UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA

TALLER

NOMBRE: Diego Nicolay Jiménez Carrión

FECHA: 12/05/2025

1. Dado: $f(n) = n^3 + 9n^2\log(n)$ y $g(n) = n^2\log(n)$

a) Comprobar si $f(n) \in O(g(n))$

Vamos a determinar si existen constantes $c > 0$ y n_0 tales que para todo $n >= n_0$

$$f(n) = n^3 + 9n^2*\log(n) <= c * g(n) = c * n^2*\log(n)$$

Sabiendo que

$$n^3 + 9n^2*\log(n) = n^2*\log(n) * (n / \log(n) + 9)$$

Para valores grandes de n,(n/log(n)) domina, la expresión (n/log(n) + 9) crece sin estar limitada por lo que no existe un c finito que logre satisfacer la desigualdad para todo n suficientemente grande

Conclusión: $f(n) \notin O(g(n))$

b) Comprobar si $f(n) \notin O(n^2)$

Queremos ver si existe $c > 0$ y n_0 tales que

$$n^3 + 9n^2*\log(n) <= c * n^2 \quad \text{para todo } n >= n_0$$

Dividimos entre n^2

$$n + 9*\log(n) <= c$$

El lado izquierdo crece sin estar limitada (ya que $n \to \infty$) por lo que no existe c que cumpla la desigualdad

Conclusión: $f(n) \notin O(n^2)$

2. Relaciones de pertenencia para funciones exponenciales

Sea $f(n) = 2^n$ y $g(n) = 2^{2n} = 4^n$

a) $f(n) \in O(g(n))$?

Verificamos si existen constantes c, n_0 tales que
$2^n <= c \cdot 4^n$ para todo $n \geq n_0$

Equivalente a
$(2^n)/(4^n) = (1/2)^n <= c$
Como $(1/2)^n \to 0$ cuando $n \to \infty$ existe n_0 tal que para todo $n >= n_0$ $(1/2)^n <= 1$
Podemos elegir c = 1 y cualquier n_0

Conclusión: $f(n) \in O(g(n))$

b) $g(n) \in O(f(n))$?

Verificamos si existen c, n_0 tales que
$4^n <= c * 2^n$ para todo $n \geq n_0$
Equivale a
$4^n/2^n = 2^n \leq c$.
Pero $2^n \to \infty$ por lo que no existe c finito que acote 2^n para todo n grande.

Conclusión: $g(n) \notin O(f(n))$