Линейная алгебра

Аналитическая геометрия

Выполнили:
Каренин Константин
Темиров Тимур
Гонин Сергей

Группа: M3104

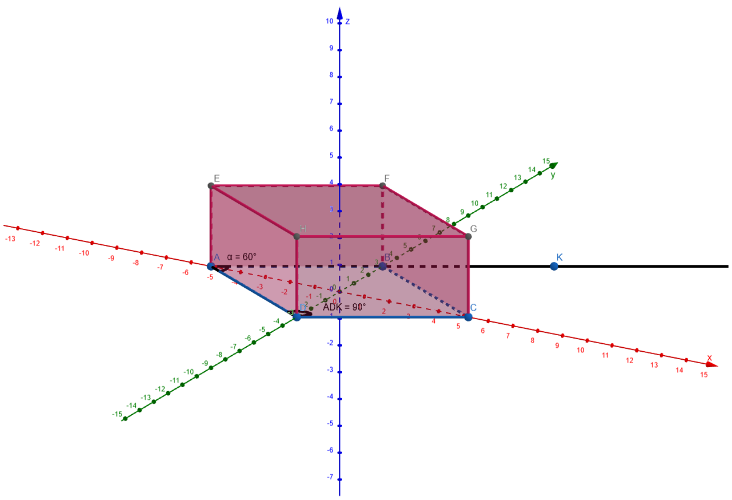
Преподаватель: Сарычев Павел

Университет ИТМО

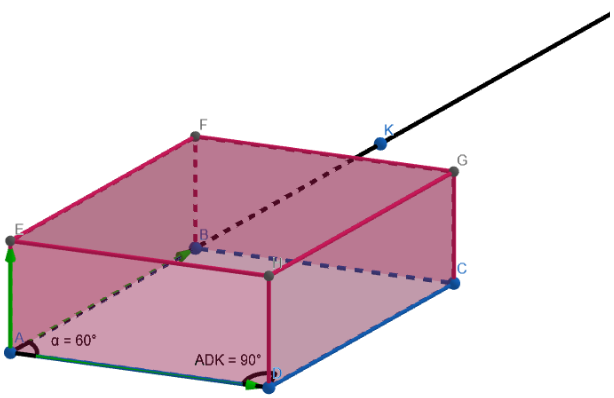
16.12.2023

1 В основании призмы1 $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит ромб с острым углом $A = 60°$. Точка K лежит на продолжении ребра AB за точку B, причем угол ADK прямой. Найти координаты точки пространства в системе координат $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$, если известны ее координаты x', y', z' в системе координат $K, \overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KD}, \overrightarrow{KC_1}$

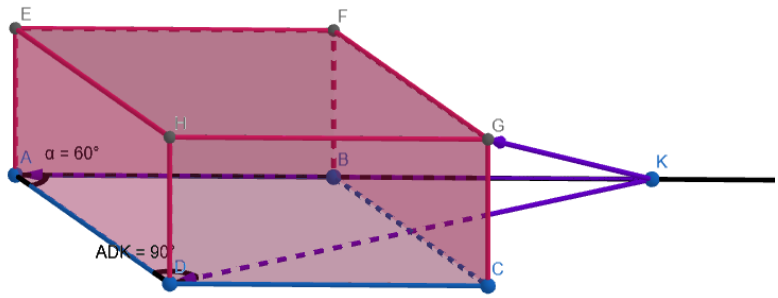
На всех графиках точки A_1, B_1, C_1, D_1 подписаны как E, F, G, H соответственно
Тело в пространстве:



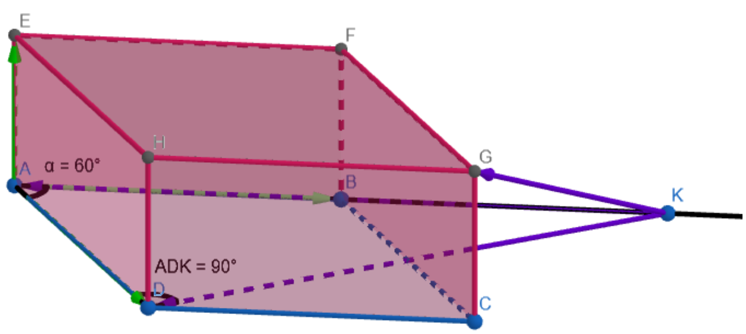
Система координат $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$:



Система координат $K, \overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KD}, \overrightarrow{KC_1}$:



Обе системы координат:

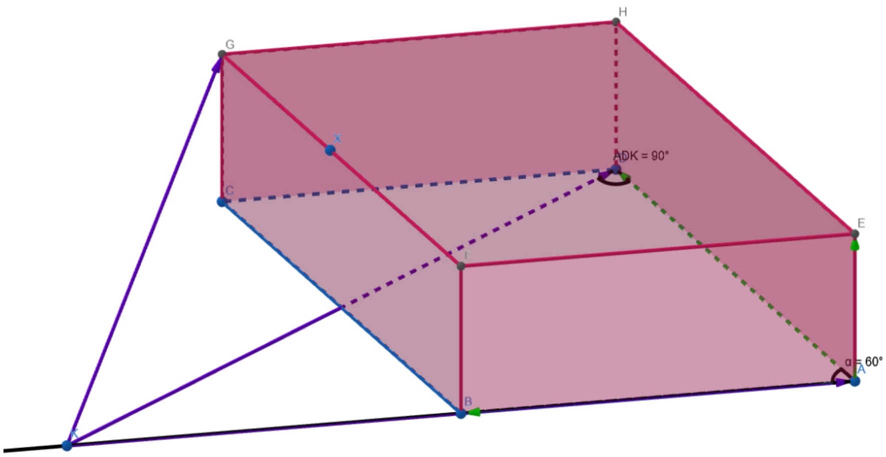


По теореме о катете лежащем против угла в 30 градусов следует что:
$AD = \frac{1}{2}AK$
$AB + BK = AK$
$AB = AD$
$AD + BK = AK$
$BK = AK - AD = \frac{1}{2}AK$
Пусть точка O имеет координы (x', y', z'), тогда найдем ради $\overrightarrow{AO} = x'\overrightarrow{AB} + y'\overrightarrow{AD} + z'\overrightarrow{AA_1}$
Выразим базисные векторы первого базиза через векторы второго

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{KA} \\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{KD} - \overrightarrow{KA} \\ \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{KC_1} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{KC_1} - \overrightarrow{KD} + 3\overrightarrow{KA} \end{cases}$$

$\overrightarrow{AO} = -\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KO}$
$\overrightarrow{KO} = \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{KA} = -\overrightarrow{KA} + x'\overrightarrow{AB} + y'\overrightarrow{AD} + z'\overrightarrow{AA_1} = -\overrightarrow{KA} - \frac{1}{2}x'\overrightarrow{KA} + y'\overrightarrow{KD} - y'\overrightarrow{KA} - z'\overrightarrow{KC_1} + 3z'\overrightarrow{KA} = \overrightarrow{KA}(-1 - \frac{1}{2}x' - y' + 3z') + (y' - z')\overrightarrow{KD} + z'\overrightarrow{KC_1}$
$O(-1 - \frac{1}{2}x' - y' + 3z', y' - z', z')$

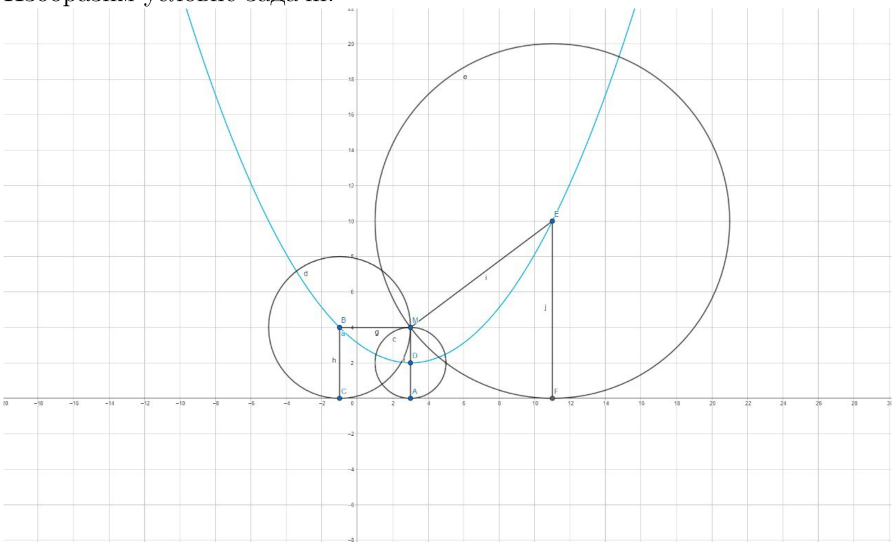
Для проверки построим точку X:



Переведя её координаты из системы координат $K, \overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KD}, \overrightarrow{KC_1}$ в систему координат $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$, заметим что вычисленные координаты совпадают с реальными, значит всё верно

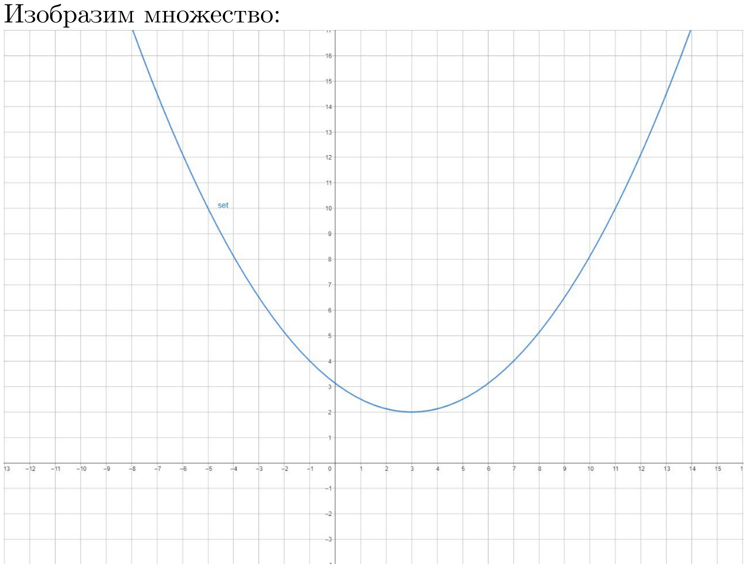
2 Составьте уравнение геометрического места центров окружностей, проходящих через точку $M(3,4)$ и касающихся оси абсцисс

Изобразим условие задачи:



Радиус и центр окружности: Поскольку окружность касается оси абсцисс, ее радиус равен абсолютному значению ординаты ее центра. Пусть $C(x,y)$ - центр такой окружности. Тогда радиус $R = |y|$.
Прохождение через точку $M(3,4)$: Расстояние от центра $C(x,y)$ до точки $M(3,4)$ должно быть равно радиусу окружности. Следовательно, мы можем использовать уравнение окружности для этого условия: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = R^2$

Решим уравнение:
$|OM| = y_0$
$\overrightarrow{OM}\{3-x_0, 4-y_0\}$
$|OM| = \sqrt{(3-x_0)^2 + (4-y_0)^2}$
$|OM| = y_0^2$
$(3-x_0)^2 + (4-y_0)^2 = y_0^2$
$y_0 = \frac{1}{8}(3-x_0)^2 + 2$
Изобразим множество:



3 Даны T_1 и T_2 – тела, ограниченные поверхностями не выше второго порядка

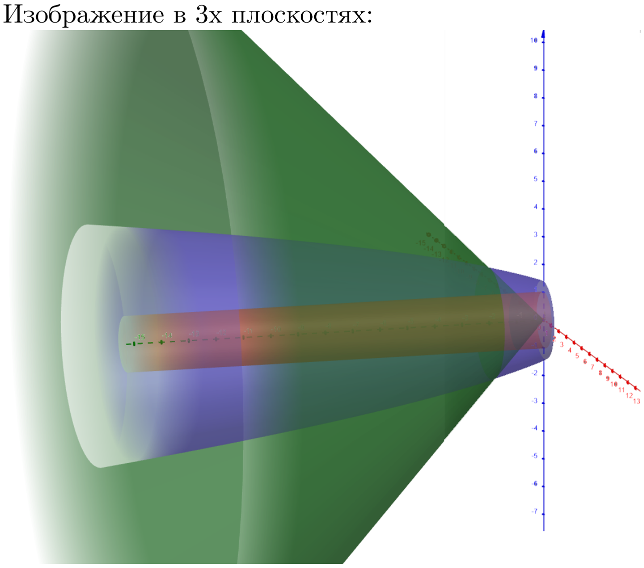
3.1 Запишите уравнения и названия поверхностей, ограничивающих тело T_1

Заметим, что фигура T_1 состоит из полуокружности, двух параллельных прямых и наклонной прямой. Значит T_1 ограничена цилиндром, шаром и двухполосным гиперболоидом.

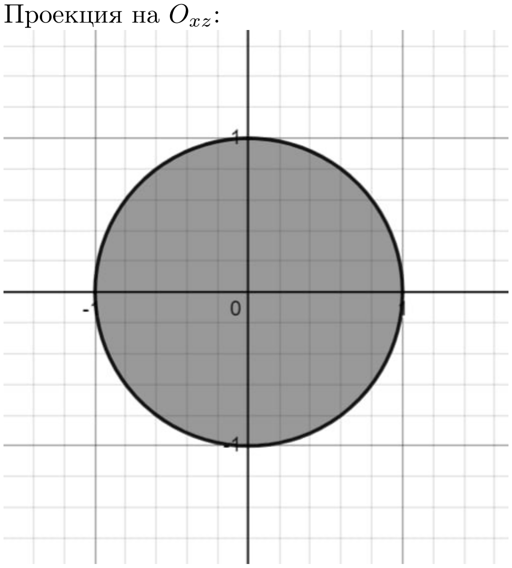
$$\begin{cases} \frac{1}{4}(y+6)^2 = x^2 + (z+1)^2 \text{ - двуполосный гиперболоид} \\ \begin{cases} x^2+z^2=1 \\ y<0 \end{cases} \text{ - цилиндр элементарный} \\ \begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ y \geq 0 \end{cases} \text{ - шар} \end{cases}$$

3.2 Изобразите тело T_2 и его проекции на координатные плоскости

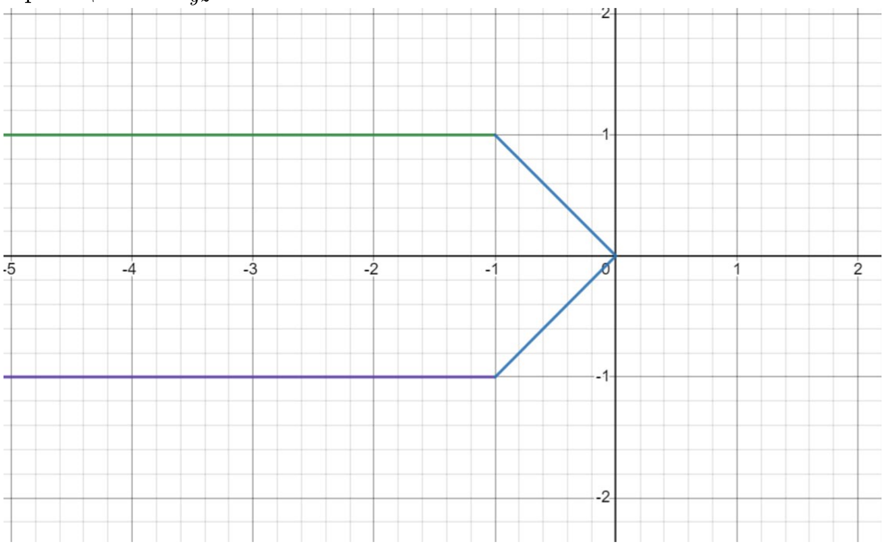
Изображение в 3х плоскостях:



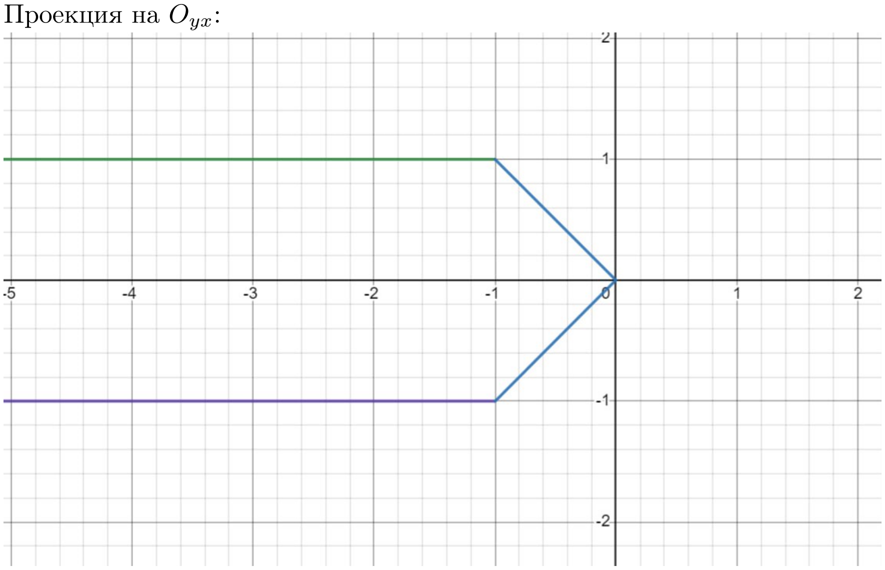
Проекция на O_{xz}:



Проекция на O_{yz}:



Проекция на O_{yx}:



Участник	Вклад в %
Каренин Константин	33.(3)
Гонин Сергей	33.(3)
Темиров Тимур	33.(3)