



0

覃雄派



• 首次提出influence maximization

Maximizing the Spread of Influence through a Social Network

David Kempe, Jon Kleinberg, Eva Tardos

Cornell University

KDD 2003









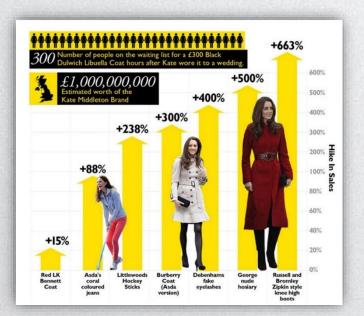
提纲



- 社交影响力
- IC传播模型
- 影响力最大化及其困难
- 贪心算法



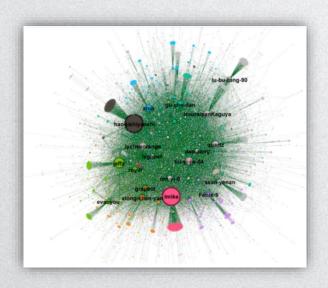
- 社交影响力 (Social Influence)
 - 凯特王妃效应: 穿衣品味影响力拉动百亿时装消费
 - 最佳的广告推广形式来自熟人之间的口耳相传



Have some degree of trust* in the following forms of advertising April 2009 Recommendations from people known Brand websites Editorial content (e.g. newspaper article) Brand sponsorships TV Newspaper Magazines Magazines

BENNA TO CHINA

- 社交影响力 (Social Influence)
 - 在线社交网络迅猛发展
 - 在线社交影响力: 度量用户在社交网络上对其听众有多大影响





JAINERS/77-OCCHINA

- 社交影响力 (Social Influence): 应用
 - Social influence occurs when a person's emotions, opinions, or behaviors are affected by others

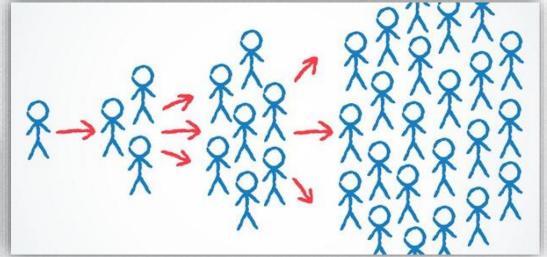
-- From



主要应用

病毒式营销





STATE OF CHINA

- 社交影响力 (Social Influence): 应用
 - 谣言与虚假信息防控

- 世界经济论坛十大全球危机 (2014)
 - 1. Rising societal tensions in the Middle East and North Africa
 - 2. Widening income disparities
 - 3. Persistent structural unemployment
 - **–** ...
 - 10. The rapid spread of misinformation online



SERVINA SERVIN

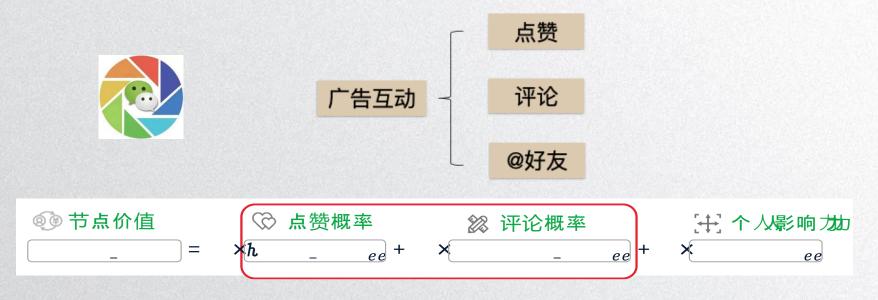
- 真实应用实例: 微信朋友圈广告
 - 微信朋友圈广告是典型的feeds流广告
 - feeds广告就是与内容混排在一起的广告
 - 最不像广告的广告,长得最像内容的广告
 - Feeds广告操作性简单,打扰性低,已经成为移动互联网时代主流的广告 形式
- 建立在用户行为记录和大数据分析基础上
 - 个性化推荐
- 微信朋友圈广告中的社交影响力
 - 微信朋友圈广告具有互动属性





SELECTION OF CHINA

- 真实应用实例: 微信朋友圈广告中的社交影响力
 - 微信朋友圈广告具有互动属性



社交关键节点先投放,逐层影响其它节点

 π



- 信息传播与影响力最大化: 应用场景
 - 病毒营销
 - 互联网不实信息的控制
 - 政治宣传
 - 等.....

 π





- 节点度数的分布:在大多数真实图(如社交图)中,节点度数呈现什么分布?
 - Power Law幂律分布,如图所示
 - 度量分布函数P(K) , 其中K为节点度数, P(K) 表示度数为K的节点出现的频率
 - Power Law度数分布的直观解释 长尾分布: 大多数节点的度数都很低, 只有少部分节点的度数很高, 即对他人能够产生较大影响力
 - 著名的 "二八定律"

头部用户

长尾用户

NAME TO STATE OF CHINA

• 案例分析:公众号的幂律分布

- 大号: 既得利益者, 上有远虑

- 腰部账号:正值当年,尚能饭否

- 尾部账号: 生无可恋, 回天乏术

类型	定义	所占百分比	现状概括	重点事项
头部	>100万粉丝	1. 80%	变现	帮别人卖:接广告自己卖:实物类,虚拟类(知识付费,会员)
腰部	1-100万	19. 60%	折腾	涨粉+变现
尾部	<1万	78. 60%	挣扎	内容+涨粉

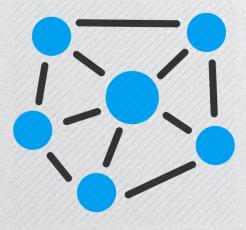








- · IC传播模型
 - 如何建模社交网络信息传播
 - 社交网络信息传播模型



在此讲述 Independent Cascades (IC) Model

- Compartmental models (SI, SIR, SIS, etc.) [Kermack and McKendrick, 1927]
- Rumor spreading models (DK, MT) [Daley and Kendall 1964, Maki 1973]
- Independent Cascades Model [Kempe et al., 2005]
- Threshold Model, Complex Contagion [Granovetter 1979, Centola 2010]

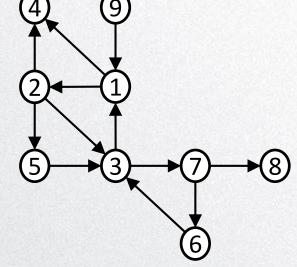


• IC传播模型

- 建立有向图模型
- 使用有向图对社交网络上的信息传播进行建模
- 社交网络: 有向图G = (V, E)
 - 点集V:表示社交网络用户的集合
 - 边集E: 表示社交网络上的信息传播关系
- 例子:
 - 如果A在微博上关注了B
 - 那么存在一条有向边从B指向A



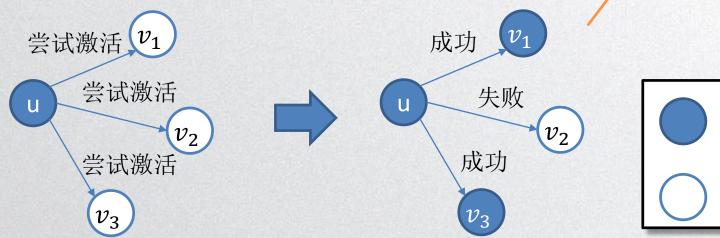


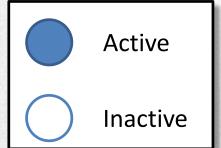




- Independent Cascades模型(IC模型)
- IC模型考虑图上的节点有两个状态
 - Active: 即成功地被影响到
 - Inactive: 即当前还未被影响到
- · IC模型考虑每一个节点有一次机会去激活它的邻居

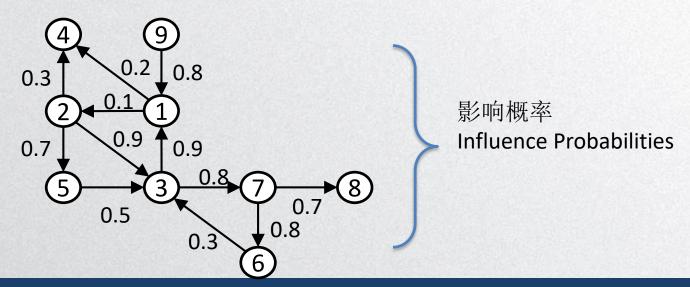
引入概率度量成功/失败的可能性





SEWAND ON CHINA

- Independent Cascades模型
- 假设用户u到v之间有一个概率值,称为影响概率
 - 概率值越大, v相信u传播消息的可能性就越大
 - 概率值可以通过u和v的互动历史学习得到



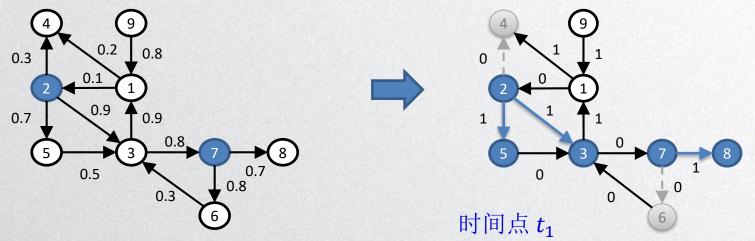






- 影响力最大化及其困难
 - 找到种子节点集合,使得其影响范围(Influence spread)最大
 - 假设选择u2和u7作为初始的传播者, 称为种子
 - 种子用户按照影响概率去"激活"其邻居

有的邻居被激活 有的邻居没有被激活

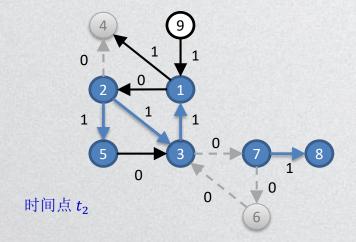




- 影响力最大化及其困难
 - 找到种子节点集合,使得其影响范围(Influence spread)最大
 - 被激活的邻居继续影响他们的好友

• 注:每个用户只有一次机会去激活其好友

- 直到没有新的用户被激活,停止



 $\begin{array}{cccc}
\checkmark & u_1 \\
\checkmark & u_2 \\
\checkmark & u_3 \\
\checkmark & u_5 \\
\checkmark & u_7
\end{array}$

上述过程**重复多次**,求出平 均的影响范围

得到 u_2 和 u_7 的影响范围



- 影响力最大化Influence Maximization及其困难
 - 找到信息传播中的"关键种子节点"

选择最优种子集合S* 使得其期望的影响范围最大化

 $S^* = \arg_S \max \sigma(S)$

影响力范围 $\sigma(S)$: 度量以S为种子,使用IC模型,最后平均激活多少节点

一般是有预算的,不 能无限扩大集合 S^*



- 影响力最大化Influence Maximization及其困难
 - 找到信息传播中的"关键种子节点"

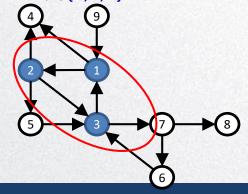
选择最优种子集合S* 使得其期望的影响范围最大化

 $S^* = \arg_S \max \sigma(S)$

影响力范围 $\sigma(S)$: 度量以S为种子,使用IC模型,最后平均激活多少节点

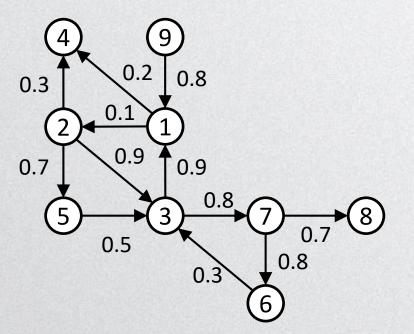
一般是有预算的,不能无限扩大集合 S^*

比如限定节点数量为3, 得到最优种子节点集 合为{1,2,3}





- 影响力最大化及其困难
 - 找到种子节点集合,使得其影响范围(Influence spread)最大



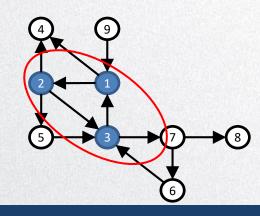
如果只让你选择2个种子节点,你会怎么选?

1.对所有的2个结点的组合,使用前述办法计算其影响范围 从这2个节点开始激活其他节点, 直到没有节点被激活为止,多次 做,求平均(代价很大)

2.从这些组合中,找出影响范围 最大的



- 影响力最大化及其困难
 - 找到种子节点集合,使得其影响范围(Influence spread)最大
 - 即找到信息传播中的"关键种子节点"
 - 这个问题有多复杂?
 - NP难问题:不存在一个时间复杂度与节点个数呈多项式关系的算法
 - 计算任意k个点S的影响力 $\sigma(S)$
 - · 需要模拟多次之前的IC模型
 - 时间复杂度高 (#P难问题)









- 贪心算法: 基本想法
 - 使用贪心的策略选择种子节点
 - 每次选择使当前 $\sigma(S)$ 增益最大的节点

- 1.Initialize $S=\emptyset$
- 2.For i=1,....,k do:
 - 1) Select the node $u \leftarrow \arg\max_{w \in V S} (\sigma(S \cup \{w\}) \sigma(S));$
- 2) $S \leftarrow S \cup \{u\}$
- 3.Return S.

性质: 如果 $\sigma(S)$ 满足单调且次模,上述贪心算法有 $1-\frac{1}{e}$ 的近似比



- 贪心算法
 - 每次迭代,都尝试增加一个节点
 - 假设已有的集合为S
 - 增加节点为w
 - 从这 $S \cup \{w\}$ 的节点出发,开始激活其他节点,直到没有节点被激活为止,多次做求平均 $\sigma(S \cup \{w\})$
 - σ(S ∪ {w})减去已有的σ(S)
 - 看看那个w导致的增量最大,就选它

代价很大



- 贪心算法: 基本想法
 - 使用贪心的策略选择种子节点
 - 每次选择使当前 $\sigma(S)$ 增益最大的节点

```
1.Initialize S=Ø
```

- 2.For i=1,....,k do:
 - 1) Select the node $u \leftarrow \operatorname{arg} \max_{w \in V S} (\sigma(S \cup \{w\}) \sigma(S));$
 - 2) $S \leftarrow S \cup \{u\}$
- 3.Return S.

如何高效地计算 $\sigma(S)$ 增益



- 解决思路: 启发式算法
 - 启发式算法是相对于最优化算法提出的
 - 最优算法求得该问题每个实例的最优解
 - 一个基于直观或经验构造的算法
 - 在可接受的花费(指计算时间和空间)下给出待解决优化问题的一个可 行解
 - 该可行解与最优解的偏离程度一般不能被预计



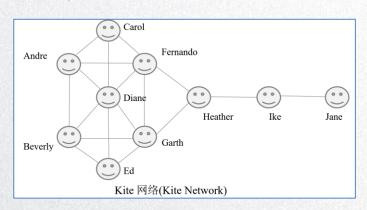




- 贪心算法
 - 效率不高
 - 需要引入一些heuristics(启发信息、启发规则)
- 可能的启发式算法
 - 选择Degree Centrality最大的k个节点
 - 选择PageRank分数最大的k个节点



- 贪心算法
 - 效率不高
 - 需要引入一些heuristics(启发信息、启发规则)
- 可能的启发式算法
 - 选择Degree Centrality最大的k个节点
 - 有问题
 - 选择PageRank分数最大的k个节点



在这个网络中,Diane的度中心性最高; Fernando的closeness中心性最高, 到其他节点的距离最短; Heather 的Betweenness中心性最高, 连接这个网络的2个部分; 那个节点的影响力最大呢? 更加有利于影响力的传播呢?



- 贪心算法
 - 效率不高
 - 需要引入一些heuristics(启发信息、启发规则)
- 可能的启发式算法
 - 选择Degree Centrality最大的k个节点
 - 有问题
 - 选择PageRank分数最大的k个节点
 - 有问题

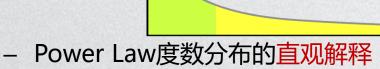
- page rank高的节点,表示大家都给你投票,和你的传播范围广不一定是一回事;
- 入口网站有时候比权威内容网站,传播效果要好







- 在大多数真实图 (如社交图) 中, 节点度数呈现什么分布?
 - Power Law度数分布: 度量分布函数P(K) , 其中K为节点度数, P(K) 表示度数为K的节点出现的频率

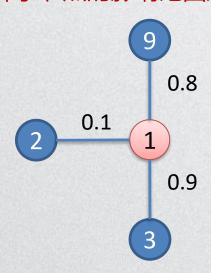


长尾分布: 大多数节点的度数都很低,只有少部分节点的度数很高,即对他人能够产生较大影响力





- 基于节点度数的解决思路
- 基本想法
 - 节点只对其直接邻居产生影响
 - 选择的种子节点的影响范围避免重叠



为了表达简便,我们考虑无向图,即两点*u*和*v*影响对方的概率相同

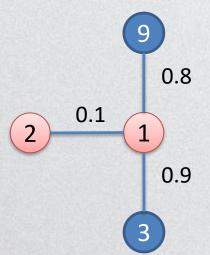
分类讨论:

- 1没有activated
- 1已经activated

$$\Delta S = 1 + d_v p$$

选择1,
$$\Delta \sigma(S) = 1 + (1 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.9 \\ 0.1 \end{pmatrix} = 1 + .8 + .9 + .1 = 2.8$$

- 基于节点度数的解决思路
- 基本想法
 - 节点只对其直接邻居产生影响
 - 选择的种子节点的影响范围避免重叠



为了表达简便,我们考虑无向图, 即两点*u*和*v*影响对方的概率相同

分类讨论:

- 1没有activated
- 1已经activated

已知
$$S = \{2\}$$
, 再选择1, $\Delta \sigma(S) = ?$

节点1的影响,因为2的已经引入,打了折扣!

$$\Delta S = (1-p)^{t_v} \cdot (1 + (d_v - t_v) \cdot p)$$

$$\Delta\sigma(S) = (1 - 0.1)^{1} * (1 + (1 1) \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.9 \end{pmatrix}$$
$$= (1 - 0.1) (1 + 0.8 + 0.9)$$







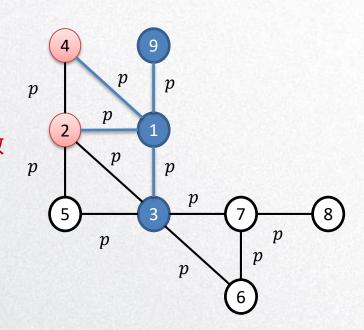
- Degree Discount算法
- 基本想法
 - 出度越高的点,影响力越大
 - 选择的种子节点的影响范围避免重叠
 - 1. Initialize $S = \emptyset$
 - 2. Compute the out-degree of each node;
 - 3. For i = 1, ..., k do:
 - 1) Select the node u with highest remaining degrees into S;
 - 2) For each vertex $v \in V \setminus S$ such that v is a <u>neighbor</u> of u do:
 - a) Discount the degree of v according to edge probability $p_{u,v}$;

如何Discount?

4. Return S.



- Degree Discount算法
- 对问题做简化:
 - 每条边的影响概率都为*p*
 - 定义 d_v 是<mark>节点v的度数</mark>,即邻居节点的个数
 - 定义 t_v 是v的邻居中已经选择进入种子集合的个数
 - 定义 dd_v 为<mark>折扣后的度数</mark>,初始时设定 $dd_v = d_v$





- Degree Discount算法
- 给定当前的种子集合S, 如果将节点v加入到S中, ΔS =?

$$-$$
 如果 $t_v = 0$, $\Delta S = 1 + d_v p$

- 如果 $t_v \neq 0$,可以推出

THEOREM In the IC model with propagation probability p, suppose that $d_v = O(1/p)$ and $t_v = o(1/p)$ for a vertex v. The expected number of additional vertices in Star(v) influenced by selecting v into the seed set is:

$$1 + (d_v - 2t_v - (d_v - t_v)t_v p + o(t_v)) \cdot p$$

Efficient Influence Maximization in Social Networks

Wei Chen Microsoft Research Asia Beijing, China weic@microsoft.com Yajun Wang Microsoft Research Asia Beijing, China yajunw@microsoft.com Siyu Yang Dept. of Computer Science Tsinghua University Beijing, China siyu.yang@gmail.com 这个公式是怎么来的? 有什么假设? 请见后文

https://www.microsoft.com/en-us/research/wp-content/uploads/2016/02/weic-kdd09_influence.pdf

 π



• 证明

THEOREM In the IC model with propagation probability p, suppose that $d_v = O(1/p)$ and $t_v = o(1/p)$ for a vertex v. The expected number of additional vertices in Star(v) influenced by selecting v into the seed set is:

$$1 + (d_v - 2t_v - (d_v - t_v)t_v p + o(t_v)) \cdot p$$

PROOF. Let S_v be the set of t_v neighbors of v that have been selected as seeds. The probability that v is influenced by its immediate neighbors is $1-(1-p)^{t_v}$. In this case, selecting v as a seed does not contribute additional influence in the graph.

If v is not influenced by any of the already selected seeds, which occurs with probability $(1-p)^{t_v}$, then the additional vertices in Star(v) influenced by selecting v into the seed set include: (a) v itself with probability 1; and (b) each u in the remaining $d_v - t_v$ neighbors with probability p. Thus the additional vertices in Star(v) influenced by v is $1 + (d_v - t_v) \cdot p$. Hence the overall expected number of additional vertices in Star(v) influenced by v is

$$(1-p)^{t_v} \cdot (1 + (d_v - t_v) \cdot p)$$

$$= (1 - t_v p + o(t_v p)) \cdot (1 + (d_v - t_v) \cdot p)$$

$$\{ \text{since } t_v p = o(1) \}$$

$$= 1 + (d_v - 2t_v) p - (d_v - t_v) t_v p^2 + o(t_v p)$$

$$\{ \text{since } (d_v - t_v) p = O(d_v p) = O(1) \}$$

$$= 1 + (d_v - 2t_v - (d_v - t_v) t_v p + o(t_v)) p.$$

1.注意:理解这段证明的关键是p很小2.(1-p)的某次方做展开以后得到加上1-t_vp以及一个很小的数

比如,p=0.01 (1-p)² = 1-2p +p² 最后那1项很小

(1-p)³ =1-3p+3 p²-p³ 后面那2项都很小

Degree discount算法


```
1: initialize S = \emptyset
 2: for each vertex v do
 3: compute its degree d_v
 4: dd_v = d_v
     initialize t_n to 0
 6: end for
 7: for i = 1 to k do
       select u = \arg \max_{v} \{ dd_v \mid v \in V \setminus S \}
     S = S \cup \{u\}
     for each neighbor v of u and v \in V \setminus S do
11:
    t_{v} = t_{v} + 1
     dd_v = d_v - 2t_v - (d_v - t_v)t_v p
       end for
14: end for
15: output S
```

 d_v 较大, t_v 较小

For example, for a node v with $d_v = 200$, $t_v = 1$, and p = 0.01 (parameters similar to our experimental graphs), we should discount v's degree to about 196:

$$d_v - 2t_v - (d_v - t_v)t_v p = 200 - 2*1 - (200-1)*1*0.01 = 200 - 2 - 1.99 = 196$$

we believe that the difference of those effects between the case $t_{\rm v}=0$ and $t_{\rm v}>0$ is negligible for small p

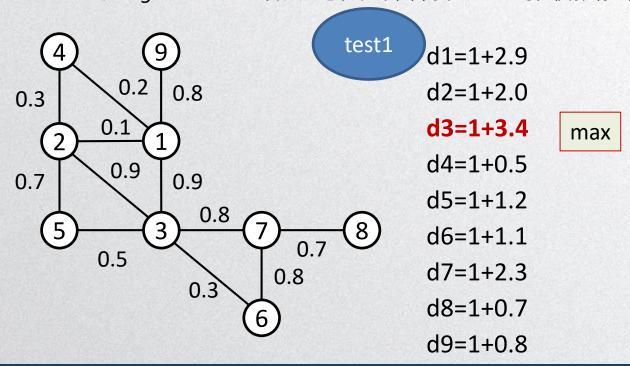
思考: 如果边上的概率不都等于p呢?



• Degree Discount算法

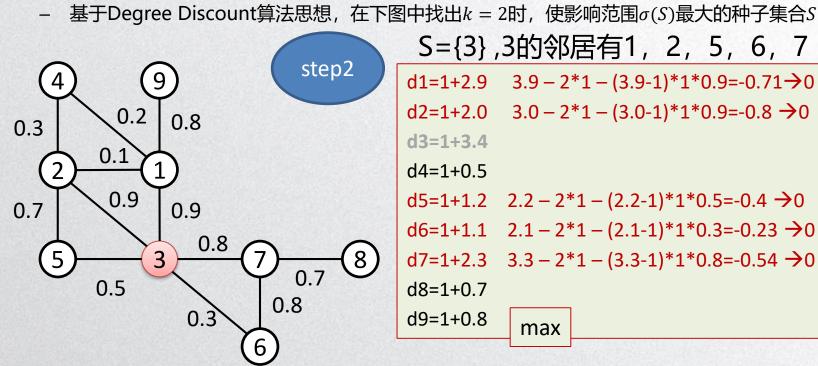
运用公式d_v - 2t_v - (d_v - t_v)t_vp

– 基于Degree Discount算法思想,在下图中找出k=2时,使影响范围 $\sigma(S)$ 最大的种子集合S





- Degree Discount算法
- 运用公式d_v 2t_v (d_v t_v)t_vp



S={3},3的邻居有1,2,5,6,7

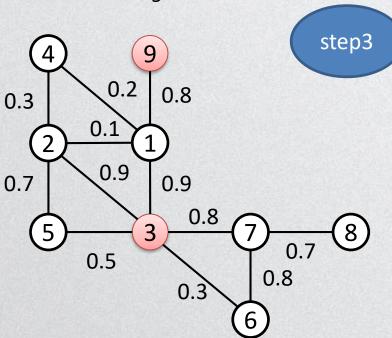
```
d1=1+2.9 3.9-2*1-(3.9-1)*1*0.9=-0.71 <math>\rightarrow 0
d2=1+2.0 3.0-2*1-(3.0-1)*1*0.9=-0.8 \rightarrow 0
d3=1+3.4
d4=1+0.5
            2.2 - 2*1 - (2.2-1)*1*0.5 = -0.4 \rightarrow 0
d5=1+1.2
            2.1 - 2*1 - (2.1-1)*1*0.3 = -0.23 \rightarrow 0
d6=1+1.1
d7=1+2.3
             3.3 - 2*1 - (3.3-1)*1*0.8 = -0.54 \rightarrow 0
d8=1+0.7
d9=1+0.8
               max
```



• Degree Discount算法

运用公式d_v - 2t_v - (d_v - t_v)t_vp

– 基于Degree Discount算法思想,在下图中找出k=2时,使影响范围 $\sigma(S)$ 最大的种子集合S



S={3, 9},9的邻居有1

d1=0 $0-2*2-(0-2)*2*0.8 = -0.8 <math>\rightarrow 0$ d2 = 0d3=1+3.4d4=1+0.5d5 = 0d6=0 d7 = 0d8=1+0.7max d9=1+0.8

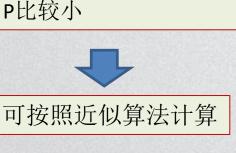
> 口果要继续选 下一个就是8

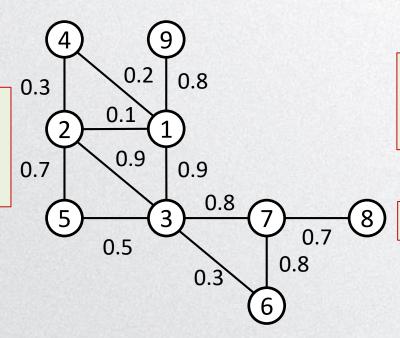




如下示例:基于Degree Discount算法思想,在下图中找出k=2时,使影响范围 $\sigma(S)$ 最大的种子集合S

- 前文Degree Discount算法
- 针对的是大型网络
- d_v比较大
- P比较小





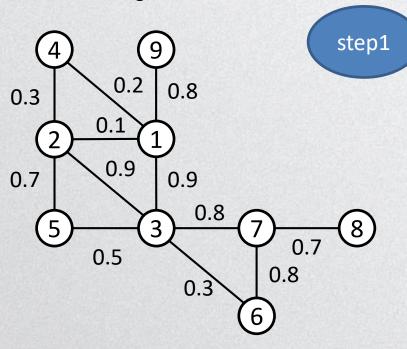
- 本实例
- d_v比较小
- P比较大



按照精确算法计算



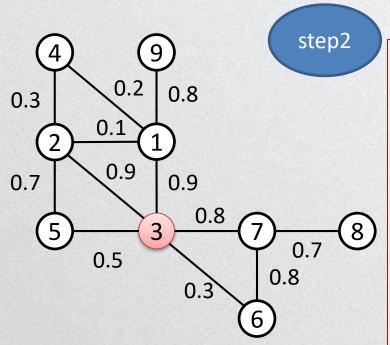
- Degree Discount算法
 - 基于Degree Discount算法思想,在下图中找出k=2时,使影响范围 $\sigma(S)$ 最大的种子集合S



pp1=1.0, d1=1+2.9, dd1=pp1*d1=3.9 pp2=1.0, d2=1+2.0, dd2=pp2*d2=3.0 pp3=1.0, d3=1+3.4, dd3=pp3*d3=4.4 max pp4=1.0, d4=1+0.5, dd4=pp4*d4=1.5 pp5=1.0, d5=1+1.2, dd5=pp5*d5=2.2 pp6=1.0, d6=1+1.1, dd6=pp6*d6=2.1 pp7=1.0, d7=1+2.3, dd7=pp7*d7=3.3 pp8=1.0, d8=1+0.7, dd8=pp8*d8=1.7 pp9=1.0, d9=1+0.8, dd9=pp9*d9=1.8



- Degree Discount算法
 - 基于Degree Discount算法思想,在下图中找出k=2时,使影响范围 $\sigma(S)$ 最大的种子集合S

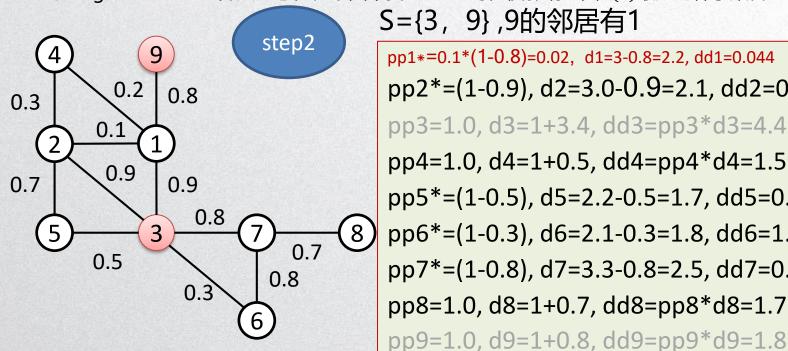


S={3},3的邻居有1,2,5,6,7

pp1*=(1-0.9)=0.1, d1=3.9-0.9=3, dd1=0.3 pp2*=(1-0.9), d2=3.0-0.9=2.1, dd2=0.21 pp3=1.0, d3=1+3.4, dd3=pp3*d3=4.4 pp4=1.0, d4=1+0.5, dd4=pp4*d4=1.5 pp5*=(1-0.5), d5=2.2-0.5=1.7, dd5=0.85 pp6*=(1-0.3), d6=2.1-0.3=1.8, dd6=1.26 pp7*=(1-0.8), d7=3.3-0.8=2.5, dd7=0.5 pp8=1.0, d8=1+0.7, dd8=pp8*d8=1.7 pp9=1.0, d9=1+0.8, dd9=pp9*d9=1.8



- Degree Discount算法
 - 基于Degree Discount算法思想,在下图中找出k = 2时,使影响范围 $\sigma(S)$ 最大的种子集合S



pp1*=0.1*(1-0.8)=0.02, d1=3-0.8=2.2, dd1=0.044 pp2*=(1-0.9), d2=3.0-0.9=2.1, dd2=0.21pp3=1.0, d3=1+3.4, dd3=pp3*d3=4.4 pp4=1.0, d4=1+0.5, dd4=pp4*d4=1.5 pp5*=(1-0.5), d5=2.2-0.5=1.7, dd5=0.85 pp6*=(1-0.3), d6=2.1-0.3=1.8, dd6=1.26 pp7*=(1-0.8), d7=3.3-0.8=2.5, dd7=0.5





 π



- 扩展阅读
 - 课上讲的算法仅是最基本的算法
 - 如有兴趣扩展阅读,请参考
 - http://iir.ruc.edu.cn/~fanj/talks/im-tsinghua.pdf

Influence Maximization on Big Social Graphs

Challenges and Techniques

Ju Fan (范举)
fanj@ruc.edu.cn
http://iir.ruc.edu.cn/~fanj/

