

Tarea # 1

Análisis y Diseño de Algoritmos / Ingeniería Civil Informática
Departamento de Sistemas de Información

Universidad del Bío-Bío

Profesor: Rodrigo Torres
rtorres@ubiobio.cl

Ayudante: Reynaldo Rivas

Septiembre de 2023

Problema Multiplicación de Matrices. Sean dos matrices, A y B , de dimensiones $n \times n$. La matriz $C = A \times B$ también es una matriz de $n \times n$ cuyo elemento (i, j) se forma multiplicando cada elemento de la i -ésima fila de A por el elemento correspondiente de la j -ésima columna de B y sumando los productos parciales:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ik} B_{kj}$$

El cálculo de cada elemento C_{ij} requiere de n multiplicaciones. La matriz C tiene n^2 elementos, así que el tiempo total del algoritmo es $O(n^3)$. El algoritmo anterior, que llamaremos *algoritmo tradicional*, se desprende directamente de la definición de la multiplicación de matrices.

Sin embargo, la multiplicación de 2 matrices cuadradas puede resolverse de las siguientes maneras:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}$$

1) Propiedad 1:

$$\begin{aligned} C_{11} &= A_{11} \cdot B_{11} + A_{12} \cdot B_{21} \\ C_{12} &= A_{11} \cdot B_{12} + A_{12} \cdot B_{22} \\ C_{21} &= A_{21} \cdot B_{11} + A_{22} \cdot B_{21} \\ C_{22} &= A_{21} \cdot B_{12} + A_{22} \cdot B_{22} \end{aligned}$$

2) Propiedad 2:

$$\begin{aligned} M &= (A_{11} + A_{22})(B_{11} + B_{22}) \\ N &= (A_{21} + A_{22})B_{11} \\ O &= A_{11}(B_{12} - B_{22}) \end{aligned}$$

$$P = A_{22}(B_{21} - B_{11})$$

$$Q = (A_{11} + A_{12})B_{22}$$

$$R = (A_{21} - A_{11})(B_{11} + B_{12})$$

$$S = (A_{12} - A_{22})(B_{21} + B_{22})$$

Posteriormente se calculan las submatrices C_{ij} :

$$C_{11} = M + P - Q + S$$

$$C_{12} = O + Q$$

$$C_{21} = N + P$$

$$C_{22} = M + O - N + R$$

Se pide:

1) Usando las ideas anteriores, generar al azar las matrices A y B (considere matrices de enteros) y completar la siguiente tabla con los tiempos de ejecución¹. DR1 usa la primera propiedad, y DR2 usa la segunda (programelos en el lenguaje que estime conveniente).

¹Elija la unidad de medida de tiempo que mejor se acomode (milisegundos, segundos, minutos, etc.)

n	Tiempos		
	Algoritmo Tradicional	$DR1$	$DR2$
32			
64			
128			
256			
512			
1024			
2048			
4096			

- 2) Obtenga al menos dos conclusiones, respecto del rendimiento de los algoritmos.
- 3) Haga un estudio de comportamiento asintótico de los 2 algoritmos que creó.

Formato: 5 estudiantes, entrega en: rtorres@ubiobio.cl con asunto: [ADA] Entrega Proyecto 1.

Fecha de Entrega: 16 de Octubre de 2023, 9:00 AM.

²Si para $n \geq 1024$ se excede tiempo razonables (más de una hora) considere solamente valores de $n \leq 512$