Indice di rifrazione del plexiglass

Nicolò Bottiglioni

3 Luglio 2023

1 Obiettivi

L'obiettivo dell'esperienza è quello di misurare l'indice di rifrazione del plexiglass a partire dalle misurazioni dell'angolo di incidenza e di rifrazione di un raggio luminoso incidente sulla superficie piana del plexiglass e sfruttando la legge di Snell-Cartesio:

$$n_1 sin\theta_i = n_2 sin\theta_r \quad . \tag{1}$$

2 Apparato sperimentale

L'apparato consiste in un supporto per il semicilindro di plexiglass, una sorgente luminosa con un diaframma a fenditura che permette di creare un fascio di luce sottile, una lente convergente posizionata di fronte alla sorgente e un foglio circolare quadrettato sul quale sono evidenziati due diametri ortogonali della circonferenza. Il foglio è stato posizionato sul supporto e, grazie sia ai quadretti sia ai diametri ortogonali evidenziati, è stato possibile posizionare il solido di plexiglass in modo che il fascio di luce proveniente dalla sorgente incidesse nel centro della sua superficie piana. Prima di cominciare con le misurazioni, è stata regolata la distanza del supporto per il semicilindro dalla sorgente di luce in modo che il raggio incidente fosse il più sottile possibile.

3 Misure effettuate

Sono state misurate le distanze della normale al piano di incidenza rispettivamente del raggio incidente e del raggio rifratto. Le coppie di misure effettuate sono state dunque, detto R il raggio della circonferenza e θ_i e θ_r gli angoli di incidenza e rifrazioni, le seguenti.

$Rsin\theta_r \pm \frac{1}{\sqrt{12}} \quad [quadretti]$	$Rsin\theta_i \pm \frac{1}{\sqrt{12}} \quad [quadretti]$

Nelle misurazioni, la carta quadrettata ha svolto le veci di una sorta di metro a nastro di risoluzione pari ad un quadretto. Si è assunto quindi che le grandezze misurate fossero distribuite uniformemente in un intervallo di ampiezza pari ad un quadretto e, come incertezza di misura, è stata di conseguenza associata ad entrambe le misure $\frac{1}{\sqrt{12}} \quad [quadretti]$.

4 Analisi dati

A partire dalla (1), si può esplicitare $sin\theta_i$ in funzione di $sin\theta_r$. Nel caso delle nostre misure:

$$n_1 Rsin\theta_i = n_2 Rsin\theta_r \qquad [quadretti] \tag{2}$$

$$sin\theta_i = \frac{n_2}{n_1} sin\theta_r \qquad [quadretti] \tag{3}$$

Rispettivamente, n_1 e n_2 rapprsentano l'indice di rifrazione dell'aria e del plexiglass. E' stato eseguito un fit tramite l'algoritmo odr con un modello lineare, ottenendo il seguente risultato.

XXXXXX FIGURA XXXXXX

Il fit tramite l'algoritmo odr è stato utilizzato perché l'incertezza sulla misura della distanza tra asse e raggio rifratto non è trascurabile.

Inoltre, per quest'esperienza è stato assunto $n_1 = 1$, con n_1 indice di rifrazione dell'aria. L'effettivo valore dell'indice di rifrazione è, invece, circa $n_1 = 1,000294$. Con tale approssimazione si è introdotto un errore relativo pari a $3 \cdot 10^{-4}$. Grazie a quest'approssimazione, il valore stimato dal fit per il coefficiente angolare coincide con il valore dell'indice di rifrazione del plexiglass.

5 Conclusioni

Il modello matematico utilizzato per il fit è quello di una retta, del tipo $y = mx + q$, come espresso dalla (3). Stando a quest'ultima, i valori attesi per n_2, q e χ^2 dovrebbero essere i seguenti.

Grandezze	Valori attesi
n_2	1.48
q	0
χ^2	8 ± 2.5

Riportiamo di seguito i valori stimati tramite il fit.

Grandezze	Valori stimati
n_2	$\pm$
q	$\pm$
χ^2	

Notiamo che l'errore relativo sulla misura dell'indice di rifrazione del plexiglass è pari a $\frac{\sigma_{n_2}}{n_2} = XXXXX$. Essendo quest'ultima molto maggiore dell'errore relativo introdotto dall'approssimazione $n_{aria} = 1$, l'approssimazione stessa è giustificata.

La misura ottenuta dell'intercetta risulta essere compatibile con lo zero, XXXXX.

Il valore del χ^2 invece è/non è XXXX compatiibile con il valore atteso. Va specificato che nel contesto di questo esperimento, il χ^2 non è distribuito come un Chi quadro dal momento che esso è la somma di quadrati di variabili distribuite uniformemente e non di quadrati di variabili gaussiane. Pertanto, in questo caso il valore atteso del χ^2 rimane comunque pari al numero di gradi di libertà $\nu = 10 - 2 = 8$, mentre la sua varianza è pari a $\frac{4\nu}{5} = \frac{32}{5}$, dove $4/5$ è la varianza del quadrato di una variabile distribuita uniformemente, e di conseguenze la sua deviazione standard è $\sim 2,5$.