $\int_0^a f(x^2)dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^a f(x^2)dx$.

The Moise, The Quietto e The John

✓ *Integração por parte.*

Calcular as seguintes integrais, empregando – se a fórmula de integração por parte:

$$107^{\circ} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx$$

$$108^{\circ} \int_1^0 \ln x \, dx$$

$$109^{\circ} \int_0^1 x^3 e^{2x} \, dx$$

$$110^{\circ} \int_0^{\pi} e^x \sin x \, dx$$

$$111^{\circ} \int_0^{\infty} x e^{-x} \, dx$$

$$112^{\circ} \int_0^{\infty} e^{-ax} \cos(bx) \, dx ; (a > 0)$$

$$113^{\circ} \int_0^{\infty} e^{-ax} \sin(bx) \, dx ; (a > 0)$$

$$114^{\circ} \int_0^1 \sqrt{4 + x^2} \, dx$$

$$115^{\circ} \int_{-1}^{+1} \frac{dx}{8 + x^3}$$

$$116^{\circ} \int_0^{2\pi} \frac{dx}{10 + 3 \cos x}$$

$$117^{\circ} \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sqrt{\tan x} dx$$

$$118^{\circ} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$$

$$119^{\circ} \text{ Integrando por partes, demonstrar que } 0 < \int_{100\pi}^{200\pi} \frac{\cos x}{x} dx < \frac{1}{100\pi}.$$

The Moise, The Quiet e The John

❖ **Áreas das figuras planas.**

120º Calcular a área da figura limitada pela parábola $y = 4x - x^2$ e pelo eixo das abcissas.

121º Calcular a área da figura limitada pela curva $y = \ln x$, pelo eixo OX e pela recta $x = e$.

The Moise, The Quietos e The John

122º Achar a área da figura limitada pela curva $y = x(x - 1)(x - 2)$ e pelo eixo OX .

123º Achar a área da figura limitada pela curva $y^2 = x$, pela recta $y = 1$ e pela vertical $x = 8$.

124º Calcular a área da figura compreendida entre semionda da sinusóide $y = \sin x$ e o eixo OX .

125º Calcular a área da figura compreendida entre a curva $y = \tan x$, o eixo OX ea recta $x = \frac{\pi}{3}$.

126º Calcular a área da figura compreendida entre a hipérbole $xy = m^2$, as verticais $x = a$ e $x = 3a$ ($a > 0$) e o eixo OX .

127º Achar a área da figura compreendida entre a curva de Agnesi

$y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$ e o eixo das abcissas.

127º Calcular a área da figura limitada pela curva $y = x^3$, a recta $y = 8$ e o eixo OY .

128º Achar a área da figura limitada pela parábola $y = 2x - x^2$ e

pela recta $y = -x$.

129º Achar a área da figura limitada pelas parábolas $y^2 = 2px$ e $x^2 = 2py$.

130º Calcular a área do segmento da parábola $y = x^2$, que corta a recta $y = 3 - 2x$.

131º Calcular a área da figura compreendida entre as parábolas $y = \frac{x^2}{3}$ e $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$.

132º Calcular a área da figura compreendida entre a curva de Agnisi $y = \frac{1}{1+x^2}$ e a parábola $y = \frac{x^2}{2}$.

The Moise, The Quiet e The John

133º Calcular a área da figura limitada pelas curvas $y = e^x$, $y = e^{-x}$ e a recta $x = 1$.

134º Calcular a área da figura limitada pela hipérbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ e a recta $x = 2a$.

135º Achar a área da figura compreendida entre a catenária $y = a \cosh \frac{x}{a}$, o eixo OY e a recta $y = \frac{a}{2e}(e^2 + 1)$.

136º Achar a área da figura limitada pela astroide $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

137º Calcular a área da superfície compreendida entre a circunferência $x^2 + y^2 = 16$ e a parábola $x^2 = 12(y - 1)$.

138º Achar a área contida no interior do astroide $x = a \cos^2 t$; $y = b \sin^3 t$.

The Moise, The Quiet e The John

"Faça as coisas o mais simples que você puder, porém, não as mais simples" disse o **Albert Einstein**.

139º Achar a área da figura limitada por um ramo da trocoide

$\begin{cases} x = at - b \sin t \\ y = a - b \cos t \end{cases} (0 < b \leq a)$ e a tangente da mesma em seus pontos inferiores.

140º Achar a área da figura limitada pelo laçada fohla de Descarte

$$x = \frac{3at}{1+t^2}, y = \frac{3at^2}{1+t^3}.$$

141º Achar a área da figura limitada pela cardiode $\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$

142º Achar a área limitada pela curva $x^4 + y^4 = x^2 + y^2$.

143º Achar a área da figura limitada pela curva $r = 2a \cos(3\theta)$ que está fora do círculo $r = a$.

144º Achar a área da figura limitada pela elipse $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \theta}$ ($0 \leq \varepsilon < 1$).

The Moise, The Quiet e The John

✓ Comprimento do arco da curva.

145º Achar o comprimento do arco da catenária $y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$ desde o vértice $A(0; a)$ até o $B(b; h)$.

146º Calcular o comprimento do arco da parábola semi - cúbicas $y^2 = x^2$ desde a origem das coordenadas até o ponto, cujas coordenadas são $x = 4$, $y = 8$.

147º Achar o comprimento do arco da evoluta da elipse $x = \frac{c^2}{b} \sin^3 t$

($c^2 = a^2 - b^2$, $0 < b < a$).

148º Achar o comprimento do arco da curva $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y$ desde

$y = 1$ até $y = e$.

149º Achar o comprimento do arco da curva $x = a$ até $x = b$ ($0 < a < b$).

150º Achar o comprimento do arco da evolvente do círculo

$\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases}$ desde $t = 0$ até $t = T$.

151º Achar o comprimento do arco do ramo direito do tractriz

$x = \sqrt{a^2 - y^2} + a \ln \left| \frac{a + \sqrt{a^2 - y^2}}{y} \right|$ desde $y = a$ até $y = b$ ($0 < b < a$).

152º Achar o comprimento da parte fechada da curva $9ay^2 = x(x - 3a)^2$.

153º Achar o comprimento do arco da curva $y = \ln x$ desde $x = \sqrt{3}$ até $x = \sqrt{8}$.

154º Achar o comprimento do arco $y = \arcsin(e^{-x})$ desde $x = 0$ até $x = 1$.

155º Achar o comprimento do arco da curva $y = e^x$, compreendido entre os pontos $(0; 1)$. e $(1; e)$.

156º Achar o comprimento da curva $\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$

157º Achar o comprimento total da cardiode $r = a(1 + \cos \theta)$.

158º Achar o comprimento do arco da parábola $r = a \sec^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)$, cortada da mesma por uma recta vertical que passa pelo polo.

159º Achar o comprimento da primeira espira, da espiral de Arquimedes $r = a\theta$.

✓ *Volumes dos corpos sólidos.*

160º Achar o volume do corpo formado pela rotação em torno do eixo OX , da superfície limitada pelo eixo Ox e a parábola $y = ax - x^2$ ($a > 0$).

161º Achar o volume do elipsoide, formado pela rotação da elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ em torno do eixo } OX.$$

162º Achar o volume do corpo, formado ao girar em torno do eixo OX , da

superfície limitada pela catenária $y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$, o eixo OX e as rectas

$$x = \pm a.$$

163º Achar o volume do corpo formado pela rotação da superfície limitado pelas linhas $y = e^x$, $x = 0$ e $y = 0$, em torno:

a) Do eixo OX

b) Do eixo OY .

The Moise, The Quiet e The John

164º Achar o volume do corpo formado pela rotação do astróide $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ em torno do eixo OX .

165º Achar o volume do corpo formado pela rotação da figura limitada por um arco ciclóide $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) e pelo eixo OX em torno :

a) Do eixo OX ; b) Do eixo OY e c) Do eixo da simetria da figura.

166º Achar o volume da parábola de revolução, se o raio de sua base é R e sua altura é H .

167º Achar o volume do corpo que se forma ao girar a cissóide

$y^2 = \frac{x^3}{2a - x}$ em torno de sua assintota $x = 2a$.

168º Achar o volume do corpo formado pela rotação em torno do eixo OX , do laço da curva $(x - 4a)y^2 = ax(x - 3a)$ ($a > 0$).

169º Achar o volume do corpo formado pela rotação em torno do eixo OX , da superfície compreendida entre as parábolas $y = x^2$ e $y = \sqrt{x}$.

170º Achar o volume do corpo formado pela rotação cardiode

$r = a(1 + \cos \theta)$ em torno do eixo polar.

171º Achar o volume do corpo formado pela rotação da curva $r = a \cos^2 \theta$ em torno do eixo.

172º Achar o volume do abelisco, cujas bases paralelas são rectângulos de lados A, B e a, b , sendo a altura igual a h .

The Moise, The Quiet e The John

173º Achar o volume do cone elíptico recto, cuja a base é uma elipse de semi – eixos a e b cuja altura é igual a h .

174º Achar o volume do corpo limitado pelos cilindros $x^2 + z^2 = a^2$ e $y^2 + z^2 = a^2$.

175º Achar o volume do segmento do parabolóide elíptico $\frac{y^2}{2p} + \frac{z^2}{2q} \leq x$ interceptado pelo plano $x = a$.

176º Achar o volume do corpo limitado pelos hiperbólide de uma folha

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ e os planos $z = 0$ e $z = h$.

177º Achar o volume do elipsóide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

✓ Áreas da superfície de revolução

178º Achar a área da superfície do fuso que forma ao girar uma simionda da sinusóide $y = \sin x$ em torno do eixo OX .

179º Achar a área da superfície formada pela rotação da parte da tangente $y = \tan x$, compreendida entre $x = 0$ e $x = \frac{\pi}{4}$, em torno do eixo OX .

180º Achar a área da superfície formada pela rotação em torno do eixo OX , do arco da curva $y = e^{-x}$ compreendido entre $x = 0$ e $x = +\infty$.

181º Achar a área da superfície da revolução do astróide $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ em torno do eixo OY .

The Moise, The Quiet e The John

182º Achar a área da superfície da revolução da curva $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y$ em torno do eixo OX , compreendido entre $y = 1$ e $y = e$.

183º Achar a área da superfície ao girar a elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ em torno:

a) Do eixo OX ;

b) Do eixo OY .

184º Achar a área da superfície formada pela rotação da cardióide $r = 2a(1 + \cos \theta)$ em torno do eixo polar.

185º Achar a área da superfície formada pela rotação em torno do eixo OX , da cardióide $\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$.

186º Achar a área da superfície formada ao girar a lemniscata $r^2 = a^2 \cos(2\theta)$ em torno do eixo polar.

✓ Momentos. Centro de gravidade. Teoremas de Guldin.

187º Achar os momentos estáticos em relação aos eixos das coordenadas, do segmento da linha recta, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ compreendido entre eixos de coordenadas.

188º Achar os momentos estáticos do rectângulo de lados a e b , em relação a estes mesmos lados.

189º Achar os momentos estáticos em relação aos eixos OX e OY e as coordenadas do centro da gravidade do triângulo limitado pelas rectas: $x + y = a$, $x = 0$ e $y = 0$.

190º Achar os momentos estáticos em relação aos eixos OX e OY e as coordenadas do centro da gravidade do arco do astróide $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, situado no primeiro quadrante.

191º Achar os momentos estáticos da circunferência $r = 2a \sin \theta$ em relação ao eixo polar.

The Moise, The Quiet e The John

192º Achar as coordenadas do centro de gravidade de arco da catenária

$y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$, compreendido entre $x = -a$ e $x = a$.

193º Achar as coordenadas do centro de gravidade do primeiro arco da ciclóide $x = a(t - \sin t)$; $y = a(1 - \cos t)$, $(0 \leq t \leq 2\pi)$.

194º Achar as coordenadas do centro de gravidade da figura limitada pela

elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ e pelos eixos das coordenadas OX e OY ($x \geq 0$; $y \geq 0$).

195º Achar as coordenadas do centro de gravidade da figura limitada pelas curvas $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$.

196º Achar as coordenadas do centro de gravidade da figura limitada pelo primeiro arco da cicloide, $x = a(t - \sin t)$; $y = a(1 - \cos t)$ e o eixo OX .

197º Achar o momento de inércia de um cone circular recto, homogêneo, em relação a seu eixo, se o raio da base é R e a altura é H .

198º Achar o momento de inércia de um globo homogêneo de raio a e massa M , em relação ao seu diâmetro.

199º Achar o momento de polar de inércia de um anel circular, de raios R_1 e R_2 ($R_1 < R_2$), isto é, o momento de inércia em relação ao eixo que passa pelo centro do anel e é perpendicular ao plano do mesmo.

200º Achar o momento de inércia da superfície da elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ em relação a seus eixos principais.

The Moise, The Quiet e The John

201º Achar o momento de inércia de uma circunferência de raio a em relação ao seu próprio diâmetro.

202º Achar o momento de inércia de um segmento parabólico recto em relação ao seu eixo de simetria, se a base é $2b$ e a altura é h .

203º Achar a área do volume de um toro obtido pela rotação que um círculo de raio a em torno de um eixo situado no mesmo plano que o círculo e que se encontra a uma distância b ($b \geq a$) do centro deste.

204º a) Determinar a posição do centro de gravidade do arco do asteroide

$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, situado no primeiro quadrante.

b) Achar o centro de gravidade da figura limitada pelas curvas

$$y^2 = 2px \text{ e } x^2 = 2py$$

205º a) Achar o centro de gravidade do semi – círculo, aplicando o teorema de Guldim.

b) Demonstrar, aplicando o teorema de Guldin, que o centro de gravidade do triângulo desta sua base em um terço da altura.

✓ Aplicação das integrais definidas na resolução de problemas da física.

206º A velocidade de um corpo lançado verticalmente para cima com uma velocidade inicial v_0 considerando – se a resistencia da ar, é expressa pela fórmula $v = c \cdot \text{tag}(-\frac{g}{c}t + \text{arctag}\frac{v_0}{c})$, onde t é o tempo transcorrido; g a aceleração da gravidade e c é uma constante. Achar a que altura se eleva o corpo.

207º Um ponto de eixo OX vibra harmonicamente em torno da origem das coordenadas com uma velocidade que é dada pela fórmula $v = v_0 \cos(\omega t)$, onde t é o tempo, v_0 e ω são constantes.

Achar a lei de vibração do ponto, se para $t = 0$ a abcissa era $x = 0$. A que será igual o valor médio da grandeza absoluta da velocidade do ponto, durante o periodo de oscilação?

The Moise, The Quietto e The John

208º A velocidade do movimento de um ponto é $v = te^{-0,01t}$ m/s. Achar o trajecto percorrido pelo ponto desde que começou a mover – se até que pare por completo.

209º Calcular o trabalho necessário para retirar a água que se encontra em uma cuba cônica, com o vértice para baixo, sendo o raio da base R e uma

altura H .

210º Calcular o trabalho necessário para retirar a água de uma caldeira semi – esférica que tem um raio $R = 10m$.

211º Que trabalho é necessário realizar para levantar um corpo de massa m da superfície da terra, cujo raio é R , na altura h ? A que será igual este trabalho se é necessário levar este corpo ao infinito?

212º Duas cargas elétricas $e_0 = 100CGSE$ e $e_1 = 200CGSE$ se encontram no eixo OX , respectivamente nos pontos $x_0 = 0$ e $x_1 = 1cm$. Que trabalho se realizará se a segunda carga for transladada ao ponto $x_2 = 10cm$?

213º Achar a quantidade de calor que desprende uma corrente alternada sinusoidal $I = I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \theta\right)$ durante o periodo T em um condutor de resistência R . Aqui I_0 é a amplitude da corrente; t , o tempo ; θ , a fase.

The Moise, The Quiet e The John

214º Calcular a energia cinética de um como circular recto, de massa M , que gira em torno de seu eixo com uma velocidade angular ω . O raio da base do cone é R , a altuda H .

215º Que trabalho é necessário realizar para determinar uma bola de ferro de raio $R = 2m$ que gira, em torno de seu diâmetro, com uma velocidade angular $\omega = 1000rpm$; (o peso específico do ferro é $J = 7,8 gf/cm^3$).

216º Segundo os dados empíricos a capacidade calorífica específica da água á temperatura $t^\circ C$ ($0 \leq t \leq 100^\circ$) é igual a $c = 0,9983 - 5;$

$184 \cdot 10^{-5}t - 6,912 \cdot 10^{-7}t^2$. Que quantidade de calor se necessita para aquecer $1g$ de água desde 0° até $100^\circ C$?

The Moise, The Quieto e The John