Simulering og eksperimentel modelbestemmelse

Henrik Vie Christensen

vie@es.aau.dk

Automation & Control

Aalborg University

Denmark

Dagens program

- Parameter nøjagtighed
  - Stokastisk parameter usikkerhed (støj)
  - Deterministisk fejl (undermodellering)

Dagens program

- Parameter nøjagtighed
  - Stokastisk parameter usikkerhed (støj)
  - Deterministisk fejl (undermodellering)
- Input-signal design
  - Optimale input signaler
  - Eksempler

Model verifikation

En nøjagtig model forudsætter:

- God overensstemmelse mellem system og model output beskrevet ved
  - Normed root mean output error:

$$errn = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(y(k) - y_m(k, \theta_N))^2}{\sum_{k=1}^{N} y^2(k)}}$$

  - Plot af system og model output

Model verifikation

En nøjagtig model forudsætter:

- God overensstemmelse mellem system og model output beskrevet ved
  - Normed root mean output error:

$$errn = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(y(k) - y_m(k, \theta_N))^2}{\sum_{k=1}^{N} y^2(k)}}$$

  - Plot af system og model output

- Gode parameter følsomhedsmål

Model verifikation

En nøjagtig model forudsætter:

- God overensstemmelse mellem system og model output beskrevet ved
  - Normed root mean output error:

$$errn = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(y(k) - y_m(k, \theta_N))^2}{\sum_{k=1}^{N} y^2(k)}}$$

  - Plot af system og model output

- Gode parameter følsomhedsmål

- Evaluering baseret på fysisk indsigt og fornuft

Parameter nøjagtighed

Model fejlen kan splittes i tre bidrag:

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = \epsilon_x(k) + \epsilon_m(k) + \epsilon_p(k,\theta)$$

hvor ϵ_x er støj, ϵ_m er undermodellering, og ϵ_p er parameter afhængig bidrag.

Parameter nøjagtighed

Model fejlen kan splittes i tre bidrag:

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = \overbrace{\epsilon_x(k) + \epsilon_m(k)}^{\epsilon_0(k)} + \epsilon_p(k,\theta)$$

støj model fejl par. afh. ($= 0$ for $\theta = \theta_N$)

hvor ϵ_x er støj, ϵ_m er undermodellering, og ϵ_p er parameter afhængig bidrag.

Parameter nøjagtighed

Model fejlen kan splittes i tre bidrag:

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = \overbrace{\underbrace{\epsilon_x(k)}_{\text{støj}} + \underbrace{\epsilon_m(k)}_{\text{model fejl}}}^{\epsilon_0(k)} + \underbrace{\epsilon_p(k,\theta)}_{\text{par. afh. } (=0 \text{ for } \theta=\theta_N)}$$

hvor ϵ_x er støj, ϵ_m er undermodellering, og ϵ_p er parameter afhængig bidrag.

Minimum af performance fkt. er

$$P(\theta_N) = \frac{1}{2N}\sum_{k=1}^{N}\epsilon^2(k,\theta_N) = \frac{1}{2}(\epsilon^2_{x,RMS} + \epsilon^2_{m,RMS})$$

idet ϵ_x og ϵ_m er uafhængige.

Parameter nøjagtighed

Model fejlen kan splittes i tre bidrag:

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = \overbrace{\epsilon_x(k) + \epsilon_m(k)}^{\epsilon_0(k)} + \epsilon_p(k,\theta)$$

støj model fejl par. afh. ($= 0$ for $\theta = \theta_N$)

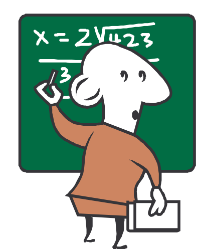
hvor ϵ_x er støj, ϵ_m er undermodellering, og ϵ_p er parameter afhængig bidrag.

Minimum af performance fkt. er

$$P(\theta_N) = \frac{1}{2N}\sum_{k=1}^{N}\epsilon^2(k,\theta_N) = \frac{1}{2}(\epsilon^2_{x,RMS} + \epsilon^2_{m,RMS})$$

idet ϵ_x og ϵ_m er uafhængige.

Disse to bidrag kan behandles separat



Parameter følsomhed og nøjagtighed

Brug følsomhedsmålene: S_i, $S_{i\,\mathrm{min}}$, $R = S_{\mathrm{max}}/S_{\mathrm{min}}$, $R_i = S_i/S_{i\,\mathrm{min}}$ til at evaluere situationen, fx. nødvendighed af ændret model struktur eller input.

Parameter følsomhed og nøjagtighed

Brug følsomhedsmålene: S_i, $S_{i\,\text{min}}$, $R = S_{\text{max}}/S_{\text{min}}$, $R_i = S_i/S_{i\,\text{min}}$ til at evaluere situationen, fx. nødvendighed af ændret model struktur eller input.

Parameter nøjagtigheden kan udtrykkes ved
Kun støj:

$$\sigma_{r,\theta i\%} = \frac{errn}{S_{i\,\text{min}}} \frac{1}{\sqrt{N}} \ [\%]$$

Parameter følsomhed og nøjagtighed

Brug følsomhedsmålene: S_i, $S_{i\ \mathsf{min}}$, $R = S_{\mathsf{max}}/S_{\mathsf{min}}$, $R_i = S_i/S_{i\ \mathsf{min}}$ til at evaluere situationen, fx. nødvendighed af ændret model struktur eller input.

Parameter nøjagtigheden kan udtrykkes ved
Kun støj:

$$\sigma_{r,\theta i\%} = \frac{errn}{S_{i\ \mathsf{min}}} \frac{1}{\sqrt{N}}\ [\%]$$

Kun undermodellering:

$$\Delta_{\theta eq,i\%} = \frac{errn}{S_{i\ \mathsf{min}}}\ [\%]$$

Parameter følsomhed og nøjagtighed

Både støj og undermodellering:

$$\Delta_{\theta total,i} = \sigma_{r,\theta i} + \Delta_{\theta eq,i} = \frac{1}{S_{i\,\mathrm{min}}}\left(\frac{\epsilon_{x,RMSn}}{\sqrt{N}} + \epsilon_{m,RMSn}\right)$$

Parameter følsomhed og nøjagtighed

Både støj og undermodellering:

$$\Delta_{\theta total,i} = \sigma_{r,\theta i} + \Delta_{\theta eq,i} = \frac{1}{S_{i\,\mathrm{min}}}\left(\frac{\epsilon_{x,RMSn}}{\sqrt{N}} + \epsilon_{m,RMSn}\right)$$

Senstools udregner

- En “best case” værdi, antaget kun støj (sigpar)
- En “worst case” værdi, antaget kun undermodellering (dpar)

Parameter følsomhed og nøjagtighed

Både støj og undermodellering:

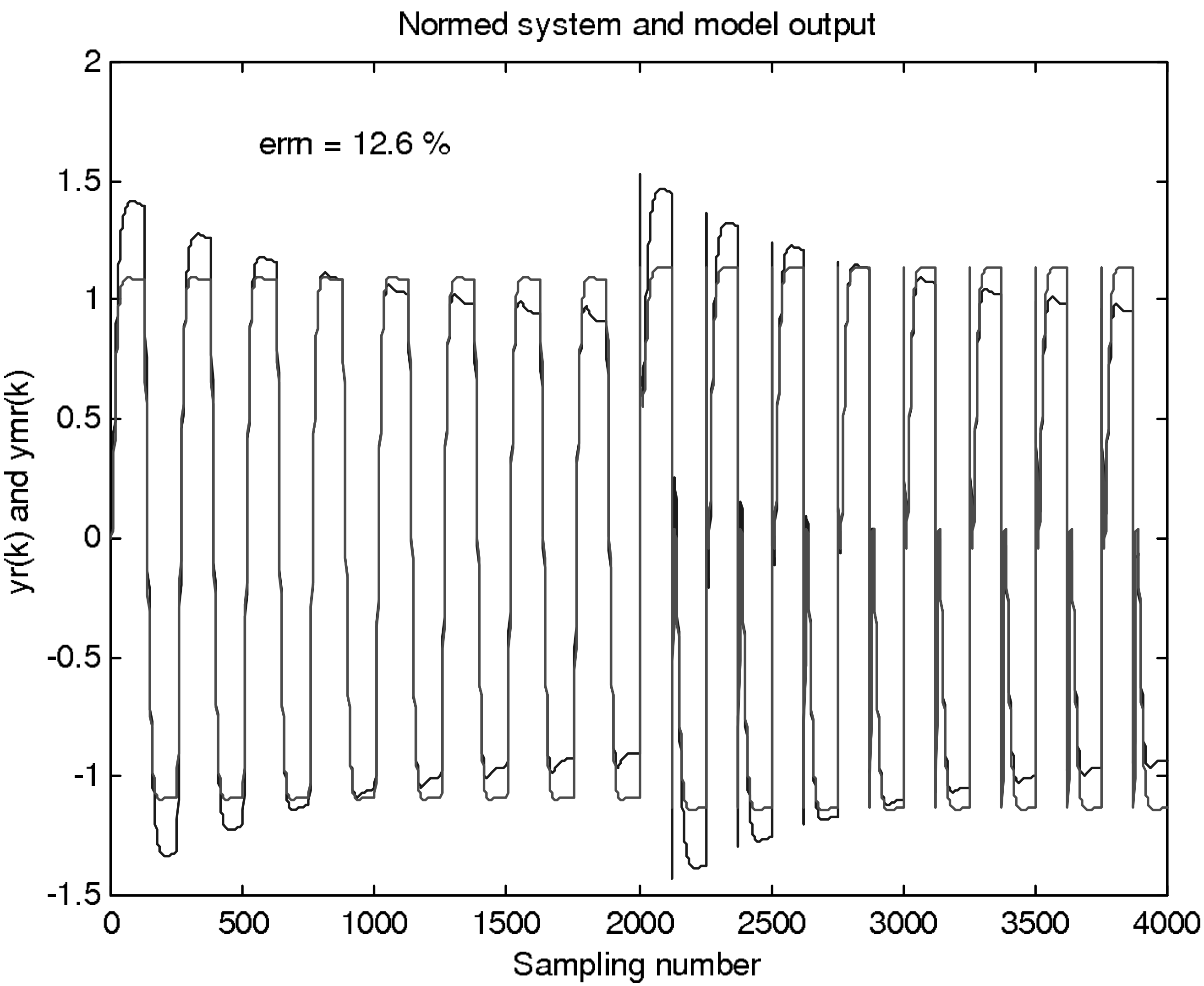
$$\Delta_{\theta total,i} = \sigma_{r,\theta i} + \Delta_{\theta eq,i} = \frac{1}{S_{i\ \mathrm{min}}}\left(\frac{\epsilon_{x,RMSn}}{\sqrt{N}} + \epsilon_{m,RMSn}\right)$$

Senstools udregner

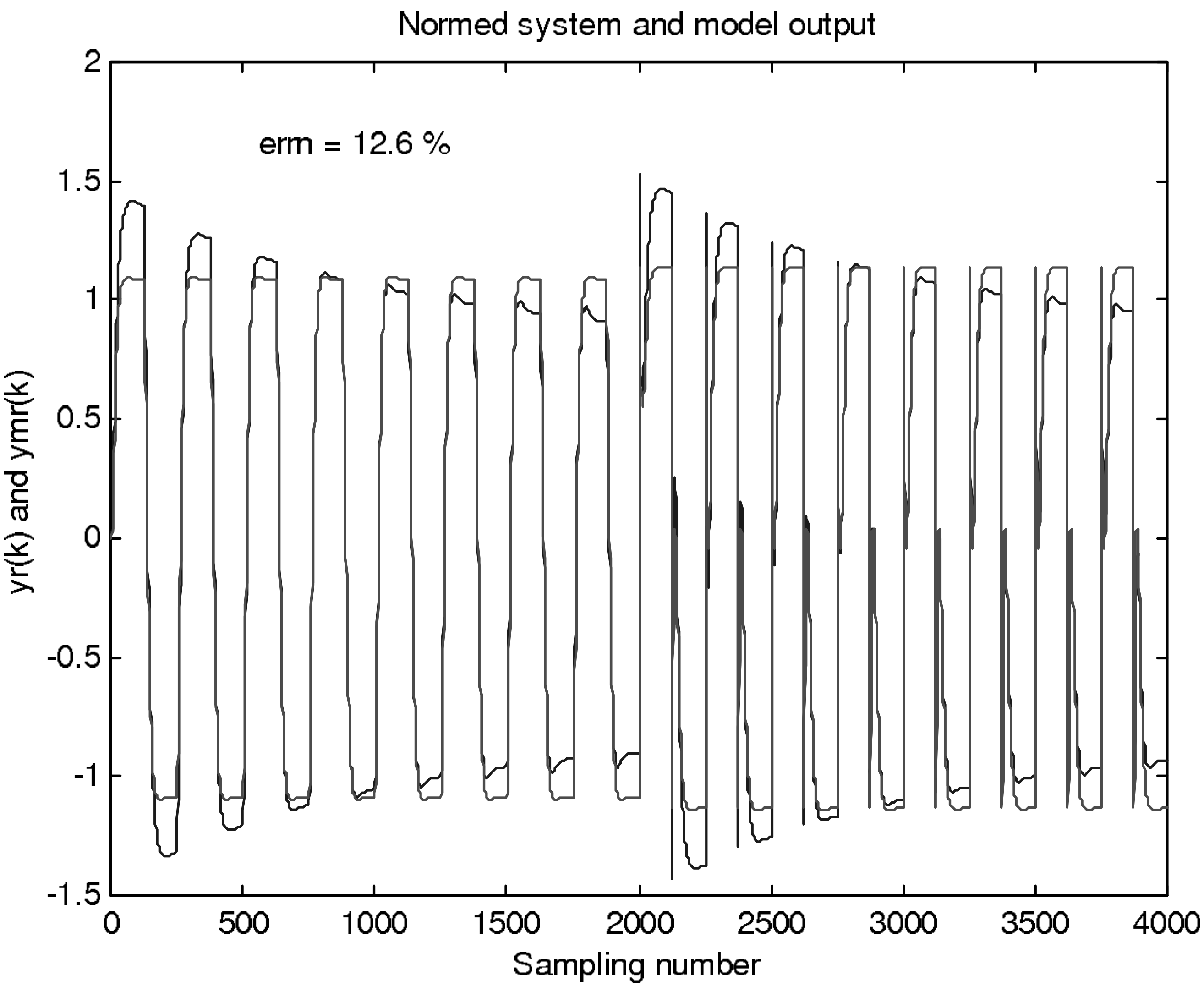
- En “best case” værdi, antaget kun støj (sigpar)
- En “worst case” værdi, antaget kun undermodellering (dpar)

En nøjagtig værdi af den totale parameterfejl forudsætter at model output fejlen splittes op i et bidrag fra støj ϵ_x og et bidrag fra undermodellering ϵ_m.

Eksempel: Højtaler



Eksempel: Højtaler



Ækvivalent parameterfejl: $\Delta_{\theta_{eq},i\%} = 14.1\%$

Design af input signal

Tommelfinger regel:

Lineære systemer:
Indput signalet skal have størstedelen af effekten i frekvensområdet, hvor nøjagtigh. af modellen er vigtigst.

Design af input signal

Tommelfinger regel:

Lineære systemer:
Indput signalet skal have størstedelen af effekten i frekvensområdet, hvor nøjagtigh. af modellen er vigtigst.

Ulineære systemer:
Amplitude variationen i input signalet skal svare til det amplitude område, hvor nøjagtigh. af modellen er vigtigst.
Indput signalet skal have størstedelen af effekten i frekvensområdet, hvor nøjagtigh. af modellen er vigtigst.

Design af input signal

Tommelfinger regel:

Lineære systemer:
Indput signalet skal have størstedelen af effekten i frekvensområdet, hvor nøjagtigh. af modellen er vigtigst.

Ulineære systemer:
Amplitude variationen i input signalet skal svare til det amplitude område, hvor nøjagtigh. af modellen er vigtigst.
Indput signalet skal have størstedelen af effekten i frekvensområdet, hvor nøjagtigh. af modellen er vigtigst.

Procedure:
Design et input signal der optimerer følsomhedsmålene.

Procedure for input design

1. Bestem tilnærmede parameter værdier eller find á priori parameter værdier.

Procedure for input design

1. Bestem tilnærmede parameter værdier eller find á priori parameter værdier.
2. Vælg en klasse af input signaler – skal afhænge af få (helst kun en) parametre. En parameter, mindst, skal bestemme frekvensspektret. Hvis modellen er ulineær, skal yderligere en parameter bestemme amplituden.

Procedure for input design

1. Bestem tilnærmede parameter værdier eller find á priori parameter værdier.
2. Vælg en klasse af input signaler – skal afhænge af få (helst kun en) parametre. En parameter, mindst, skal bestemme frekvensspektret. Hvis modellen er ulineær, skal yderligere en parameter bestemme amplituden.
3. Optimer input signalet til bedste følsomhed (simulering). Bestem og plot karakteristiske følsomhedsmål som fkt. af input signal parametre, vælg bedste værdi for disse.

Procedure for input design

1. Bestem tilnærmede parameter værdier eller find á priori parameter værdier.
2. Vælg en klasse af input signaler – skal afhænge af få (helst kun en) parametre. En parameter, mindst, skal bestemme frekvensspektret. Hvis modellen er ulineær, skal yderligere en parameter bestemme amplituden.
3. Optimer input signalet til bedste følsomhed (simulering). Bestem og plot karakteristiske følsomhedsmål som fkt. af input signal parametre, vælg bedste værdi for disse.
4. Brug det fundne input signal på det fysiske system. Hvis nødvendigt, gentag proceduren med de forbedrede parameter estimater.

Procedure for input design

1. Bestem tilnærmede parameter værdier eller find á priori parameter værdier.
2. Vælg en klasse af input signaler – skal afhænge af få (helst kun en) parametre. En parameter, mindst, skal bestemme frekvensspektret. Hvis modellen er ulineær, skal yderligere en parameter bestemme amplituden.
3. Optimer input signalet til bedste følsomhed (simulering). Bestem og plot karakteristiske følsomhedsmål som fkt. af input signal parametre, vælg bedste værdi for disse.
4. Brug det fundne input signal på det fysiske system. Hvis nødvendigt, gentag proceduren med de forbedrede parameter estimater.

Senstools programmet til optimalt input design: `maininp.m`

Eksempel: Optimalt input, lineært syst.

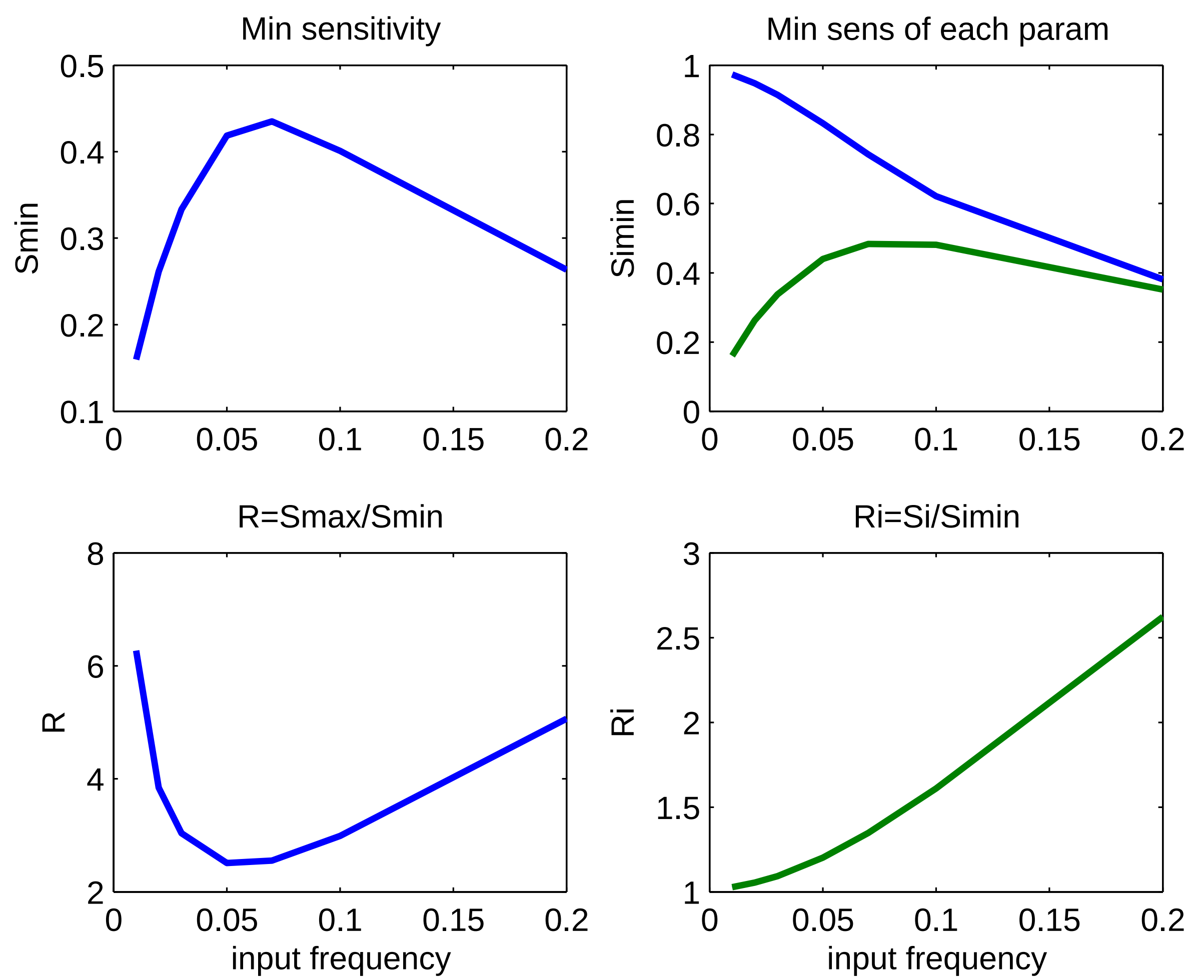
System: $G_m(s) = \frac{K}{1+s\tau}$, $K = 1$, $\tau = 2$

Input signal klasse: Firkant signal

Eksempel: Optimalt input, lineært syst.

System: $G_m(s) = \frac{K}{1+s\tau}$, $\quad K = 1, \tau = 2$

Input signal klasse: Firkant signal



Eksempel: Optimalt input, ulineært syst.

System: $G_m(s) = \frac{K(u)}{1+s\tau}$, $K(u) = k_0(1 + \frac{k_1}{0.5+u^2})$,

$[k_0, k_1, \tau] = [1.5, 4, 2]$

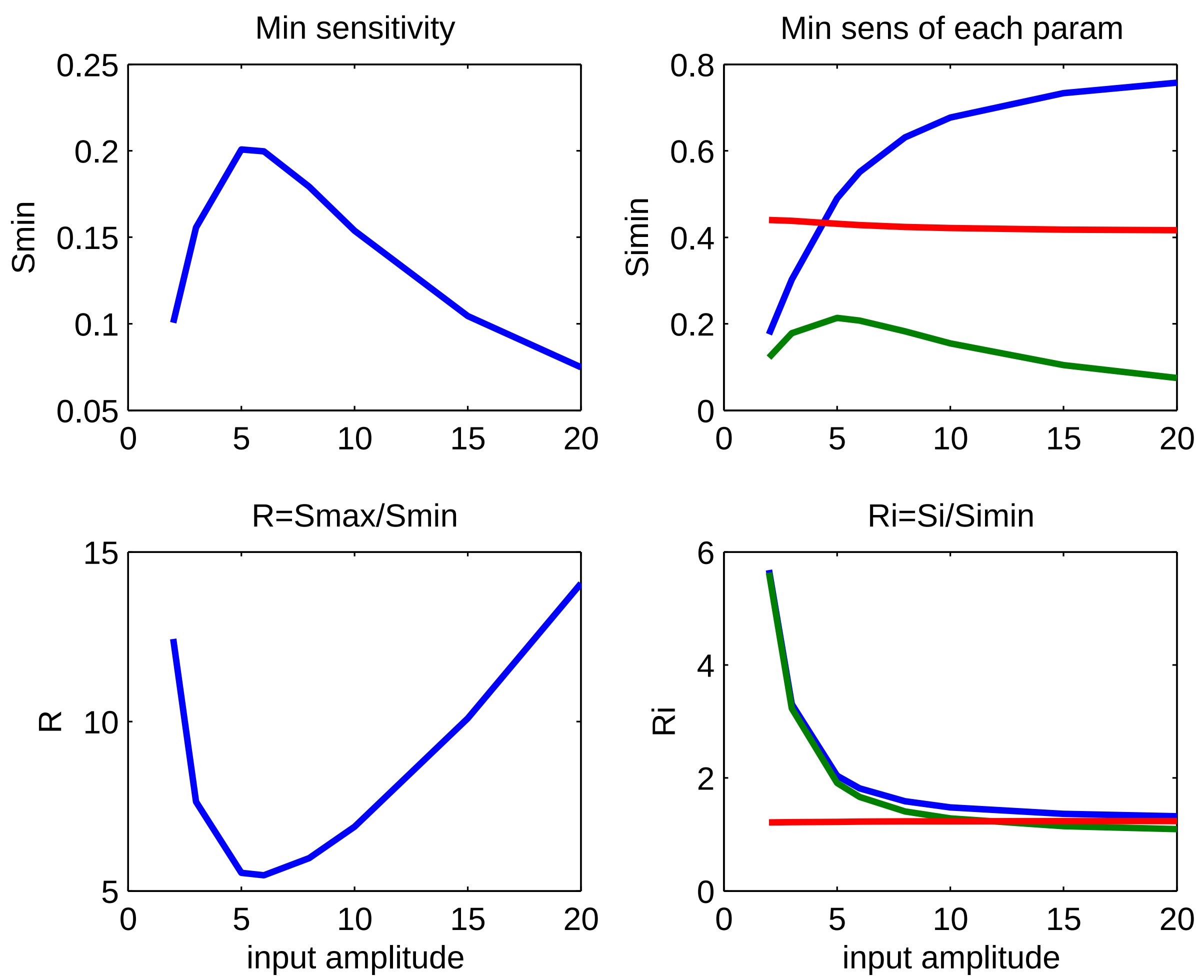
Input signal klasse: Firkant-rampe signal

Eksempel: Optimalt input, ulineært syst.

System: $G_m(s) = \frac{K(u)}{1+s\tau}$, $K(u) = k_0(1 + \frac{k_1}{0.5+u^2})$,

$[k_0, k_1, \tau] = [1.5, 4, 2]$

Input signal klasse: Firkant-rampe signal

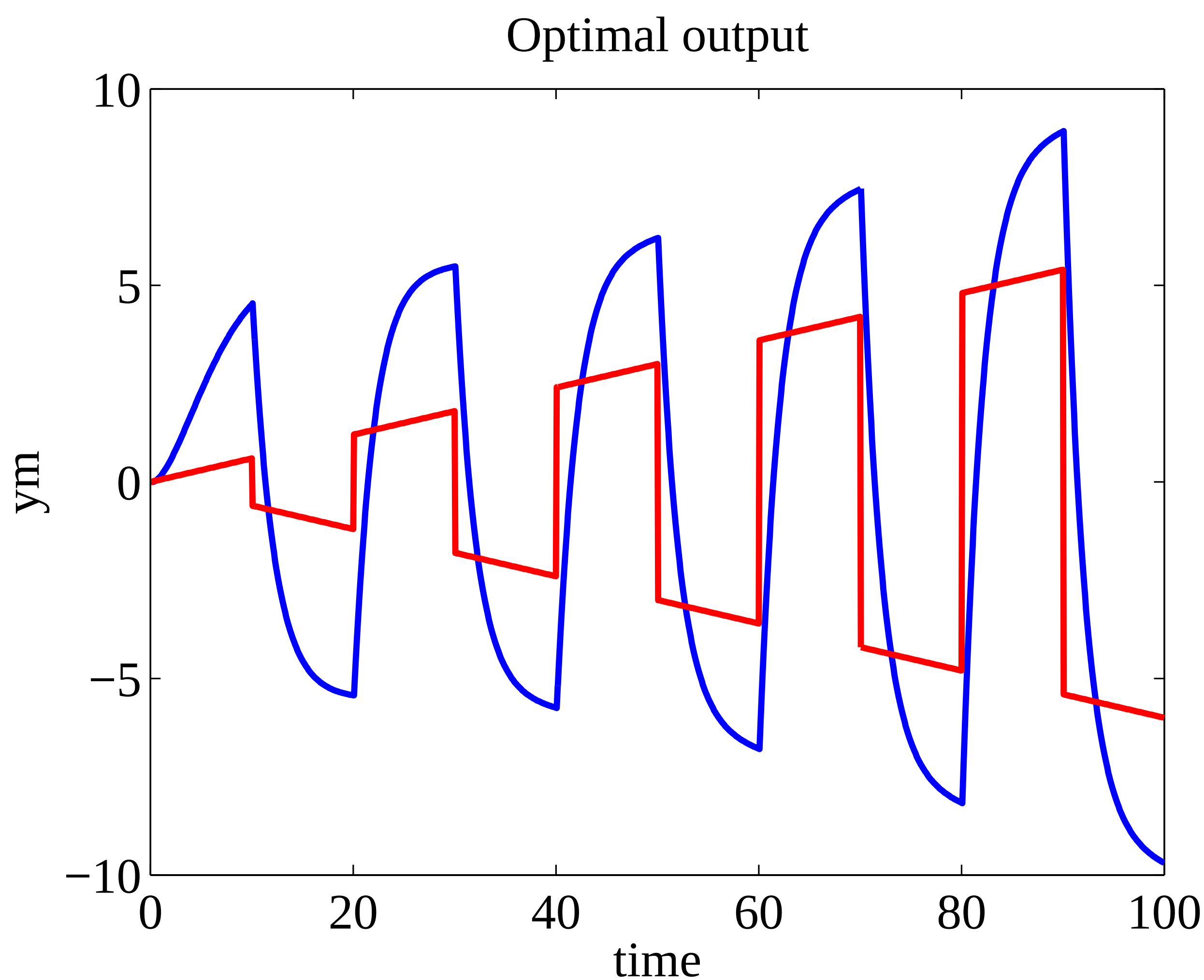


Eksempel: Optimalt input, ulineært syst.

System: $G_m(s) = \frac{K(u)}{1+s\tau}$, $K(u) = k_0(1 + \frac{k_1}{0.5+u^2})$,

$[k_0, k_1, \tau] = [1.5, 4, 2]$

Input signal klasse: Firkant-rampe signal



Næste Forelæsning

Næste gang ser vi på:

- Frekvensdomæne
- Opsamling