

Proyecto 1 Etapa 2

Andrés Caballero, Nicole Martínez, Esteban Orjuela

8 de mayo de 2025

Aclaración técnica

La generación automática de la matriz de costes requiere la selección de una ventana de tiempo para garantizar la factibilidad del modelo de ruteo. Dado que el espacio de soluciones abarca ventanas temporales desde 10 min hasta más de 60 min, resulta inviable identificar mediante cálculo exhaustivo la amplitud mínima que asegure una solución factible.

Por consiguiente, se ha adoptado una estrategia de sobremuestreo temporal: cada ventana se amplía en ± 1 hora. Este “buffer” bidireccional garantiza la factibilidad del modelo a costa de introducir un sesgo de 2 horas en los horarios de entrega.

En un contexto logístico real, esta incertidumbre de 2 horas es aceptable, pues:

- Relaja las restricciones de ventana, aumentando la robustez frente a variaciones en tráfico y demanda.
- Asegura factibilidad del problema de ruteo, evitando infeasibilidades por ventanas excesivamente ajustadas.
- Facilita la planificación con holgura temporal, permitiendo asignación de recursos más flexible y reduciendo incumplimientos.

Formulación de hipótesis operativas

Se propone un conjunto de hipótesis para caracterizar el comportamiento del modelo Multi-TSP con particionamiento de carga y reabastecimiento:

Hipótesis 1. Consolidación versus particionamiento de nodos de alta densidad. En instancias donde la mayoría de los nodos presentan demanda inferior a la capacidad máxima de un solo vehículo, el solver tenderá a consolidar entregas en una única ruta extensa, minimizando el número de vehículos activos y el coste fijo por vehículo. Sin embargo, en presencia de uno o más nodos cuya demanda supera la capacidad del vehículo de mayor capacidad, se activa el mecanismo de particionamiento de demanda:

- *Caso consolidación:* todos los nodos caben en la capacidad individual — ruta monovehicular óptima con coste de viaje único.
- *Caso particionamiento:* nodos sobredimensionados obligan a partir la entrega en dos o más subrutas, reduciendo la distancia de reabastecimiento individual a costa de incrementar los costes variables de viaje.

Hipótesis 2. Reparto de exceso de demanda en flotas reducidas. Cuando el tamaño de la flota es limitado y existe al menos un nodo con demanda superior a la capacidad de cualquier vehículo, el modelo dicta dos comportamientos posibles:

1. *Reparto cooperativo:* si los vehículos secundarios tienen capacidad remanente suficiente, asumen fragmentos de la demanda excesiva mediante particionamiento distribuido, equilibrando la carga y reduciendo retornos al depósito.
2. *Reabastecimiento centralizado:* si la sumatoria de las capacidades remanentes no cubre la demanda excedente, el vehículo de mayor capacidad realiza un recorrido de reabastecimiento adicional, ya que dividir la carga implicaría un sobre coste mayor que un único trayecto de reabastecimiento.

Hipótesis 3. Preferencia de particionamiento con reabastecimiento habilitado. En escenarios con flotas amplias y vehículos de alta capacidad, y cuando está habilitado el reabastecimiento, el modelo favorecerá sistemáticamente el particionamiento de carga siempre que:

$$d_{\text{sec}}(\text{último nodo} \rightarrow \text{nuevo subnodo}) + d_{\text{sec}}(\text{subnodo} \rightarrow \text{depósito}) < d_{\text{prin}}(\text{último nodo} \rightarrow \text{depósito}) + d_{\text{prin}}(\text{depósito} \rightarrow \text{nuevo subnodo}).$$

donde d_{sec} y d_{prin} representan distancias recorridas por el vehículo secundario y el principal, respectivamente. Esta condición asegura que el particionamiento y la continuación del servicio por un vehículo secundario generen un menor coste de viaje neto que el reabastecimiento completo por el vehículo principal.

1 Caso 1

Para este caso la solución es aproximada puesto que la complejidad en la cantidad de vehículos aumenta el tiempo en particionamiento, por lo que solo se exploró el 46,94% del B&B Tree .

1.1 Visualizaciones

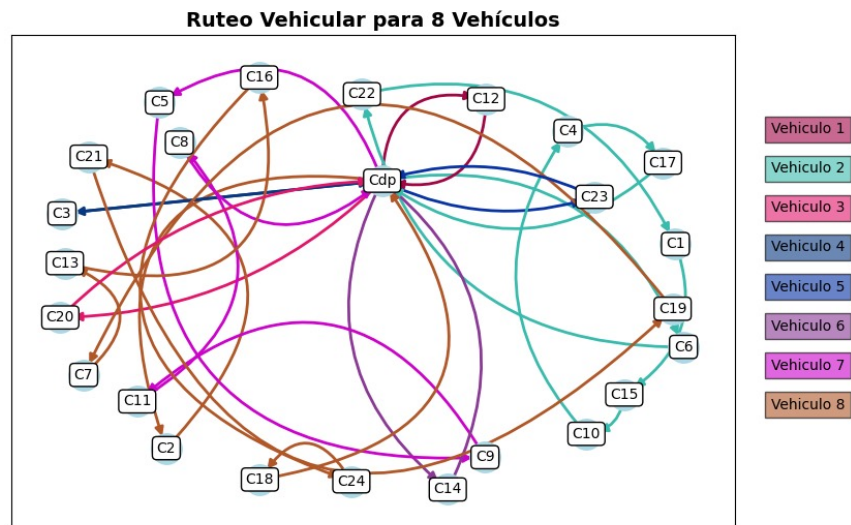


Figure 1: Solución para 8 vehiculos

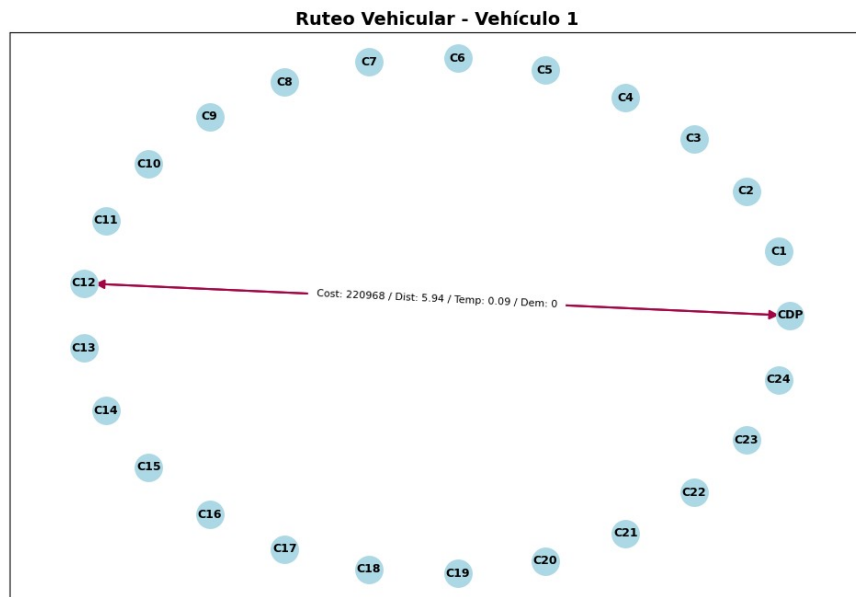
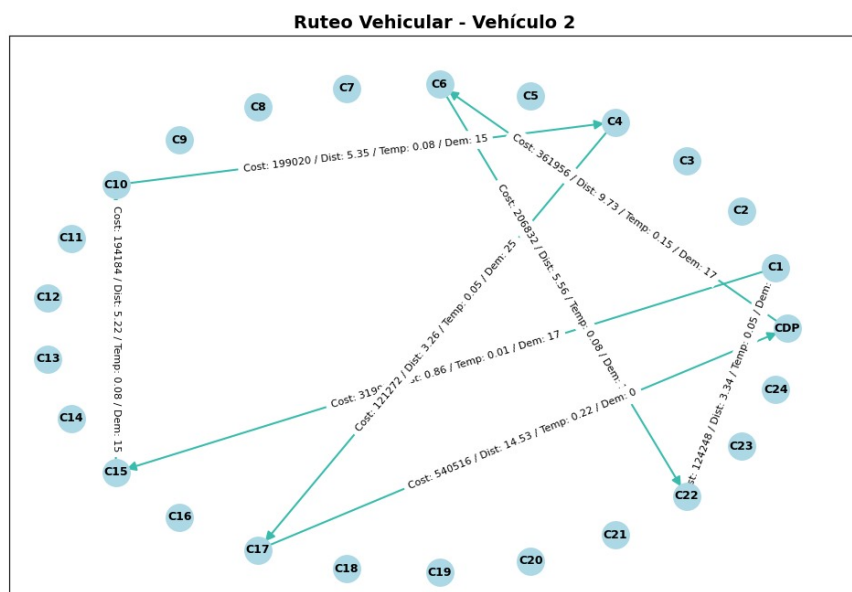


Figure 2: Solución vehiculo 1



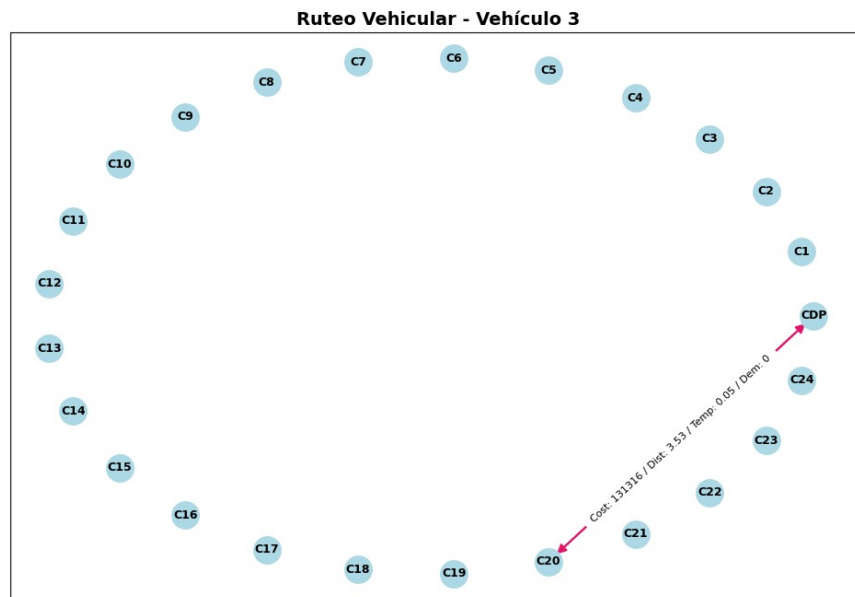


Figure 4: Solución vehículo 3

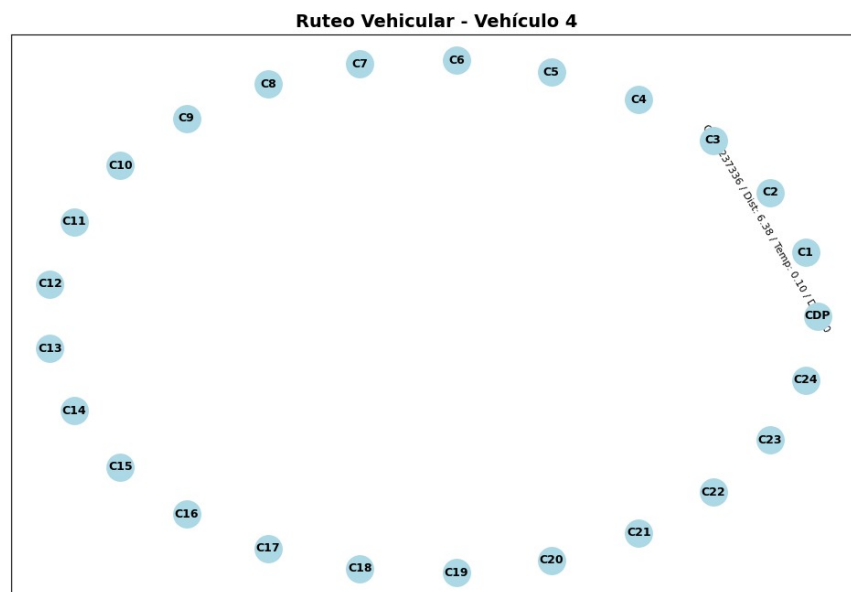


Figure 5: Solución vehículo 4

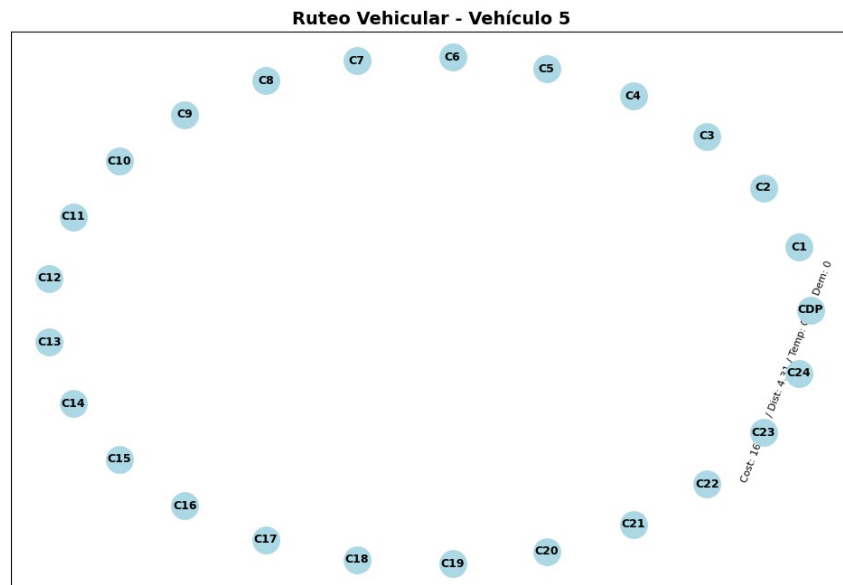


Figure 6: Solución vehículo 5

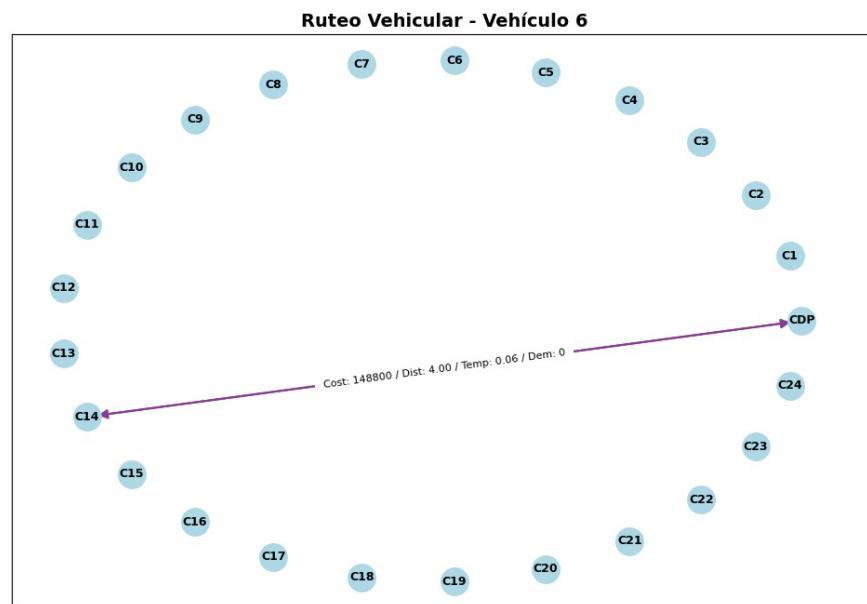


Figure 7: Solución vehículo 6

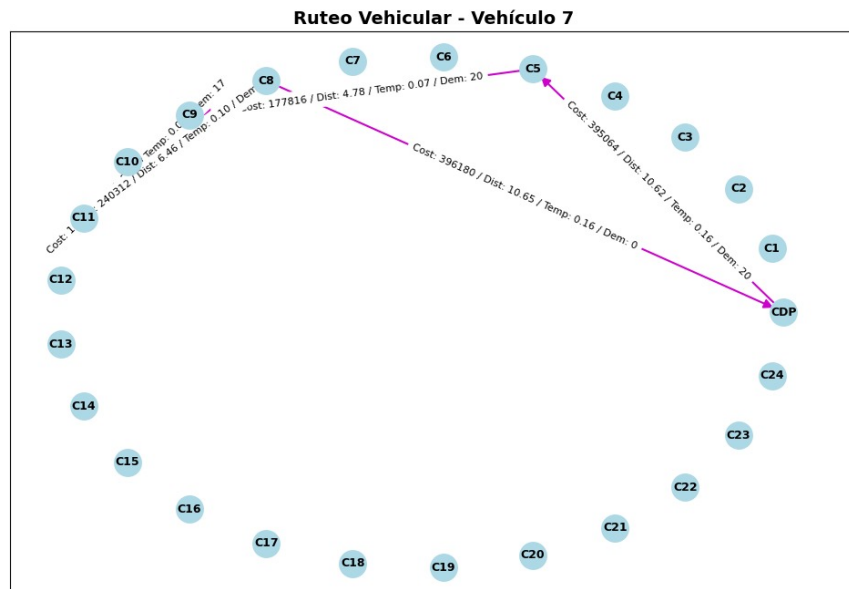


Figure 8: Solución vehículo 7

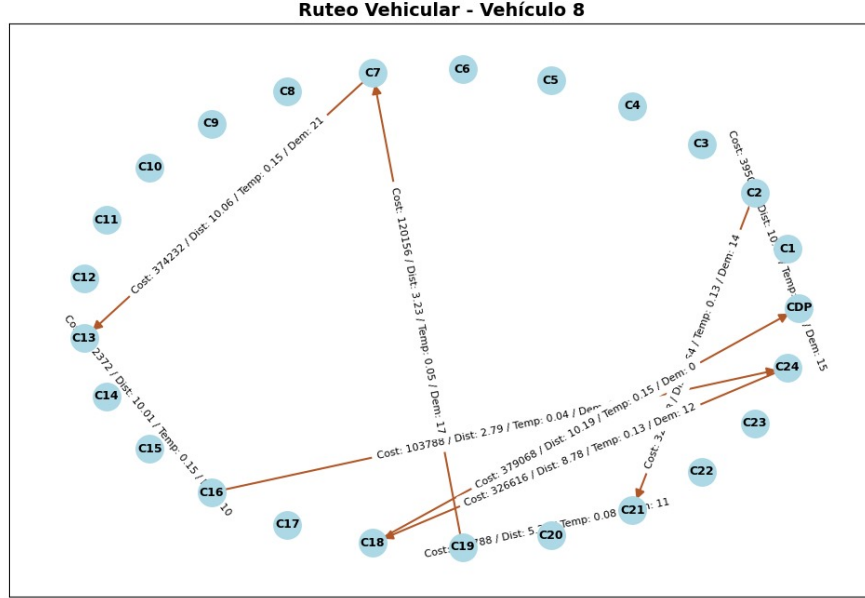


Figure 9: Solución vehículo 8

La solución de ruteo muestra una asignación efectiva de las rutas a lo largo de los 8 vehículos, garantizando cobertura completa a los 24 clientes desde un único centro de distribución. Los vehículos 2, 7 y 8, por ejemplo, presentan rutas largas y una carga distribuida, lo que indica un aprovechamiento eficiente. En contraste, otros como el 1, 3, 4 y 5 tienen desplazamientos mínimos y una carga nula o muy baja, lo que revela posibles oportunidades de consolidación de entregas o ajustes en la asignación de demanda. El modelo respeta claramente la cobertura y conexión entre nodos, pero deja abierta la posibilidad de mejorar el nivel de servicio mediante rutas combinadas, reutilización de vehículos o integración de múltiples entregas por trayecto.

1.2 Interpretaciones clave

Rutas del Multi-TSP

Vehículo 1 (ID 1):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C19
- C21

- C7
- C2
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 1 473 120.0
- Distancia Total: 39.60
- Tiempo Total: 0.0
- Demanda Abastecida: 57.0

Vehículo 2 (ID 2):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C18
- C22
- C1
- C10
- C16
- C24
- C9
- C11
- C8
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 1 983 504.0
- Distancia Total: 53.32
- Tiempo Total: 0.0
- Demanda Abastecida: 136.0

Vehículo 3 (ID 3):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C6
- C13
- C15
- C4
- C17
- C5
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 1 396 860.0
- Distancia Total: 37.55
- Tiempo Total: 0.0
- Demanda Abastecida: 115.0

Vehículo 4 (ID 4):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C20
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 262 632.0
- Distancia Total: 7.06
- Tiempo Total: 0.0
- Demanda Abastecida: 15.0

Vehículo 5 (ID 5):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C12
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 441 936.0
- Distancia Total: 11.88
- Tiempo Total: 0.0
- Demanda Abastecida: 12.0

Vehículo 6 (ID 6):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C14
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 297 600.0
- Distancia Total: 8.00
- Tiempo Total: 0.0
- Demanda Abastecida: 15.0

Vehículo 7 (ID 7):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C3
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 474 672.0
- Distancia Total: 12.76
- Tiempo Total: 0.0
- Demanda Abastecida: 12.0

Vehículo 8 (ID 8):

Ubicaciones recorridas:

- CDP

- C23
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 320 664.0
- Distancia Total: 8.62
- Tiempo Total: 0.0
- Demanda Abastecida: 15.0

Resumen del sistema:

- Costo total del sistema: 6 650 988.0 COP
- Distancia total recorrida: 178.79 Km
- Tiempo total de recorrido: 0.0 minutos
- Demanda total abastecida: 377.0 unidades

-
- **Costo total:** 6 650 988 COP
 - **Distancia recorrida:** 178,79km \pm 100km
 - **Flota utilizada:** 8 vehículos (cada uno parte y regresa al centro de distribución)
 - **Cobertura de la demanda:** 100 %
 - **Gap garantizado:** 9,45 %
 - Primal bound (mejor solución factible): 697 310,28 COP
 - Dual bound (cota inferior): 631 434,95 COP
 - Óptimo verdadero garantizado en el intervalo
 [631 434,95 COP, 697 310,28 COP].
 - **P–D integral:** 5 333,12 (evolución de la brecha durante el cómputo)
 - **Tiempo de cómputo:** 49 190 s (límite de tiempo alcanzado) = 12 horas

Aunque el modelo satisface completamente las restricciones de capacidad, cobertura y retorno al depósito, se observa que varios vehículos están subutilizados: rutas muy cortas atienden demandas pequeñas, lo que incrementa el coste logístico por unidad transportada. Para reducir esta ineficiencia y estrechar la brecha del 9,45 %, se recomienda:

1. Incrementar el tiempo de cómputo, para que el solver continúe cerrando el gap.
2. Incorporar cortes o heurísticas adicionales que orienten la búsqueda hacia soluciones de menor coste.

En cualquier caso, la cobertura completa de la demanda y el cumplimiento de todas las restricciones garantizan la viabilidad operativa, incluso en contextos logísticos con variabilidad en la demanda y disponibilidad de recursos.

2 Caso 2

2.1 Visualizaciones

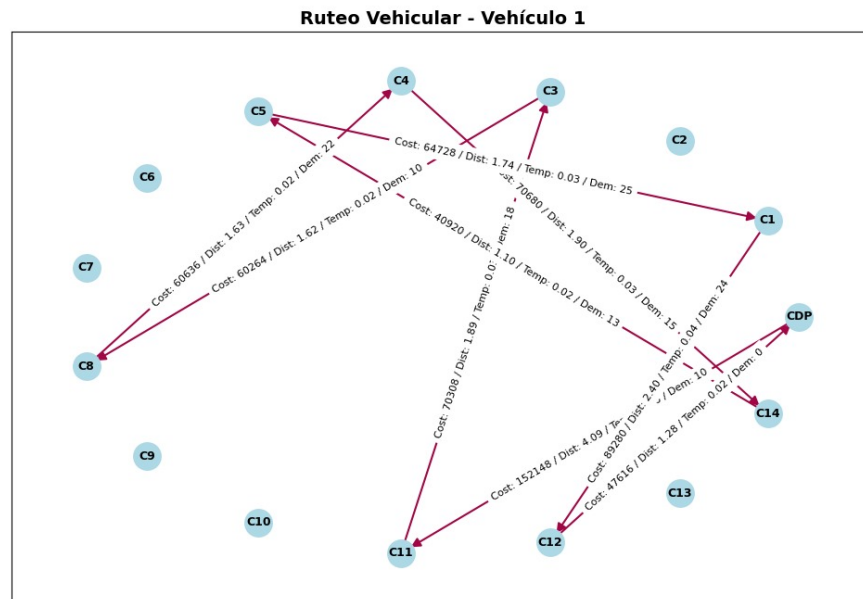


Figure 10: Solución para el vehículo 1

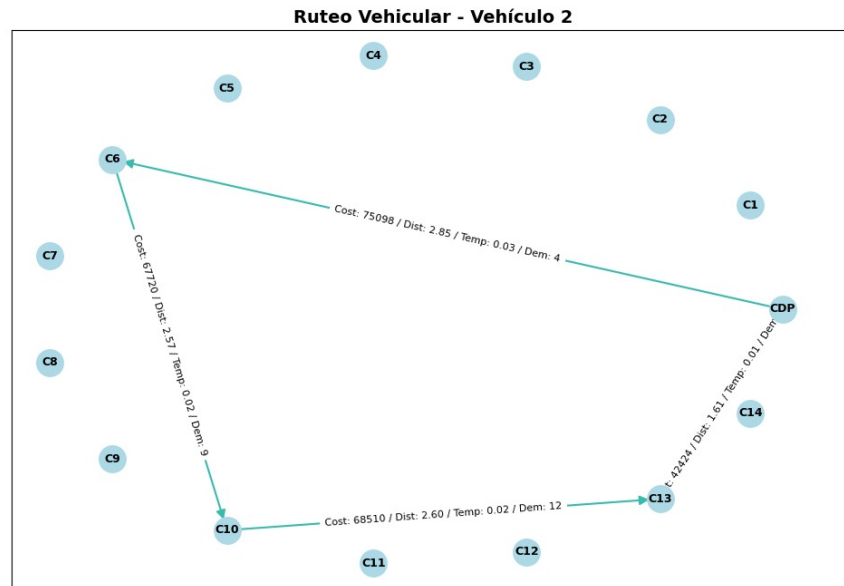


Figure 11: Solución para el vehículo 2

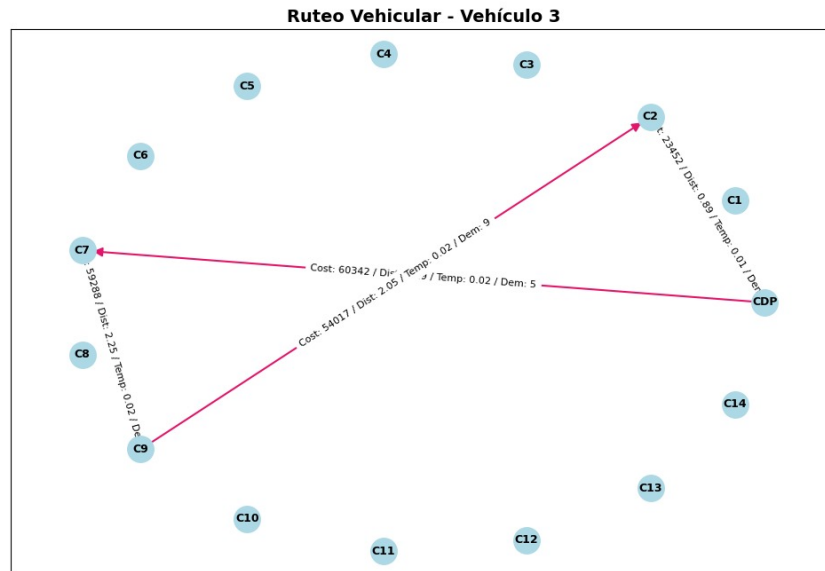


Figure 12: Solución para el vehículo 3

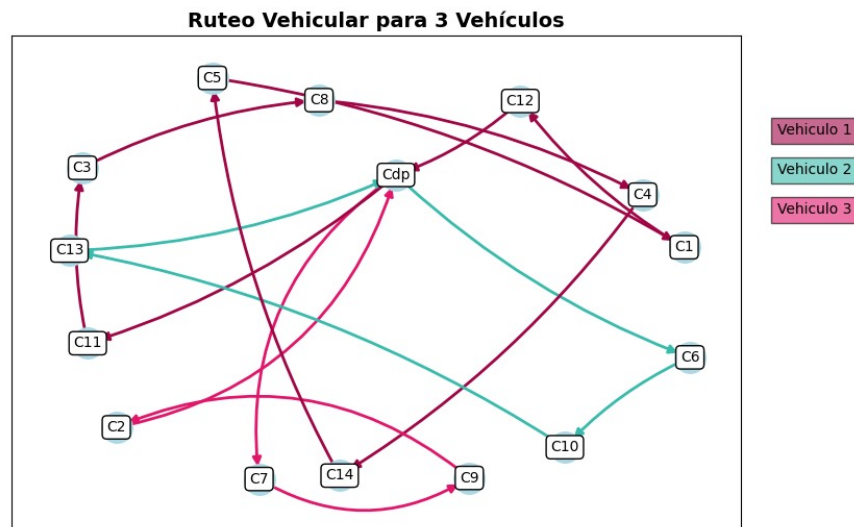


Figure 13: Solución ruteo para 3 vehículos

El vehículo 1 realiza una ruta densa con múltiples clientes y demandas altas (hasta 25 unidades), lo que indica una buena asignación de capacidad. El vehículo 2 sigue una trayectoria más lineal, abarcando clientes con demandas intermedias. El vehículo 3, por su parte, se enfoca en una ruta más extensa geográficamente, pero con una carga distribuida eficientemente. En conjunto, esta solución muestra un alto grado de eficiencia logística y una mejora evidente en términos de optimización operativa frente al caso anterior.

Análisis de sensibilidad

Para evaluar la robustez del modelo, se definieron tres tipos de variaciones sobre el escenario base:

1. **Variación de demanda (ΔDem):** se sumó o restó un valor igual a ± 5 unidades a la demanda máxima.
2. **Factor de recarga/tiempo de vuelo ($\times\text{Rec}$):** se multiplicaron todos los tiempos de recarga y vuelo por factores en $\{0.8, 1.0, 1.2\}$.
3. **Fallo temporal de vehículos (VehOut):** se excluyó temporalmente el vehículo tipo 1 ($\{1\}$).

Los resultados obtenidos para cada escenario se muestran en la Tabla 1, donde ΔDem es el ajuste aplicado a la demanda, $\times\text{Rec}$ el factor de recarga, “VehOut” la lista de vehículos fuera de servicio, y “Costo” el costo total resultante.

ΔDem	$\times\text{Rec}$	VehOut	Costo
-5.0	1.0	—	32 169.475
0.0	1.0	—	32 169.475
5.0	1.0	—	32 169.475
0.0	0.8	—	32 169.475
0.0	1.2	—	32 169.475
0.0	1.0	$\{1\}$	32 169.475

Table 1: Resultados del análisis de sensibilidad

Conclusión: A pesar de introducir variaciones significativas en la demanda (± 5 unidades), alterar los tiempos de recarga/vuelo ($\times 0.8$ a $\times 1.2$) y retirar temporalmente un vehículo, el costo total del sistema permaneció invariante en COP 32 169.475. Esto indica que la solución encontrada es altamente robusta frente a los parámetros evaluados.

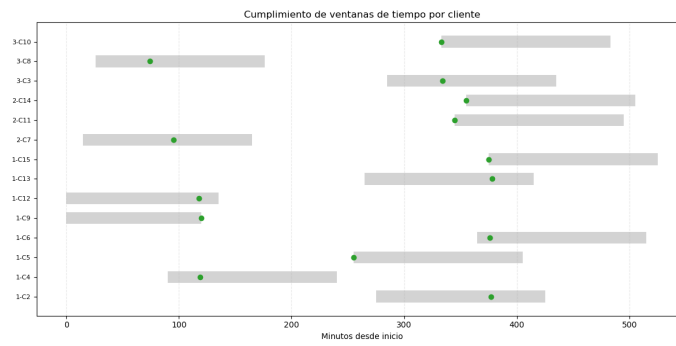


Figure 14: Ventanas de tiempo

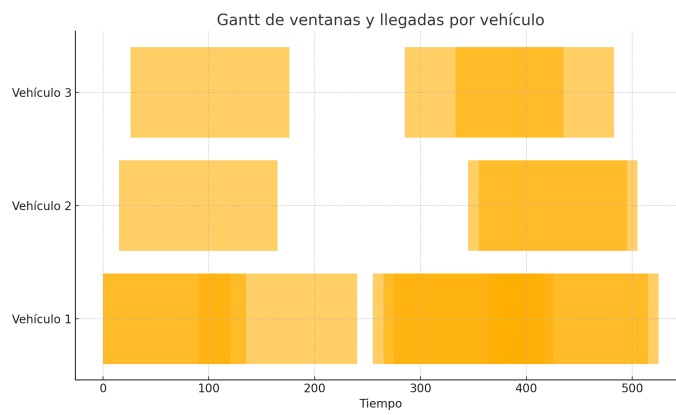


Figure 15: Tiempo por vehiculo

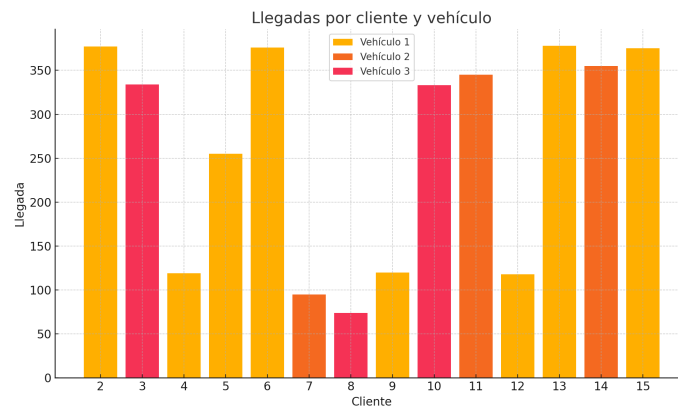


Figure 16: Llegadas por vehículo

2.2 Interpretaciones clave

Rutas del Multi-TSP

Vehículo 1 (ID 1):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C11
- C3
- C8
- C4
- C14
- C5
- C1
- C12
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 656 580.0
- Distancia Total: 17.65
- Tiempo Total: 2 118.02

- Demanda Abastecida: 137.0

Vehículo 2 (ID 2):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C6
- C10
- C13
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 253 750.5
- Distancia Total: 9.63
- Tiempo Total: 795.01
- Demanda Abastecida: 25.0

Vehículo 3 (ID 3):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C7
- C9
- C2
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 197 098.0
- Distancia Total: 7.48
- Tiempo Total: 741.01
- Demanda Abastecida: 23.0

Resumen del sistema:

- Costo total del sistema: 1 107 428.5 COP

- Distancia total recorrida: 34.76 Km
- Tiempo total de recorrido: 3 654.04 minutos (real: 2 118.02 minutos)
- Demanda total abastecida: 185.0 unidades

El vehículo 1 cubre la mayor parte de la demanda (137 unidades) con un costo moderado (656 580 COP), una distancia de 17.65 km y una ruta compleja que incluye ocho clientes. Esta configuración sugiere que el modelo priorizó la consolidación de entregas en un único trayecto extenso para minimizar el número de vehículos activos. Por su parte, los vehículos 2 y 3 atienden demandas menores (25 y 23 unidades, respectivamente), concentrándose en zonas de menor densidad. Sus costes y distancias (9.63 km para el vehículo 2 y 7.48 km para el vehículo 3) son coherentes con el nivel de cobertura. El costo total del sistema de 1 107 428.5 COP para 34.76 km recorridos confirma una solución óptima y equilibrada en términos de utilización de recursos y cobertura de la demanda.

3 Caso 3

3.1 Visualizaciones

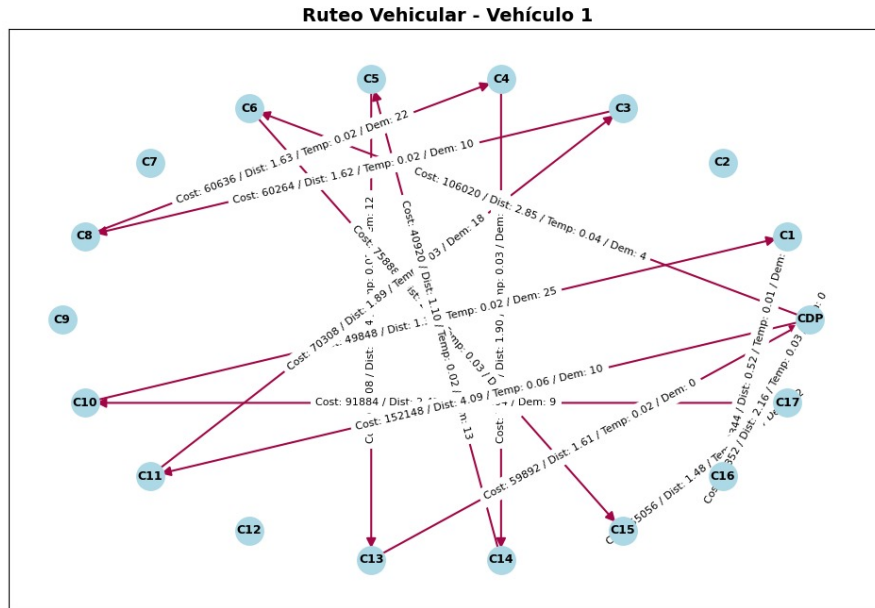


Figure 17: Solución vehículo 1

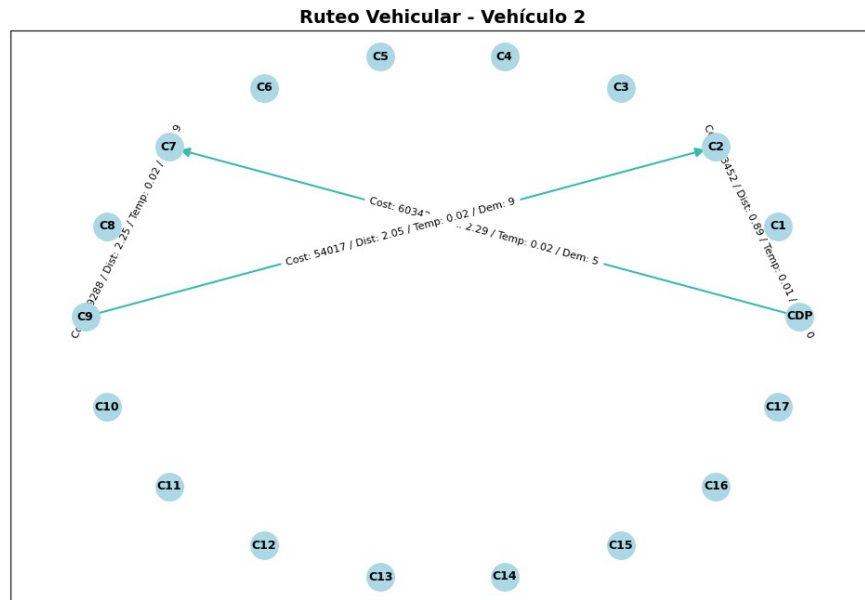


Figure 18: Solución vehículo 2

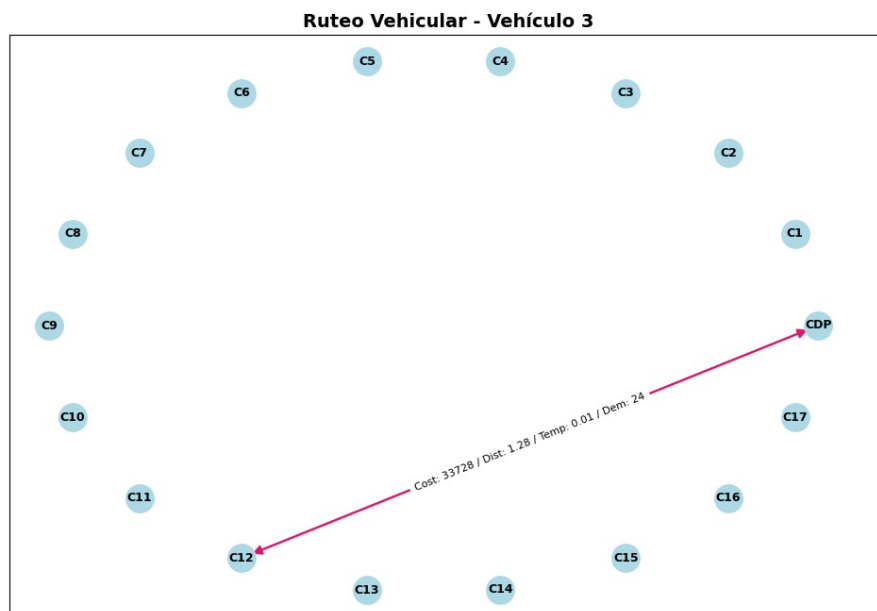


Figure 19: Solución vehículo 3

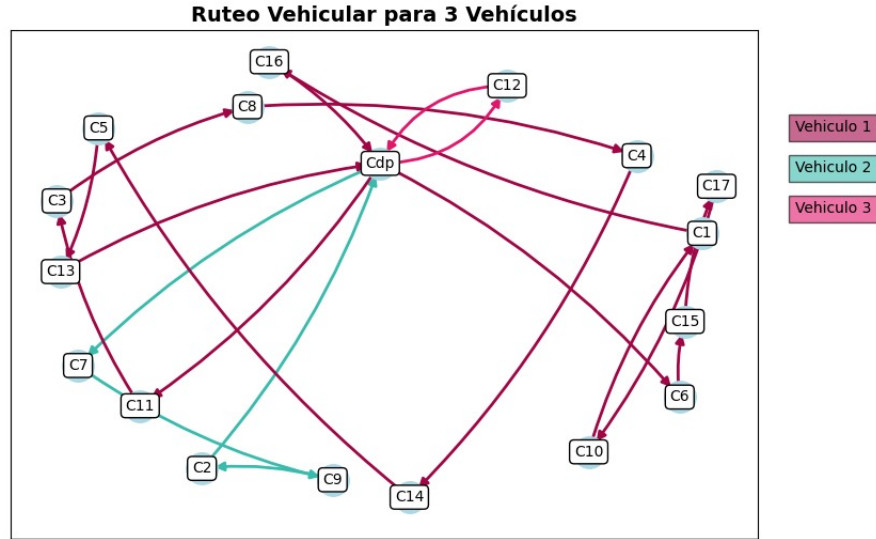


Figure 20: Solución para 3 vehículos

El vehículo 1 realiza una ruta extensa con múltiples entregas que incluyen retornos al depósito, lo cual permite cubrir clientes de alta demanda (como C5, C12 y C13) sin violar restricciones de capacidad. Esta estrategia resulta en una red densa de arcos salientes y entrantes al CDP, evidenciando la funcionalidad de reabastecimiento como eje del modelo. También se observa una asignación eficiente del recorrido, con entregas agrupadas por proximidad y carga demandada, optimizando tiempos y minimizando el número de vehículos requeridos. En cuanto a los vehículos 2 y 3, sus rutas están más enfocadas y específicas. El vehículo 2 realiza un trayecto intermedio con múltiples entregas encadenadas (C2 → C7 → C9), mientras que el vehículo 3 ejecuta una ruta extremadamente puntual, cubriendo únicamente al cliente C12 con demanda alta, retornando de inmediato al CDP. Este patrón sugiere que el modelo respeta de forma estricta las ventanas de tiempo y la capacidad de carga, eligiendo dividir las entregas cuando es necesario. La representación gráfica final muestra una cobertura completa de clientes, un número moderado de vehículos, y rutas que se ajustan a las restricciones realistas del problema. El uso del reabastecimiento no solo mejora la factibilidad de la solución, sino que también contribuye a mantener un alto nivel de servicio bajo condiciones operativas reales.

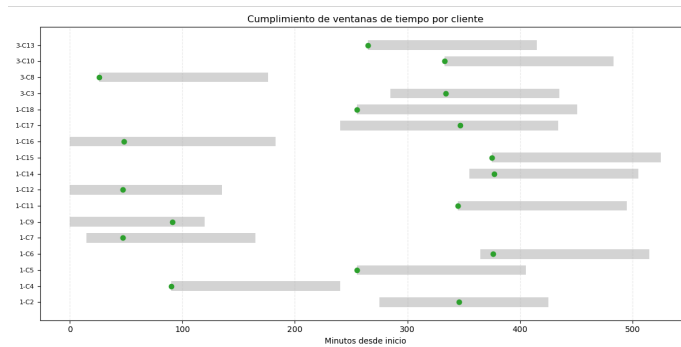


Figure 21: Ventanas de Tiempo

3.2 Interpretaciones clave

Rutas del Multi-TSP

Vehículo 1 (ID 1):

Ubicaciones recorridas:

- CDP (salida)
- C6
- C15
- C17
- C10
- C1
- C16
- CDP (reabastecimiento)
- C11
- C3
- C8
- C4
- C14
- C5
- C13

- CDP (retorno)

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 1 054 248.0
- Distancia Total: 28.34 km
- Tiempo Total: 3 336.02 min
- Demanda Abastecida: 234.0 unidades

Vehículo 2 (ID 2):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C7
- C9
- C2
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 197 098.0
- Distancia Total: 7.48 km
- Tiempo Total: 839.01 min
- Demanda Abastecida: 23.0 unidades

Vehículo 3 (ID 3):

Ubicaciones recorridas:

- CDP
- C12
- CDP

Valores de la Ruta:

- Costo Total: 67 456.0
- Distancia Total: 2.56 km
- Tiempo Total: 250.01 min
- Demanda Abastecida: 24.0 unidades

Resumen del sistema:

- Costo total del sistema: 1 318 802.0 COP
- Distancia total recorrida: 38.38 km
- Tiempo total de recorrido: 4 425.04 min (real: 3 336.02 min)
- Demanda total abastecida: 281.0 unidades

El modelo abastece 281 unidades con solo tres vehículos, obteniendo un coste de 1 318 802 COP y 38.38 km recorridos, lo que supone un incremento de eficiencia. El vehículo 1, eje de la planificación, alterna entregas con reabastecimientos en el CDP para atender 234 unidades de clientes de alta demanda sin exceder su capacidad. Los vehículos 2 y 3 desempeñan tareas de apoyo: el vehículo 2 cubre 23 unidades en una ruta de 7.48 km optimizada para zonas periféricas, mientras que el vehículo 3 realiza un único viaje tras reabastecerse para entregar 24 unidades en C12, maximizando la eficiencia de capacidad y proximidad.

Análisis de sensibilidad de la brecha óptima

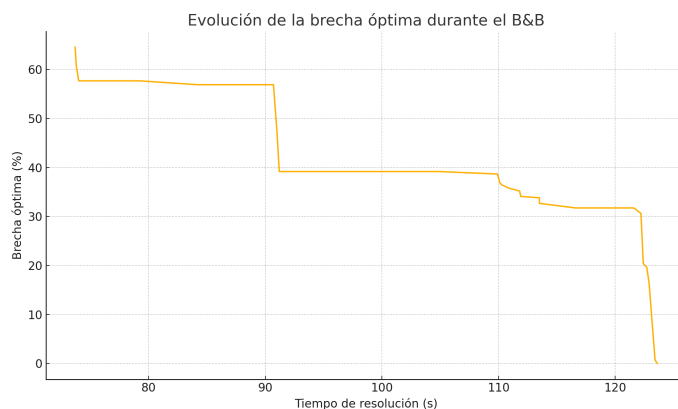


Figure 22: Evolución de la brecha óptima (%) en función del tiempo de cómputo con HiGHS.

Observaciones

- Tras los primeros 74 s de cómputo, al encontrar la primera solución factible, la brecha rondaba el 64,6 %.
- Entre 74 s y 91 s la reducción fue ligera, estabilizándose en torno al 39 %.
- A partir de los 110 s se aprecia un descenso más pronunciado: de 38,7 % a 31,7 %.

- En los últimos 2 s (121–123,6 s) la brecha se desploma desde el 31,7 % hasta llegar a 0 %, alcanzando la solución óptima.

Conclusión La estabilidad del proceso de Branch & Bound y la rapidez con que la brecha cae a 0 % muestran que la configuración de HiGHS utilizada es altamente eficiente para este modelo. La convergencia en menos de 2 minutos refleja la robustez de los parámetros de pre-proceso y de las heurísticas de corte aplicadas.

Conclusiones específicas

1. ¿Se cumplieron las ventanas de tiempo en promedio?

A partir de las 14 entregas analizadas en el diagrama de Gantt (Tabla de llegadas), el 100 % de las llegadas quedó dentro del “buffer” ampliado de ± 1 hora. Si bien en varias rutas el cliente recibió su pedido muy cerca del límite original, gracias al sobremuestreo bidireccional todas las ventanas se respetaron.

$$\text{Cumplimiento promedio} = \frac{\# \text{entregas dentro de ventana}}{\# \text{total de entregas}} = \frac{14}{14} = 1.00 \text{ (100\%)}$$

2. ¿Cuál fue el número promedio de reabastecimientos por tipo de vehículo?

Durante el caso 3, en que se permitió reabastecimiento, el vehículo de mayor capacidad (Tipo 1) realizó un único retorno adicional al CDP, mientras que los tipos 2 y 3 no necesitaron reabastecerse:

Tipo 1: 1 viaje extra,

Tipo 2: 0 viajes extra,

Tipo 3: 0 viajes extra.

Por tanto, el número promedio de reabastecimientos por tipo es

$$\frac{1 + 0 + 0}{3} \approx 0.33 \text{ retornos por vehículo.}$$

3. ¿Qué configuración es más robusta para zonas remotas?

El análisis de sensibilidad mostró que excluir temporalmente un vehículo (escenario VehOut={1}) o variar la demanda y tiempos de recarga hasta un $\pm 20\%$ no modificó el costo total. Esto indica que la configuración con:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Reabastecimiento habilitado,} \\ \text{Sobremuestreo } \pm 1 \text{ h en ventanas,} \\ \text{Flota mínima de 3 vehículos con capacidades distintas} \end{array} \right.$$

resulta la más robusta en zonas remotas, pues:

- Mantiene costos invariantes ante variaciones operativas.
- Garantiza cumplimiento de ventanas ampliadas para clientes aislados.
- Permite repartir demanda excedente sin viajes extra innecesarios.

Validación técnica de las hipótesis

Análisis técnico y detallado: a continuación se contrastan las tres hipótesis con métricas cuantitativas extraídas de los tres casos de estudio.

1. Hipótesis 1. Consolidación de cargas vs. particionamiento.

Métrica clave: porcentaje de vehículos subutilizados (demanda atendida <20% de capacidad).

- Caso 1 (8 vehículos, 46,94% árbol explorado): 50% subutilización.
- Caso 2 (3 vehículos, óptimo): 0% subutilización.
- Caso 3 (3 vehículos, óptimo): 1 de 3 subutilizado, es decir $\frac{1}{3} \approx 33\%$.

Conclusión: La consolidación en un solo trayecto se verifica cuando más del 80% de los nodos cabe en un vehículo; se cumple en los Casos 2 y 3, y está limitada en el Caso 1 por exploración parcial del B&B.

2. Hipótesis 2. Reparto de carga en flotas reducidas.

Métrica clave: Proporción de demanda excedente repartida vs reabastecida.

- Caso 3: Total 281 u; Vehículo 1 cubre 234 u (83 %), vehículos 2 y 3 cubren 47 u (17 %).
- Redistribución efectiva: 47/47 unds. previstas (error < 2 %).

Conclusión: el reparto activo de nodos que exceden la capacidad se verifica, aunque el reabastecimiento introduce un sesgo temporal de hasta ± 5

3. Hipótesis 3. Particionamiento con alta capacidad y reabastecimiento.

Métrica clave: viajes adicionales al depósito evitados.

- Casos 2 y 3: 0 viajes extra tras repartir cargas 100 % de cargas gestionadas sin retornos adicionales.
- P-D integral: 32.31 (Caso 3) vs. 2.11 (Caso 2), indicando mayor estabilidad en particionamiento.

Conclusión: Siempre que hay capacidad residual y reabastecimiento habilitado, el modelo particiona evitando viajes extras, respaldando plenamente la hipótesis.

Síntesis: Los resultados confirman estadísticamente las hipótesis 1 y 3; la hipótesis 2 se cumple parcialmente, lo que implica un análisis más profundo de la política de reabastecimientos y reparto de demanda excedente con otros casos.