

# Simulering og eksperimentel modelbestemmelse

Klaus Trangbæk

`ktr@es.aau.dk`

Automation & Control

Aalborg University

Denmark

Slides af Henrik Vie Chr.

# Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation
2. Modellering, modelbeskrivelse og simulering
3. Senstools til parameterestimering
4. Parameter-nøjagtighed og -følsomhed, Frekvensdomænet
5. Design af inputsignaler

# Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver modelstruktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.
- Stokastiske aspekter er reduceret til et minimum.
- Robust overfor afvigelser fra teoretiske antagelser.
- En følsomheds metode brugbar til valg af modelstruktur, eksperiment-design, og nøjagtighedsverifikation.
- Alt i alt kompatibel med fysisk indsigt.

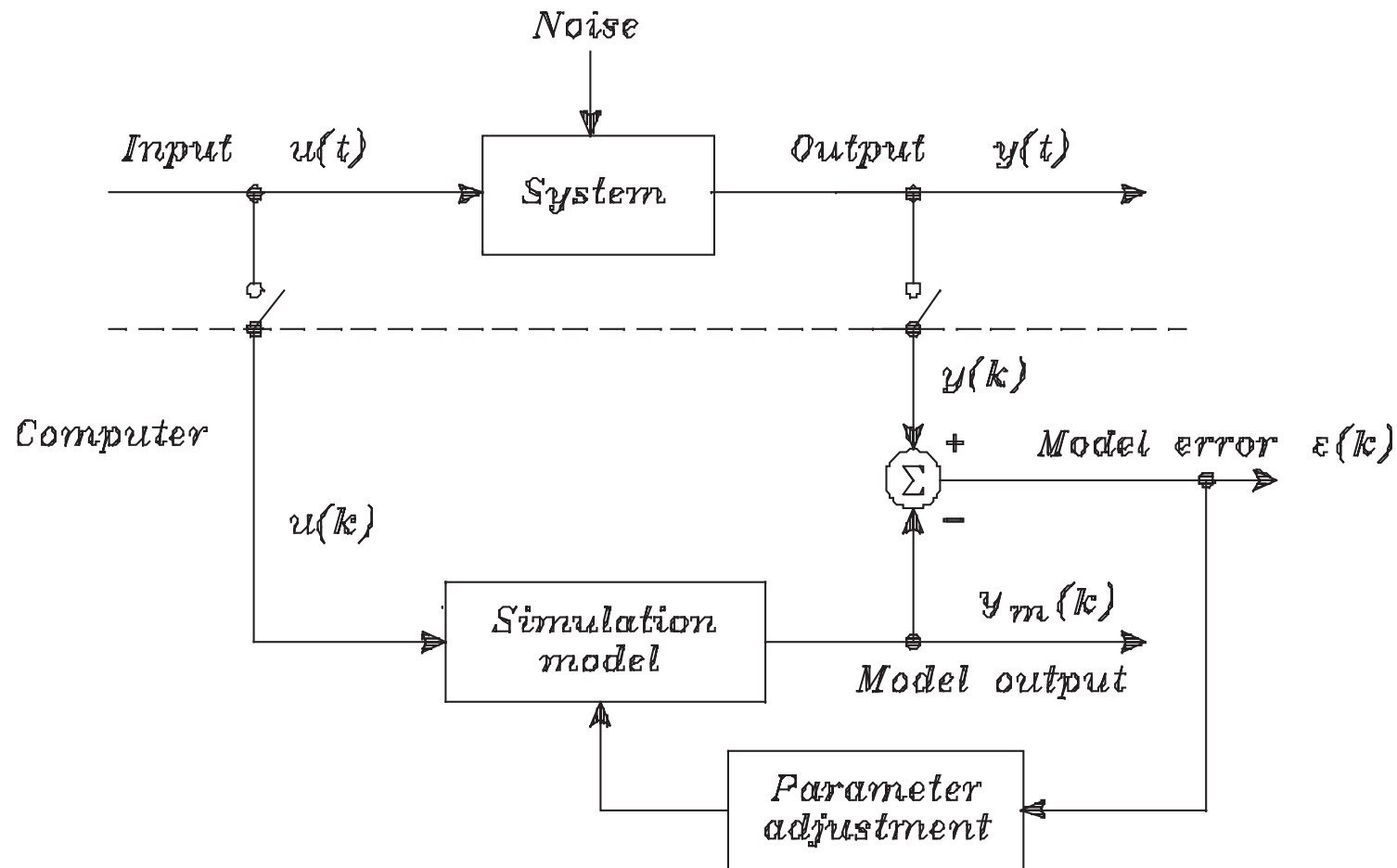
Morten Knudsen

# Applikationer

Senstools og følsomhedsmetoden for eksperimentel modellering er blevet anvendt i mange forsknings- og studenter-projekter. Eksempler er:

- Skibs- og maritime systemer
- Vindmøller
- Højttalere
- Induktions- og DC-motorer
- Varmevekslere
- Menneskeligt væv for hypertermi-terapi mod kræft
- Nyre og cerebellar blodgennemstrømning

# Procedure for eksperimentel modellering

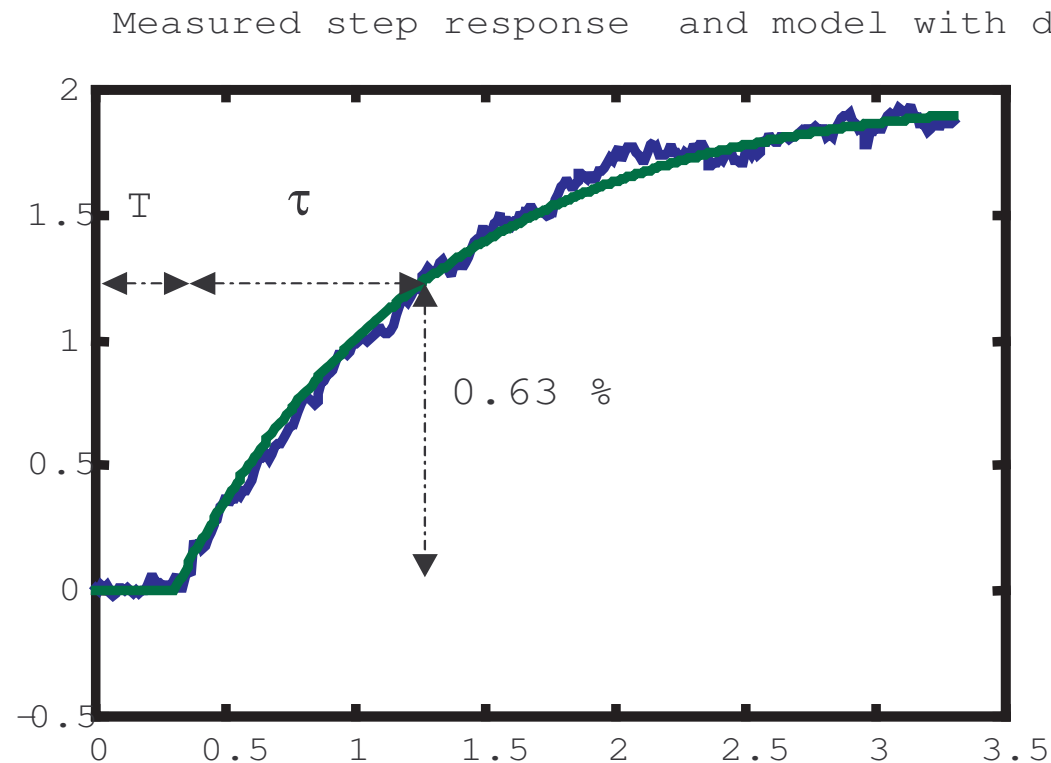


# Eksempel 1: Grafisk model tilpasning

Bestem forstærkning  $K$  og tidskonstant  $\tau$  ved at tilpasse en første-ordens model til den målte step-respons:

# Eksempel 2: Grafisk model tilpasning

Tilsvarende for et førsteordens-system med forsinkelse  $T$ :



Model:

$$G_m(s) = \frac{K}{1+s\tau} e^{-sT}$$

# Systemidentifikationsmetoder

Metoderne er karakteriseret af modeltyperne:

- **Linear discrete-time model:** Klassisk systemidentifikation
- **Neuralt netværk:** Meget ulineære systemer med en kompliceret struktur
- **Generel simulationsmodel:** Enhver matematisk model, som kan simuleres fx. med Matlab. Den kræver en **fysisk realistisk model struktur**, typisk udviklet ved teoretisk modellering.  
Metoden: Direkte estimering af fysiske parametre



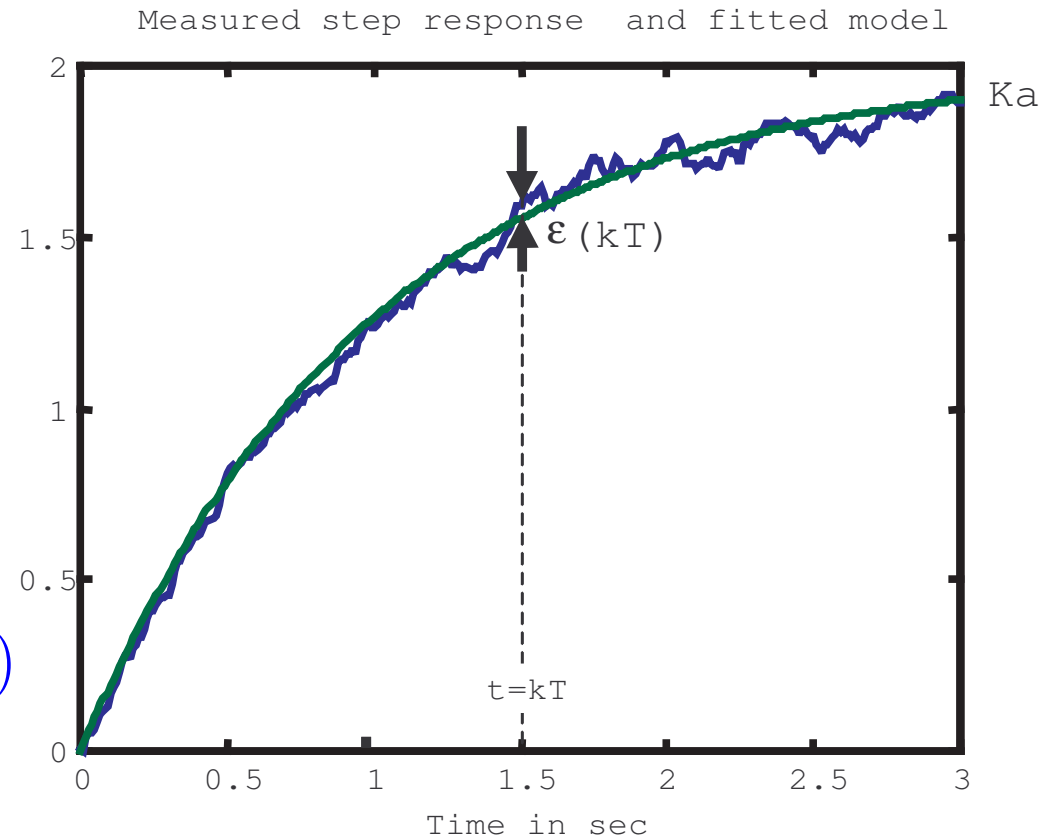
# Computertilpasning ved minimering

Performance funktion:

$$P(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \varepsilon^2(k, \theta)$$

Optimale parametre:

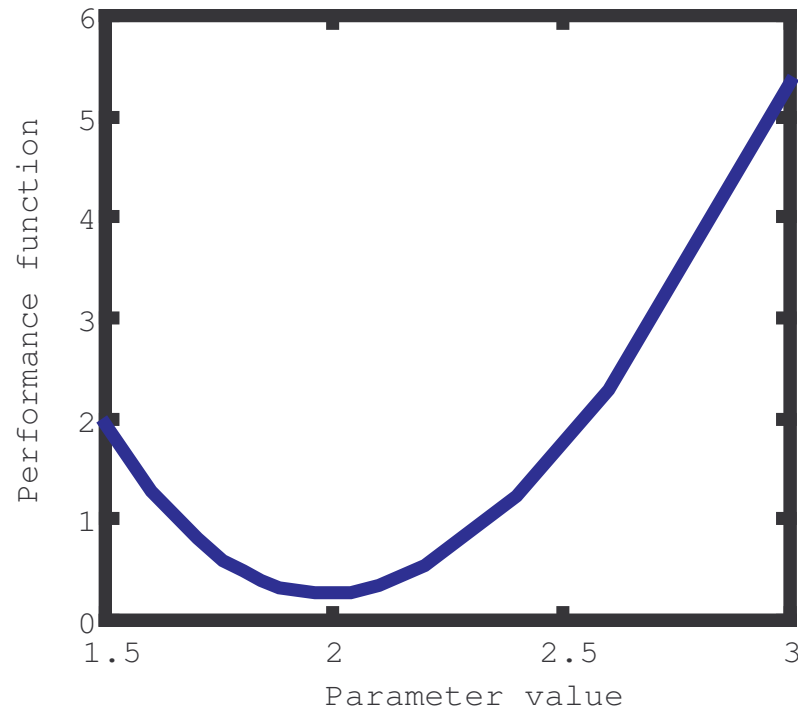
$$\theta_N = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} P(u_N, y_N, \theta)$$



hvor  $T$  er samplingstiden og  $\varepsilon(k, \theta) = y(kT) - y_m(kT, \theta)$ .

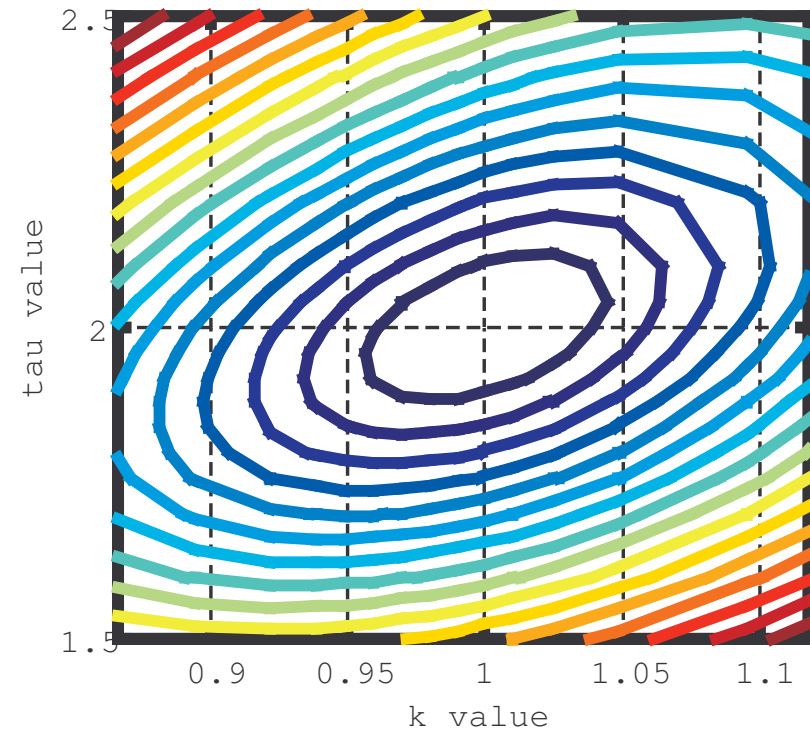
# Performancefunktion som fkt. af $\theta$

En parameter:



Model: 
$$\frac{Y_m(s)}{U(s)} = \frac{1}{1 + s\tau}$$

To parametre:



Model: 
$$\frac{Y_m(s)}{U(s)} = \frac{K}{1 + s\tau}$$

# Minimum af en funktion

Betingelser for minimum i  $\theta = \theta_0$  af en fkt. af flere variable

$$P(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (y(kT) - y_m(kT, \theta))^2$$

er, at gradientvektoren er nul:  $G(\theta_0) = \left. \frac{\partial P(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0$

og at Hessian matricen:  $H(\theta_0) = \left. \frac{\partial^2 P(\theta)}{\partial \theta \partial \theta^\top} \right|_{\theta=\theta_0}$

er positiv definit, dvs.  $v^\top H v > 0$  for alle  $v \neq 0$ .

# Numeriske metoder til at finde minimum

- Steepest descent



- Newtons metode



+ DEMO

- Gauss-Newton metoden



# Direkte estimering af fysiske parametre

- Bestem model output (simulation):  $y_m(k) = F(u_n, \theta)$

- Bestem model gradienten  $\psi$  ved numerisk differentiation:

$$\psi_j(k, \theta) = \frac{y_m(k, \theta_j + \Delta\theta_j) - y_m(k, \theta_j)}{\Delta\theta_j}$$

- Bestem gradienten  $G$  og Hessian matricen  $H$  fra  $\psi$ :

$$G(\theta) = -\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon(k, \theta) \psi(k, \theta), \quad \tilde{H}(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi(k, \theta) \psi^\top(k, \theta)$$

- Bestem de parameter værdier der minimerer performance funktionen  $P$  vha. Gauss-Newton metoden

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \tilde{H}^{-1}(\theta_i) G(\theta_i)$$

# Næste Forelæsning

Næste gang ser vi på:

- Modeller og modellering: koncepter
- Modelbeskrivelse
- Diskretiseringsmetoder
- Simulering af lineære og ulineære dynamiske systemer i Matlab