## Questão 1 - Explique e exemplifique o que é ótimo local, ótimo global e sensibilidade à solução inicial em uma busca local

Ótimo local é uma solução no espaço de busca a qual não possui nenhum vizinho que melhora a função objetivo, não sendo necessariamente a melhor solução da instância do problema, mas pode acontecer. Já o ótimo global é a melhor solução no espaço de busca da instância. E a sensibilidade na busca local é o fato da solução poder variar conforme a entrada escolhida para o problema, ou seja, ela é afetada pela solução inicial na instância.

Na imagem a seguir é possível visualizar exemplos ótimos locais das vizinhanças em amarelo, e a vizinhança que possui o ótimo global está com o valor deste ótimo marcado em vermelho, também é possível verificar a sensibilidade na busca local, pois tendo como solução inicial um vizinho qualquer é possível encontrar um ótimo local e este ótimo local pode não ser o ótimo global, por exemplo, começando a partir do vizinho 01423 é possível encontrar o ótimo local de valor 153, dependendo da busca local aplicada, como por exemplo o primeiro aprimorante, esta pode ser a solução do algoritmo, mas caso este tivesse começado pelo vizinho 01243, a solução encontrada por acaso teria sido o ótimo global, sendo assim sensível à escolha da solução inicial.

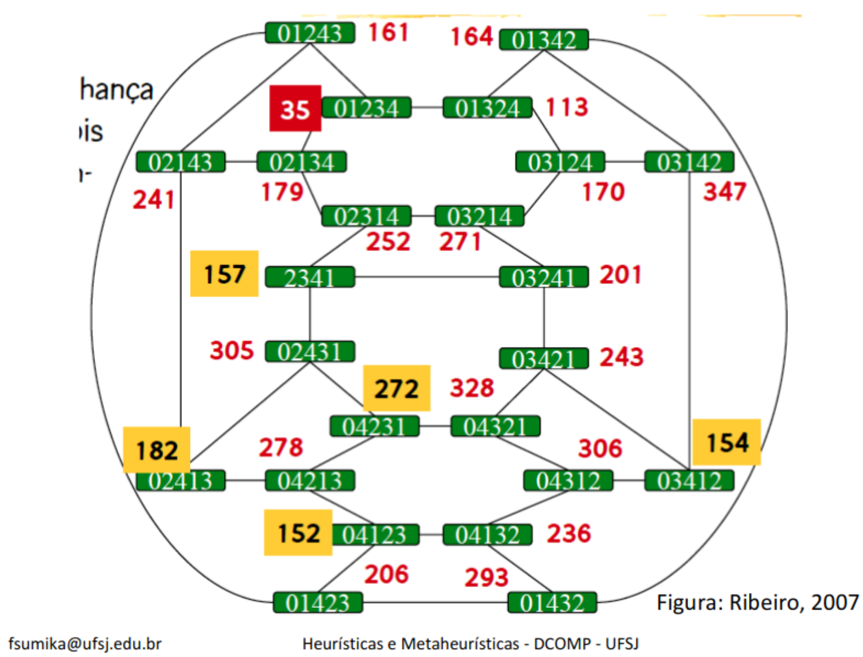


Figure 1: alt text

**Questão 2 - O problema do empacotamento (Bin Packing Problem-BPP) consiste em empacotar um conjunto de nobjetos de diferentes tamanhos em recipientes ou caixas de tamanho fixo V, minimizando o número de caixas utilizadas.**

**a) Desenvolva uma representação para o problema:**

Uma representação seria um vetor S, sendo Si = 1 se o pacote i foi usado e uma matriz X, para guardar qual item j foi guardado no pacote i sendo j, fazendo Xij = 1, caso não haja pacote Xij = 0.

**b) Proponha uma fórmula para o cálculo da função objetivo do problema, com uso de penalização se necessário.**

Dado um conjunto de pacotes S, cada um de mesma capacidade C, e uma lista de n itens de tamanhos t1,...,tn a serem empacotados, deve-se se encontrar P pacotes tal que

$$P = \sum_{i \in S_k} t_i \leqslant C \ para\, k = 1, \ldots, P$$

.

Sendo assim uma possível fórmula para cálculo da função objetivo é:

$$min\ P = \sum_{i=1}^{n} S_i, \ sujeito\ a\ P \geqslant 1$$

$$\sum_{j=1}^{n} t_i x_{ij} \leqslant CS_i, \forall i \in \{1, \ldots, n\}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \forall j \in \{1, \ldots, n\}$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \qquad \forall j \in \{1, \ldots, n\}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \qquad \forall i \in \{1, \ldots, n\} \ \forall j \in \{1, \ldots, n\}$$

Figure 2: alt text

**c) Proponha uma heurística construtiva para o problema:**

Uma heurística construtiva para o problema pode ser:
- Ordena-se os objetos em ordem de tamanho de forma decrescente, realiza uma iteração sobre os objetos, inserindo-os no primeiro pacote em que este objeto couber, caso contrário, cria-se um novo pacote e aloca este objeto no novo pacote até que todos os objetos tenham sido alocados.

**d) Proponha duas estruturas de vizinhança para o problema. Explique em detalhes o movimento a ser aplicado em uma solução para geração das soluções vizinhas. Explique a complexidade dasvizinhanças propostas:**

**Estrutura de vizinhança 1:**

Nesta vizinhança o movimento a ser aplicado consiste em trocar o um item aleatorio para outro pacote diferente do que ele já está e sorteado aleatoriamente. Exemplo: Para 4 caixas com capacidade C = 5, um vetor S = [1, 0, 1, 1], deseja-se alocar 5 itens de tamanho t = 2 cada, de modo que uma solução inicial seria:

| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 |

e aplicação de um movimento tendo sorteado o item 1 para inserir no pacote 4 resultaria no vizinho:

| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Dessa forma, foi retirado o primeiro item do pacote 1 e colocado no pacote 4. A ordem de complexidade dessa vizinhança é: O(n * número de caixas usadas). #### Estrutura de vizinhança 2: Nesta vizinhança o movimento a ser aplicado seria sortear dois pacotes diferentes aleatoriamente e trocá-los de pacote. Sendo que o primeiro irá para o pacote do segundo, e do contrário também.

Exemplo: Para 4 caixas com capacidade C = 5, um vetor S = [1, 0, 1, 1], deseja-se alocar 5 itens de tamanho t = 2 cada, de modo que uma solução inicial seria:

| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 |

e aplicação de um movimento tendo sorteado o item 1 e o item 3:

| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Dessa forma, o item 1 foi para o pacote número 4, onde estava o pacote 3 anteriormente, e este foi para o pacote 1, onde o item 1 estava anteriormente. A ordem de complexidade desta vizinhança é O(n * (n - 1)/2).