uzrzy - uqjwv

7/10 Punkte, florian.immig@student.kit.edu

1.1. Berechne Eigenwerte von Σ:

$$\det(\Sigma - \lambda I) = 0$$

$$\Leftrightarrow \det\begin{pmatrix} 4-\lambda & 3 \\ 3 & 12-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (4-\lambda)(12-\lambda) - 3^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 - 16\lambda + 39 = 0$$

$$\overset{pq}{\Rightarrow} \lambda_{1,2} = -\left(\frac{-16}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{-16}{2}\right)^2 - 39}$$

$$= 8 \pm \sqrt{25}$$

$$= 8 \pm 5$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\lambda_1 = 13}} \quad \underline{\underline{\lambda_2 = 3}}$$

Da λ_1 der größte EW ist, gibt er die maximale Varianz an. Wir bestimmen nun den zugehörigen EV:

$$(\Sigma - 13 I)v = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 4-13 & 3 \\ 3 & 12-13 \end{pmatrix} v = \begin{pmatrix} -9 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} v = 0$$

$$\Leftrightarrow v = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Die erste Hauptkomponente ist also der Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Gesamtvarianz: $\lambda_1 + \lambda_2 = 16$

Der Anteil der von der 1. Hauptkomponente erklärt wird ist also $\underline{\underline{\frac{13}{16}}}$.

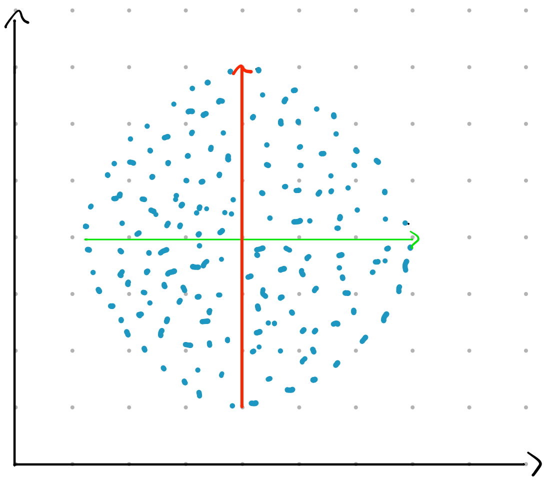
2

1.2. Das heißt das die Varianz des Datensatzes in beide Richtungen gleich ist. Die beiden Dimensionen tragen also (~~ungefähr~~) die gleiche Relevanz.

Eine Dimensionsreduktion ist dann nicht sinnvoll, da man die Hälfte der Varianz verlieren würde.

+2

Beispiel datensatz:



1. Hauptkomponente
2. Hauptkomponente

2.1.

$$\mathcal{L}(q,\theta)=\sum_{i=1}^{N}\left(\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log\left(p_\theta(x_i|z_i)\,p(z_i)\right)\right]-\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log q_\phi(z_i|x_i)\right]\right) \quad (1)$$

$$=\mathcal{L}(q,\theta)=\sum_{i=1}^{N}\left(\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log\left(p_\theta(x_i|z_i)\right)+\log\left(p(z_i)\right)\right]-\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log\left(q_\phi(z_i|x_i)\right)\right]\right)-\log\left(p(z_i)\right)$$

$$=\mathcal{L}(q,\theta)=\sum_{i=1}^{N}\left(\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log\left(p_\theta(x_i|z_i)\right)\right]-\mathbb{E}_{z_i\sim q_\phi(z_i|x_i)}\left[\log\left(q_\phi(z_i|x_i)\right)-\log\left(p(z_i)\right)\right]\right) \quad (3)$$

+3