

# Simulering og eksperimentel modelbestemmelse

Henrik Vie Christensen

`vie@control.aau.dk`

Department of Control Engineering

Aalborg University

Denmark

# Dagens program

- Modeller og modellering: koncepter
  - Definitioner
  - Simulering
  - Matematiske modeller

# Dagens program

- Modeller og modellering: koncepter
  - Definitioner
  - Simulering
  - Matematiske modeller
- Model beskrivelse
  - Overføringsfunktioner
  - Tilstandsbeskrivelse
  - Blok-diagrammer

# Dagens program

- Modeller og modellering: koncepter
  - Definitioner
  - Simulering
  - Matematiske modeller
- Model beskrivelse
  - Overføringsfunktioner
  - Tilstandsbeskrivelse
  - Blok-diagrammer
- Diskritiserings metoder

# Dagens program

- Modeller og modellering: koncepter
  - Definitioner
  - Simulering
  - Matematiske modeller
- Model beskrivelse
  - Overføringsfunktioner
  - Tilstandsbeskrivelse
  - Blok-diagrammer
- Diskritiserings metoder
- Simulering af lineære og ulineære dynamiske systemer i Matlab

# Modeller og modellering: koncepter

## Definition:

**Model:** en *repræsentation* – i en brugbar form – af de *essentielle dele* af et system.

# Modeller og modellering: koncepter

## Definition:

**Model:** en *repræsentation* – i en brugbar form – af de *essentielle dele* af et system.

## Definition:

**Systemidentifikation:** *Udvikle matematisk model af dynamisk system baseret på observerede data fra systemet:*

- *Mange måledata er indsamlet som samplede værdier af input og output*
- *En computer anvendes til behandling af data*
- *Model parametre estimeres ved minimering af et fejlkriterie*

# Karakterisering af modeller og modellering

Modeller:

**matematiske** – andre  
**parametriske** – ikke-parametriske  
**kontinuert tid** – diskret tid  
**input/output** – **tilstands**  
**lineære** – **ulineære**  
**dynamisk** – statisk  
**tidsinvariant** – tidsvarierende  
**SISO** – **MIMO**

Modellering/systemidentifikation:

**teoretisk (fysisk)** – **eksperimentel**  
white-box – **gray-box** – black-box  
**struktur bestemmelse** – **parameter estimation**  
**tidsdomæne** – **frekvensdomæne**  
**direkte** – indirekte



# Fysiske parametre

Fysiske parametre er model parametre med en indlysende fysisk mening eller betydning.

# Fysiske parametre

Fysiske parametre er model parametre med en indlysende fysisk mening eller betydning.

Typisk er de koefficienter i basale fysiske love, fx. Newtons, Hooks, Ohms, eller Kirchoffs love.

# Fysiske parametre

Fysiske parametre er **model parametre med en indlysende fysisk mening** eller betydning.

Typisk er de **koefficienter i basale fysiske love**, fx. Newtons, Hooks, Ohms, eller Kirchoffs love.

Eksempler på fysiske parametre er

- Mekanik parametre: Masse, friktions koeffic., stivhed
- Elektro parametre: Modstand, induktans, kapacitet
- Termiske parametre: Termisk modstand, specifik varme
- Desuden: Statisk forstærkning, tidskonstant, egen-frekvens og dæmpningsfaktor

# Fysiske parametre

Fysiske parametre er **model parametre med en indlysende fysisk mening** eller betydning.

Typisk er de **koefficienter i basale fysiske love**, fx. Newtons, Hooks, Ohms, eller Kirchoffs love.

Eksempler på fysiske parametre er

- Mekanik parametre: Masse, friktions koeffic., stivhed
- Elektro parametre: Modstand, induktans, kapacitet
- Termiske parametre: Termisk modstand, specifik varme
- Desuden: Statisk forstærkning, tidskonstant, egen-frekvens og dæmpningsfaktor

**Ikke**-fysiske parametre: **koefficienter i  $z$ -transformen** af en tilstandsbeskrivelse.

# Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet

# Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output

# Simulering

## Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem

# Simulering

## Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- optimering af konstruktion



# Simulering

## Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer

# Simulering

## Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer
- Model parameter estimation fra eksperimenter

# Simulering

## Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- Optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer
- Model parameter estimation fra eksperimenter

## En computer simulation forudsætter:

- En diskret model

# Simulering

## Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- Optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer
- Model parameter estimation fra eksperimenter

## En computer simulation forudsætter:

- En diskret model
- Mulighed for at udføre eksperimenter på modellen, fx. specificere input signal og parametre

# Simulering

## Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- Optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer
- Model parameter estimation fra eksperimenter

## En computer simulation forudsætter:

- En diskret model
- Mulighed for at udføre eksperimenter på modellen, fx. specificere input signal og parametre
- Grafiske værktøjer til at præsentere resultatet

# Matematiske Modeller

Model beskrivelser:

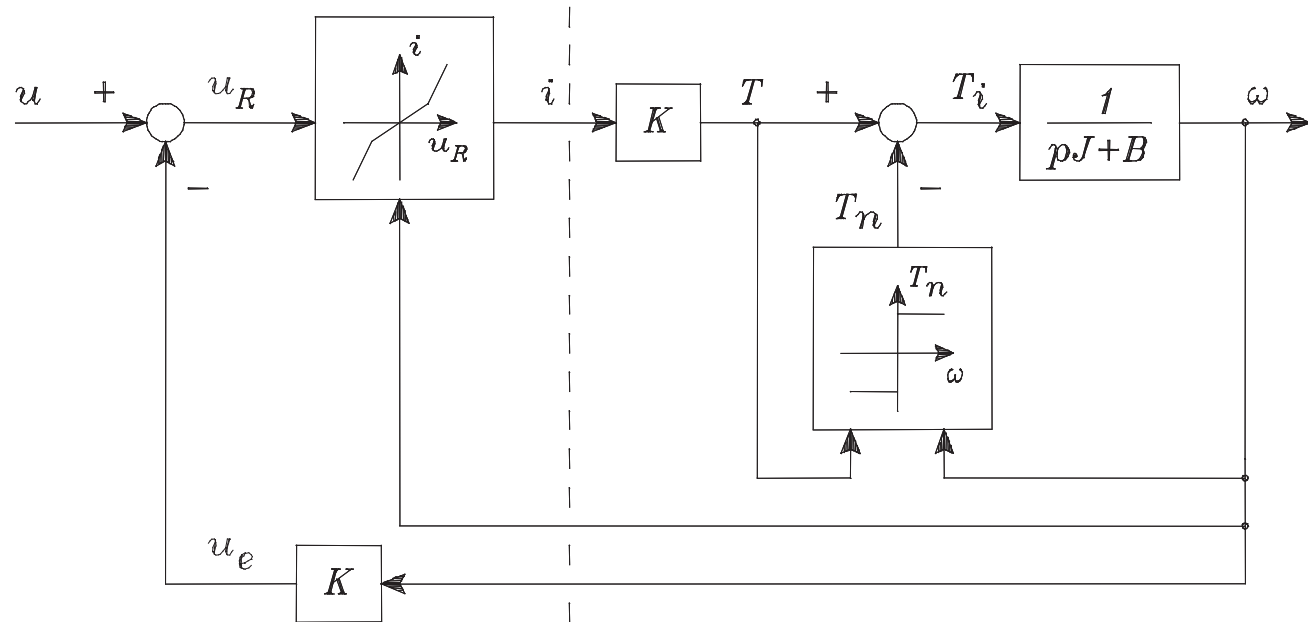
- Overføringsfunktion
- Tilstandsbeskrivelse
- Blok-diagram

# Matematiske Modeller

Model beskrivelser:

- Overføringsfunktion
- Tilstandsbeskrivelse
- Blok-diagram

DC-motor:



# Matematiske Modeller

Model beskrivelser:

- Overføringsfunktion
- Tilstandsbeskrivelse
- Blok-diagram



Notation for modeller i kontinuert- og diskrettid:

Kompleks Laplace variabel  $s$

Differentialoperator  $p$ :

$$x(t) = \frac{\partial x(t)}{\partial t} = px(t)$$

Kompleks Z-transform variabel  $z$

Shift operator  $q$ :

$$x(k + 1) = qx(t)$$



# Diskritiserings metoder

Navn	Algoritme	Karakteristik
Forward Euler	$s \rightarrow \frac{z - 1}{T}$	$x'(t)$ konstant over perioden
Tustin (Bilineær transformation)	$s \rightarrow \frac{2}{T} \frac{z - 1}{z + 1}$	$x'(t)$ variere lin. over perioden
Step invariant (ZOH ækvivalent)	$G_d(z) = (1 - z^{-1})Z\{\frac{1}{s}G(s)\}$	$u(t)$ konstant over perioden
Ramp invariant (Tr H ækvivalent)	$G_d(z) = \frac{(1 - z^{-1})^2}{z^{-1}T} Z\{\frac{1}{s^2}G(s)\}$	$u(t)$ variere lin. over perioden
Pole-Zero mapping	$z_0 = e^{s_0 T}$	

# Invariants transformationer

Givet et analogt system  $G(p)$ .

Bestem overføringsfunktionen  $G_d(q)$  for et diskret system (modellen), så outputtene er ens til samplingstidspunkterne:

$$t = kT \Rightarrow y_d(k) = y(kT)$$



# Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion:  $y = \text{simprocess}(u,t,\text{par})$

Eksempel: Lineært system  $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1 + s\tau}$

## a) Tistandsmodel og for-løkke

Kontinuert tilstandsmodel:

$$\dot{x}(t) = -\frac{1}{\tau}x(t) + \frac{K}{\tau}u(t)$$
$$y(t) = x(t)$$

```
function y=simktauloop(u,t,par)
h=t(2)-t(1);
nn=length(u);
x=0;
K=par(1); tau=par(2);
sysc=ss(-1/tau,K/tau,1,0);
sysd=c2d(sysc,h);
[ad,bd,cd,dd] = ssdata(sysd);
for jj=1:nn
x1=ad*x + bd*u(jj);
y(jj)=cd*x1;
x=x1;
end
```

# Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion:  $y = \text{simprocess}(u,t,\text{par})$

Eksempel: Lineært system  $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1 + s\tau}$

a) Tistandsmodel og for-løkke

b) 'filter' funktion

Kont. overføringsfunktion:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s\tau + 1}$$

$y = \text{filter}(nz,dz,u)$

beregner output baseret  
på diskret overføringsfkt.

```
function y=simktaufilt(u,t,par)
:
sysctf=tf(par(1),[par(2) 1]);
sysdtf=c2d(sysctf,h);
[nz,dz]=tfdata(sysdtf,'v');
    % NB: 'v' for vector format
    % - not cell
y=filter(nz,dz,u);
end
```

# Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion:  $y = \text{simprocess}(u,t,\text{par})$

Eksempel: Lineært system  $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1 + s\tau}$

- a) Tistandsmodel og for-løkke
- b) 'filter' funktion
- c) 'lsim' fkt.

$y = \text{lsim}(\text{sysc}, u, t)$

beregner output baseret  
på kontinuert system-  
beskrivelse.

```
function y=simktau(u,t,par)
:
nc=K; dc=[tau 1];
t=[0 t(1:length(t)-1)];
    % lsim requires that t
    % starts with 0
y=lsim(nc,dc,u,t);
end
```

# Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion:  $y = \text{simprocess}(u,t,par)$

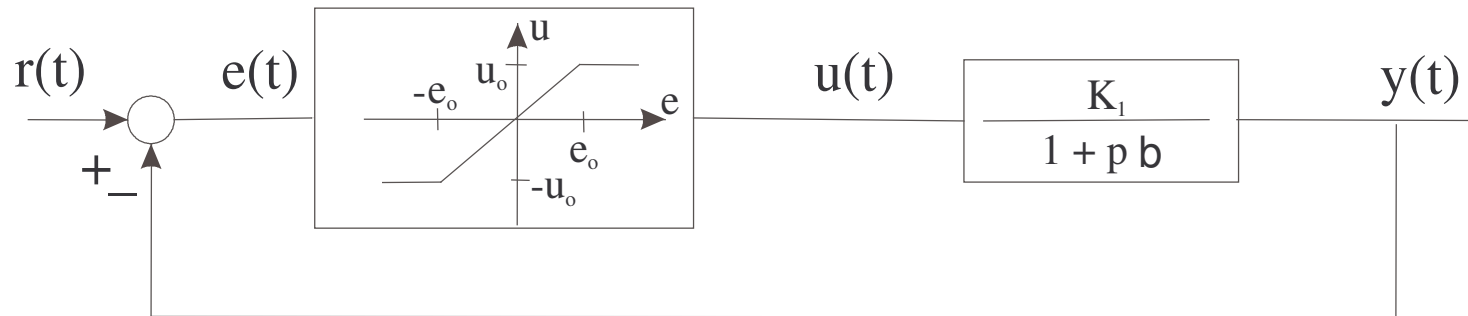
Eksempel: Lineært system  $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1 + s\tau}$

- a) Tistandsmodel og for-løkke
- b) 'filter' funktion
- c) 'lsim' fkt.

Evaluering af de tre metoder:

- a) er langsom, **undgå løkker i Matlab**, hvor det er muligt. Ofte nødvendige ved ulineære systemer.
- b) og c) er sammenlignelige i hastighed.

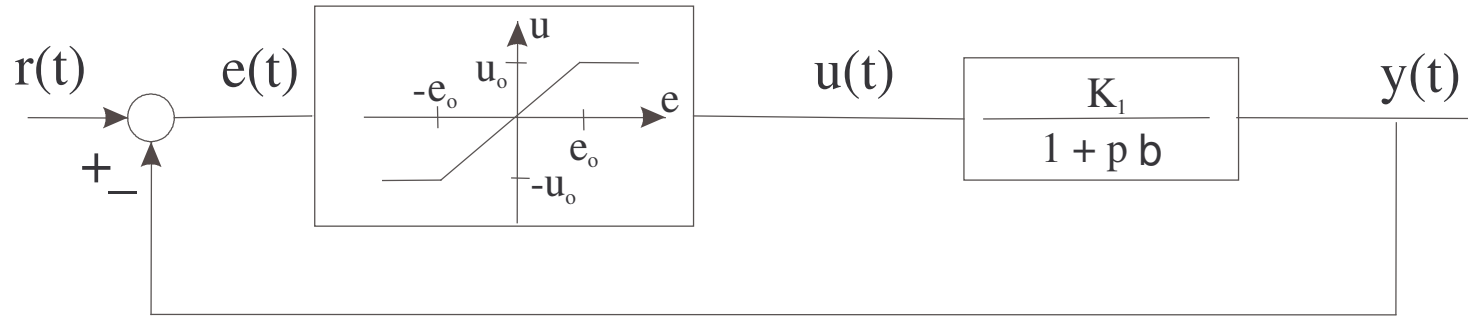
# Simulering af ulineært system i Matlab



Mætning:

$e < -e_0:$	$u = -u_0$
$-e_0 \leq e \leq e_0:$	$u = ke$
$e_0 < e:$	$u = u_0$

# Simulering af ulineært system i Matlab



Mætning:

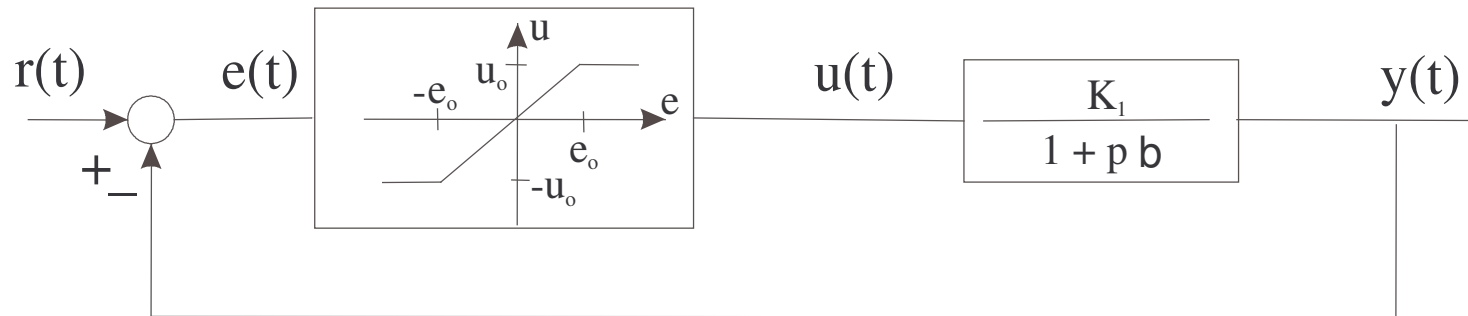
$$\begin{array}{ll} e < -e_0: & u = -u_0 \\ -e_0 \leq e \leq e_0: & u = ke \\ e_0 < e: & u = u_0 \end{array}$$

Implementation i Matlab:

```
u = ke
if e > e0, u = u0; end
if e < -e0, u = -u0; end
```



# Simulering af ulineært system i Matlab



Mætning:

$$\begin{aligned} e < -e_0: & \quad u = -u_0 \\ -e_0 \leq e \leq e_0: & \quad u = ke \\ e_0 < e: & \quad u = u_0 \end{aligned}$$

Implementation i Matlab:

$$\begin{aligned} & u = ke \\ & \text{if } e > e_0, \quad u = u_0; \text{ end} \\ & \text{if } e < -e_0, \quad u = -u_0; \text{ end} \end{aligned}$$

Brug af logiske operatorer (falsk udtryk har værdi 0) er mere effektivt:

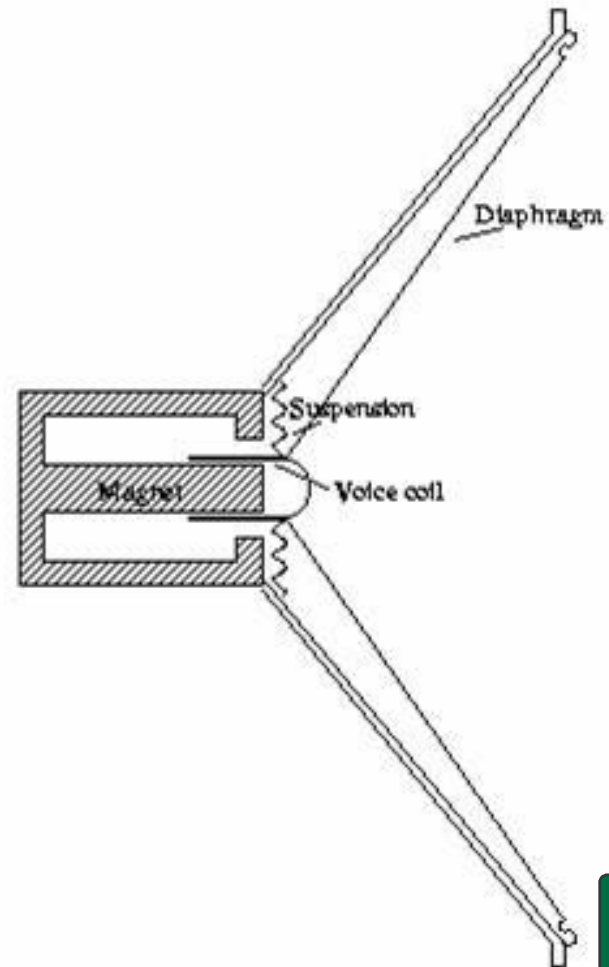
$$u = k * e - (abs(e) > e_0) * k * (e - sign(e) * e_0);$$

idet  $u_0 = ke_0$  kan skrives som  $u_0 = ke - k(e - e_0)$  og  $-u_0 = ke - k(e + e_0)$ .

# Modellering og simulering af højttaler

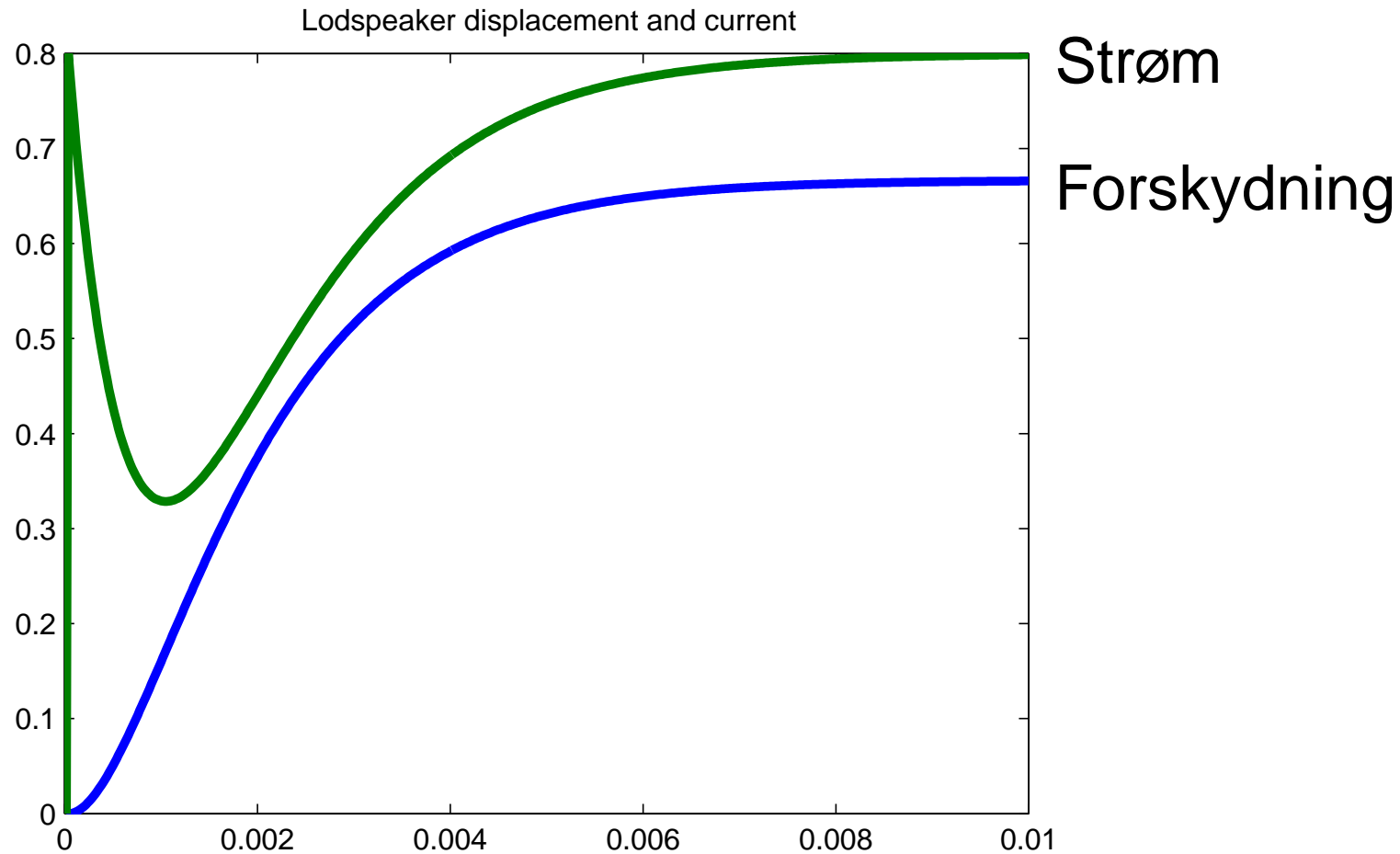
Betydning af symboler:

$u$	påtrykt spænding [V]
$i$	strøm i spolen [A]
$x$	forskydning af spole [m]
$R$	modstand i spole [ $\Omega$ ]
$Bl$	kraft faktor [N/A]
$m$	bevægelige sys. masse [kg]
$r$	friktions koefficient [Ns/m]
$k$	ophængets stivhed [N/m]



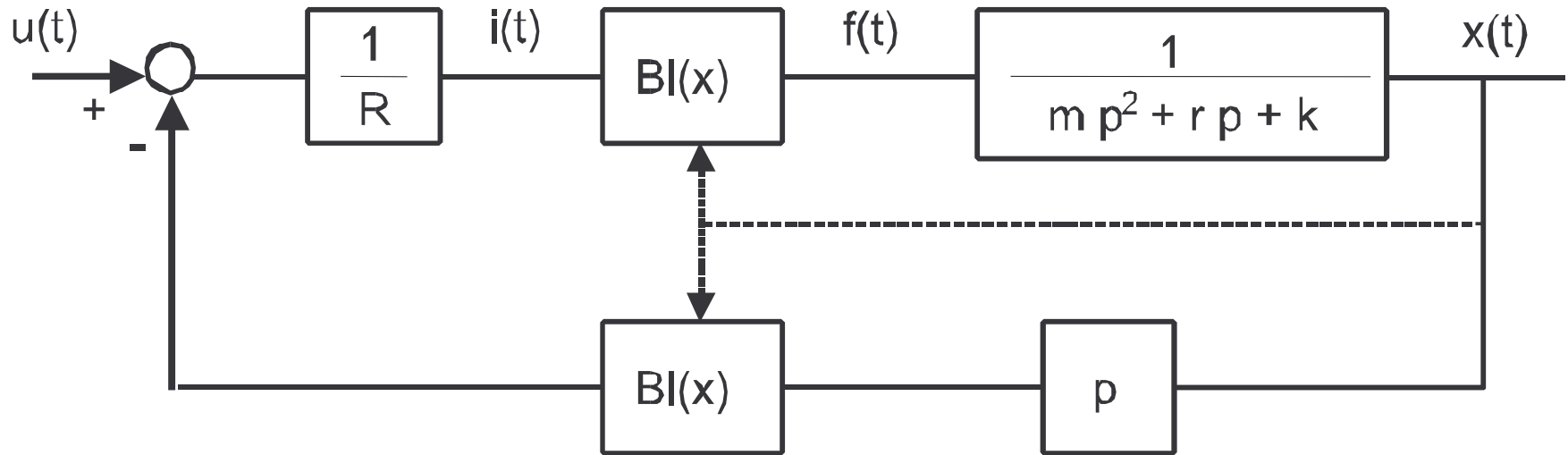
# Modellering og simulering af højttaler

Steprespons:

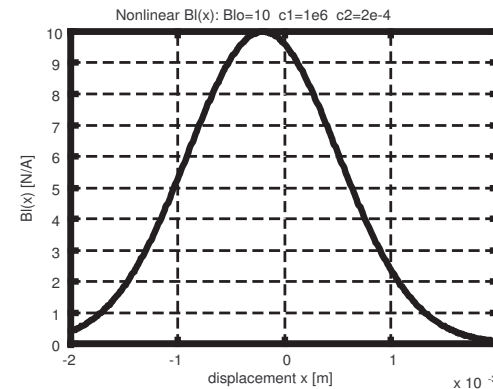


# Ulineær højtalermodel

Positionsafhængig kraft faktor:

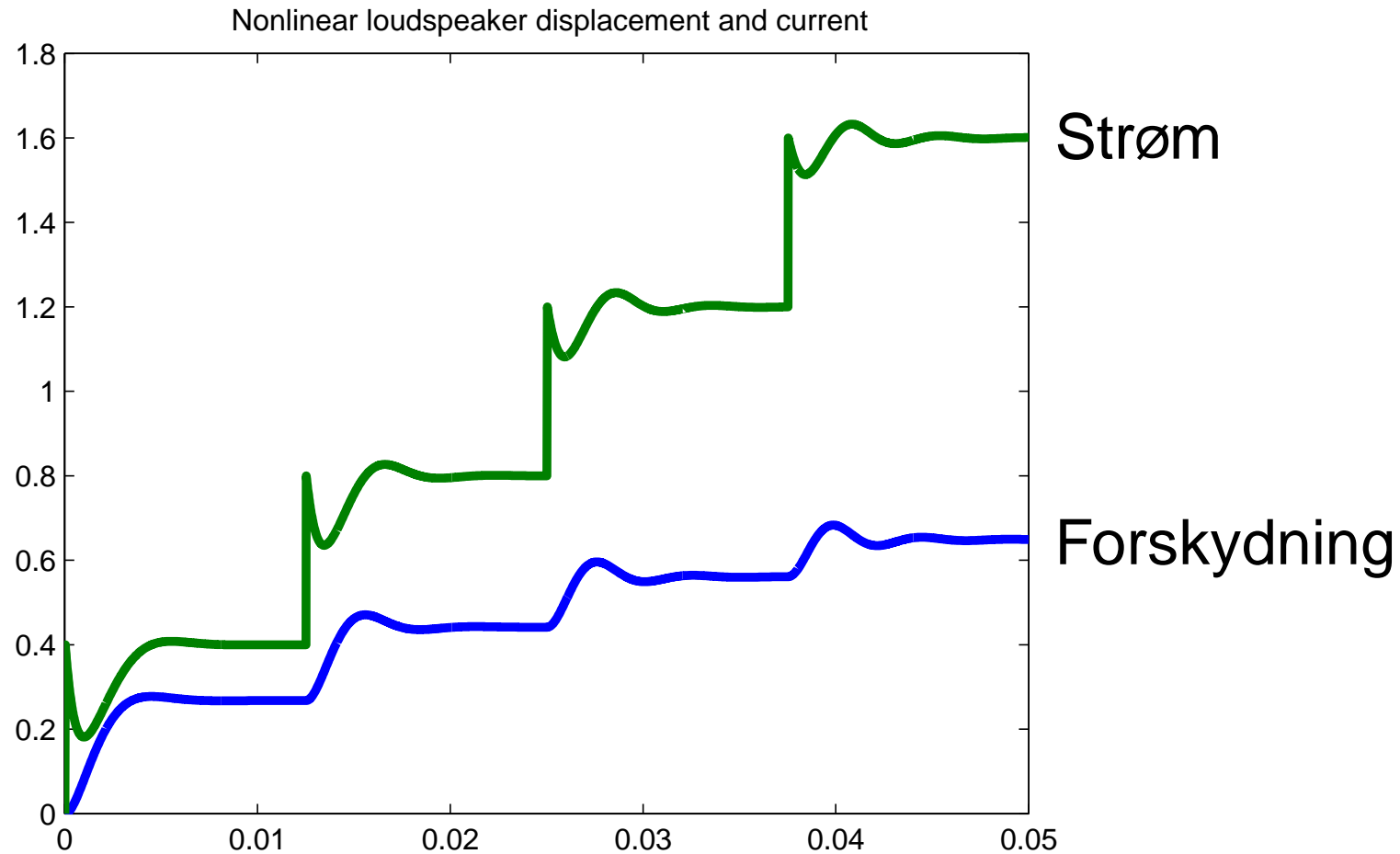


$$Bl(x) = Bl e^{-c_1(x+c_2)^2}$$



# Ulineær højtalermodel

Steprespons:



# Næste Forelæsning

Næste gang ser vi på:

- Senstools
- Parameter estimation med Senstools