Simulering og eksperimentel modelbestemmelse

Henrik Vie Christensen

vie@control.aau.dk

Department of Control Engineering

Aalborg University

Denmark

Dagens program

- Modeller og modellering: koncepter
  - Definitioner
  - Simulering
  - Matematiske modeller

Dagens program

- Modeller og modellering: koncepter
  - Definitioner
  - Simulering
  - Matematiske modeller
- Model beskrivelse
  - Overføringsfunktioner
  - Tilstandsbeskrivelse
  - Blok-diagrammer

Dagens program

- Modeller og modellering: koncepter
  - Definitioner
  - Simulering
  - Matematiske modeller
- Model beskrivelse
  - Overføringsfunktioner
  - Tilstandsbeskrivelse
  - Blok-diagrammer
- Diskritiserings metoder

Dagens program

- Modeller og modellering: koncepter
  - Definitioner
  - Simulering
  - Matematiske modeller
- Model beskrivelse
  - Overføringsfunktioner
  - Tilstandsbeskrivelse
  - Blok-diagrammer
- Diskritiserings metoder
- Simulering af lineære og ulineære dynamiske systemer i Matlab

Modeller og modellering: koncepter

Definition:
Model: *en repræsentation – i en brugbar form – af de essentielle dele af et system.*

Modeller og modellering: koncepter

Definition:
Model: *en repræsentation – i en brugbar form – af de essentielle dele af et system.*

Definition:
Systemidentifikation: *Udvikle matematisk model af dynamisk system baseret på observerede data fra systemet:*

- *Mange måledata er indsamlet som samplede værdier af input og output*
- *En computer anvendes til behandling af data*
- *Model parametre estimeres ved minimering af et fejlkriterie*

Karakterisering af modeller og modellering

Modeller:

matematiske – andre
parametriske – ikke-parametriske
kontinuert tid – diskret tid
input/output – **tilstands**
lineære – **ulineære**
dynamisk – statisk
tidsinvariant – tidsvarierende
SISO – **MIMO**

Modellering/systemidentifikation:

teoretisk (fysisk) – **eksperimentel**
white-box – **gray-box** – black-box
struktur bestemmelse – **parameter estimation**
tidsdomæne – **frekvensdomæne**
direkte – indirekte

Fysiske parametre

Fysiske parametre er model parametre med en indlysende fysisk mening eller betydning.

Fysiske parametre

Fysiske parametre er model parametre med en indlysende fysisk mening eller betydning.

Typisk er de koefficienter i basale fysiske love, fx. Newtons, Hooks, Ohms, eller Kirchoffs love.

Fysiske parametre

Fysiske parametre er model parametre med en indlysende fysisk mening eller betydning.

Typisk er de koefficienter i basale fysiske love, fx. Newtons, Hooks, Ohms, eller Kirchoffs love.

Eksempler på fysiske parametre er

- Mekanik parametre: Masse, friktions koeffic., stivhed
- Elektro parametre: Modstand, induktans, kapacitet
- Termiske parametre: Termisk modstand, specifik varme
- Desuden: Statisk forstærkning, tidskonstant, egen-frekvens og dæmpningsfaktor

Fysiske parametre

Fysiske parametre er model parametre med en indlysende fysisk mening eller betydning.

Typisk er de koefficienter i basale fysiske love, fx. Newtons, Hooks, Ohms, eller Kirchoffs love.

Eksempler på fysiske parametre er

- Mekanik parametre: Masse, friktions koeffic., stivhed
- Elektro parametre: Modstand, induktans, kapacitet
- Termiske parametre: Termisk modstand, specifik varme
- Desuden: Statisk forstærkning, tidskonstant, egen-frekvens og dæmpningsfaktor

Ikke-fysiske parametre: koefficienter i z-transformen af en tilstandsbeskrivelse.

Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet

Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output

Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem

Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- optimering af konstruktion

Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer

Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer
- Model parameter estimation fra eksperimenter

Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- Optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer
- Model parameter estimation fra eksperimenter

En computer simulation forudsætter:

- En diskret model

Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- Optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer
- Model parameter estimation fra eksperimenter

En computer simulation forudsætter:

- En diskret model
- Mulighed for at udføre eksperimenter på modellen, fx. specificere input signal og parametre

Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- Optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer
- Model parameter estimation fra eksperimenter

En computer simulation forudsætter:

- En diskret model
- Mulighed for at udføre eksperimenter på modellen, fx. specificere input signal og parametre
- Grafiske værktøjer til at præsentere resultatet

Matematiske Modeller

Model beskrivelser:

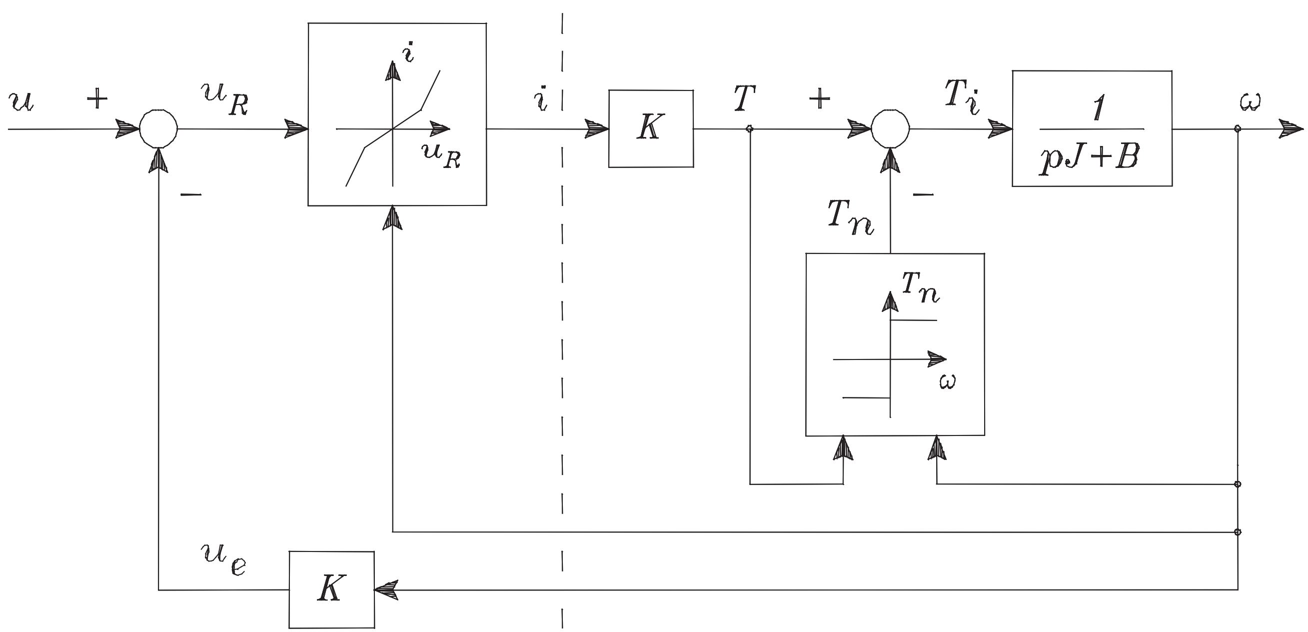
- Overføringsfunktion
- Tilstandsbeskrivelse
- Blok-diagram

Matematiske Modeller

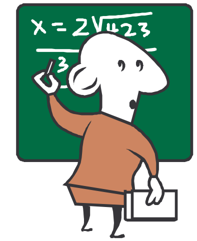
Model beskrivelser:

- Overføringsfunktion
- Tilstandsbeskrivelse
- Blok-diagram

DC-motor:



Matematiske Modeller



Model beskrivelser:

- Overføringsfunktion
- Tilstandsbeskrivelse
- Blok-diagram

Notation for modeller i kontinuert- og diskrettid:

Kompleks Laplace variabel s

Differentialoperator p: $$x(t) = \frac{\partial x(t)}{\partial t} = px(t)$$

Kompleks Z-transform variabel z

Shift operator q: $$x(k+1) = qx(t)$$

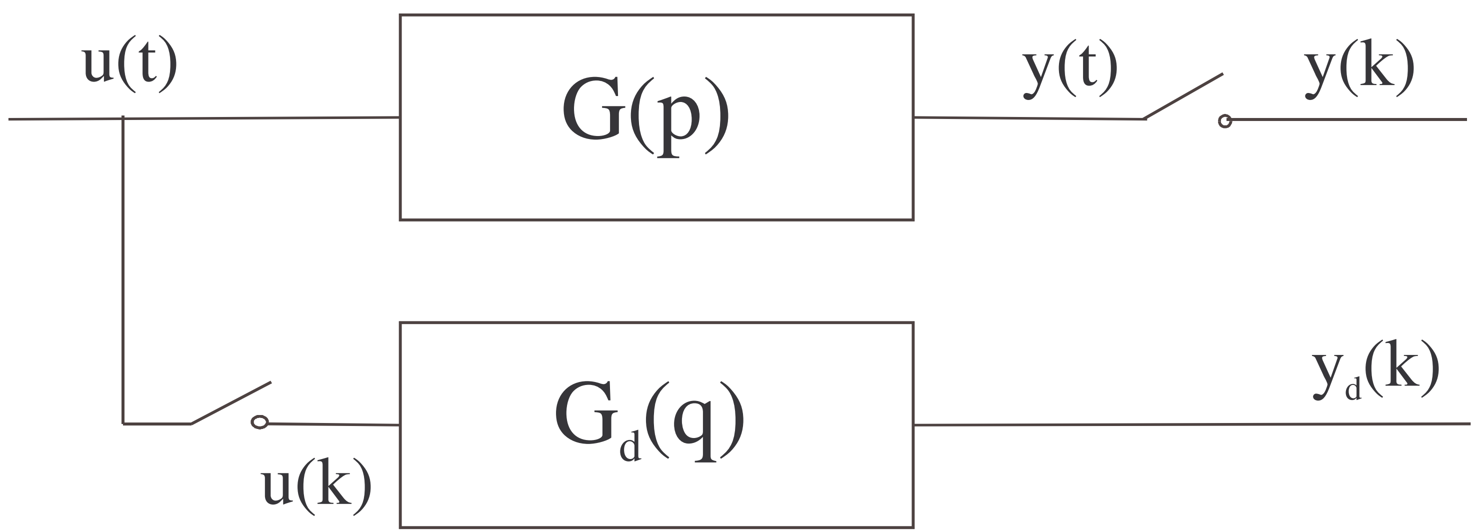
Diskritiserings metoder

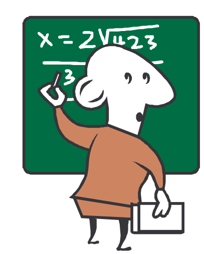
Navn	Algoritme	Karakteristik
Forward Euler	$s \rightarrow \frac{z-1}{T}$	$x'(t)$ konstant over perioden
Tustin (Bilineær transformation)	$s \rightarrow \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$	$x'(t)$ variere lin. over perioden
Step invariant (ZOH ækvivalent)	$G_d(z) = (1-z^{-1})Z\{\frac{1}{s}G(s)\}$	$u(t)$ konstant over perioden
Ramp invariant (Tr H ækvivalent)	$G_d(z) = \frac{(1-z^{-1})^2}{z^{-1}T}Z\{\frac{1}{s^2}G(s)\}$	$u(t)$ variere lin. over perioden
Pole-Zero mapping	$z_0 = e^{s_0 T}$	

Invarians transformationer

Givet et analogt system $G(p)$.
Bestem overføringsfunktionen $G_d(q)$ for et diskret system (modellen), så outputtene er ens til samplingstidspunkterne:

$$t = kT \quad \Rightarrow \quad y_d(k) = y(kT)$$





Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion: y = simprocess(u,t,par)

Eksempel: Lineært system $$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+s\tau}$$

a) Tistandsmodel og for-løkke

Kontinuert tilstandsmodel:

$$\dot{x}(t) = -\frac{1}{\tau}x(t) + \frac{K}{\tau}u(t)$$
$$y(t) = x(t)$$

```
function y=simktauloop(u,t,par)
h=t(2)-t(1);
nn=length(u);
x=0;
K=par(1); tau=par(2);
sysc=ss(-1/tau,K/tau,1,0);
sysd=c2d(sysc,h);
[ad,bd,cd,dd] = ssdata(sysd);
for jj=1:nn
x1=ad*x + bd*u(jj);
y(jj)=cd*x1;
x=x1;
end
```

Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion: y = simprocess(u,t,par)

Eksempel: Lineært system $$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+s\tau}$$

a) Tistandsmodel og for-løkke

b) 'filter' funktion

Kont. overføringsfunktion:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s\tau+1}$$

`y = filter(nz,dz,u)`

beregner output baseret på diskret overføringsfkt.

```
function y=simktaufilt(u,t,par)
⋮
sysctf=tf(par(1),[par(2) 1]);
sysdtf=c2d(sysctf,h);
[nz,dz]=tfdata(sysdtf,'v');
    % NB: 'v' for vector format
    % - not cell
y=filter(nz,dz,u);
end
```

Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion: y = simprocess(u,t,par)

Eksempel: Lineært system $$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+s\tau}$$

a) Tistandsmodel og for-løkke

b) 'filter' funktion

c) 'lsim' fkt.

```
y = lsim(sysc,u,t)
```

beregner output baseret på kontinuert system-beskrivelse.

```
function y=simktau(u,t,par)
:
nc=K; dc=[tau 1];
t=[0 t(1:length(t)-1)];
    % lsim requires that t
    % starts with 0
y=lsim(nc,dc,u,t);
end
```

Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion: y = simprocess(u,t,par)

Eksempel: Lineært system $$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+s\tau}$$

a) Tistandsmodel og for-løkke

b) 'filter' funktion

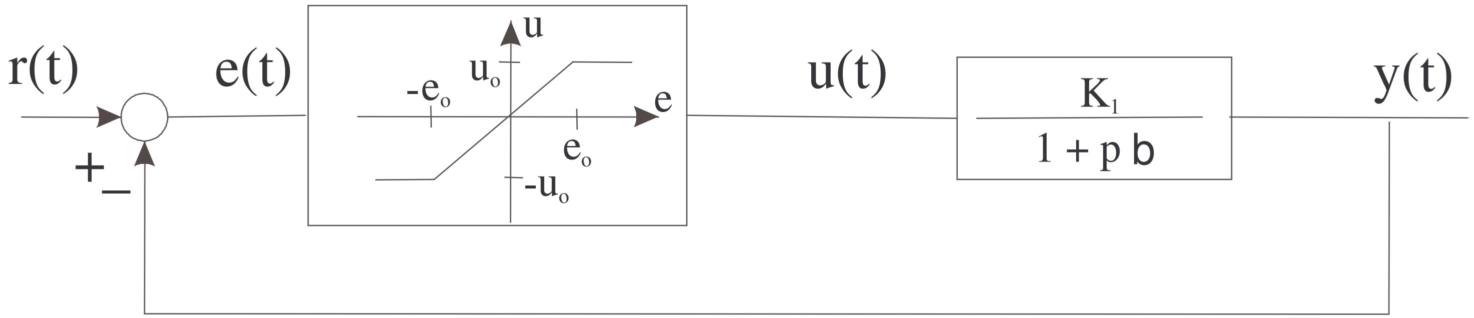
c) 'lsim' fkt.

Evaluering af de tre metoder:

a) er langsom, **undgå** løkker i Matlab, hvor det er muligt. Ofte nødvendige ved ulineære systemer.

b) og c) er sammenlignelige i hastighed.

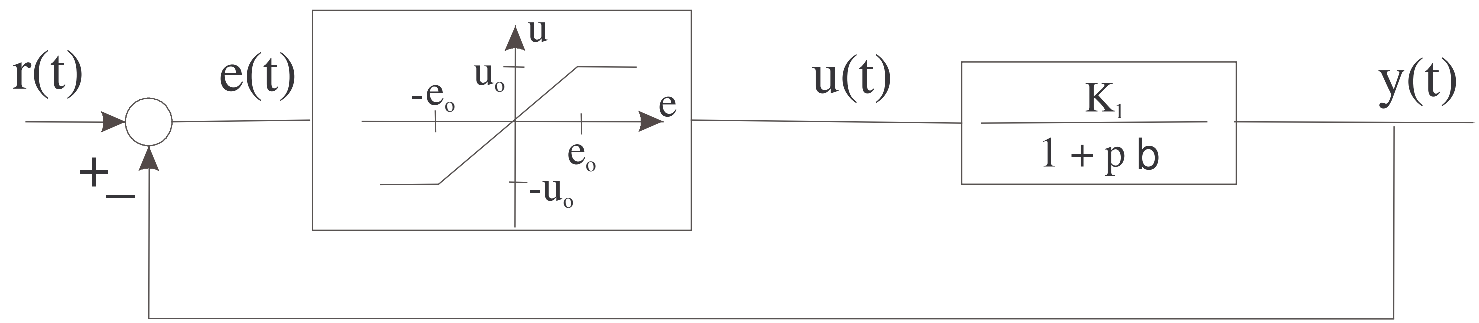
Simulering af ulineært system i Matlab



Mætning:

$$
\begin{array}{ll}
e < -e_0: & u = -u_0 \\
-e_0 \leq e \leq e_0: & u = ke \\
e_0 < e: & u = u_0
\end{array}
$$

Simulering af ulineært system i Matlab



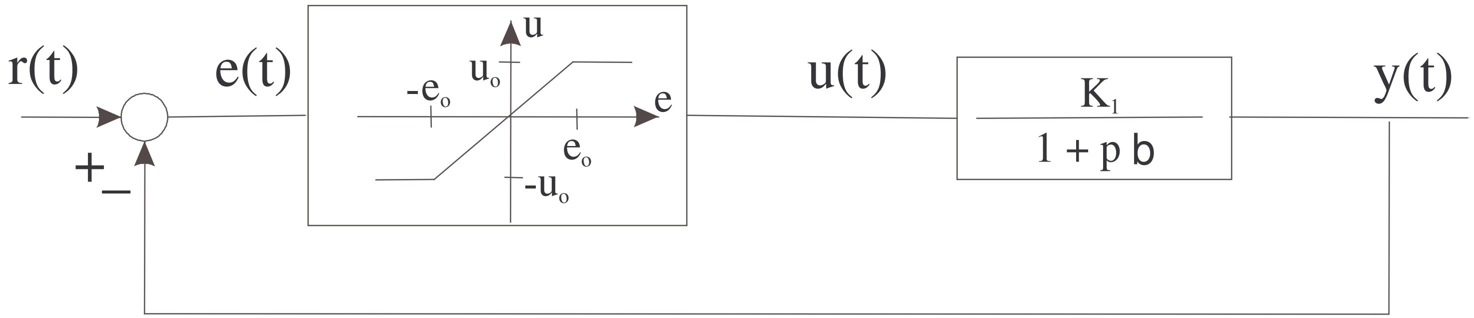
Mætning:

$$e < -e_0\text{:} \qquad u = -u_0$$
$$-e_0 \le e \le e_0\text{:} \qquad u = ke$$
$$e_0 < e\text{:} \qquad u = u_0$$

Implementation i Matlab:

```
u = ke
if e>e0, u=u0; end
if e<-e0, u=-u0; end
```

Simulering af ulineært system i Matlab



Mætning:

$$e < -e_0\text{:} \quad u = -u_0$$
$$-e_0 \le e \le e_0\text{:} \quad u = ke$$
$$e_0 < e\text{:} \quad u = u_0$$

Implementation i Matlab:

```
u = ke
if e>e0, u=u0; end
if e<-e0, u=-u0; end
```

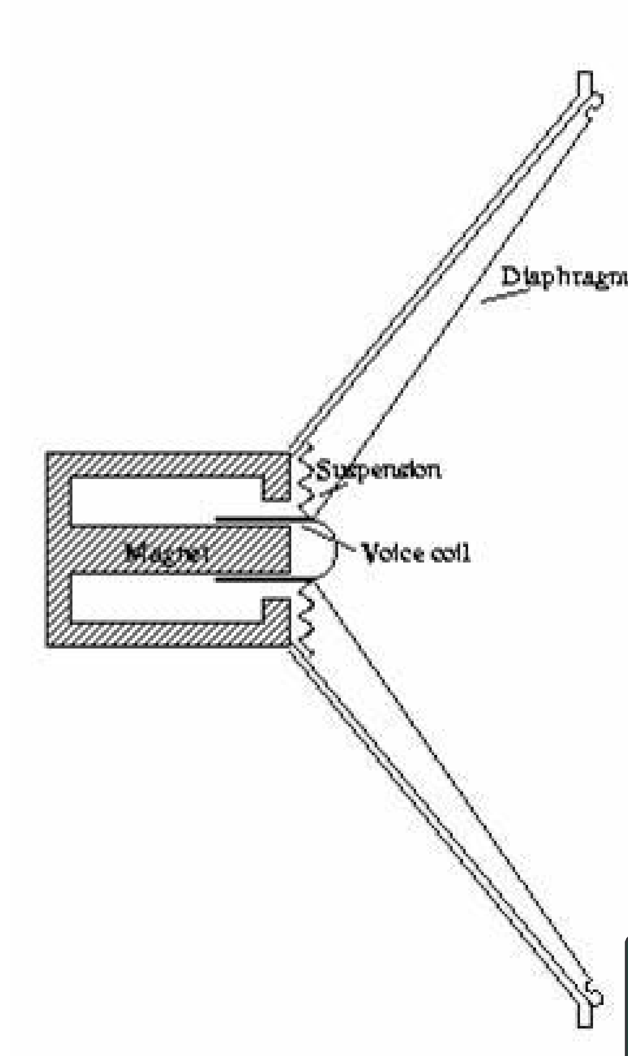
Brug af logiske operatorer (falsk udtryk har værdi 0) er mere effektivt: `u = k*e-(abs(e)>e0)*k*(e-sign(e)*e0);`

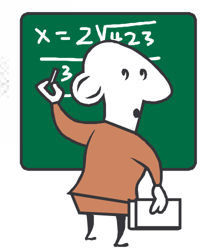
idet $u_0 = ke_0$ kan skrives som $u_0 = ke - k(e - e_0)$ og $-u_0 = ke - k(e + e_0)$.

Modellering og simulering af højtaler

Betydning af symboler:

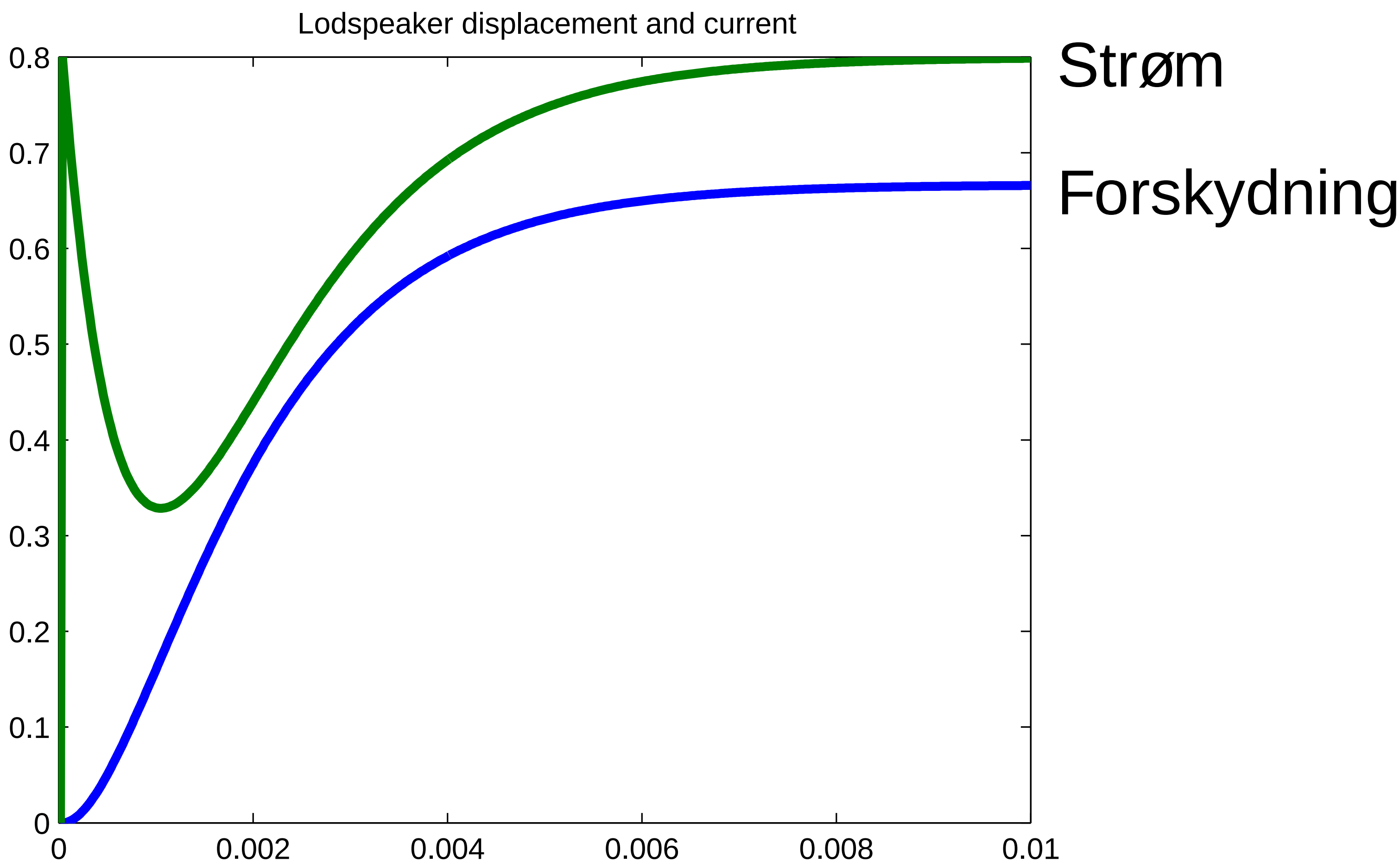
u	påtrykt spænding [V]
i	strøm i spolen [A]
x	forskydning af spole [m]
R	modstand i spole [Ω]
Bl	kraft faktor [N/A]
m	bevægelige sys. masse [kg]
r	friktions koefficient [Ns/m]
k	ophængets stivhed [N/m]





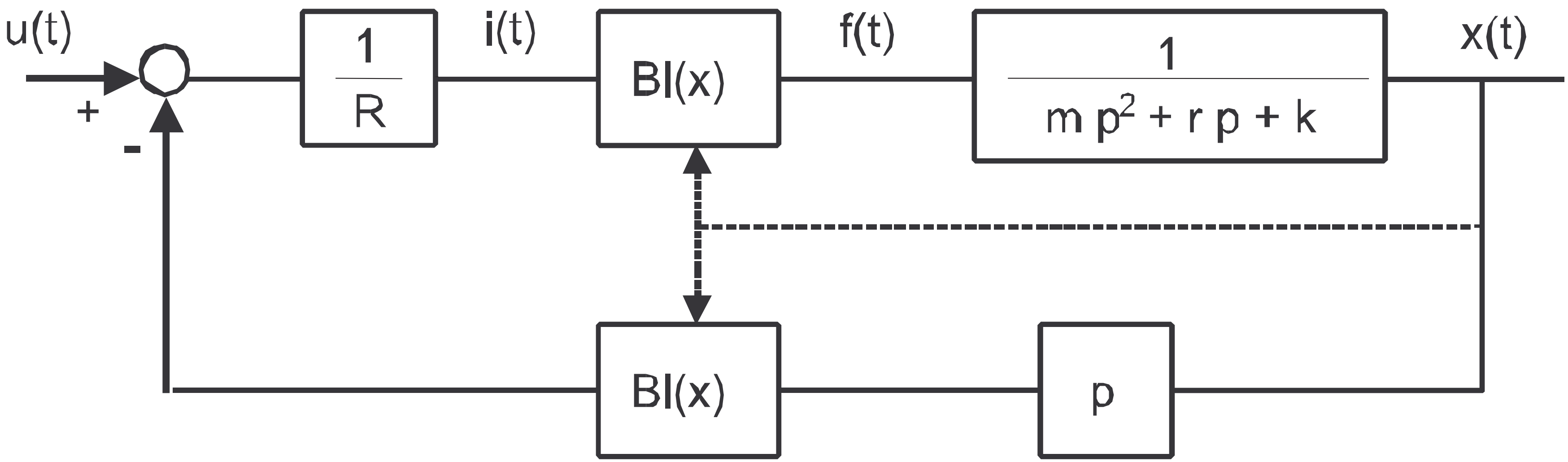
Modellering og simulering af højtaler

Steprespons:

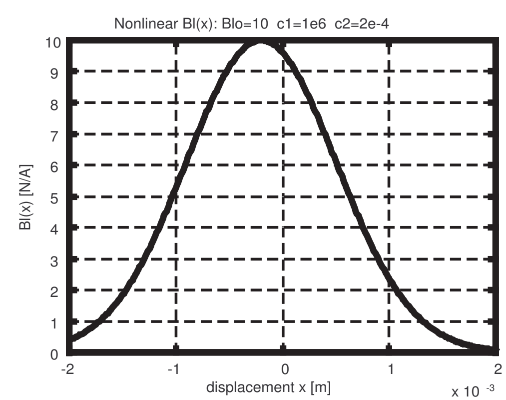


Ulineær højtalermodel

Positionsafhængig kraft faktor:

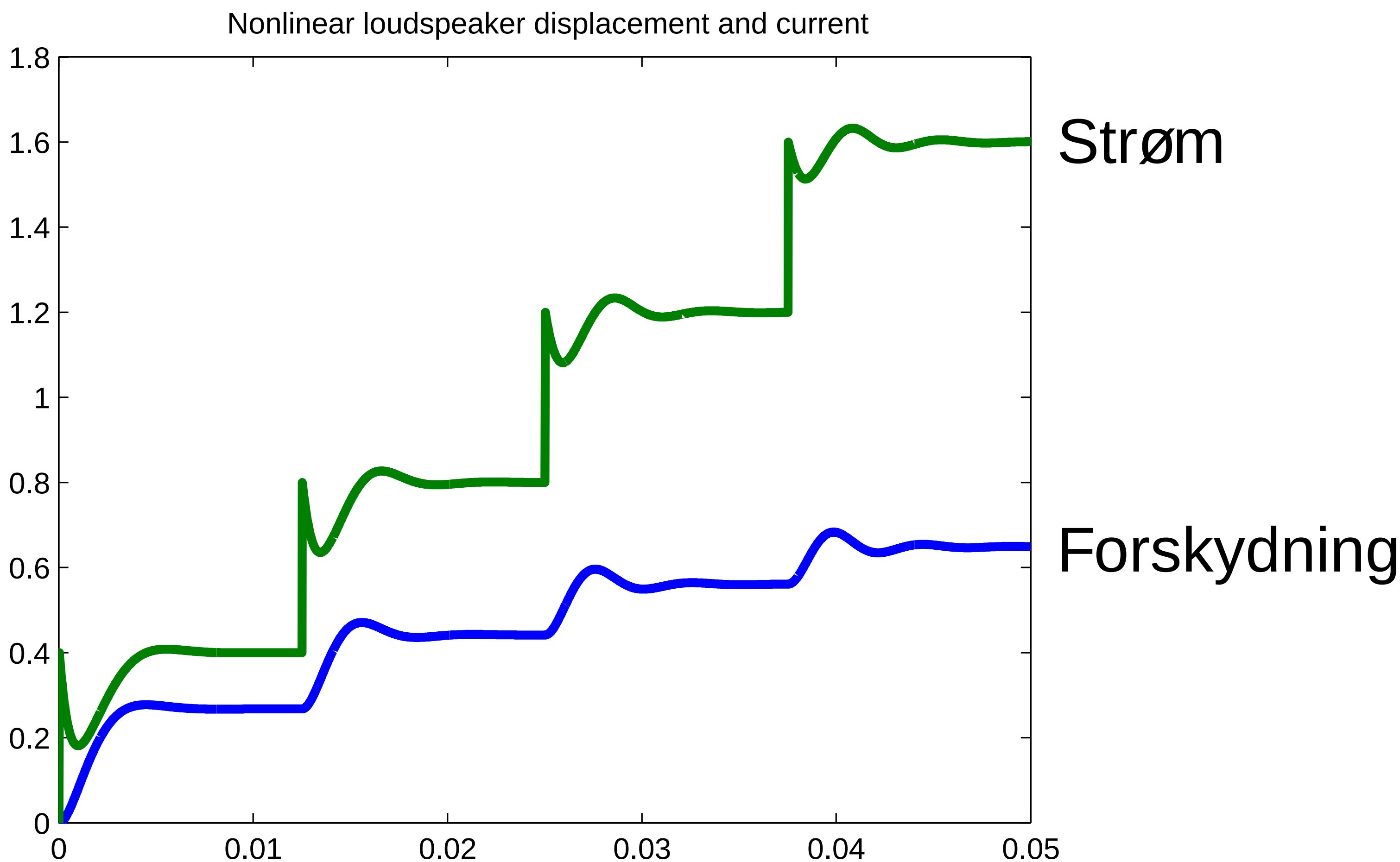


$$Bl(x) = Bl\, e^{-c_1(x+c_2)^2}$$



Ulineær højtalermodel

Steprespons:



Næste Forelæsning

Næste gang ser vi på:

- Senstools
- Parameter estimation med Senstools