Trabajo Práctico Final

Introducción a la Estadística y la Ciencia de Datos, 1er Cuatrimeste 2024

Alan Erdei, Nicolás Ian Rozenberg

2024-07-06

Sección Teórica

Inciso a)

Demostraremos que el predictor derivado del estimador de Nadaraya-Watson de la esperanza condicional

$$\hat{\boldsymbol{Y}} = \begin{pmatrix} \hat{Y_1} & \hat{Y_2} & \cdots & \hat{Y_n} \end{pmatrix}^T$$

donde

$$\hat{Y_i} = E(Y|X = X_i) = \hat{m_h}(X_i)$$

es una transformación aplicada sobre $\mathbf{Y}$.

$$\hat{Y_i} = \hat{m_h}(X_i) = \sum_{j=1}^{n} y_j w_{j,h}(X_i)$$

$$= \begin{pmatrix} w_{1,h}(X_i) & w_{2,h}(X_i) & \cdots & w_{n,h}(X_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}$$

Por lo tanto

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \hat{Y_1} \\ \hat{Y_2} \\ \vdots \\ \hat{Y_n} \end{pmatrix}}_{\hat{Y}} = \underbrace{\begin{pmatrix} w_{1,h}(X_1) & w_{2,h}(X_1) & \cdots & w_{n,h}(X_1) \\ w_{1,h}(X_2) & w_{2,h}(X_2) & \cdots & w_{n,h}(X_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{1,h}(X_n) & w_{2,h}(X_n) & \cdots & w_{n,h}(X_n) \end{pmatrix}}_{S} \underbrace{\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}}_{Y}$$

Entonces obtuvimos una transformación lineal en $\mathbf{Y}$, como se quería ver. ■

Sección Práctica