Simulering og eksperimentel modelbestemmelse

Henrik Vie Christensen

vie@control.aau.dk

Department of Control Engineering

Aalborg University

Denmark

Dagens program

- SENSTOOLS til parameter estimation
  - Navne konventioner
  - Procedure for parameter estimation
- Parameter følsomhed
  - Følsomhedsmål
  - Følsomhedsellipse

SENSTOOLS til parameter estimation

- Senstools er en samling af Matlab programmer, der implementere følsomhedsmetoden for direkte parameter estimation, eksperiment design og model validering.
- Programmerne kan fordelagtigt organiseres som en Matlab Toolbox.
- Alt hvad brugeren behøver at programmere er simulerings programmet for den specifikke proces.
- Programmerne er organiseret som main programmer (script filer), der kalder under programmer (funktioner) og bruger data (mat filer).

Navne konventioner

- Program og data filnavnene indeholder information om program type og navnet på den aktuelle proces. Begyndelses bogstaverne indikere typen:
  - `main` main program (script fil)
  - `sim` simulerings program for processen (funktion)
  - `meas` input/output måledata (mat fil)
  - `prog` program data (mat fil)
- Navne på filer tilknyttet en specifik proces skal indeholde proces navnet. Eksempel: `process='motor'` `simmotor.m` og `measmotor.mat`
- Programnavnene indeholder også info om funktionen. Eksempel: `mainest.m` (main program for estimation)

Procedure for parameter estimation

For en proces med navn `xxx`:

1. **Opret simulerings programmet** som en Matlab funktion: `y = simxxx.m`
2. **Gem de målte data** t, u og y: `save measxxx t u y`
3. **Indtast nødvendige program data**, en af de tre måder:
   a) Direkte i workspace: `process='xxx';` `par0=[1 2];`
   b) Indlæses fra en mat fil (`progdataxxx.mat`). Sker automatisk hvis filen eksisterer. progdata-filen oprettes med `progprogxxx.m` fil.
   c) Brug default værdier for main programmet.
4. **Kør** **`mainest.m`** for parameter estimation.

Hvordan de tre input metoder skelnes

Programkoden for `mainest.m`:

```
% mainest is the main program for parameter estimation
:
:
% 20/9-94,MK. 26/11-02,MK

% Default values:
if ~exist('process'),   process='ktau'; end   % Process name
if ~exist('no'),        no='';              end   % Measurement number
if exist(['progdata',process,no,'.mat'])==2 & ~exist('par0')
  load(['progdata',process,no]),          end    % progdata loades
if exist(['meas',process,no,'.mat'])==2,   load(['meas',process,no]),
else
  disp(['data:  meas',process,no,'.mat missing !']),  break,   end
if ~exist('ploty'),   ploty=2;          end
if ~exist('par0'),   par0=[1.5 3];    end
simmod=['sim',process];
:
```

Eksempel: Par. estim. med `mainest.m`

System kutau

Model: $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K(u)}{1+s\tau}$ hvor $K(u) = k_0(1 + \frac{k_1}{0.5+u^2})$

`measkutau.mat` eksisterer (målinger u, y, t)

a) Manuel indlæsning af programdata

```
» process='kutau';
» par0=[1 2 3];
» mainest
```

Eksempel: Par. estim. med `mainest.m`

System kutau

Model: $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K(u)}{1+s\tau}$ hvor $K(u) = k_0(1 + \frac{k_1}{0.5+u^2})$

`measkutau.mat` eksisterer (målinger u, y, t)

b) `progprogkutau.m` dannet programdata

```
» clear
» process='kutau';
» mainest
```

```
% progprogkutau.m creates program
% data for mainest
% with process kutau, Example 9.
% 27/11-02,MK

clear

process='kutau';
par0=[.85 1.8 2.24];
save progdatakutau process par0
% creates progdatakutau.mat
```

Eksempel: Par. estim. med `mainest.m`

System kutau

Model: $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K(u)}{1+s\tau}$ hvor $K(u) = k_0(1 + \frac{k_1}{0.5+u^2})$

`measkutau.mat` eksisterer (målinger u, y, t)

c) Default

» `clear`

» `mainest`

Bemærk: Kun to parametre, `process` $\rightarrow$ `ktau`

Eksempel: DC-motor (SIMO)

```
» help simdcml
y=[i,w]=simdcml(u,t,par) simulates a linear dc-motor with
input u and outputs i and w.
w/u = K/R/(J*s+B+K^2/R), i/u=(J*s+B)/R/(J*s+B+K^2/R)
par=[R K J B]

27/11-02,MK
```

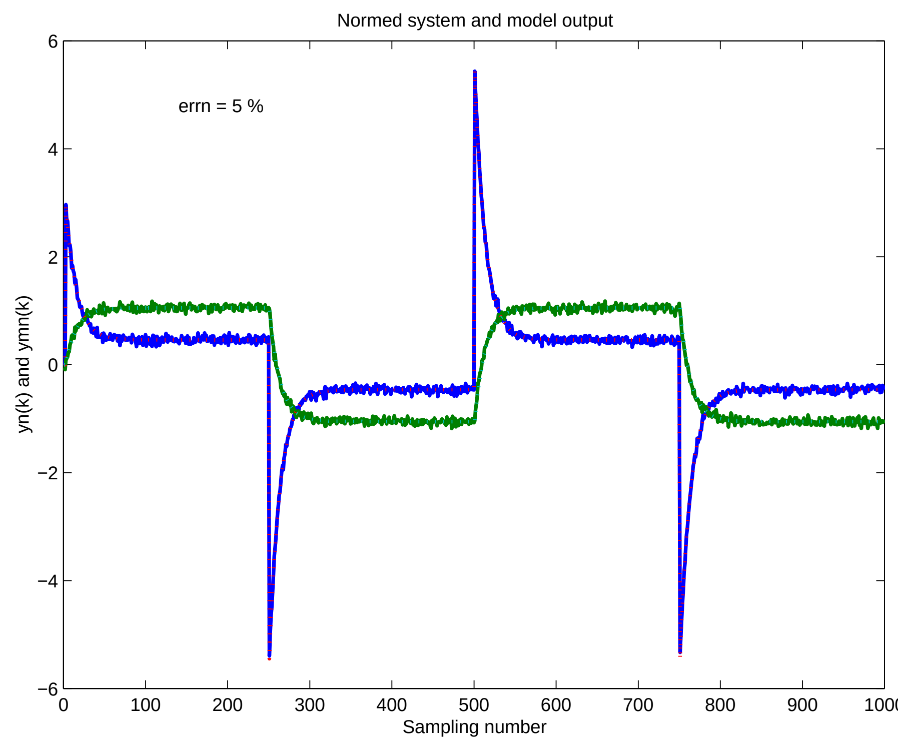
DC-motor modellen er en SIMO model (single input multiple output) så målingerne skal organiseres som en matrix:

$$y = \left[\ i \ \ \omega\ \right] = \begin{bmatrix} i[1] & \omega[1] \\ i[2] & \omega[2] \\ \vdots & \vdots \\ i[N] & \omega[N] \end{bmatrix}$$

Eksempel: DC-motor (SIMO)

```
» help simdcml
y=[i,w]=simdcml(u,t,par) simulates a linear dc-motor with
input u and outputs i and w.
w/u = K/R/(J*s+B+K^2/R), i/u=(J*s+B)/R/(J*s+B+K^2/R)
par=[R K J B]
27/11-02,MK
```

```
» process='dcml';
» ploty=1;
» mainest
```

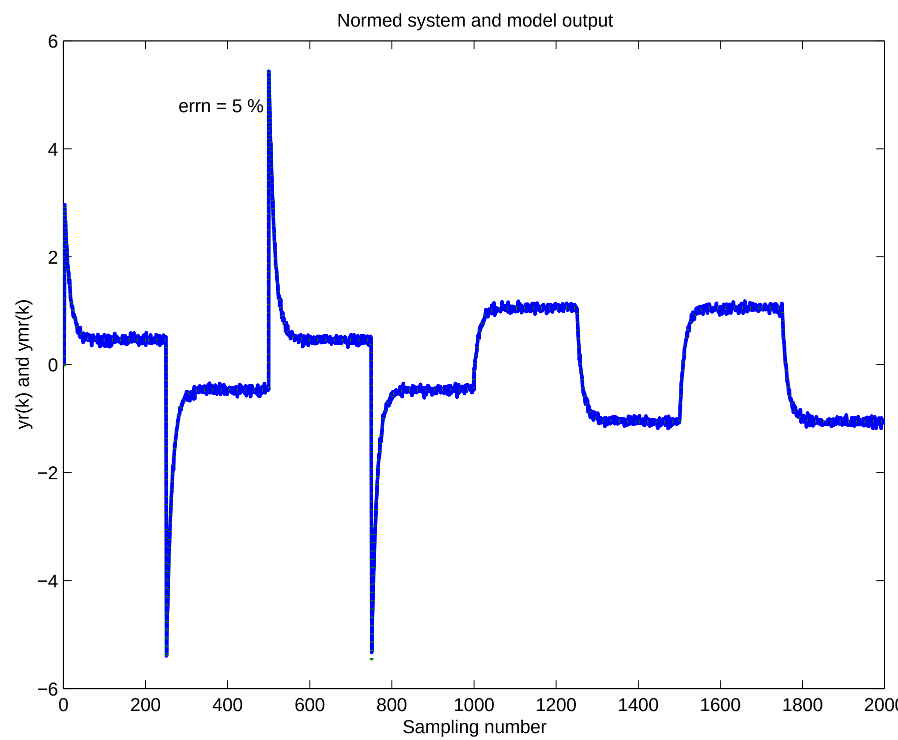


Eksempel: DC-motor (SIMO)

```
» help simdcml
y=[i,w]=simdcml(u,t,par) simulates a linear dc-motor with
input u and outputs i and w.
w/u = K/R/(J*s+B+K^2/R), i/u=(J*s+B)/R/(J*s+B+K^2/R)
par=[R K J B]
27/11-02,MK
```

```
» process='dcml';
» ploty=1;
» mainest

» ploty=2;
» mainest
```



Evaluering af model fit

Parameter estimat: $\theta_N = \underset{\theta}{\arg\min}\, P(u_N, y_N, \theta)$

Performance funktion: $P(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} \epsilon^2(k, \theta)$

Minimum værdien $P(\theta_N)$ giver ikke brugbar information om hvor godt fit der er opnået.

Normed root mean square output error:

$$errn = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N} (y(k) - y_m(k, \theta_N))^2}{\sum_{k=1}^{N} y^2(k)}} \cdot 100\ [\%]$$

der giver god information om graden af fit.

Gode modeller og lav støj på målinger: 5–8%
Meget komplicerede systemer: 20–25%

Parameter følsomhed

Model fejlen kan splittes i to bidrag:

$$\epsilon(k,\theta) = \epsilon_0(k) + \epsilon_p(k,\theta)$$

hvor ϵ_0 er støj og undermodellering, ϵ_p er parameter afhængig bidrag:

$$\epsilon_p(k,\theta) = y_m(k,\theta) - y_m(k,\theta_N) \approx \psi^\top(k,\theta_N)(\theta - \theta_N)$$

hvor ψ er model gradienten $\psi(k,\theta) = \frac{\partial y_m(k,\theta}{\partial\theta}$.

Parameter følsomhed

$$\epsilon_{p,RMSn}(\theta) = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{N}\epsilon_{pn}^2(k,\theta)} \approx \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{N}(\theta_r - \theta_{Nr})^\top \psi_{rn}^\top \psi_{rn}(\theta_r - \theta_{Nr})}$$

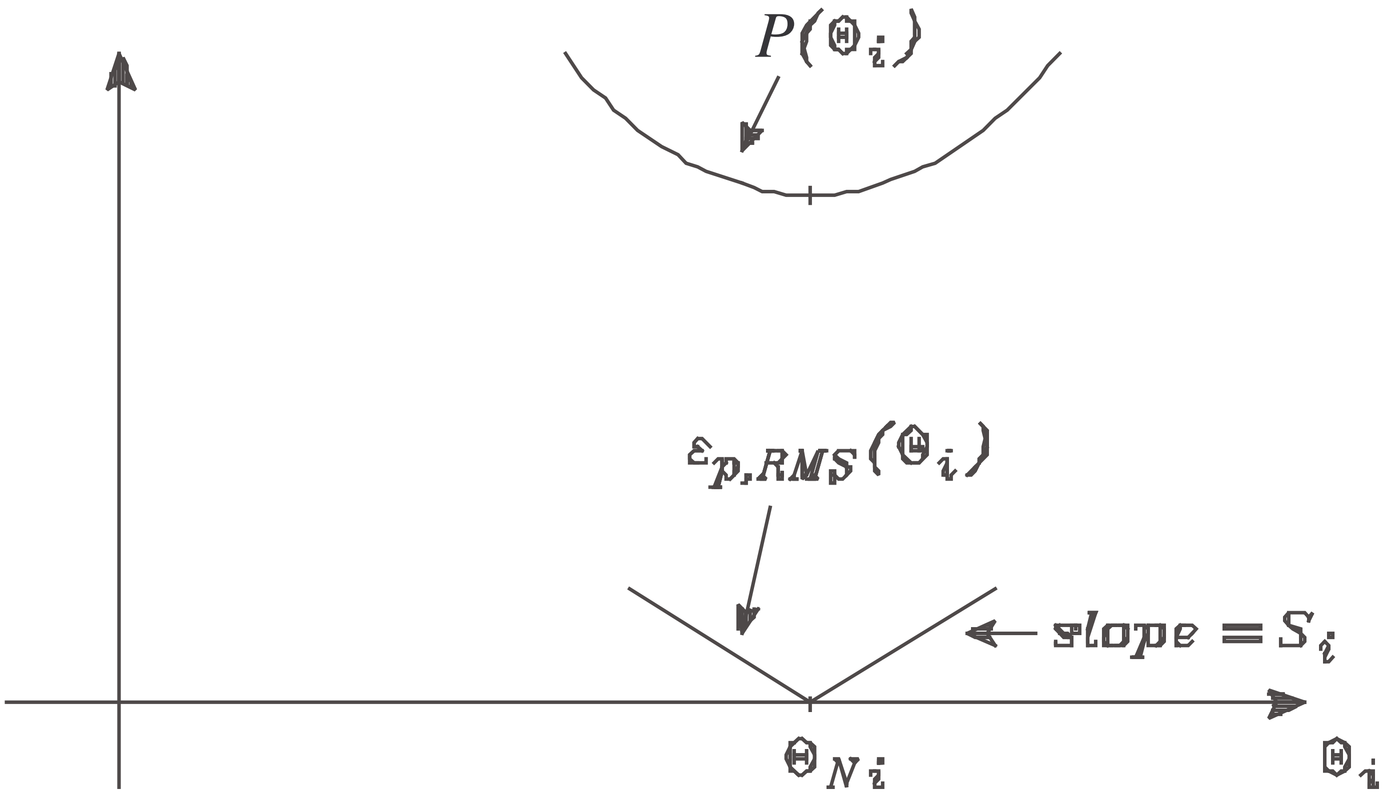
$$= \sqrt{(\theta_r - 1_v)^\top \tilde{H}_{rn}(\theta_r - 1_v)}$$

idet $\tilde{H} = \frac{1}{N}\psi^\top\psi$, $\theta_{ri} = \frac{\theta_i}{\theta_{Ni}}$, $\theta_{Nri} = \frac{\theta_{Ni}}{\theta_{Ni}}$ og $\theta_{Nr} = 1_v$.

Parameter følsomhed m.h.t. den i'te parameter θ_i:

$$S_i = \frac{\partial \epsilon_{p,RMSn}}{\partial \theta_{ri}} = \sqrt{h_{rnii}} \qquad \left(= \{\tilde{H}_{rn}\}_{ii} \right)$$

Parameter følsomhed



Følsomhedsellipse

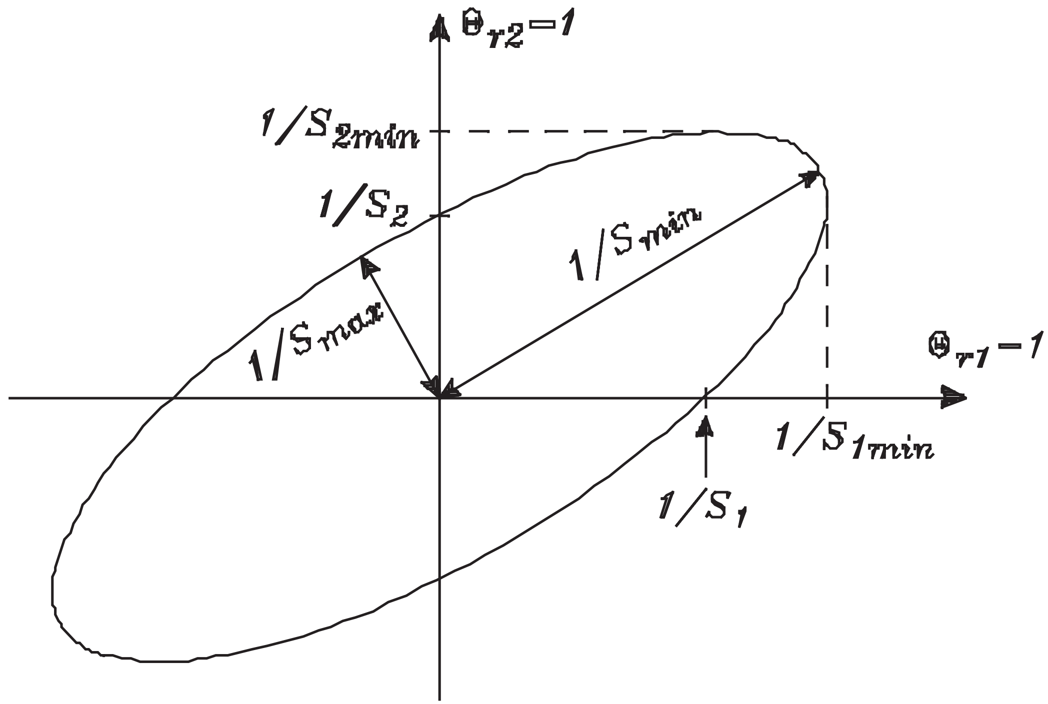
Tilfældet to parametre: $\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$

$\epsilon_{p,RMSn}(\theta_r) = 1$ kaldes følsomhedsellipsen

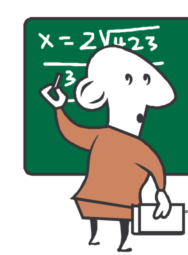
idet $x^\top H x = c$ er forskriften for en ellipse (H symmetrisk).

I sådan en ellipse er afstanden fra (0,0) til et punkt på ellipsen $(x_i, 0) = \frac{c}{\sqrt{h_{ii}}}$

Følsomhedsellipse



S_i	følsomhed af θ_i alene
$S_{i\,\mathrm{min}}$	minimum følsomhed af θ_i
S_{min}	minimum følsomhed i vilkårlig retning
S_{max}	maksimum følsomhed i vilkårlig retning

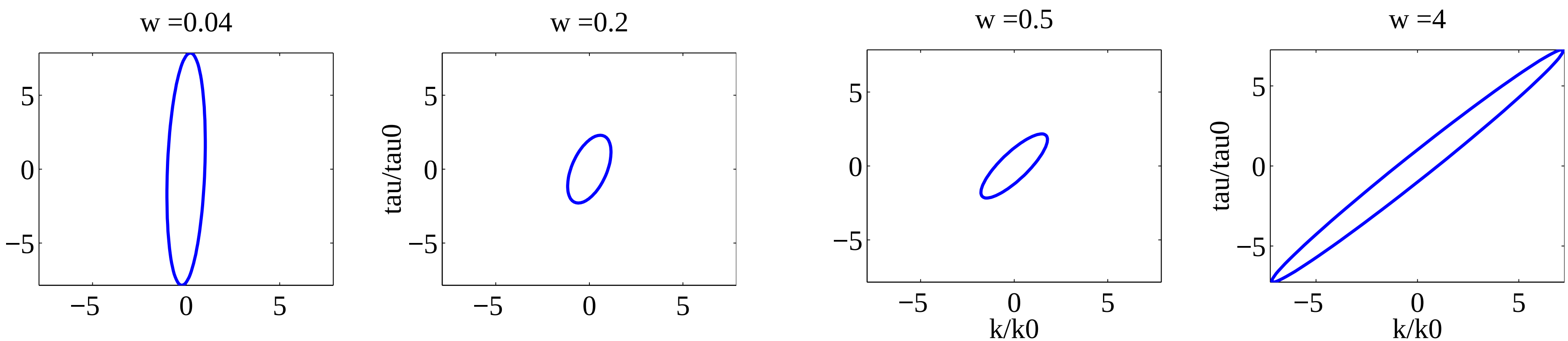


Følsomhedsellipse

Disse karakteristiske mål er de mest beskrivende, specielt for flere end 2 parametre:

S_{min}	minimum følsomhed, reciprok af major half axis – så stor som muligt
$S_{i\ \text{min}}$	minimum følsomhed af θ_i – så stor som muligt
$R = \frac{S_{\text{max}}}{S_{\text{min}}}$	forhold mellem max. og min. følsomhed i vilkårlig retning – så tæt på 1 som muligt
$R_i = \frac{S_i}{S_{i\ \text{min}}}$	forhold mellem følsomhed af θ_i alene og min. følsomhed af θ_i – så tæt på 1 som muligt. $R_i >> 1$ indikerer at to eller flere parametre er korrollerede

Følsomhedsellipse



ω	0.04	0.2	0.5	4
S_{min}	0.13	0.42	0.37	0.10
$S_{i\ \text{min}}$	0.98/0.13	0.86/0.44	0.56/0.46	0.14/0.14
R	7.9	2.5	3.3	13.8
R_i	1.03/1.03	1.2/1.2	1.8/1.8	6.9/6.9

Næste Forelæsning

Næste gang ser vi på:

- Parameter nøjagtighed
- Input-signal design