Aproximação dos valores de π no Raspberry Pi

Janderson Lira, Elloá B. Guedes

[1]Núcleo de Computação
Escola Superior de Tecnologia
Universidade do Estado do Amazonas
Av. Darcy Vargas, 1200 – Manaus – Amazonas

jnl.eng@uea.edu.br, ebgcosta@uea.edu.br

1. História de π

A constante numérica π (lê-se 'pi') é um número irracional correspondente aproximadamente ao valor $3,1415\ldots$. As primeiras evidências da existência desta constante surgiram há cerca de 4 mil anos na Babilônia e no Egito. O Papiro de Rhind, escrito aproximadamente em 1700 a.C., contém a afirmação de que "a área de um circulo é igual a área de um quadrado cujo lado é o diâmetro do circulo diminuído de sua nona parte." Acredita-se que este seja o mais antigo vestígio escrito de uma estimativa do valor de π [Fraga 2006].

Existem muitos métodos para calcular o valor de π. O primeiro método, conhecido como *método clássico*, consistia em enrolar uma corda em torno de algum objeto circular, marcando o ponto em que se tinha uma volta completa. Em seguida, media-se quantas vezes esse pedaço de corda era maior que o diâmetro da circunferência do objeto utilizado [Santos 2003]

A primeira tentativa científica de aproximar o valor de π é atribuída a Arquimedes de Siracusa, que obteve a inequação

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}, \tag{1}$$

obtendo o valor de π igual a $3,14$, com duas casas decimais por meio do método clássico utilizando um polígono de 96 lados. Trabalhos posteriores, que datam até o ano de 1621, tentaram melhorar esta aproximação, mas ainda mantendo a utilização do método clássico [Santos 2003].

Apenas em meados do Século XVII surgiram outros métodos, a exemplo dos métodos que envolviam a utilização de séries infinitas voltadas especialmente para aproximação das casas decimais de π. Métodos que utilizavam relações trigonométricas também foram desenvolvidos. A combinação destes dois métodos para obtenção de π também foi considerada em estudos posteriores. Até o ano de 1948, utilizando os métodos mencionados, obteve-se conhecimento de 808 casas decimais de π.

Muitos matemáticos não ocuparam-se apenas em calcular as casas decimais de π, como também em provar determinados conceitos matemáticos sobre este número. O matemático Johann Lambert, por exemplo provou que π é um número irracional. Anos depois, Adrien-Merie Legendre provou que π^2 é irracional e Ferdinand Lindenmann provou que π é um número transcendente.

2. O Raspberry Pi B

O *Raspberry Pi*(Rasp) é um computador de pequeno porte, com considerável poder de processamento e encapsulado em uma única placa de circuito impresso. A versão utilizado nesse projeto é o *Rasberry Pi B*(RaspB), que possui dimensões de 85,6x53,98x17mm.

Baseado na arquitetura ARM11, o processador do RaspB é um *System-on-Chip*(SoC) Broadcom BCM2835. Ao BCM2835, podem ser acoplados:

- Temporizadores;
- Controladores de interrupções;
- *General Purpose Input/Output*(GPIO);
- *Universal Serial Bus*(USB);
- Controlador de *Direct Memory Access*(DMA);
- entre outros.

O RaspB possui uma CPU ARM1176JZFS com clock de 700MHz(isso significa que o processador do RaspB pode realizar 700 milhões de operações por segundo), acompanhado de uma memória principal SDRAM de 512MB. Sua GPU possui um co-processador multimídia VideoCore IV® Dual Core e um acelerador gráfico OpenVG® Open GL ES 2.0 com performace de até 24GFLOPS, capas de reproduzir até 1080p de resolução [Holton and Fratangelo 2013].

O boot do sistema operacional é dado através de cartão *microSD* inserido no RaspB. Este modelo é apenas compatível com distribuições Linux. A fabricante aconselha que, para melhor utilização dos recursos do RaspB, seja usada a distribuição *Raspbian Wheezy* [Halfacree and Upton 2012].

Para melhor funcionamento do RaspB, é necessária uma fonte microUSB que possa fornecer 5V de tensão e uma corrente entre 700 e 1200mA. Com corrente abaixo dessa faixa, o RaspB não funcionará corretamente e, correntes acima dessa faixa, podem causar sérios danos ao RaspB. Sobre as conexões de Entrada/Saída(I/O, do inglês *Input/Outpu*), o RaspB possui:

- Duas portas USB 2.0;
- Duas saídas de vídeo e áudio, sendo uma *High-Definition Multimedia Interface*(HDMI) e outra RCA de 3,5mm;
- Interface serial para câmera MIPI(CSI-2);
- Interface serial para display(DSI) com conector para cabo *flat*.

3. Aplicações do Raspberry Pi

Fonte	Área	Forma de Aplicação
http://www.scielo.br/pdf/rb/v47n2/pt_0100-3984-rb-47-02-99.pdf	Medicina	Utilizando softwares livres para visualização de arquivos DICOM, é possível, através da saída de vídeo de alta de definição de até 2,2 megapixels (HDMI, 1920 x 1200 pixels) criar estações de visualizações de exames, sejam eles oriundo de radiografia, mamografia, ultrassonografia, tomografia computadorizada ou ressonância magnética.
https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/salaoconhecimento/article/download/1949/1614	Engenharia Elétrica	Visando a redução de custos e a melhoria no desempenho dos atuais sistemas de medição de média tensão, foi contruído um equipamento, usando o Raspberry Pi como base, capaz de captar, em média, 400 amostras por ciclo. Utilizando um cartão de memória de 16Gb é possível manter o sistema funcionando por cerca de 24 horas. Como o Raspberry Pi possui os mesmos recursos de um computador convencional, é possível fazer a análise minuciosa desses sinais.
http://cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/143.pdf	Matemática	Com o objetivo de incentivar o estudo da matemática através do meio computacional, o Raspberry Pi, aliado ao software GeoGebra, pode ser utilizado em escolas como um computador de baixo custo capaz de proporcionar uma boa experiência matemática aos alunos dos ensinos fundamental e médio.
http://pdf.blucher.com.br/mathematicalproceedings/cnmai2014/0144.pdf	Automação Industrial	O Raspberry Pi pode ser utilizado como controlador de qualquer dispositivo atuador, neste caso, uma garra eletromecânica é utilizada. O Raspberry Pi está conectado à garra e, através da conexão de internet, um dispositivo móvel qualquer, conectado na rede wi-fi local, irá controlar o Raspberry Pi de qualquer ponto da fábrica. Isso permite a redução de custo na contrução dos equipamentos de controle remoto desses atuadores.
http://www.daveakerman.com/?p=592	Meteorologia	Acoplando sensores de temperatura, pressão e uma webcam, é possível fazer com o que Raspberry Pi funciona como um equipamente de captação de informações e imagens para fins meteriológicos e de mapeamento. Fazendo as devidas alterações e colocando-o em um balão meteriológico, o Raspberry Pi pode enviar as imagens e informações dos sensores para uma um computador em tempo real através de ondas de rádio.

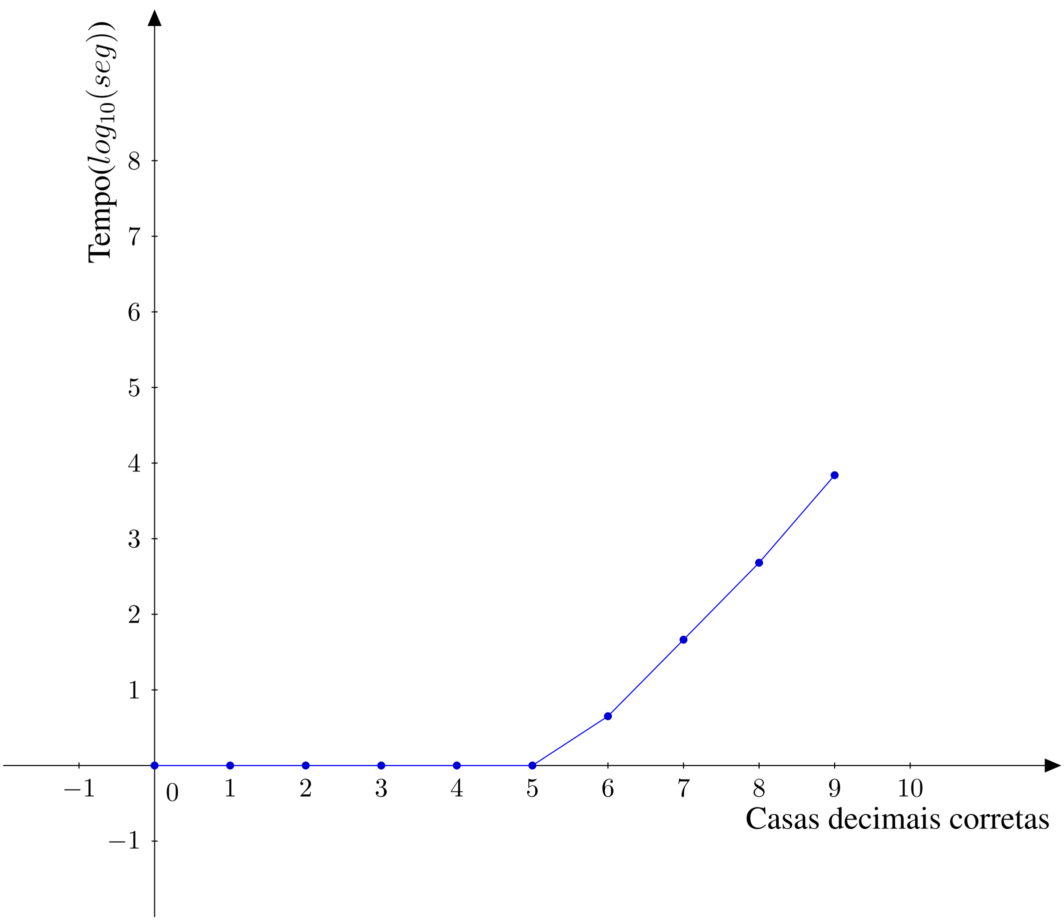
4. Métodos Iterativos para Cálculo de π

4.1. Método de Leibniz

Nascido na cidade de Leipzig, em 1646, Gottfried Wilhelm von Leibniz era filósofo, matemático e conselheiro político, desenvolveu importantes teorias em suas áreas de atuação e é conhecido, ao lado de Isaac Newton, como um dos pais do cálculo moderno, devido suas descobertas sobre o cálculo diferencial. Leibniz faleceu na cidade de Hanover, em 1716 [Look 2015].

Dentre as contribuições de Leibniz para a área da matemática, está a fórmula para aproximação de π, obtida por volta de 1670. Existe uma grande semelhança a fórmula de Leibniz e a do matemático escocês James Gregory (1638-1675), e portanto, ficou conhecido como fórmula de Gregoryl-Leibniz [Wendpap et al. 2008].

$$\pi = 4(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots) = 4\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \tag{2}$$

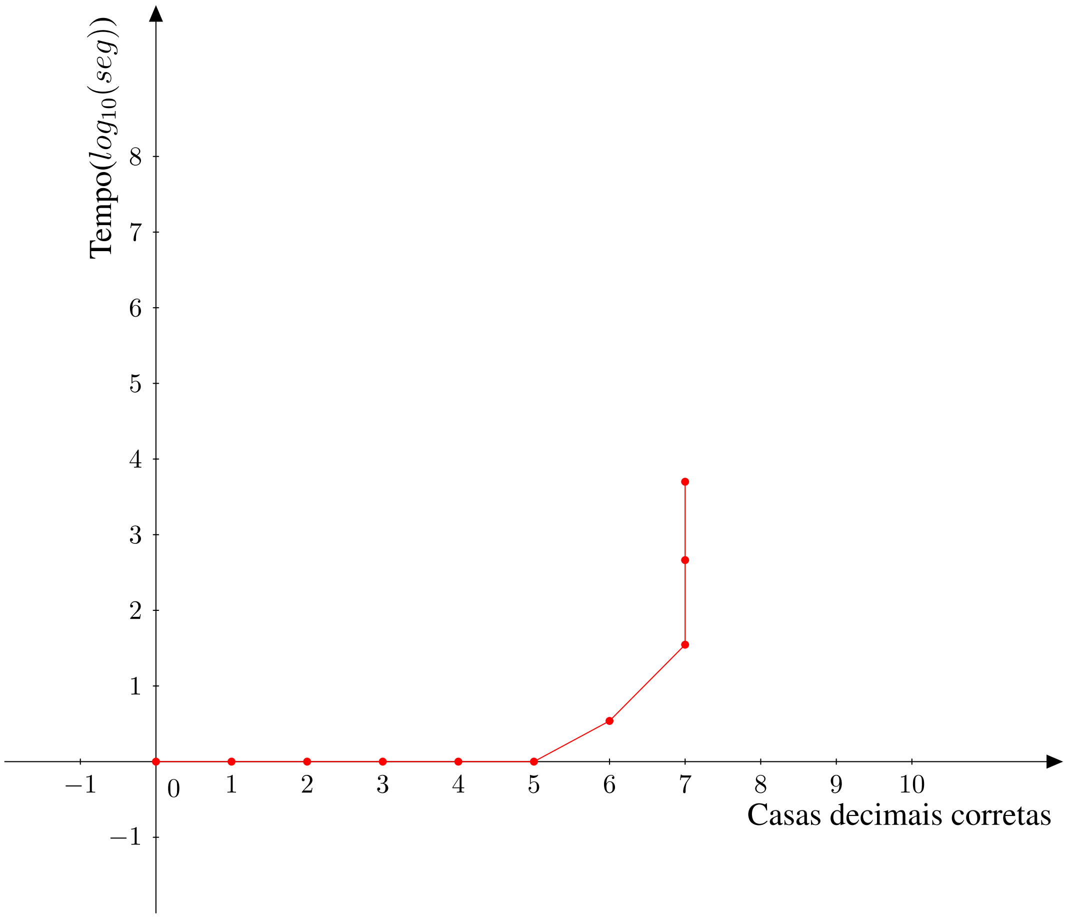


4.2. Métodos de Euler

Leonhard Paul Euler, nasceu na Basileia, Suiça, em 1707. Sagrou-se como um grandes nomes da matemática devido a seus estudos nas áreas de Teoria dos Números, Análise Matemática, Geometria, Teoria dos Grafos, entre outras. Euler iniciou sua vida acadêmica na Universidade de Basileia, em 1720, quando ingressou na Faculdade de Filosofia. Graduou-se em Filosofia no ano de 1723 e, em 1727, aceitou o convite para ingressar na Acadêmia de de São Petersburgo, para onde voltou em 1766, após passar 25 anos (1741-1766) na Acadêmia Real da Prússia, em Berlim, a convite de Frederico II. Euler faleceu em 1783, em São Petersburgo [dos Santos et al. 2007].

Entre as contribuições de Euler para a matemática, está incluso o estudo de *séries infinitas*, onde é feita a soma com um número infinito de parcelas. Dentro desse estudo, Euler provou que, a constante π pode ser aproximada das seguintes formas:

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots \therefore \pi = \sqrt{6\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n^2}} \tag{3}$$



$$\frac{\pi^4}{90} = 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^4} + \ldots \therefore \pi = \sqrt[4]{90\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n^4}} \tag{4}$$

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro provido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM). Janderson Lira é bolsista do Programa de Apoio à Iniciação Científica da Universidade do Estado do Amazonas e FAPEAM edição $2015-2016$.

Referências

dos Santos, C. P., Neto, J. P., and Silva, J. N. (2007). Os quadradis latinos + *Puzzle* hexágono mágico. Disponível em http://jnsilva.ludicum.org/hm2008_9/Livro10.pdf.

Fraga, F. G. (2006). O número π. Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais.

Halfacree, G. and Upton, E. (2012). *Raspberry Pi: User Guide*.

Holton, J. and Fratangelo, T. (2013). Raspberry pi architecture. Disponível em http://meseec.ce.rit.edu/551-projects/fall2013/2-1.pdf.

Look, B. C. (2015). Gottfried wilhelm leibniz: German philosopher and mathematician. Disponível em http://global.britannica.com/biography/Gottfried-Wilhelm-Leibniz.

Santos, J. (2003). Uma breve história de π. *Gazeta de Matemática*, 145:43–48. Disponível em http://gazeta.spm.pt/getArtigo?gid=80.

Wendpap, B. G., Bastiani, F. D., and Guzzo, S. M. (2008). Umka abordagem histórico-matemática do númeto pi(π). $XXII$ *Semana Acadêmica da Matemática*. Disponível em http://projetos.unioeste.br/cursos/cascavel/matematica/xxiisam/artigos/19.pdf.