



Universidad Nacional de La Matanza

**Componentes e Instrumentos de
Control**

Informe: Controlador PID

Alumno: Lezcano Torres, Nicolaz Gastón

Docentes: Ing. Marsilli, Fernando Roberto
Ing. Gómez, Rodrigo Javier

Código de asignatura: 1057

Comisión: 01-3900

Índice:

1. Planta Térmica.....	2
1.1. Emulación de la Planta	3
1.2. Simulación de la Planta.....	7
2. Controlador PID Analógico	9
2.1. Modelo de la Planta	9
2.2. Requerimientos de la Respuesta Dinámica	10
2.2.1. Diseño del Controlador PID.....	10
2.2.1.1. Componentes del Controlador PID	13
3. Etapa de Entrada.....	17
4. Etapa PPM y de Potencia.....	19
4.1. Diseño de la Etapa PPM.....	20
4.2. Diseño de la Etapa de Potencia.....	22
5. Simulación en LTSpice.....	25
6. Circuito Impreso.....	27
6.1. Esquemático	27
6.2. PCB	30

1. Planta Térmica

Se tiene una planta térmica, la cual se quiere controlar, la misma está conformada por un conjunto de resistores vinculados a una determinada disipación. Aquí la temperatura aumentará en función de la alimentación que reciban dichos resistores en su respectiva configuración. Además, la temperatura está relacionada a la potencia que genere la planta.

Requerimientos de la Planta: $R_{TOTAL} = 24\Omega$ y $P_{TOTAL} = 24W \Rightarrow$

$$P_{TOTAL} = \frac{V^2}{R_{TOTAL}} \Rightarrow V = \sqrt{P_{TOTAL} \cdot R_{TOTAL}} = \sqrt{24W \cdot 24\Omega} \Rightarrow V = 24V$$

$$P_{TOTAL} = V \cdot I \Rightarrow I = \frac{P_{TOTAL}}{V} = \frac{24W}{24V} \Rightarrow I = 1A$$

Se utilizaron dos resistores cerámicos cementados de 10Ω 15W y cuatro resistores cerámicos cementados de 1Ω 5W, todo conectado en serie, dando como resultado una planta de 24ohm. Dado que la tensión máxima de alimentación es de 24V, circulará una corriente de 1A y la máxima potencia que obtendremos será de 24W.

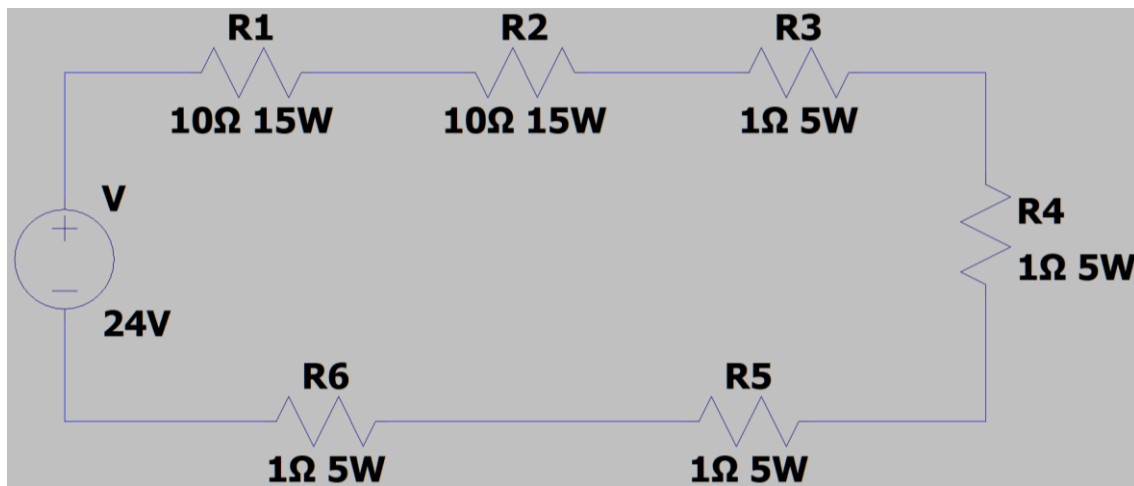


Ilustración 1. Circuito de la planta térmica

$$R_{TOTAL} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 = 10\Omega + 10\Omega + 1\Omega + 1\Omega + 1\Omega + 1\Omega \Rightarrow$$

$$R_{TOTAL} = 24\Omega$$

$$P_{R1,2} = I^2 \cdot R_{1,2} = 1A^2 \cdot 10\Omega \Rightarrow P_{R1,2} = 10W$$

$$P_{R3,4,5,6} = I^2 \cdot R_{3,4,5,6} = 1A^2 \cdot 1\Omega \Rightarrow P_{R3,4,5,6} = 1W$$

$$P_{TOTAL} = 2 \cdot P_{R1,2} + 4 \cdot P_{R3,4,5,6} = 2 \cdot 10W + 4 \cdot 1W \Rightarrow P_{TOTAL} = 24W$$

Los dos disipadores son de aluminio y del tipo aletas, más en específico, son el modelo ZD-1. Los mismos fueron fijados por medio de un tornillo manteniendo firme el conjunto de resistencias y disipadores.

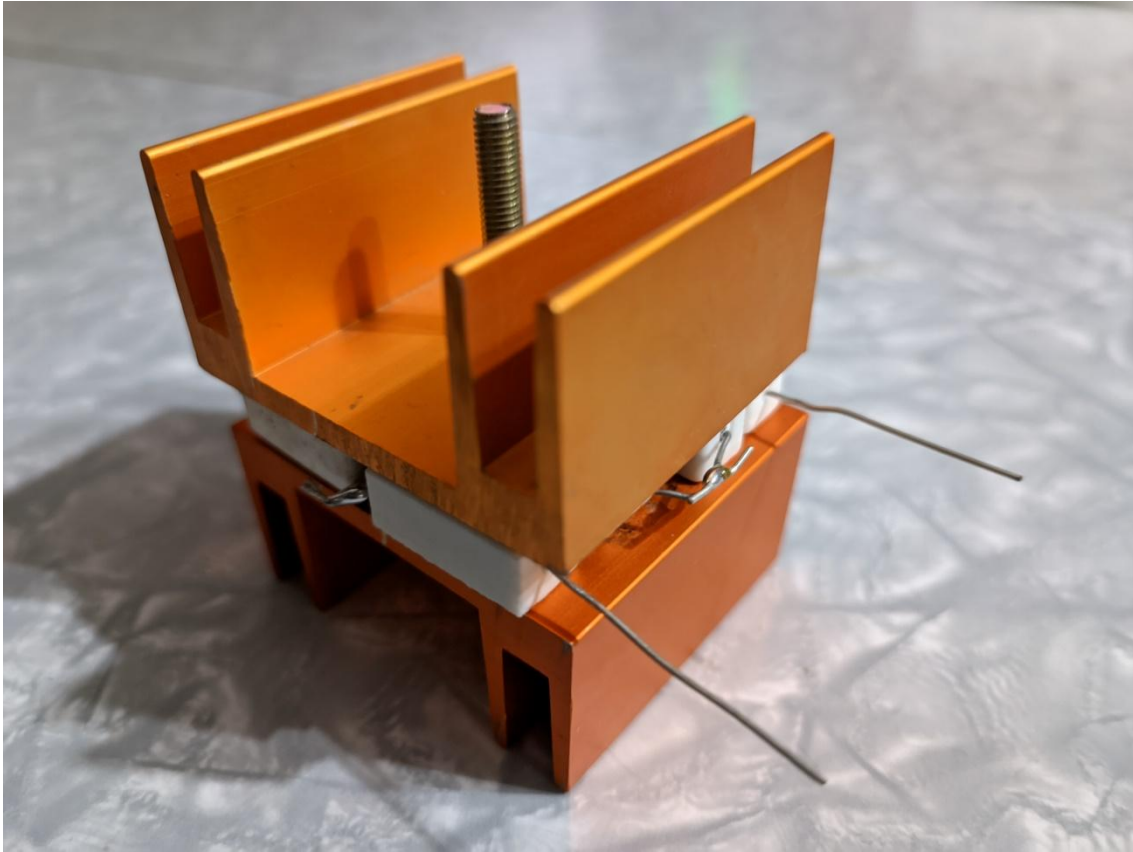


Ilustración 2. Planta térmica

Componentes:

- x2 Resistor cerámico cementado 10Ω 15W
- x4 Resistor cerámico cementado 1Ω 5W
- x2 Disipador ZD-1 con una resistencia térmica: $\theta=3,5^{\circ}\text{C/W}$ para 75mm
- x1 Tornillo y tuerca

1.1. Emulación de la Planta

En primer lugar, se alimentó la serie de resistencias para así elevar la temperatura de la planta hasta los 100°C . Luego se desconectó la alimentación y se realizó la medición del descenso de temperatura hasta la temperatura ambiente, de aproximadamente 25°C . La medición se realizó mediante un termómetro digital conectado a una PC, para de esta forma exportar la temperatura medida cada dos segundos.

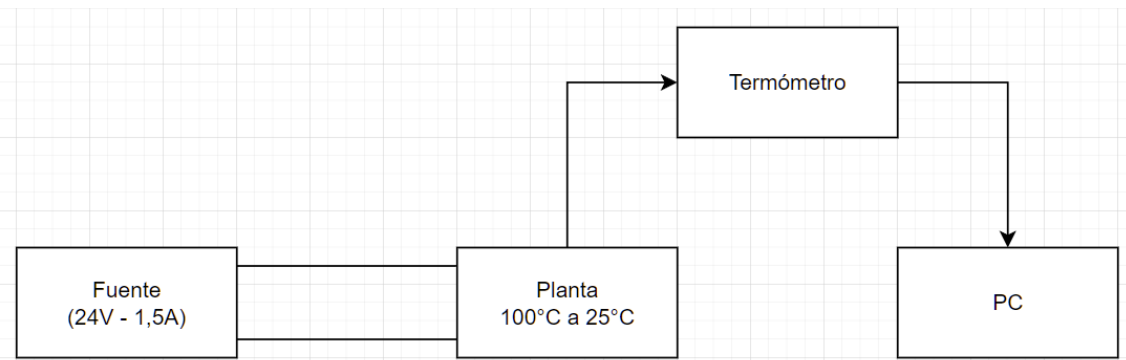


Ilustración 3. Diagrama de conexión para la medición de temperatura

Una planta de segundo orden se puede emular a partir de la siguiente respuesta de la curva, la cual es exponencial decreciente si se cumple que $b < 0$ y $d < 0$:

$$Curva(t) = a \cdot e^{b \cdot t} + c \cdot e^{d \cdot t}$$

A través de la utilización de MatLab se pueden calcular los coeficientes a , b , c y d . Los valores a ingresar en el software son la parte de la curva que decrece, es decir, cuando la temperatura disminuye a medida que aumenta el tiempo transcurrido, en este caso desde los 100°C hasta la temperatura ambiente, de unos 25°C .

Los exponentes b y d tienen que ser negativos, ya que de lo contrario se obtendría la suma de dos exponenciales crecientes, por lo tanto, se produciría una respuesta inestable. Dicho de otra manera, si los coeficientes b o d son positivos esto quiere decir que hay por lo menos un polo en el semiplano positivo ($\sigma > 0$), lo que hace que el sistema sea inestable. En un principio, al calcular dichos exponentes se obtenía un valor de d positivo, lo cual es erróneo porque se genera un tipo de respuesta no deseada. Para solucionar este inconveniente se procedió a recortar la muestra por ambos extremos, se eliminaron valores repetidos y una de las acciones más importantes, se eliminaron partes de la muestra en donde la temperatura aumentaba con el paso del tiempo en vez de disminuir, ya que de lo contrario se agrega a la muestra una parte exponencial creciente que provoca la existencia de un valor de d positivo y la inestabilidad en la respuesta.

Las variables tiempo y temperatura, cuya muestra se tomó cada dos segundos, se ingresaron en MatLab como una matriz de 1 columna y 620 filas, ya que de otra forma el software no lo aceptaba.

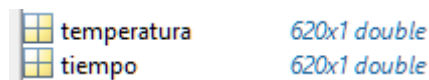


Ilustración 4. Ingreso de datos en MatLab

Con MatLab se puede obtener el resultado de la suma de dos exponenciales. Estas exponenciales permiten emular una planta de segundo orden. La función a utilizar es la siguiente:

$$regresion = fit(tiempo, temperatura, 'exp2')$$

Como resultado de dicha función obtenemos los coeficientes a, b, c y d, como se puede apreciar en la siguiente ilustración:

```
regresion =
```

```
General model Exp2:
regresion(x) = a*exp(b*x) + c*exp(d*x)
Coefficients (with 95% confidence bounds):
a =      47.43   (40.62, 54.25)
b =   -0.002171 (-0.002376, -0.001967)
c =      51.37   (44.43, 58.32)
d =   -0.000475 (-0.0005514, -0.0003986)
```

Ilustración 5. Valores de los coeficientes

Además, como la muestra fue recortada se obtuvo un valor d negativo y una respuesta de la curva totalmente decreciente como se puede observar en la Ilustración 6.

```
plot(regresion)
```

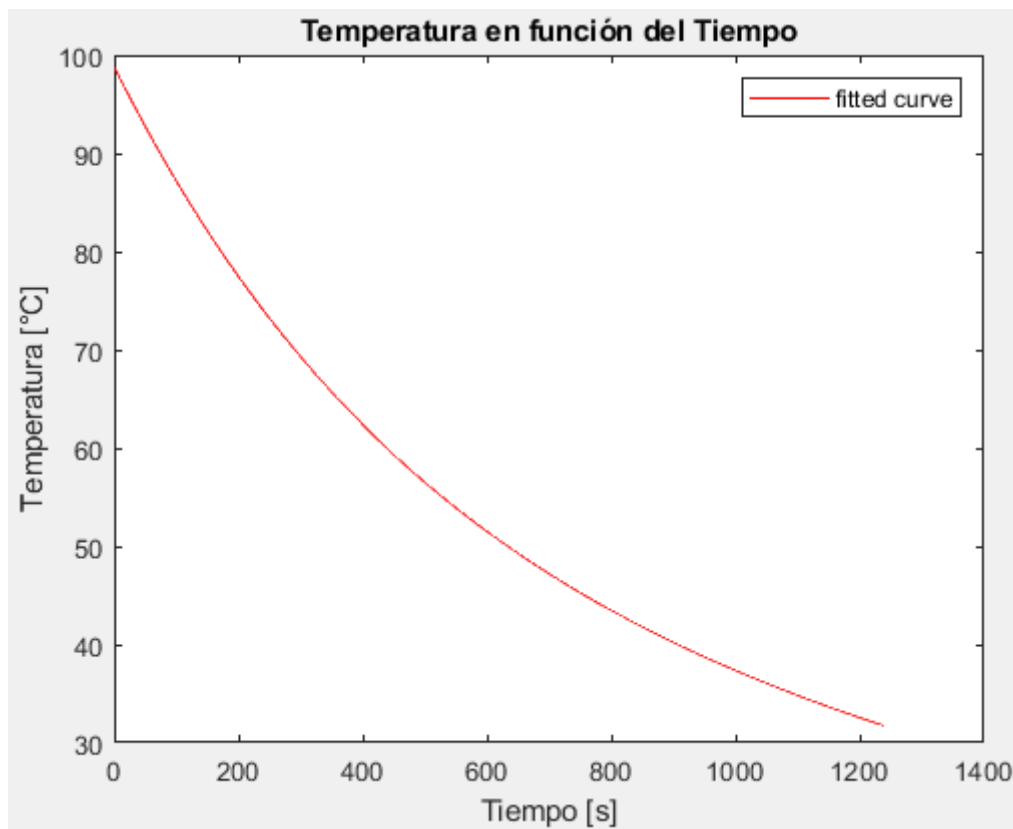


Ilustración 6. Curva de enfriamiento

Ahora con los valores de los coeficientes calculados:

$$Curva(t) = a \cdot e^{b \cdot t} + c \cdot e^{d \cdot t} \Rightarrow \mathcal{L}[Curva(t)] = Curva(S) = \frac{a}{S-b} + \frac{c}{S-d} \Rightarrow$$

$$Curva(S) = \frac{a \cdot (S - d) + c \cdot (S - b)}{(S - b) \cdot (S - d)}$$

2 Polos reales negativos: $p_1 = b$ y $p_2 = d \Rightarrow$ Respuesta Sobreamortiguada

Como $|d| = 0,000475 \ll |b| = 0,002171 \Rightarrow d$ es el polo dominante

El tiempo de establecimiento se puede calcular a partir del polo dominante de la planta:

$$\text{Tiempo de Establecimiento: } t_e = 4 \cdot \tau = 4 \cdot \frac{1}{|d|} = \frac{4}{0,000475} \Rightarrow t_e = 8421,053 \text{ s}$$

De los coeficientes calculados nos interesa los polos obtenidos, entonces se puede plantear la siguiente planta genérica de segundo orden para obtener la función transferencia:

$$G(S) = \frac{k}{(S - b) \cdot (S - d)} = \frac{k}{S^2 + (-b - d) \cdot S + b \cdot d}$$

Reemplazando por $b = -0,002171$ y $d = -0,000475$:

$$G(S) = \frac{k}{S^2 + 2,646 \cdot 10^{-3} \cdot S + 1,031 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow$$

$$G(S) = \frac{\frac{k}{1}}{S^2 + 2,646 \cdot 10^{-3} \cdot S + 1,031 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{\frac{1}{1,031 \cdot 10^{-6}}}{\frac{1}{1,031 \cdot 10^{-6}}} \Rightarrow$$

$$G(S) = \frac{\frac{k}{1,031 \cdot 10^{-6}}}{0,97 \cdot 10^6 \cdot S^2 + 2566,44 \cdot S + 1}$$

$$\text{Como } k' = \frac{k}{1,031 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow G(S) = \frac{k'}{0,97 \cdot 10^6 \cdot S^2 + 2566,44 \cdot S + 1}$$

$$\text{Si } k' = 1 \Rightarrow G(S) = \frac{1}{0,97 \cdot 10^6 \cdot S^2 + 2566,44 \cdot S + 1} \quad (1)$$

1.2. Simulación de la Planta

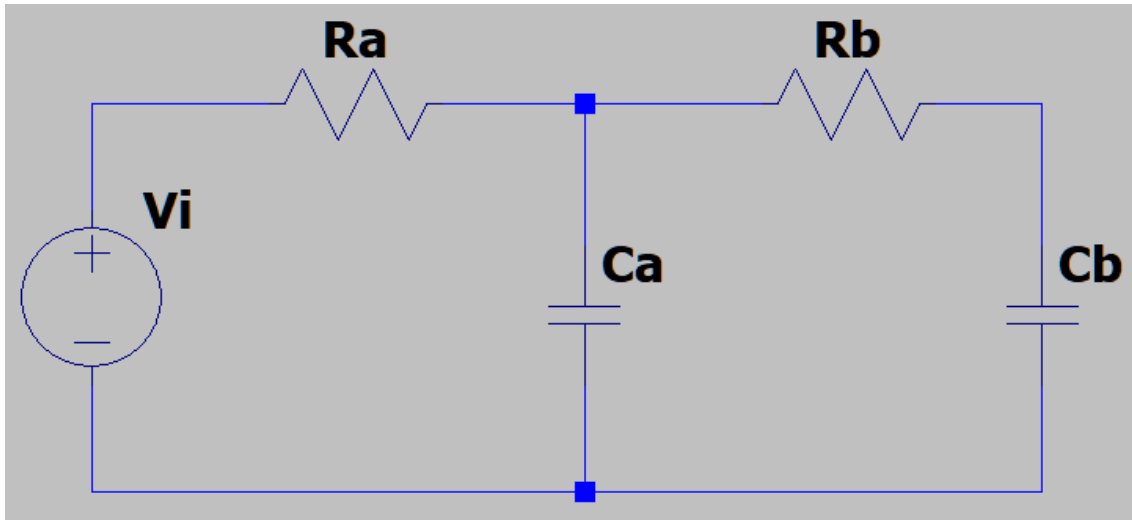


Ilustración 7. Planta $G(S)$ simulada

Cálculo de $G(S)$ mediante el Método Sistemático de Mallas:

$$G(S) = \frac{V_o(S)}{V_i(S)} = \frac{V_{Cb}(S)}{V_i(S)} = \frac{I_2(S) \cdot \frac{1}{S \cdot C_b}}{V_i(S)}$$

$$I_2(S) = \frac{\Delta I_2}{\Delta Z} = \frac{\begin{vmatrix} R_a + \frac{1}{S \cdot C_a} & V_i(S) \\ -\frac{1}{S \cdot C_a} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_a + \frac{1}{S \cdot C_a} & -\frac{1}{S \cdot C_a} \\ -\frac{1}{S \cdot C_a} & R_b + \frac{1}{S \cdot C_a} + \frac{1}{S \cdot C_b} \end{vmatrix}} \Rightarrow$$

$$I_2(S) = \frac{\frac{V_i(S)}{S \cdot C_a}}{\left(R_a + \frac{1}{S \cdot C_a}\right) \cdot \left(R_b + \frac{1}{S \cdot C_a} + \frac{1}{S \cdot C_b}\right) - \left(-\frac{1}{S \cdot C_a}\right) \cdot \left(-\frac{1}{S \cdot C_a}\right)} \Rightarrow$$

$$I_2(S) = \frac{V_i(S)}{R_a \cdot R_b \cdot C_a \cdot S + R_a + R_b + \frac{R_a \cdot C_a}{C_b} + \frac{1}{S \cdot C_b}}$$

$$G(S) = \frac{I_2(S)}{S \cdot C_b \cdot V_i(S)} = \frac{1}{S \cdot C_b \cdot V_i(S)} \cdot \frac{V_i(S)}{R_a \cdot R_b \cdot C_a \cdot S + R_a + R_b + \frac{R_a \cdot C_a}{C_b} + \frac{1}{S \cdot C_b}}$$

$$G(S) = \frac{1}{R_a \cdot R_b \cdot C_a \cdot C_b \cdot S^2 + (R_a \cdot C_b + R_b \cdot C_b + R_a \cdot C_a) \cdot S + 1} \quad (2)$$

Para obtener los valores de los resistores y capacitores de la simulación igualo (1) con (2):

$$\begin{aligned} (1) = (2) \Rightarrow G(S) &= \frac{1}{0,97 \cdot 10^6 \cdot S^2 + 2566,44 \cdot S + 1} = \\ &= \frac{1}{R_a \cdot R_b \cdot C_a \cdot C_b \cdot S^2 + (R_a \cdot C_b + R_b \cdot C_b + R_a \cdot C_a) \cdot S + 1} \end{aligned}$$

Como tienen el mismo numerador puedo igualar los coeficientes del denominador de ambos miembros:

$$0,97 \cdot 10^6 = R_a \cdot R_b \cdot C_a \cdot C_b \quad (3)$$

$$2566,44 = R_a \cdot C_b + R_b \cdot C_b + R_a \cdot C_a \quad (4)$$

Reescribiendo la ecuación (3):

$$R_b = \frac{0,97 \cdot 10^6}{R_a \cdot C_a \cdot C_b}$$

Reemplazando (3) en (4) obtengo la siguiente ecuación cuadrática:

$$(C_a + C_b) \cdot R_a^2 - 2566,44 \cdot R_a + \frac{0,97 \cdot 10^6}{C_a} = 0$$

En primer lugar, se estableció que: $C_a = 2mF = 2000\mu F$ y $C_b = 1mF = 1000\mu F$

Con dichos valores se obtuvo de la ecuación cuadrática: $R_{a1} = 573,667k\Omega$ y

$$R_{a2} = 281,812k\Omega$$

Reemplazando los anteriores valores de resistencia en la ecuación (3) se obtuvo que:

$$R_{b1} = 845,428k\Omega \text{ y } R_{b2} = 1,721M\Omega$$

Se eligió el primer juego de valores, por lo tanto: $R_a = R_{a1}$ y $R_b = R_{b1}$

Además, se aproximaron dichos valores de resistencia.

Los valores de los resistores y los capacitores son los siguientes:

$$R_a = 574k\Omega ; C_a = 2mF = 2000\mu F$$

$$R_b = 845k\Omega ; C_b = 1mF = 1000\mu F$$

Por último, se recalculó la función transferencia de la planta $G(S)$ utilizando los valores obtenidos y la ecuación (2), dando como resultado:

$$G(S) = \frac{1}{970060 \cdot S^2 + 2567 \cdot S + 1}$$

2. Controlador PID Analógico

Para poder controlar la temperatura de la planta, se ha diseñado un controlador PID que obtiene la señal de referencia de un potenciómetro integrado en el circuito, realimentado negativamente por un sensor de temperatura LM35. Las resistencias de la planta harán de actuadores, dado que, al provocar una circulación de corriente, la temperatura aumentará por efecto Joule.

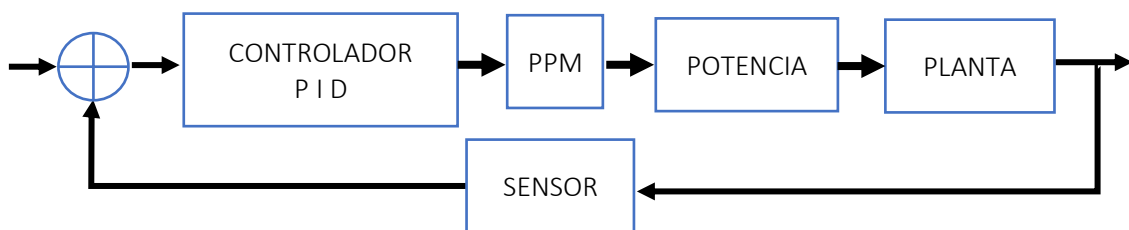


Ilustración 8. Diagrama en bloques del sistema

2.1. Modelo de la Planta

Para el modelizado, se consideró a la planta como un sistema de segundo orden, siendo la función de transferencia de la siguiente forma:

$$G(S) = \frac{1}{A \cdot S^2 + B \cdot S + 1}$$

Mediante la curva de enfriamiento se obtuvieron los parámetros A y B, y se llegó a la siguiente expresión de la función transferencia de la planta:

$$G(S) = \frac{1}{970000 \cdot S^2 + 2567 \cdot S + 1}$$

A partir de la planta sin realimentación, podemos evaluar su respuesta ante una señal escalón unitario, para de esta forma ver sus características sin un controlador:

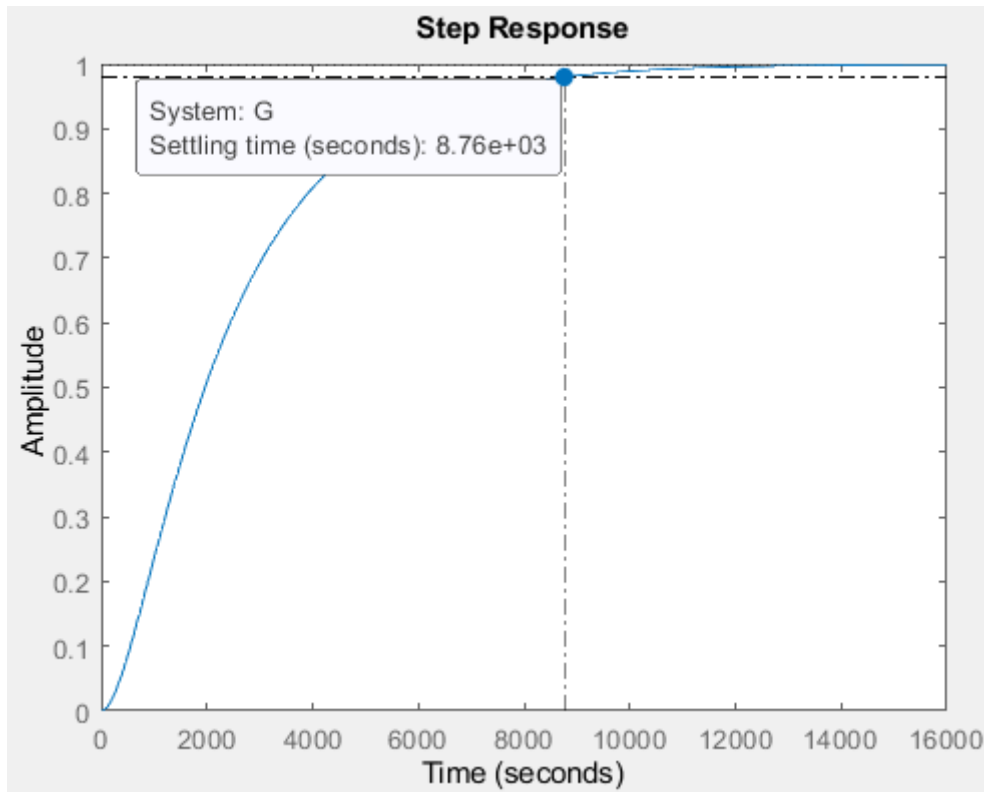


Ilustración 9. Respuesta al escalón unitario

De la respuesta al escalón unitario de la planta $G(S)$, se obtuvo:

$$\text{Tiempo de establecimiento: } t_e = 8760 \text{ s}$$

2.2. Requerimientos de la Respuesta Dinámica

Conociendo los valores de la respuesta sin controlador, se pretende mejorar dichas características, por lo tanto, se establecieron los siguientes requerimientos:

$$\text{Tiempo de establecimiento: } t_e' \leq 0,75 \cdot t_e = 0,75 \cdot 8760 \text{ s} \Rightarrow t_e' \leq 6570 \text{ s}$$

$$\text{OverShoot o Sobreimpulso: } M_p \leq 30\%$$

2.2.1. Diseño del Controlador PID

Mediante la herramienta SisoTool de MatLab, se procedió a diseñar el controlador. En primer lugar, se cargó la función transferencia y se establecieron los parámetros de la respuesta dinámica requerida. Con esto el sistema nos devuelve una gráfica que nos muestra el lugar de las raíces a lazo cerrado y nos marca automáticamente en el plano complejo la zona donde deben estar ubicados los polos dominantes del sistema para cumplir con los requisitos cargados.

El diseño del compensador se realizará a partir del siguiente diagrama, en donde el controlador PID es el bloque C, la planta térmica es el bloque G y la realimentación negativa unitaria es el bloque H:

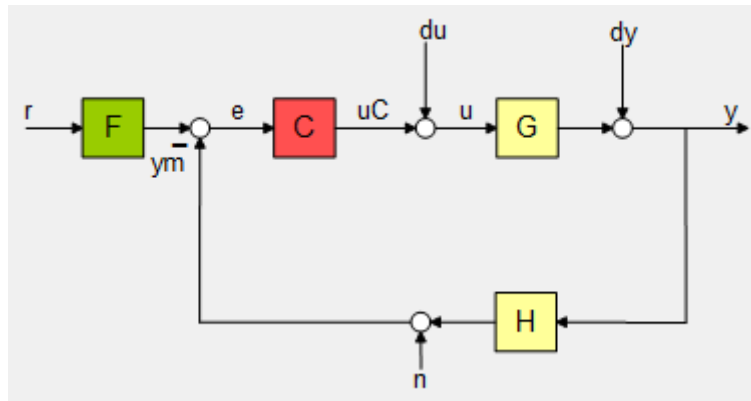


Ilustración 10. Diagrama en bloques del sistema realimentado

Hecho esto, se agregan los polos y los ceros que le corresponden al controlador PID. Mediante SisoTool podemos visualizar la respuesta al escalón unitario del sistema y al mismo tiempo modificar el Root Locus, para de esta forma probando diferentes alternativas tratar de llegar al objetivo.

En primer lugar, se establecieron los siguientes polos y ceros para el controlador PID, uno de los polos se ubica en el origen ya que cumple la función de ser integrador, además, se utiliza una $k=1$:

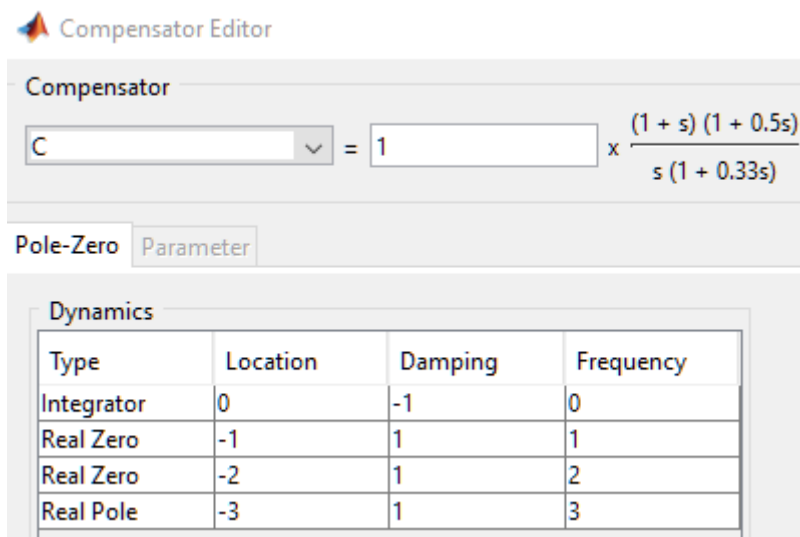


Ilustración 11. Primer ingreso de polos y ceros del controlador

Posteriormente, el polo en el origen se mantiene en el mismo lugar y se acercan los ceros y los polos hacia el origen hasta que los polos dominantes, de color rojo, se encuentren en la zona deseada. Luego de ir probando y moviendo el Root Locus, llegamos a una posición en la que estos se encuentran en la intersección entre la línea vertical correspondiente al tiempo de establecimiento del sistema y las diagonales, correspondientes al OverShoot.

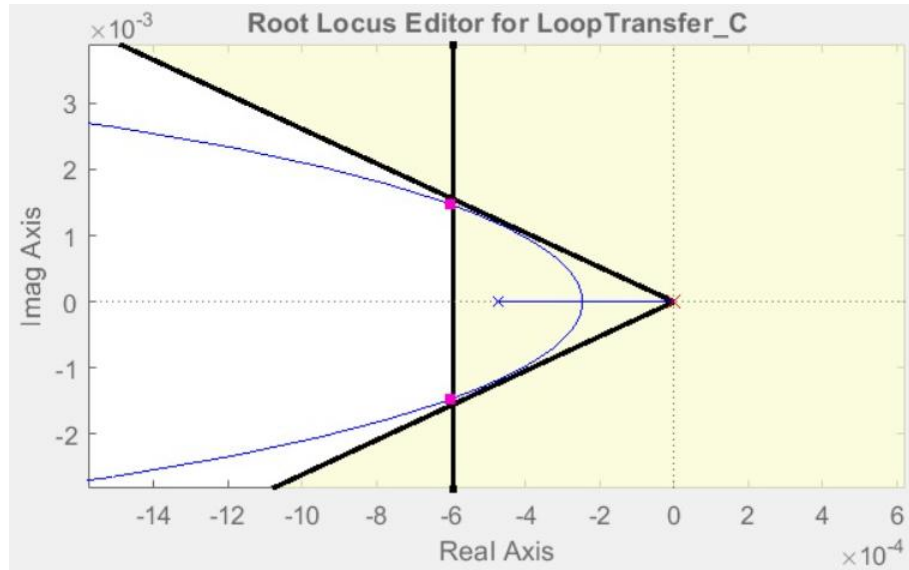


Ilustración 12. Root Locus de la planta con el controlador y H=1

Finalmente, con esta ubicación de singularidades, podemos ver la respuesta temporal a un escalón del sistema realimentado y con el controlador, verificando que cumpla las especificaciones:

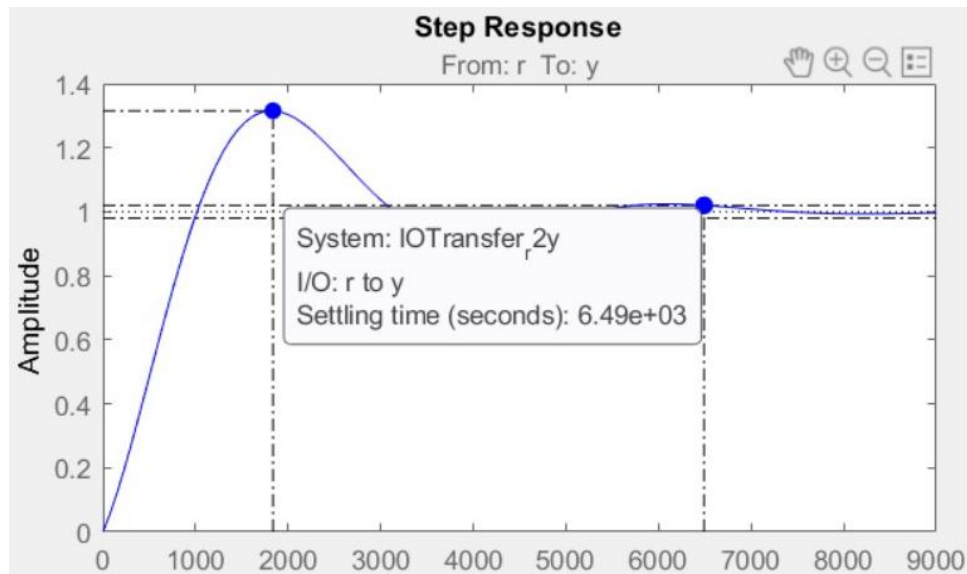


Ilustración 13. Tiempo de establecimiento de la planta con el controlador y H=1

En este caso se verifica que se cumple con el tiempo de establecimiento estipulado:

$$t_e' = 6490 \text{ s} < 6570 \text{ s}$$

Además, podemos ver frente a una señal cuadrada cómo se comporta el sistema:

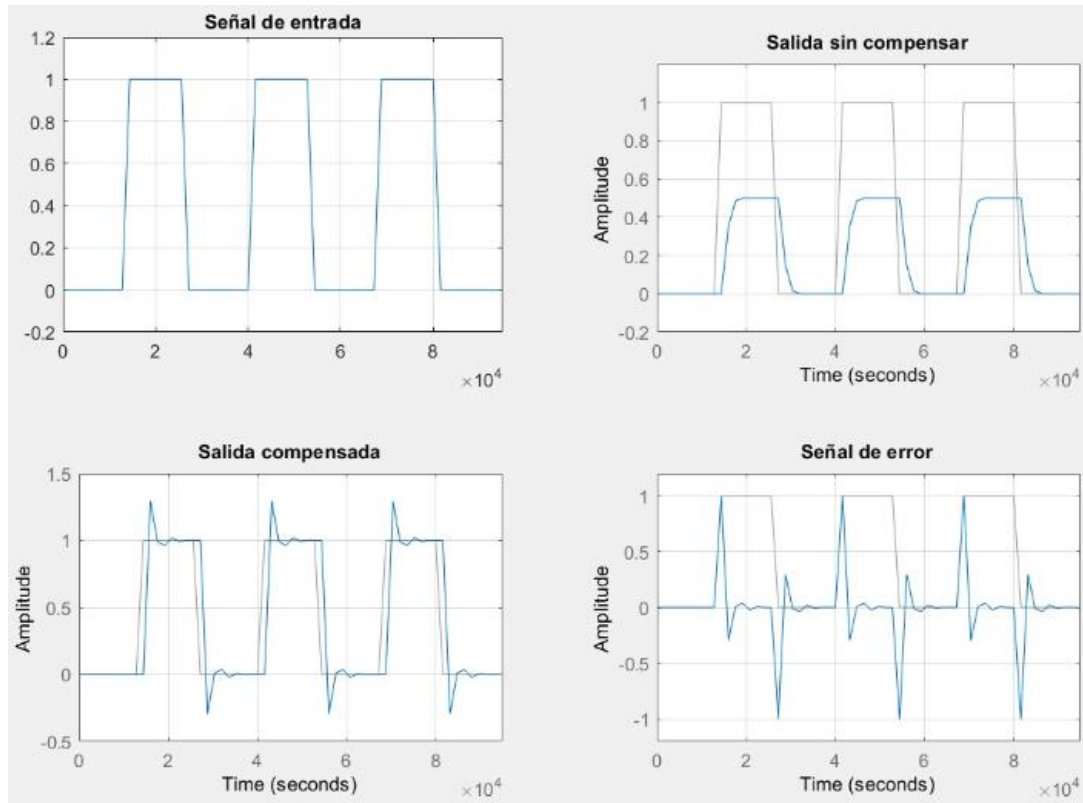


Ilustración 14. Señales de entrada, salida y error

La función de transferencia del controlador obtenido mediante SisoTool, es la siguiente:

$$C(S) = \frac{998,9 \cdot (S + 0,002) \cdot (S + 0,00392)}{S \cdot (S + 1,5)} \Rightarrow$$

$$C(S) = \frac{998,9 \cdot S^2 + 5,913 \cdot S + 0,007832}{S \cdot (S + 1,5)} \quad (5)$$

2.2.1.1. Componentes del Controlador PID

Tenemos que la transferencia del controlador está dada por:

$$C_{(s)} = \frac{V_O}{V_I} = \frac{\left(\frac{R_d}{R_c} + \frac{R_h}{R_g}\right) S^2 + \left(\frac{R_d}{R_c R_g C_d} + \frac{1}{R_f C_c}\right) S + \frac{1}{R_f R_g C_c C_d}}{S \left(S + \frac{1}{R_g C_d}\right)} \quad (6)$$

Donde ponemos reescribirla de la siguiente manera:

$$C_{(s)} = \frac{V_O}{V_I} = \frac{aS^2 + bS + c}{S(S + d)} \quad (7)$$

Si a los usamos los resultados obtenidos de Matlab, en la ecuación (5), y los combinamos con la ecuación (6) y (7) nos queda:

$$\frac{R_d}{R_c} + \frac{R_h}{R_g} = a = 998,9 \quad (8)$$

$$\frac{R_d}{R_c R_g C_d} + \frac{1}{R_f C_c} = b = 5,913 \quad (9)$$

$$\frac{1}{R_f R_g C_c C_d} = c = 0,007832 \quad (10)$$

$$\frac{1}{R_g C_d} = d = 1,5 \quad (11)$$

Además, podemos mostrar la ganancia de cada etapa del controlador:

$$\frac{V_o}{V_i}(P) = -\frac{R_d}{R_c} = -P \quad (12) \quad \text{Etapa proporcional}$$

$$\frac{V_o}{V_i}(I) = -\frac{1}{R_f C_c \cdot S} = -\frac{I}{S} \quad (13) \quad \text{Etapa integral}$$

$$\frac{V_o}{V_i}(D) = -\frac{\frac{R_h}{R_g} \cdot S}{\frac{1}{R_g C_d} + S} = -\frac{D \cdot S}{p_d + S} \quad (14) \quad \text{Etapa derivativa}$$

Nos quedan, entonces, estas ganancias expresadas de la siguiente manera:

$$I = \frac{c}{d} = 0,0052213 \quad (15)$$

$$P = \frac{b - I}{d} = 3,9385 \quad (16)$$

$$D = a - P = 994,9615 \quad (17)$$

Si usamos estos valores de ganancias y los reemplazamos en las ecuaciones (8), (9), (10) y (11) vamos a obtener valores de componentes muy elevados, obteniendo los siguientes:

$$\text{Proporcional: } R_c = 220\Omega \quad R_d = 866\Omega$$

$$\text{Integral: } R_f = 191,52K\Omega \quad C_c = 1mF$$

$$\text{Derivativo: } R_g = 666,67\Omega \quad R_h = 663,31K\Omega \quad C_d = 1mF$$

Utilizando los valores comerciales más próximos nos quedan los siguientes valores de componentes:

$$\textbf{Proporcional: } R_c = 220\Omega \quad y \quad R_d = 820\Omega + 47\Omega$$

$$\textbf{Integral: } R_f = 180k\Omega + 12k\Omega \quad y \quad C_c = 1000\mu F$$

$$\textbf{Derivativo: } R_g = 560\Omega + 100\Omega \quad , \quad R_h = 560k\Omega + 100k\Omega + 3,3k\Omega \quad y \\ C_d = 1000\mu F$$

$$\textbf{Sumador: } R_s = R_p = R_l = R_D = 10k\Omega$$

Dado que los valores de los capacitores y de R_h son algo difíciles de conseguir, se usará el sumador para, modificando la ganancia de cada etapa, equilibrar esa modificación y obtengamos valores de componentes más accesibles.

De esta forma, la función de transferencia del PID más el sumador nos queda:

$$-\left(-\frac{P.Vi}{R_p} - \frac{I.Vi}{S.R_l} - \frac{D.S.Vi}{(S+p_d)R_D}\right)R_s = V_o$$

$$\frac{V_o}{Vi} = \left(\frac{P}{R_p} + \frac{I}{S.R_l} + \frac{D.S}{(S+p_d)R_D}\right)R_s$$

$$\frac{V_o}{Vi} = \frac{P.R_s}{R_p} + \frac{I.R_s}{S.R_l} + \frac{D.R_s.S}{(S+p_d)R_D} \quad (18)$$

El valor de P no es un problema, solo se encarga de establecer el valor de R_d y no tenemos un problema allí. Por eso necesitamos modificar las ganancias I y D a valores más convenientes, aumentando el primero y reduciendo el segundo.

Siendo I^* y D^* los nuevos valores de I y D

$$I^* = I.k_I \quad D^* = \frac{D}{k_D}$$

La transferencia (18) nos queda de la siguiente manera:

$$\frac{V_o}{Vi} = \frac{P.R_s}{R_p} + \frac{I^*.R_s}{S.R_l} + \frac{D^*.R_s.S}{(S+p_d)R_D} \quad (19)$$

Para que la transferencia obtenida con SisoTool no sea modificada necesitamos cumplir:

$$\frac{P.R_s}{R_p} = \alpha.P$$

$$\frac{I^*.R_s}{R_l} = \alpha.I = \alpha \frac{I^*}{k_I} \rightarrow \frac{R_l}{R_s} = \frac{k_I}{\alpha}$$

$$\frac{D^* \cdot R_S}{(S + p_d)R_D} = \alpha \frac{D}{(S + p_d)} = \alpha \frac{D^* k_D}{(S + p_d)} \rightarrow \frac{R_S}{R_D} = \alpha \cdot k_D$$

De aquí, tenemos que α es la ganancia del sumador y vamos a imponerla como “1”. Continuando, vamos a elegir k_I y k_D según el siguiente criterio:

$$k_I = 20 \quad k_D = 99 \rightarrow I^* = 0,10443 \quad y \quad D^* = 10$$

Teniendo en cuenta estos valores y reemplazando por I^* donde tenemos I y D^* donde tenemos D , tenemos que:

$$I^* = \frac{c}{d} = \frac{1}{R_f C_c} \rightarrow R_f = \frac{1}{I^* C_c} \quad (20)$$

$$P^* = P = \frac{b - I^*}{d} = \frac{R_d}{R_c} \rightarrow R_d = P^* \cdot R_c \quad (21)$$

$$D^* = a - P^* = \frac{R_h}{R_g} \rightarrow R_h = D^* \cdot R_g \quad (22)$$

$$b = \frac{R_d}{R_c R_g C_d} + \frac{1}{R_f C_c} \rightarrow R_g = \frac{R_d}{R_c C_d} \cdot \frac{R_f C_c}{b \cdot R_f C_c - 1} \quad (23)$$

Finalmente, fijando los valores de C_c , C_d y R_c obtenemos los siguientes resultados:

$$\text{Proporcional: } R_c = 220\Omega \quad R_d = 866\Omega$$

$$\text{Integral: } R_f = 95,75k\Omega \quad C_c = 100\mu F$$

$$\text{Derivativo: } R_g = 6,78k\Omega \quad R_h = 67,805k\Omega \quad C_d = 100\mu F$$

$$\text{Sumador: } R_p = R_s = 27k\Omega \quad R_l = 540k\Omega \quad R_D = 270\Omega$$

Utilizando los valores comerciales más próximos nos quedan los siguientes valores de componentes:

$$\text{Proporcional: } R_c = 220\Omega \quad y \quad R_d = 820\Omega + 47\Omega$$

$$\text{Integral: } R_f = 68k\Omega + 27k\Omega \quad y \quad C_c = 100\mu F$$

$$\text{Derivativo: } R_g = 6,8k\Omega \quad , \quad R_h = 68k\Omega \quad y \quad C_d = 100\mu F$$

$$\text{Sumador: } R_p = R_s = 27k\Omega \quad , \quad R_l = 180k\Omega + 180k\Omega + 180k\Omega \quad y \quad R_D = 270\Omega$$

Donde el circuito a aplicar es:

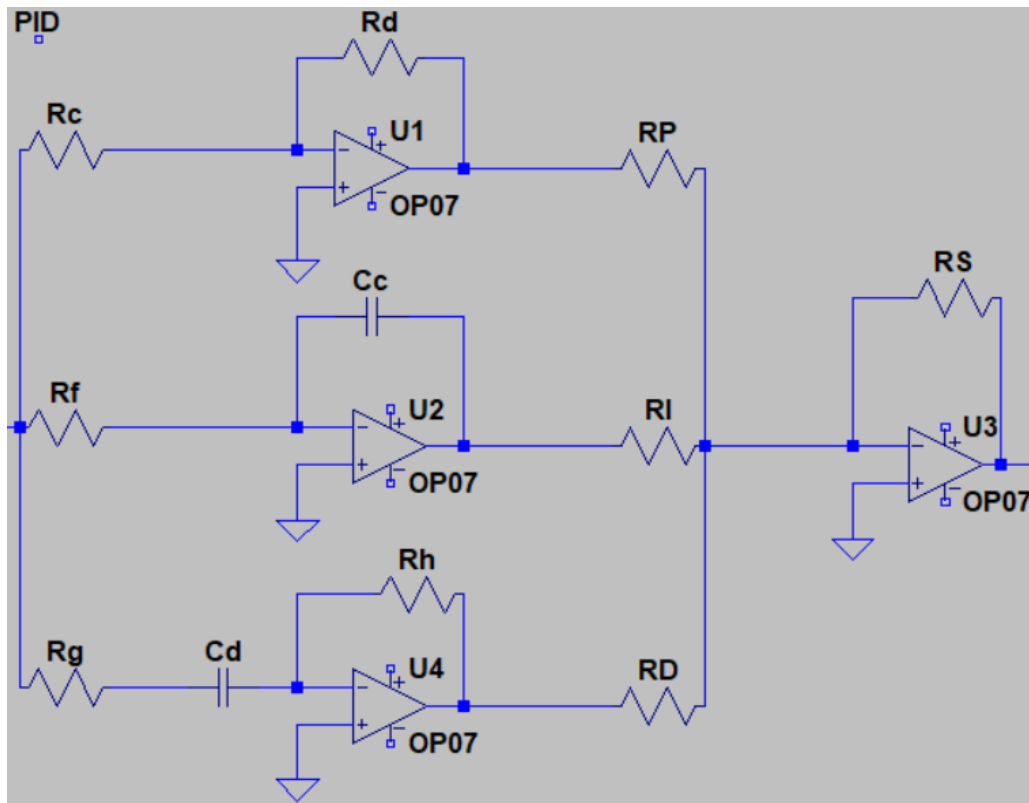


Ilustración 15. Controlador PID modificado

3. Etapa de Entrada

Esta etapa del circuito es la encargada de fijar la señal de referencia, medir la señal que se recibe del sensor de temperatura y restar esta última a la primera, obteniendo al final la señal de error que será la utilizada como señal de entrada del controlador PID.

$$e = Tr - Tm$$

Donde Tr es la señal de referencia y Tm la señal medida.

Esta etapa está dada por:

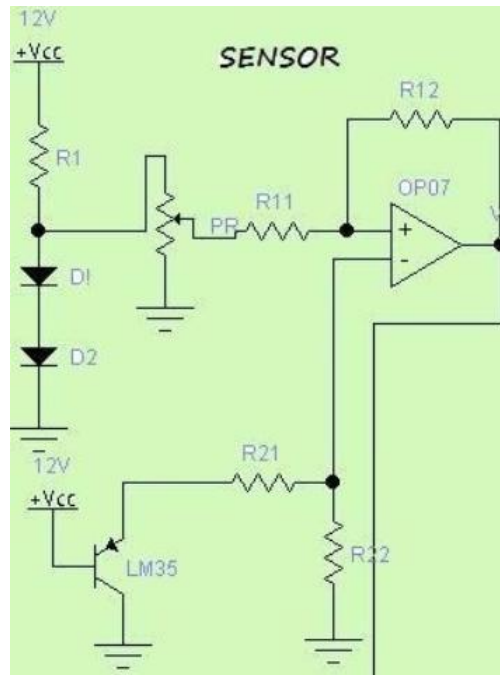


Ilustración 16. Circuito de sensado

Aquí tenemos que saber que el operacional está funcionando como un restador y R11, R12, R21 y R22 deben ser iguales para cumplir esta función. Los diodos se están encargando de establecer la tensión de entrada al potenciómetro PR.

Dado que vamos a estar usando un LM35 que nos proporciona 10mV/°C y queremos establecer nuestro SetPoint en 100°C, la tensión máxima que nos estará entregando el sensor es de 1V.

Si usamos un potenciómetro de 100k y llamamos Va a la tensión impuesta por los dos diodos y Vb a la tensión que queremos usar de SetPoint (1V), la configuración del potenciómetro tendrá que ser la siguiente:

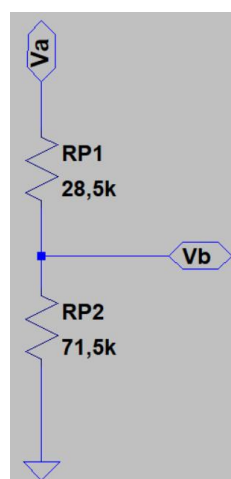


Ilustración 17. Configuración del potenciómetro

4. Etapa PPM y de Potencia

La etapa de potencia consta solamente de un transistor MOSFET, el cual conmutará la alimentación de la serie de resistencias de la planta.

La señal de accionamiento del MOSFET proviene de un modulador de posición de pulso (PPM) que tiene por objetivo variar el tiempo de accionamiento de las resistencias en función de la señal de entrada VO_PID, proveniente de la salida de la etapa PID. El modulador está construido a partir del integrado LM555 configurado en modo astable. De esta forma la señal de salida del integrado será un pulso positivo de ancho fijo y amplitud VCC, que, en función de la señal de entrada, se repetirá más o menos seguido.

Del DataSheet necesitamos obtener el tipo de configuración astable:

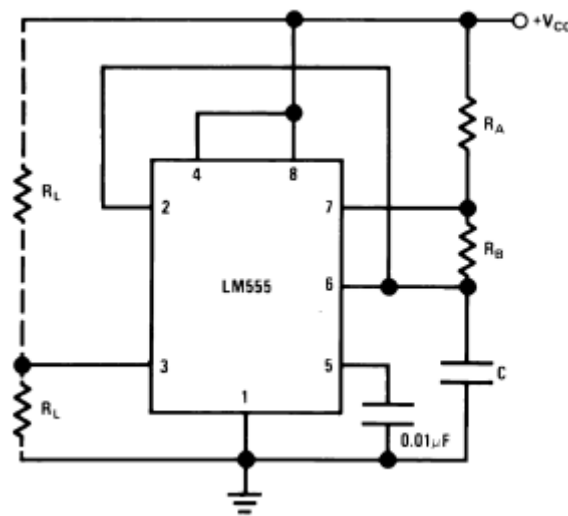


Ilustración 18. LM555 en modo astable

Y además el nombre de los pines con su descripción:

Pin Functions			
PIN		I/O	DESCRIPTION
NO.	NAME		
5	Control Voltage	I	Controls the threshold and trigger levels. It determines the pulse width of the output waveform. An external voltage applied to this pin can also be used to modulate the output waveform
7	Discharge	I	Open collector output which discharges a capacitor between intervals (in phase with output). It toggles the output from high to low when voltage reaches 2/3 of the supply voltage
1	GND	O	Ground reference voltage
3	Output	O	Output driven waveform
4	Reset	I	Negative pulse applied to this pin to disable or reset the timer. When not used for reset purposes, it should be connected to VCC to avoid false triggering
6	Threshold	I	Compares the voltage applied to the terminal with a reference voltage of 2/3 Vcc. The amplitude of voltage applied to this terminal is responsible for the set state of the flip-flop
2	Trigger	I	Responsible for transition of the flip-flop from set to reset. The output of the timer depends on the amplitude of the external trigger pulse applied to this pin
8	V ⁺	I	Supply voltage with respect to GND

Ilustración 19. Funciones de los pines del LM555

4.1. Diseño de la Etapa PPM

La condición de diseño para el oscilador en modo astable es la siguiente:

$$f = 1kHz$$

Valiéndonos de las fórmulas que nos brinda la hoja de datos se procederá a calcular los componentes de dicho oscilador:

$$f = \frac{1,44}{(R_A + 2 \cdot R_B) \cdot C} \Rightarrow R_B = \frac{1,44 - f \cdot R_A \cdot C}{2 \cdot f \cdot C} \quad (24)$$

Se establece que: $R_A = 1k\Omega$ y $C = 1\mu F$

Luego, se reemplazan los valores anteriores en la ecuación (24):

$$R_B = \frac{1,44 - 1kHz \cdot 1k\Omega \cdot 1\mu F}{2 \cdot 1kHz \cdot 1\mu F} \Rightarrow R_B = 220\Omega$$

Los valores de componentes para el PPM son:

$$R_A = 1k\Omega, R_B = 220\Omega \text{ y } C = 1\mu F$$

En las especificaciones del LM555 se recomienda que se cumplan las siguientes condiciones:

$$R_A > 5k\Omega \text{ y } R_B > 3k\Omega$$

Por lo mencionado anteriormente se procedió a multiplicar por cien los resistores y a dividir por cien a la capacidad, ya que esto no altera la condición de frecuencia solicitada, quedando:

$$R_A = 100k\Omega, R_B = 22k\Omega \text{ y } C = 10nF$$

Una vez calculados los valores de los elementos se pueden obtener las características de la forma de onda de salida del PPM:

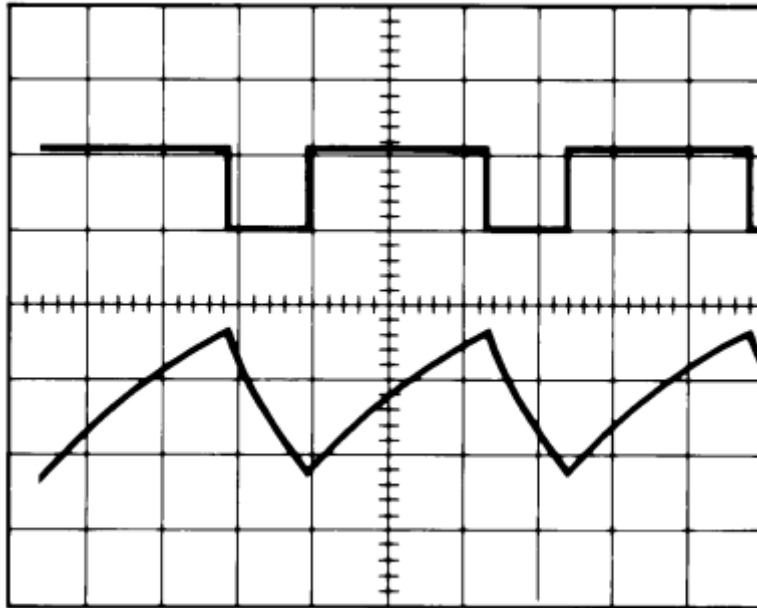


Ilustración 20. Forma de onda del oscilador en modo estable

En este caso como la alimentación de la etapa PPM es de $V_{CC}=12V$, la amplitud de la señal cuadrada de salida también es de 12V. En la Ilustración 20, en el gráfico de abajo, se puede observar la carga y descarga del capacitor C y los tiempos asociados a dichos procesos.

Amplitud:

$$A = V_{CC} \Rightarrow A = V_{OUT} = 12V$$

Tiempo de carga:

$$t_1 = 0,693 \cdot (R_A + R_B) \cdot C = 0,693 \cdot (100k\Omega + 22k\Omega) \cdot 10nF \Rightarrow t_1 = 0,84546 \text{ ms}$$

Tiempo de descarga:

$$t_2 = 0,693 \cdot R_B \cdot C = 0,693 \cdot 22k\Omega \cdot 10nF \Rightarrow t_2 = 0,15246 \text{ ms}$$

Período:

$$T = t_1 + t_2 = 0,84546 \text{ ms} + 0,15246 \text{ ms} \Rightarrow T = 997,92 \text{ ms} \sim 1\text{ms}$$

Ciclo de actividad (Duty Cycle):

$$D = \frac{R_A + R_B}{R_A + 2 \cdot R_B} = \frac{100k\Omega + 22k\Omega}{100k\Omega + 2 \cdot 22k\Omega} \Rightarrow D = 0,847 = 84,7\%$$

$$D = \frac{T_{ON}}{T_{OFF} + T_{ON}} = \frac{t_1}{t_2 + t_1} = \frac{0,84546 \text{ ms}}{0,15246 \text{ ms} + 0,84546 \text{ ms}} \Rightarrow D = 0,847 = 84,7\%$$

Corroboración de que los valores de componentes obtenidos son correctos:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{997,92 \text{ ms}} \Rightarrow f = 1,0021 \text{ kHz} \Rightarrow f = 1 \text{ kHz}$$

Por último, una característica muy importante, que hay que tener en cuenta es la corriente de salida del LM555.

7 Detailed Description

7.1 Overview

The LM555 is a highly stable device for generating accurate time delays or oscillation. Additional terminals are provided for triggering or resetting if desired. In the time delay mode of operation, the time is precisely controlled by one external resistor and capacitor. For astable operation as an oscillator, the free running frequency and duty cycle are accurately controlled with two external resistors and one capacitor. The circuit may be triggered and reset on falling waveforms, and the output circuit can source or sink up to 200mA or driver TTL circuits. The LM555 are available in 8-pin PDIP, SOIC, and VSSOP packages and is a direct replacement for SE555/NE555.

Ilustración 21. Corriente de salida del LM555

En el apartado 7.1 de la hoja de datos del LM555 se especifica que la corriente máxima es de 200mA.

$$I_{OUT \text{ MAX}} = 200 \text{ mA}$$

4.2. Diseño de la Etapa de Potencia

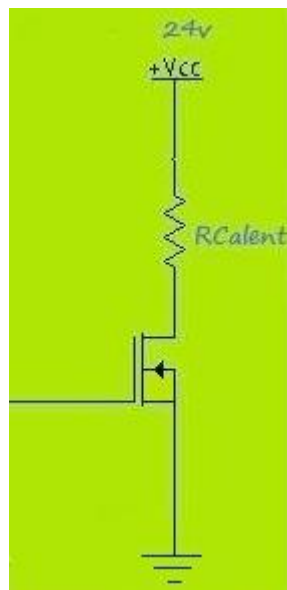


Ilustración 22. Circuito de la etapa de potencia

El resistor RCalent representa a la planta térmica de 24Ω . A la hora de elegir un transistor MOSFET hay que tener en cuenta algunas condiciones de diseño. La primera es la tensión

de ruptura del mismo y la segunda es que la tensión que ingresa al terminal Gate (G) tiene que ser mayor a la tensión $V_T = V_{GS(TH)}$, que es la diferencia de potencial a partir de la cual el dispositivo empieza a conducir corriente (I_D) con una transferencia parabólica.

Se eligió el transistor MOSFET tipo N de canal inducido IRF 530 por la disponibilidad que tiene en el mercado y porque cumple con los requisitos necesarios para ser utilizado en la etapa de potencia. A continuación, se verificará que cumple con las condiciones de diseño.

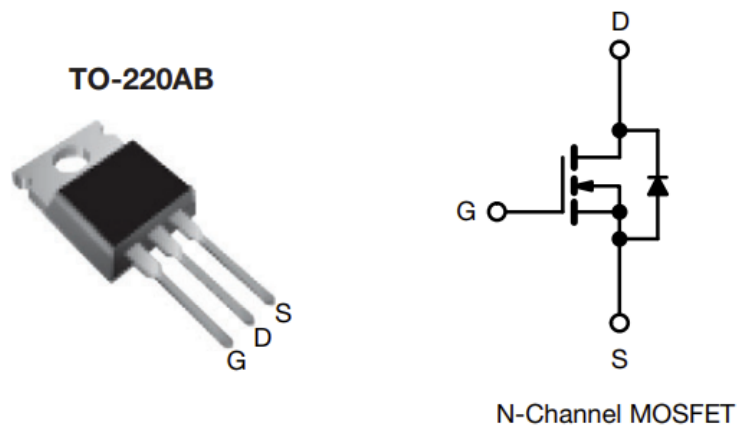


Ilustración 23. IRF 530 de Vishay

De la hoja de datos del IRF 530 de la marca Fairchild se puede obtener la máxima tensión de operación entre Drain (D) y Source (S) y la tensión a superar para que el MOSFET empiece a conducir:

PARAMETER	SYMBOL	TEST CONDITIONS	MIN	TYP	MAX	UNITS
Drain to Source Breakdown Voltage	BV_{DSS}	$I_D = 250\mu A$, $V_{GS} = 0V$ (Figure 10)	100	-	-	V
Gate to Threshold Voltage	$V_{GS(TH)}$	$V_{GS} = V_{DS}$, $I_D = 250\mu A$	2	-	4.0	V

Ilustración 24. Parámetros del IRF 530 de Fairchild

De la tabla anterior se obtiene que: $BV_{DSS} = 100V$ y $V_{GS(th)} = 4V$

La etapa de potencia se alimenta con una tensión $V_{CC}=24V$ y al terminal G (gate) del MOSFET le llega una tensión $V_{GS} = 12V$ cuando la salida del LM555 en modo astable de la etapa PPM se encuentra en estado alto, con dichos datos se procederá a confirmar que el IRF 530 cumple los requerimientos necesarios.

Relacionado con la tensión de ruptura del MOSFET se tiene que cumplir que:

$$V_{CC} \leq 0,75 \cdot BV_{DSS} = 0,75 \cdot 100V = 75V \Rightarrow V_{CC} \leq 75V$$

Se cumple que:

$$V_{CC} = 24V \ll 75V$$

Para que el MOSFET entre en modo de conducción se tiene que cumplir la siguiente condición:

$$V_{GS} > V_{GS(th)} \Rightarrow V_{GS} > 4V$$

Se cumple que:

$$V_{GS} = 12V > 4V$$

Además, el MOSFET IRF 530 tiene una limitación en la tensión V_{GS} que puede soportar:

Gate to Source Voltage V_{GS} ± 20 V

Ilustración 25. Rango de tensión entre Gate y Source

Como la etapa PPM nos entrega una tensión: $0V \leq V_{GS} \leq 12V$ entonces se puede utilizar el MOSFET IRF 530 sin problemas.

Otra característica muy relevante del MOSFET es la potencia de disipación:

Maximum Power Dissipation P_D 79 W

Ilustración 26. Potencia de disipación máxima

Además, la potencia también depende de la temperatura de la carcasa T_C :

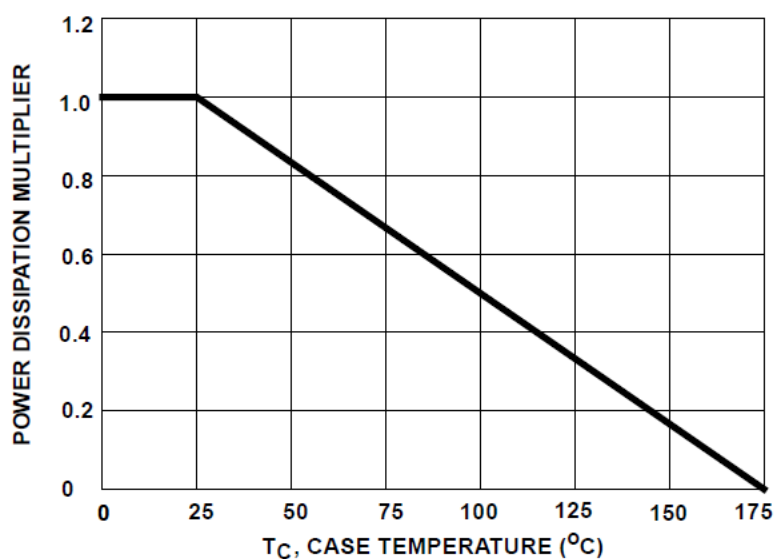


Ilustración 27. Multiplicador de potencia de disipación en función de T_C

Del gráfico anterior se llegan a los siguientes valores de potencia de disipación según la temperatura:

$$\text{Cuando } T_C = 25^\circ C \Rightarrow P_{Dmax} = 79W$$

$$\text{Cuando } T_C = 100^\circ C \Rightarrow P_D = 0,5 \cdot P_{Dmax} = 0,5 \cdot 79W \Rightarrow P_D = 39,5W$$

Corriente máxima de Drain (D):

Continuous Drain Current	I_D	14	A
$T_C = 100^\circ\text{C}$	I_D	10	A

Ilustración 28. Corriente de drenaje

De la Ilustración 27 se obtiene que:

Cuando $T_C = 25^\circ\text{C} \Rightarrow I_{Dmax} = 14\text{A}$

Cuando $T_C = 100^\circ\text{C} \Rightarrow I_D = 10\text{A}$

5. Simulación en LTSpice

Colocando los valores de los componentes calculados y hacemos una simulación en el dominio temporal para ver la respuesta del sistema, tenemos:

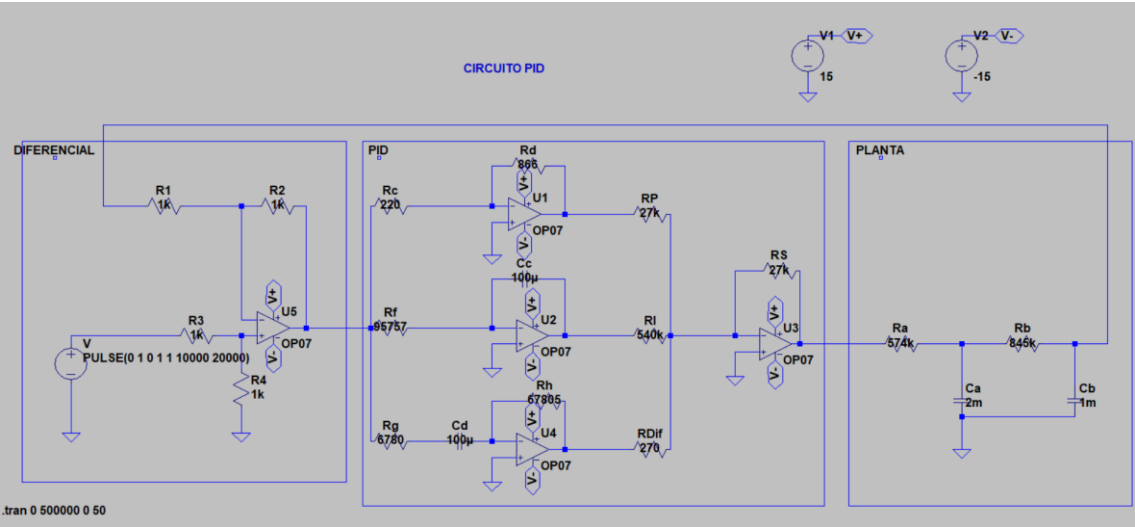


Ilustración 29. Circuito a simular en LTSpice

Con los siguientes datos cargados para simular:

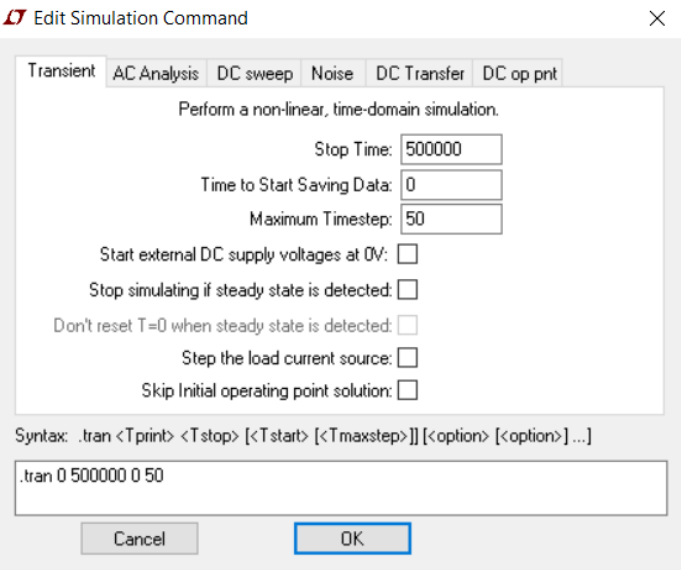


Ilustración 30. Características de la simulación

Es fundamental colocar los datos correctos en este panel para obtener una respuesta adecuada, ya que dependerán del tiempo de establecimiento del sistema para que la respuesta de la simulación sea útil.

Finalmente, si miramos la respuesta del sistema en la salida del restador entre la señal cuadrada y la respuesta del PID con controlador obtenemos:

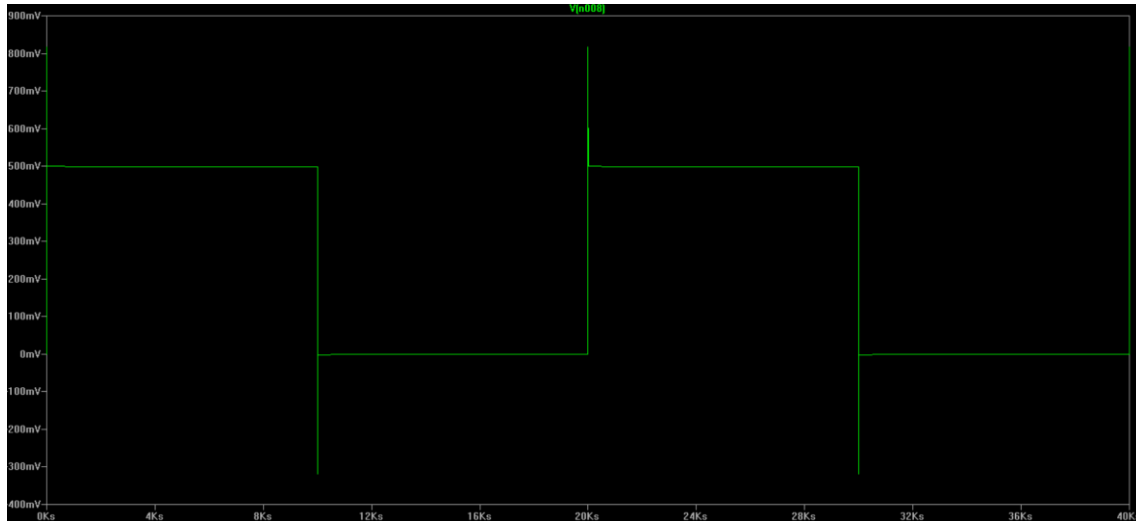


Ilustración 31. Respuesta temporal del sistema controlado

Vemos que obtenemos el mismo resultado que obtuvimos de las simulaciones en MatLab, pero en este caso tenemos un OverShoot algo más grande que lo diseñado:

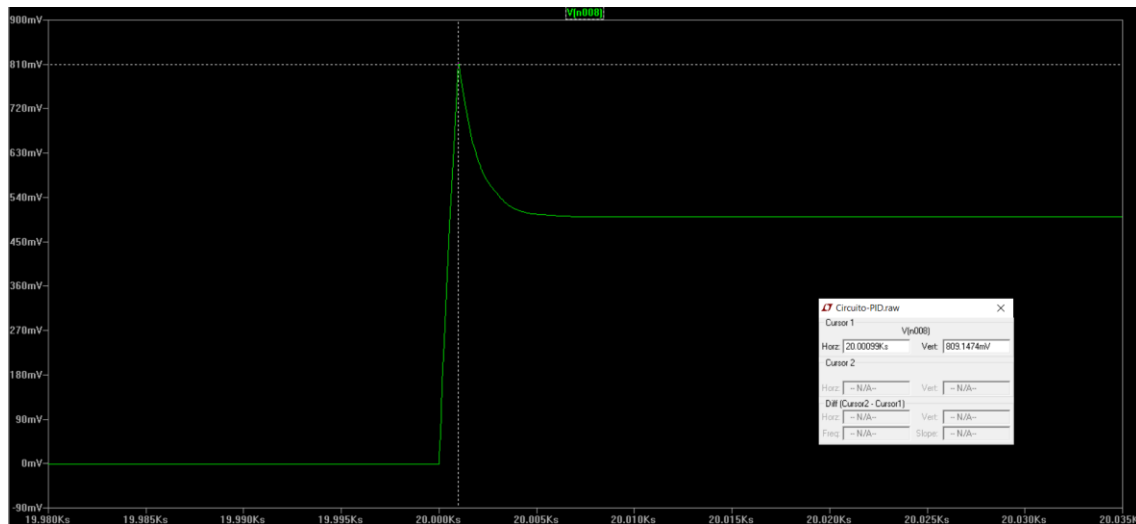


Ilustración 32. Diferencias en el OverShoot

Haciendo zoom en algún pico de la señal, vemos que tenemos un OverShoot del 60%, lo cual es bastante superior al requerido de 30%. Entendemos que esto se debe a las aproximaciones que realiza el LTSpice comparado con el MatLab y, principalmente, a la simulación de componentes reales no contemplados en el otro programa.

6. Circuito Impreso

6.1. Esquemático

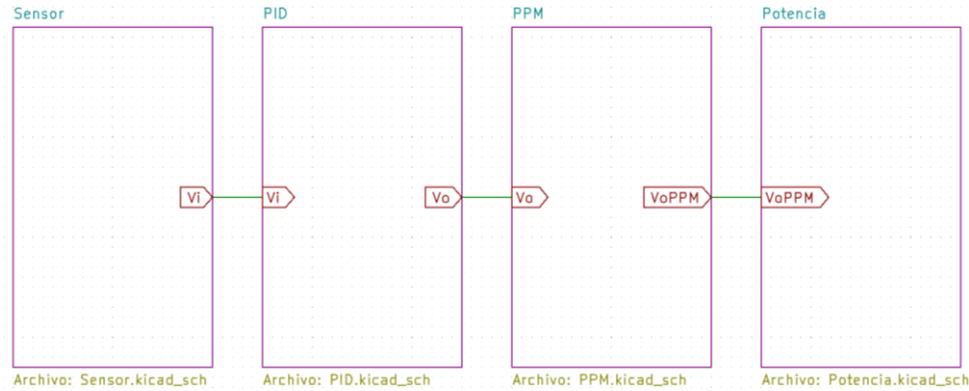


Ilustración 33. Hoja raíz

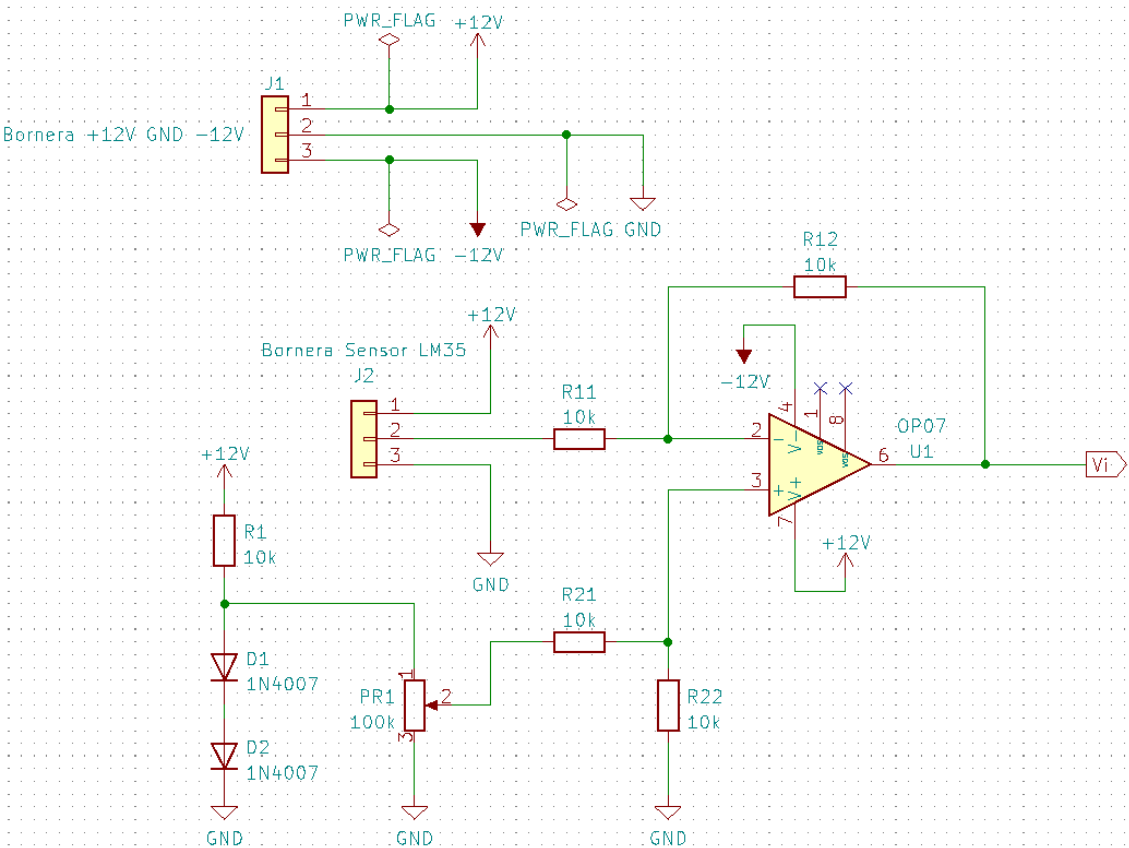


Ilustración 34. Sensor

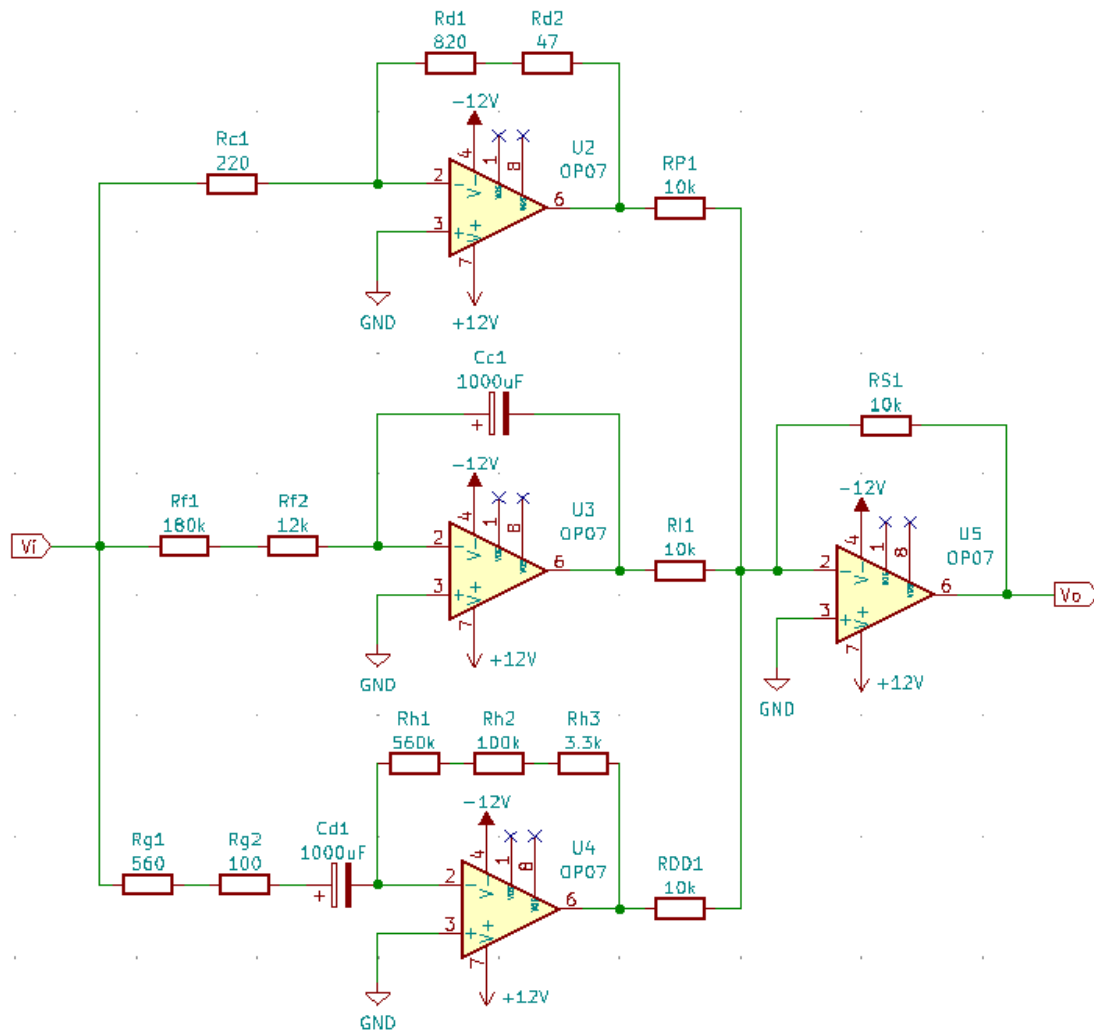


Ilustración 35. PID

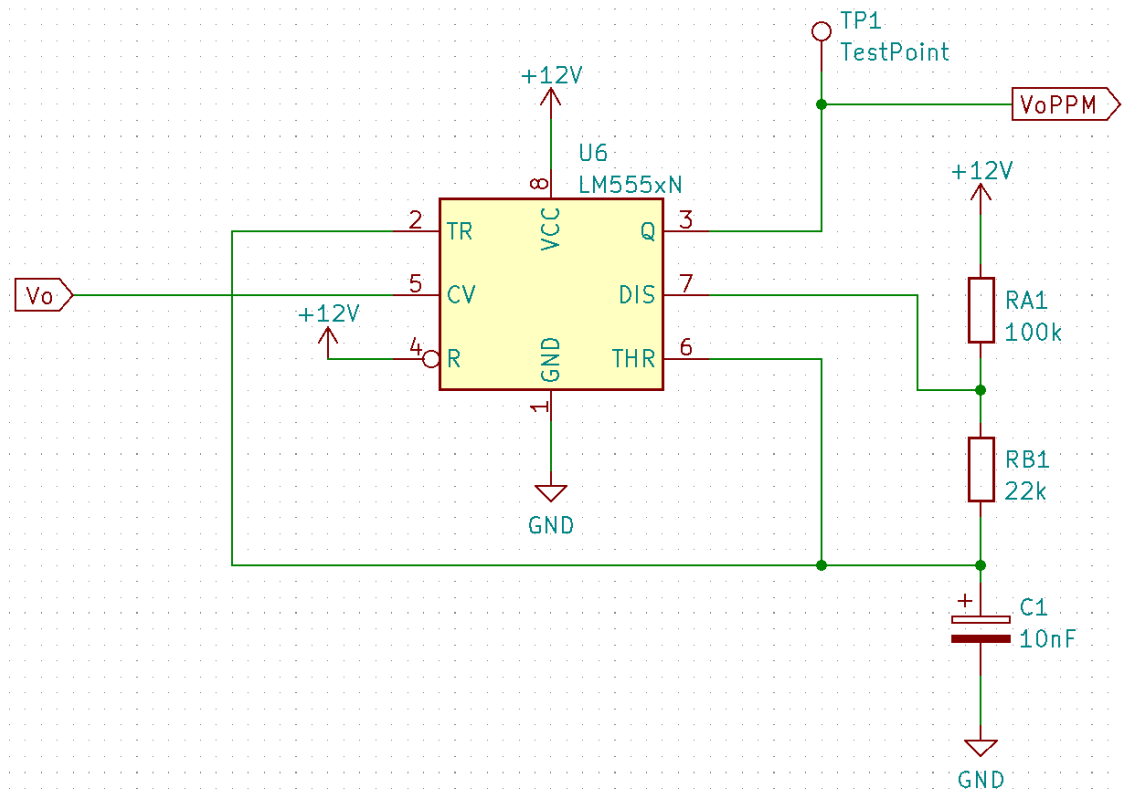


Ilustración 36. PPM

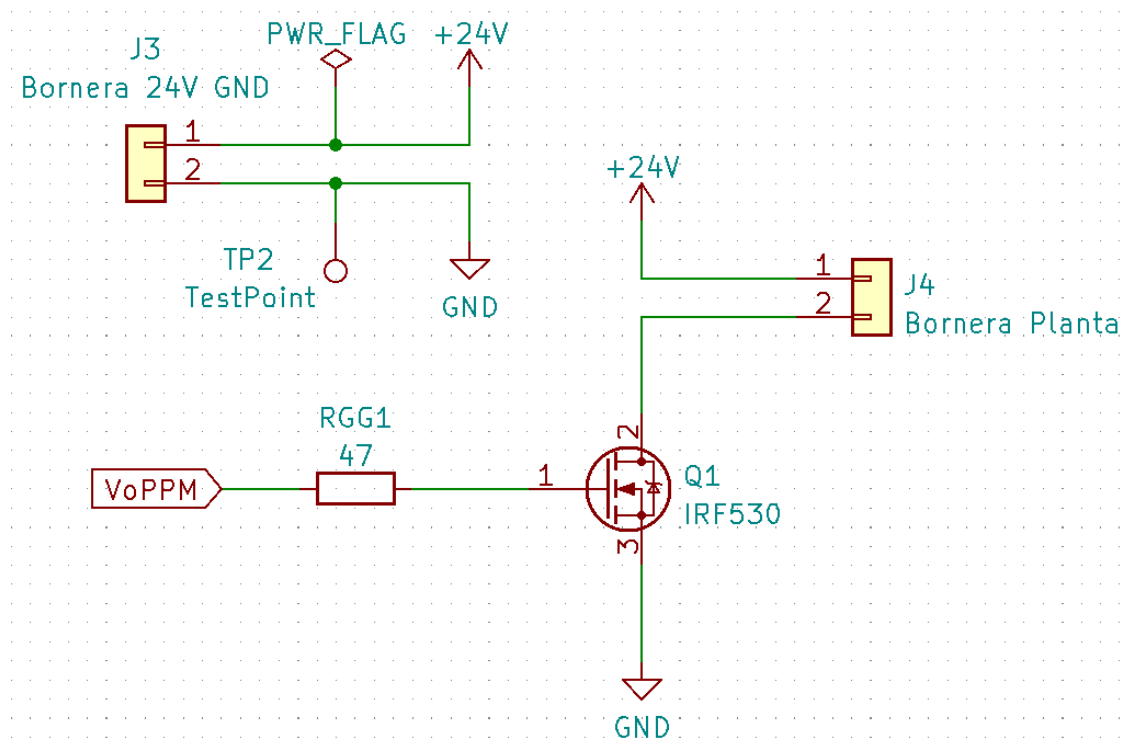


Ilustración 37. Potencia

6.2. PCB

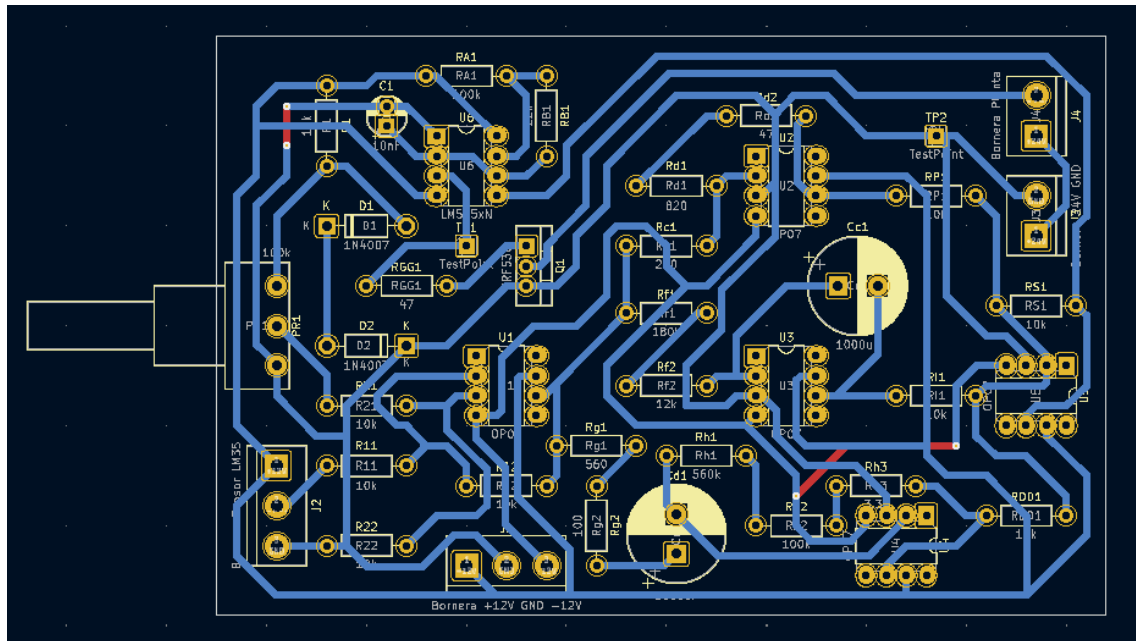


Ilustración 38. Circuito en KiCad

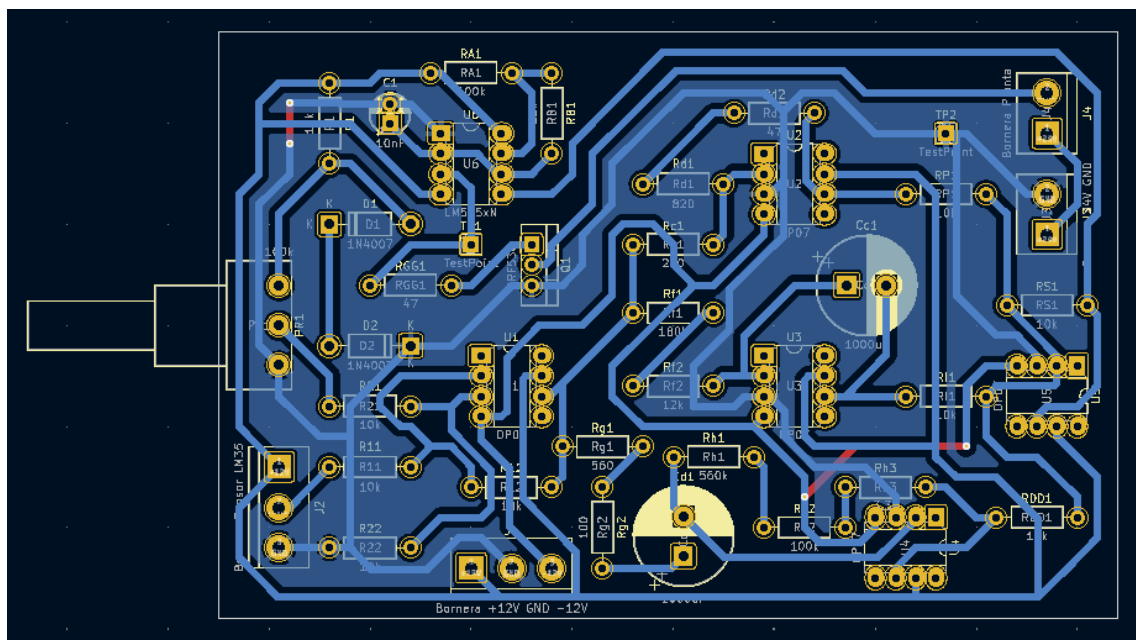


Ilustración 39. Circuito en KiCad con relleno de cobre para GND

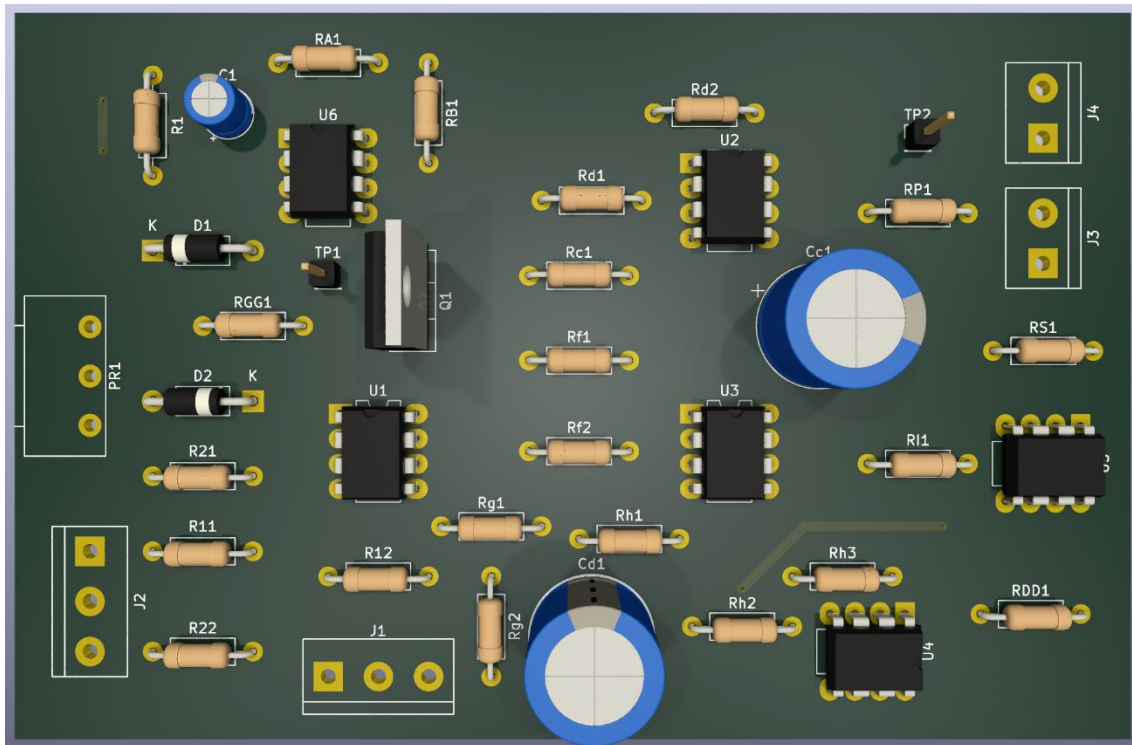


Ilustración 40. Modelo 3D del circuito (vista frontal)

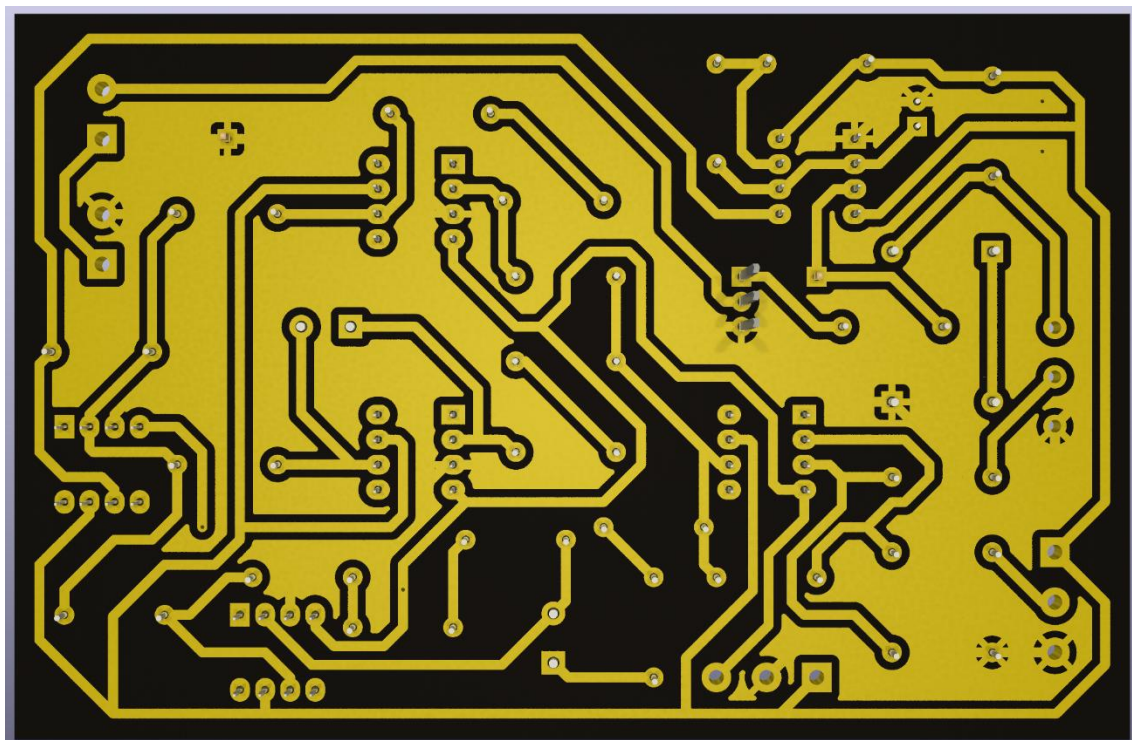


Ilustración 41. Modelo 3D del circuito (vista posterior)

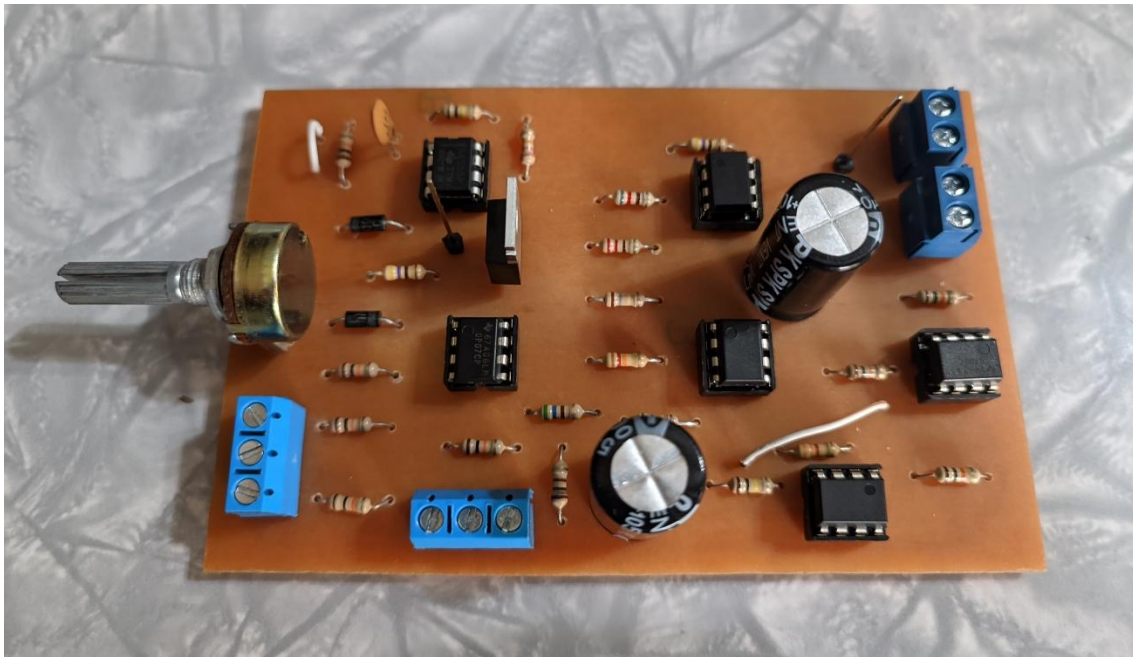


Ilustración 42. Vista frontal del circuito real

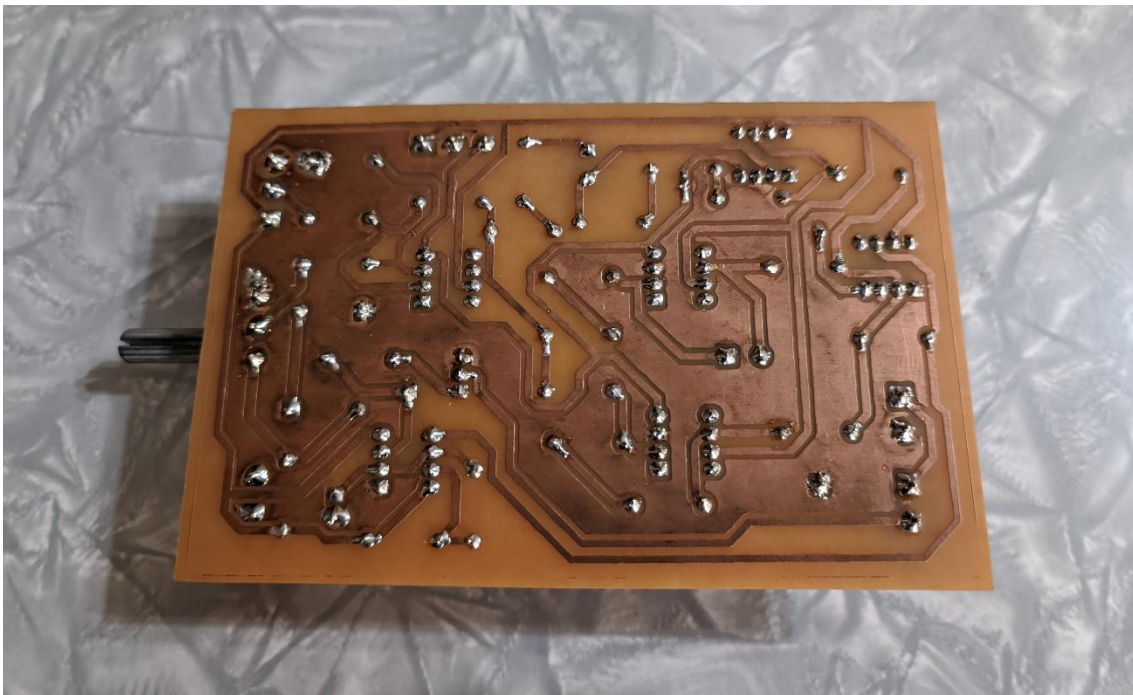


Ilustración 43. Vista inferior del circuito real

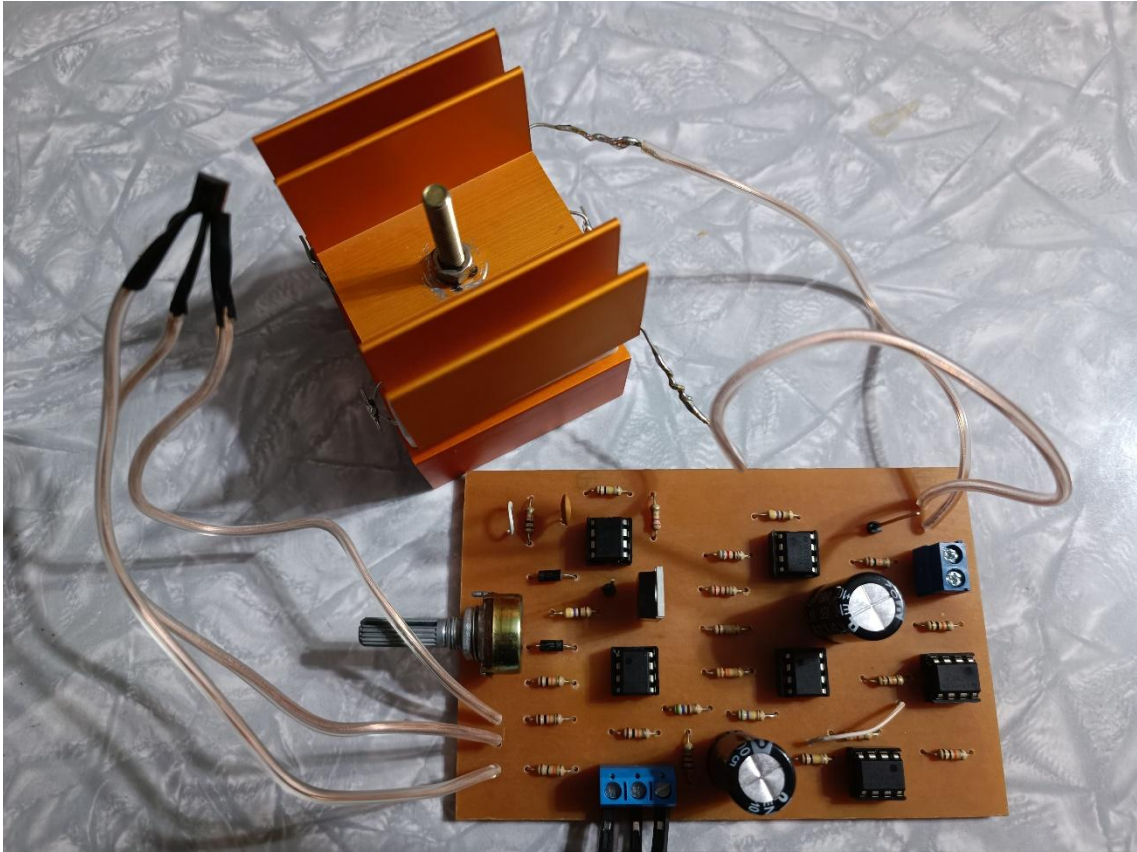


Ilustración 44. Sensor de temperatura LM35DZ, controlador PID y planta térmica