RAPPORT TP0

Question 1. Supposons que le cache est très grand pour contenir les trois matrices A, B et C, soit $Z > 3n^2$.

1. Algorithme (i, j, k) : comme le cache est très grand, toutes les matrices tiennent en cache, donc $\lceil \frac{n^2}{L} \rceil + \{0, 1\} + O(1)$ défauts de cache par matrice, soit au total $Q(n, L, Z) = O(\frac{3n^2}{L})$.
2. Algorithme (i, k, j) : le raisonnement est identique au précédent, car ici encore, toutes les matrices tiennent en cache, soit au total $Q(n, L, Z) = O(\frac{3n^2}{L})$.

Question 2. Supposons que le cache est très petit, soit $Z << n$.

1. Algorithme (i, j, k) : comme le cache est petit, une colonne ne tient pas en cache. Avec i et j fixés, on effectue $\lceil \frac{n}{L} \rceil + \{0, 1\} + O(1)$ défauts de cache sur C et A (car les matrices sont exploitées dans le sens du stockage). Pour B, il y a n défauts de cache. Soit au total, $Q(n, L, Z) = n^2(\frac{2n}{L} + n) = O(n^3)$.
2. Algorithme (i, k, j) : comme le cache est petit, une colonne ne tient pas en cache. Or, comme chaque matrice tient en cache alors on a $\lceil \frac{n}{L} \rceil + \{0, 1\} + O(1)$ défauts de cache pour chaque matrice, soit $Q(n, L, Z) = O(\frac{3n^2}{L})$.

Question 3. Pour améliorer le programme, on utilise une technique de blocking.

1. Blocking cache-aware : soit des blocs de taille $K \times K$. Comme on a trois matrices, supposons que $3K^2 \simeq Z$, soit $K \simeq \sqrt{\frac{Z}{3}}$. Nous disposons de trois boucles par pas de K permettant de parcourir chaque bloc. Comme tous les blocs tiennent en cache, on a au total $\frac{3B^2}{L}$ défauts de cache pour les blocs. Comme il y a $\frac{n^3}{B^3}$ blocs, alors le total de nombre de défauts de cache est $Q(n, L, Z) = \theta(\frac{n^3}{L\sqrt{Z}})$.
2. Blocking cache-oblivious : on utilise une découpe récursive des blocs en 4 jusqu'à un seuil S (seuil à partir duquel les blocs tiennent en cache). Donc

$$\sigma Q(n, L, Z) = \begin{cases} \frac{3n^2}{L} & \text{si } 3n^2 < Z \\ 8Q(\frac{n}{2}) + O(\frac{n^2}{L}) & \text{sinon.} \end{cases}$$

   soit après utilisation du Master Theorem, $Q(n, L, Z) = \theta(\frac{n^3}{L\sqrt{Z}})$.