y尖和y的相关系数、R方的关系

覃雄派

y尖和y的相关系数、R方的关系

提纲

- y尖和y的相关系数、R方的关系

y尖和y的相关系数、R方的关系

就是R

- y尖和y的相关系数、R方的关系
  - 一元线性回归的解析解（最小二乘法）

$$\hat{y} = a x + b$$

$$a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x}$$

y尖和y的相关系数、R方的关系

就是R

- y尖和y的相关系数、R方的关系

$$\hat{y} = ax + b$$

$$a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

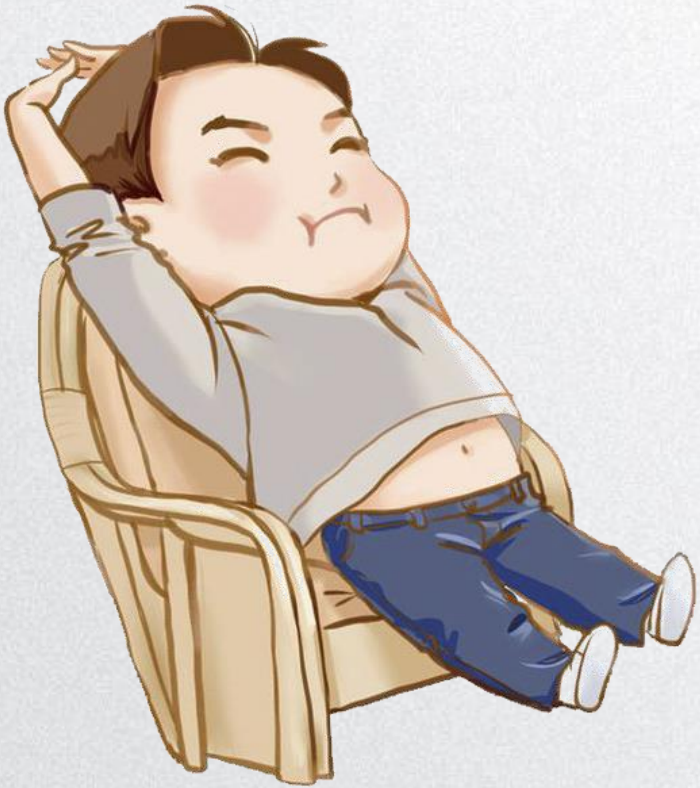
$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\begin{aligned}
\rho(y_i,\hat{y}_i) &= \frac{cov(y_i,\hat{y}_i)}{\sqrt{var(y_i)var(\hat{y}_i)}} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^n (y_i-\bar{y})(\hat{y}_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i-\bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i-\bar{y})^2}} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^n (y_i-\hat{y}_i+\hat{y}_i-\bar{y})(\hat{y}_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i-\bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i-\bar{y})^2}} \\
&= \frac{\boxed{\sum_{i=1}^n (y_i-\hat{y}_i)(\hat{y}_i-\bar{y})} + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i-\bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i-\bar{y})^2}} \\
&= \frac{\boxed{0} + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i-\bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i-\bar{y})^2}} \\
&= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i-\bar{y})^2}} \\
&= \sqrt{R^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\boxed{\sum_{i=1}^n (y_i-\hat{y}_i)(\hat{y}_i-\bar{y})} &= \sum_{i=1}^n (y_i-\hat{y}_i)(b+ax_i-\bar{y}) \\
&= (b-\bar{y})\sum_{i=1}^n (y_i-\hat{y}_i) + a\sum_{i=1}^n (y_i-\hat{y}_i)x_i \\
&= (\bar{y} - a\bar{x} - \bar{y})\sum_{i=1}^n (y_i-\hat{y}_i) + a\sum_{i=1}^n (y_i-\hat{y}_i)x_i \\
&= -a\bar{x}\sum_{i=1}^n (y_i-\hat{y}_i) + a\sum_{i=1}^n (y_i-\hat{y}_i)x_i \\
&\boxed{= 0}
\end{aligned}$$

https://www.zhihu.com/question/32021302

y尖和y的相关系数、R方的关系



y尖和y的相关系数、R方的关系

- y尖和y的相关系数、R方的关系 很多书本会提到R^2与相关系数r^2相等

$$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_i y_i$$

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_i x_i$$

$$S_{xx}=\sum_i (x_i-\bar{x})^2$$

$$S_{yy}=\sum_i (y_i-\bar{y})^2$$

$$S_{xy}=\sum_i (x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$$

根据相关系数公式，得到$r=\frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}}\sqrt{S_{yy}}}$,则有$r^2=\frac{S_{xy}^2}{S_{xx}S_{yy}}$

$$R^2=\frac{SSR}{SSE}=\frac{\sum_i(\hat{y}-\bar{y})^2}{\sum_i(y-\bar{y})^2}$$

https://www.bilibili.com/read/cv9038819

y尖和y的相关系数、R方的关系

- y尖和y的相关系数、R方的关系

  很多书本会提到R^2与相关系数r^2相等

  - 一元线性回归的解析解（最小二乘法）

$$\hat{y} = ax + b$$

$$a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

y尖和y的相关系数、R方的关系

- y尖和y的相关系数、R方的关系
  - 一元线性回归的解析解（最小二乘法）

很多书本会提到R^2与相关系数r^2相等

$$\hat{y} = ax + b$$

$$a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

代入R^2式子中，$R^2 = \frac{SSR}{SSE} = \frac{\sum_i(\hat{y}-\bar{y})^2}{\sum_i(y-\bar{y})^2} = \frac{\sum_i(ax-a\bar{x})^2}{S_{yy}}$

$$\frac{\sum_i(ax-a\bar{x})^2}{S_{yy}} = \frac{a^2\sum_i(x-\bar{x})^2}{S_{yy}} = \frac{a^2 S_{xx}}{S_{yy}}$$

$$\frac{a^2 S_{xx}}{S_{yy}} = \frac{S_{xy}^2}{S_{yy}S_{xx}} = r^2$$

y尖和y的相关系数、R方的关系