uzrzy - uqjwv

1.1. Berechne Eigenwerte von Σ:

$$\det(\Sigma - \lambda I) = 0$$

$$\Leftrightarrow \det\begin{pmatrix} 4-\lambda & 3 \\ 3 & 12-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (4-\lambda)(12-\lambda) - 3^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 - 16\lambda + 39 = 0$$

$$\overset{pq}{\Rightarrow} \lambda_{1,2} = -\left(\frac{-16}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{-16}{2}\right)^2 - 39}$$

$$= 8 \pm \sqrt{25}$$

$$= 8 \pm 5$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\lambda_1 = 13}} \quad \underline{\underline{\lambda_2 = 3}}$$

Da λ_1 der größte EW ist, gibt er die maximale Varianz an. Wir bestimmen nun den zugehörigen EV:

$$(\Sigma - 13 I)v = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 4-13 & 3 \\ 3 & 12-13 \end{pmatrix} v = \begin{pmatrix} -9 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} v = 0$$

$$\Leftrightarrow v = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Die erste Hauptkomponente ist also der Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Gesamtvarianz: $\lambda_1 + \lambda_2 = 16$

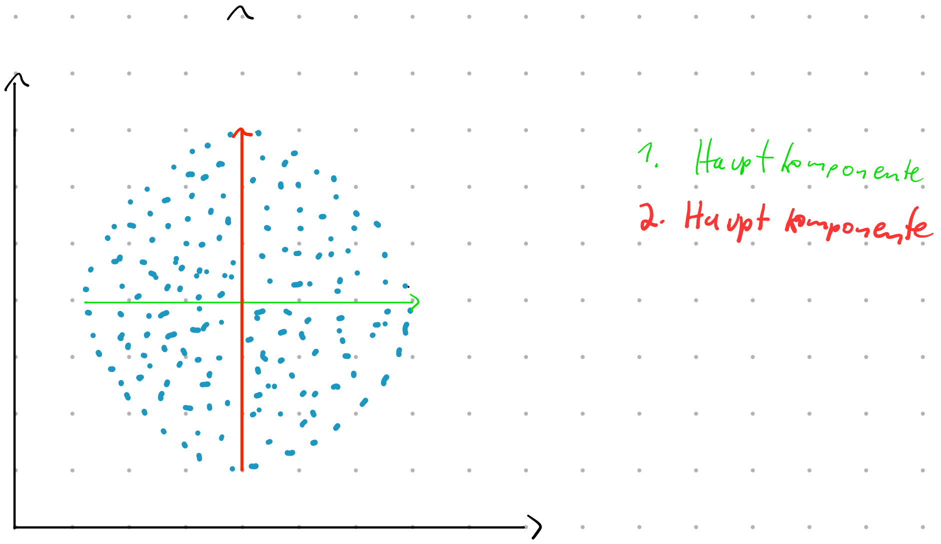
Der Anteil der von der 1. Hauptkomponente erklärt wird ist

also $\underline{\underline{\frac{13}{16}}}$.

1.2. Das heißt das die Varianz des Datensatzes in beide Richtungen gleich ist. Die beiden Dimensionen tragen also (ungefähr) die gleiche Relevanz.

Eine Dimensionsreduktion ist dann nicht sinnvoll, da man die Hälfte der Varianz verlieren würde.

Beispieldatensatz:



2.1.

$$\mathcal{L}(q,\theta)=\sum_{i=1}^{N}\left(\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log\left(p_\theta(x_i|z_i)\,p(z_i)\right)\right]-\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log q_\phi(z_i|x_i)\right]\right) \quad (1)$$

$$=\mathcal{L}(q,\theta)=\sum_{i=1}^{N}\left(\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log\left(p_\theta(x_i|z_i)\right)+\log\left(p(z_i)\right)\right]-\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log\left(q_\phi(z_i|x_i)\right)\right]\right) \;\Big|\; -\log\left(p(z_i)\right)$$

$$=\mathcal{L}(q,\theta)=\sum_{i=1}^{N}\left(\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log\left(p_\theta(x_i|z_i)\right)\right]-\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log\left(q_\phi(z_i|x_i)\right)-\log\left(p(z_i)\right)\right]\right) \quad (3)$$