Simulering og eksperimentel modelbestemmelse

Henrik Vie Christensen

vie@control.aau.dk

Department of Control Engineering

Aalborg University

Denmark

Dagens program

- Modeller og modellering: koncepter
  - Definitioner
  - Simulering
  - Matematiske modeller
- Model beskrivelse
  - Overføringsfunktioner
  - Tilstandsbeskrivelse
  - Blok-diagrammer
- Diskritiserings metoder
- Simulering af lineære og ulineære dynamiske systemer i Matlab

Modeller og modellering: koncepter

Definition:
Model: *en repræsentation – i en brugbar form – af de essentielle dele af et system.*

Definition:
Systemidentifikation: *Udvikle matematisk model af dynamisk system baseret på observerede data fra systemet:*

- *Mange måledata er indsamlet som samplede værdier af input og output*
- *En computer anvendes til behandling af data*
- *Model parametre estimeres ved minimering af et fejlkriterie*

Karakterisering af modeller og modellering

Modeller:

matematiske – andre
parametriske – ikke-parametriske
kontinuert tid – diskret tid
input/output – **tilstands**
lineære – **ulineære**
dynamisk – statisk
tidsinvariant – tidsvarierende
SISO – **MIMO**

Modellering/systemidentifikation:

teoretisk (fysisk) – **eksperimentel**
white-box – **gray-box** – black-box
struktur bestemmelse – **parameter estimation**
tidsdomæne – **frekvensdomæne**
direkte – indirekte

Fysiske parametre

Fysiske parametre er model parametre med en indlysende fysisk mening eller betydning.

Typisk er de koefficienter i basale fysiske love, fx. Newtons, Hooks, Ohms, eller Kirchoffs love.

Eksempler på fysiske parametre er

- Mekanik parametre: Masse, friktions koeffic., stivhed
- Elektro parametre: Modstand, induktans, kapacitet
- Termiske parametre: Termisk modstand, specifik varme
- Desuden: Statisk forstærkning, tidskonstant, egen-frekvens og dæmpningsfaktor

Ikke-fysiske parametre: koefficienter i z-transformen af en tilstandsbeskrivelse.

Simulering

Formål:

- At opnå forståelse af systemet
- Forudsigelse af fremtidigt system output
- Design og test af kontrolsystem
- Optimering af konstruktion
- Træning af operatører på real-tids simulatorer
- Model parameter estimation fra eksperimenter

En computer simulation forudsætter:

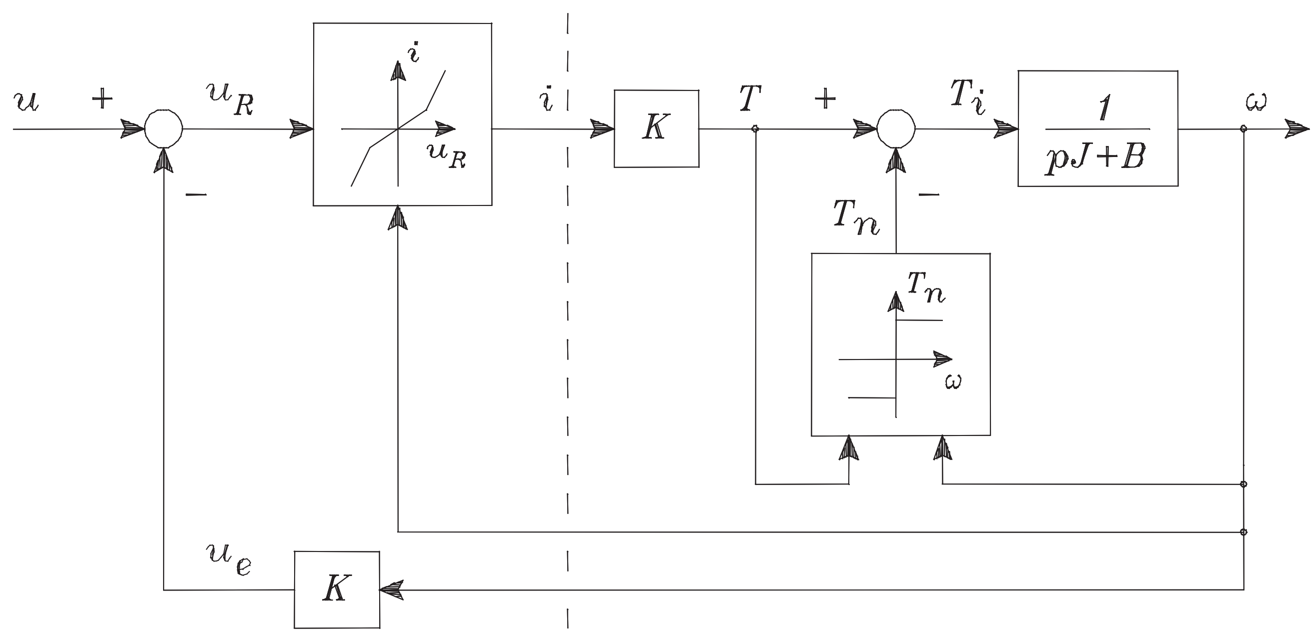
- En diskret model
- Mulighed for at udføre eksperimenter på modellen, fx. specificere input signal og parametre
- Grafiske værktøjer til at præsentere resultatet

Matematiske Modeller

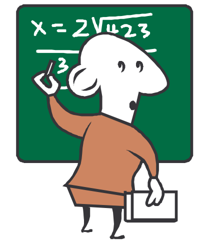
Model beskrivelser:

- Overføringsfunktion
- Tilstandsbeskrivelse
- Blok-diagram

DC-motor:



Matematiske Modeller



Model beskrivelser:

- Overføringsfunktion
- Tilstandsbeskrivelse
- Blok-diagram

Notation for modeller i kontinuert- og diskrettid:

Kompleks Laplace variabel s

Differentialoperator p: $$x(t) = \frac{\partial x(t)}{\partial t} = px(t)$$

Kompleks Z-transform variabel z

Shift operator q: $$x(k+1) = qx(t)$$

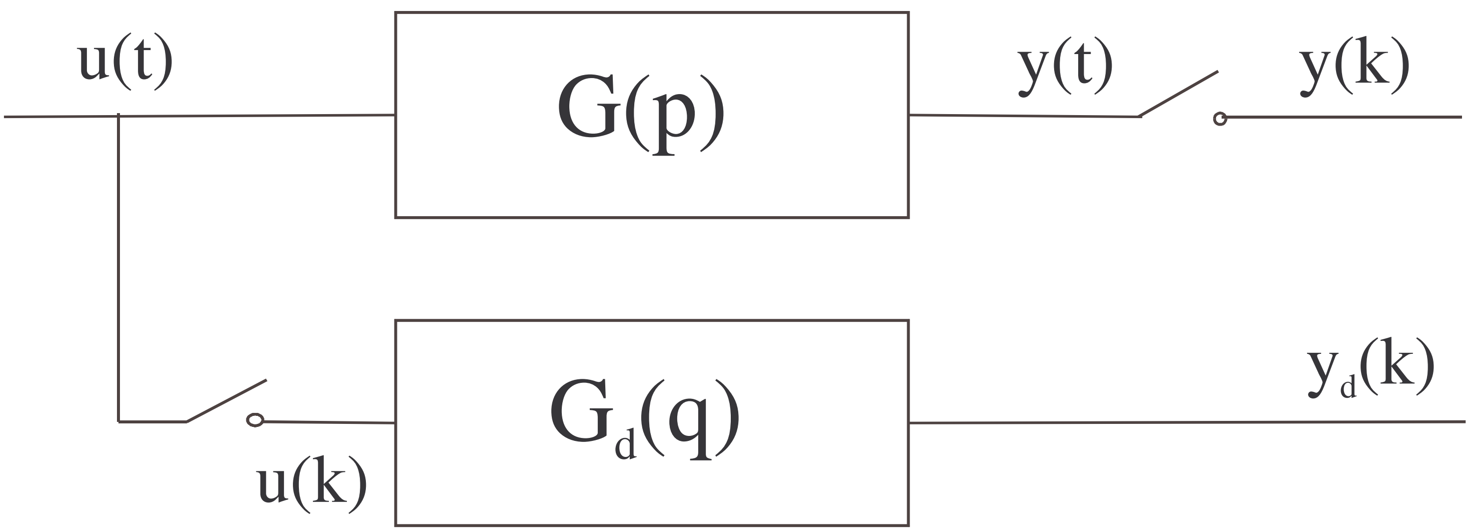
Diskritiserings metoder

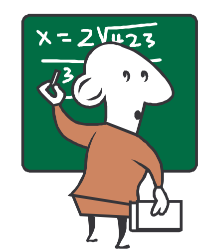
Navn	Algoritme	Karakteristik
Forward Euler	$s \rightarrow \frac{z-1}{T}$	$x'(t)$ konstant over perioden
Tustin (Bilineær transformation)	$s \rightarrow \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$	$x'(t)$ variere lin. over perioden
Step invariant (ZOH ækvivalent)	$G_d(z) = (1 - z^{-1})Z\{\frac{1}{s}G(s)\}$	$u(t)$ konstant over perioden
Ramp invariant (Tr H ækvivalent)	$G_d(z) = \frac{(1-z^{-1})^2}{z^{-1}T}Z\{\frac{1}{s^2}G(s)\}$	$u(t)$ variere lin. over perioden
Pole-Zero mapping	$z_0 = e^{s_0 T}$	

Invarians transformationer

Givet et analogt system $G(p)$.
Bestem overføringsfunktionen $G_d(q)$ for et diskret system (modellen), så outputtene er ens til samplingstidspunkterne:

$$t = kT \quad \Rightarrow \quad y_d(k) = y(kT)$$





Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion: y = simprocess(u,t,par)

Eksempel: Lineært system $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+s\tau}$

a) Tistandsmodel og for-løkke

Kontinuert tilstandsmodel:

$$\dot{x}(t) = -\frac{1}{\tau}x(t) + \frac{K}{\tau}u(t)$$
$$y(t) = x(t)$$

```
function y=simktauloop(u,t,par)
h=t(2)-t(1);
nn=length(u);
x=0;
K=par(1); tau=par(2);
sysc=ss(-1/tau,K/tau,1,0);
sysd=c2d(sysc,h);
[ad,bd,cd,dd] = ssdata(sysd);
for jj=1:nn
x1=ad*x + bd*u(jj);
y(jj)=cd*x1;
x=x1;
end
```

Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion: y = simprocess(u,t,par)

Eksempel: Lineært system $\dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{K}{1+s\tau}$

a) Tistandsmodel og for-løkke

b) 'filter' funktion

Kont. overføringsfunktion:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s\tau + 1}$$

`y = filter(nz,dz,u)`

beregner output baseret på diskret overføringsfkt.

```
function y=simktaufilt(u,t,par)
⋮
sysctf=tf(par(1),[par(2) 1]);
sysdtf=c2d(sysctf,h);
[nz,dz]=tfdata(sysdtf,'v');
    % NB: 'v' for vector format
    % - not cell
y=filter(nz,dz,u);
end
```

Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion: y = simprocess(u,t,par)

Eksempel: Lineært system $\dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{K}{1+s\tau}$

a) Tistandsmodel og for-løkke

b) 'filter' funktion

c) 'lsim' fkt.

```
y = lsim(sysc,u,t)
```

beregner output baseret på kontinuert system-beskrivelse.

```
function y=simktau(u,t,par)
:
nc=K; dc=[tau 1];
t=[0 t(1:length(t)-1)];
    % lsim requires that t
    % starts with 0
y=lsim(nc,dc,u,t);
end
```

Simulering af lineært system i Matlab

Senstools behøver en Matlab funktion: y = simprocess(u,t,par)

Eksempel: Lineært system $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+s\tau}$

a) Tistandsmodel og for-løkke

b) 'filter' funktion

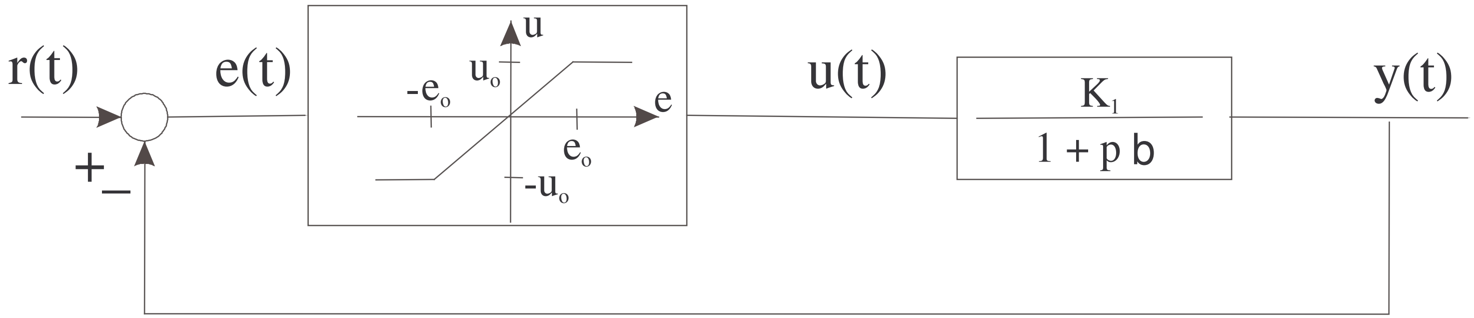
c) 'lsim' fkt.

Evaluering af de tre metoder:

a) er langsom, **undgå** løkker i Matlab, hvor det er muligt. Ofte nødvendige ved ulineære systemer.

b) og c) er sammenlignelige i hastighed.

Simulering af ulineært system i Matlab



Mætning:

$$\begin{array}{ll} e < -e_0: & u = -u_0 \\ -e_0 \le e \le e_0: & u = ke \\ e_0 < e: & u = u_0 \end{array}$$

Implementation i Matlab:

```
u = ke
if e>e0, u=u0; end
if e<-e0, u=-u0; end
```

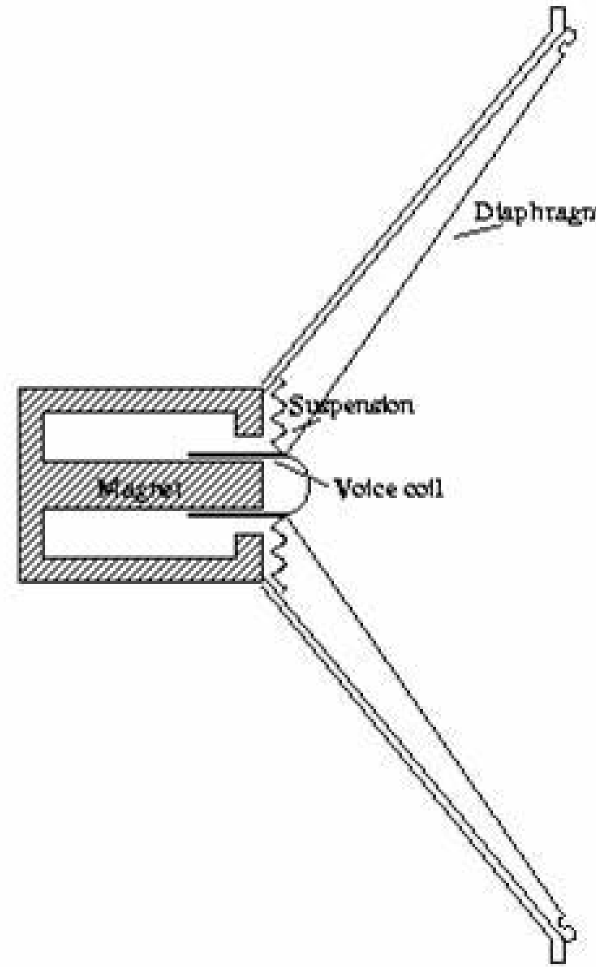
Brug af logiske operatorer (falsk udtryk har værdi 0) er mere effektivt: `u = k*e-(abs(e)>e0)*k*(e-sign(e)*e0);`

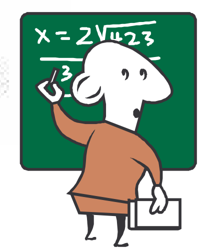
idet $u_0 = ke_0$ kan skrives som $u_0 = ke - k(e - e_0)$ og $-u_0 = ke - k(e + e_0)$.

Modellering og simulering af højtaler

Betydning af symboler:

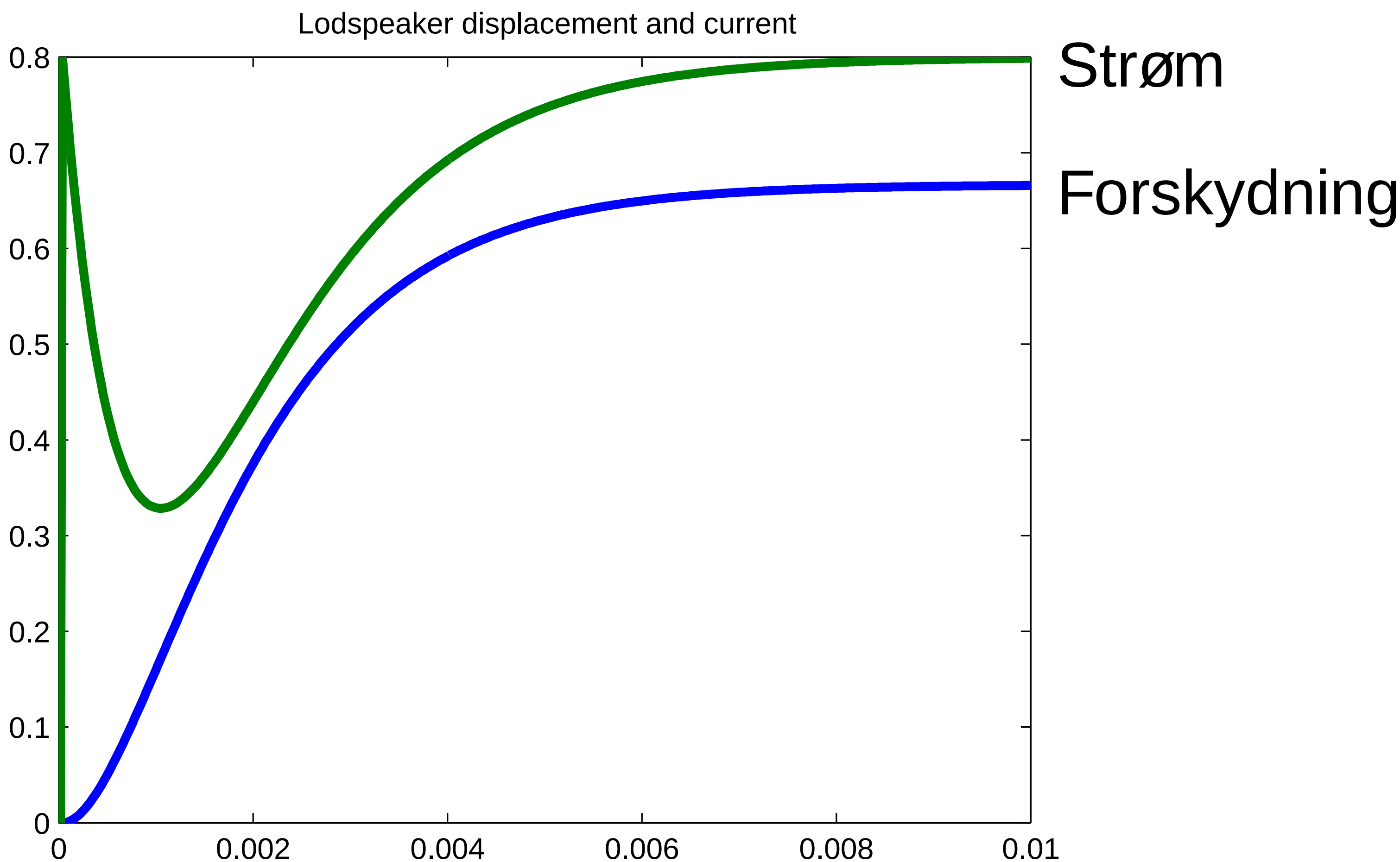
u	påtrykt spænding	[V]
i	strøm i spolen	[A]
x	forskydning af spole [m]	
R	modstand i spole [Ω]	
Bl	kraft faktor [N/A]	
m	bevægelige sys. masse [kg]	
r	friktions koefficient [Ns/m]	
k	ophængets stivhed [N/m]	





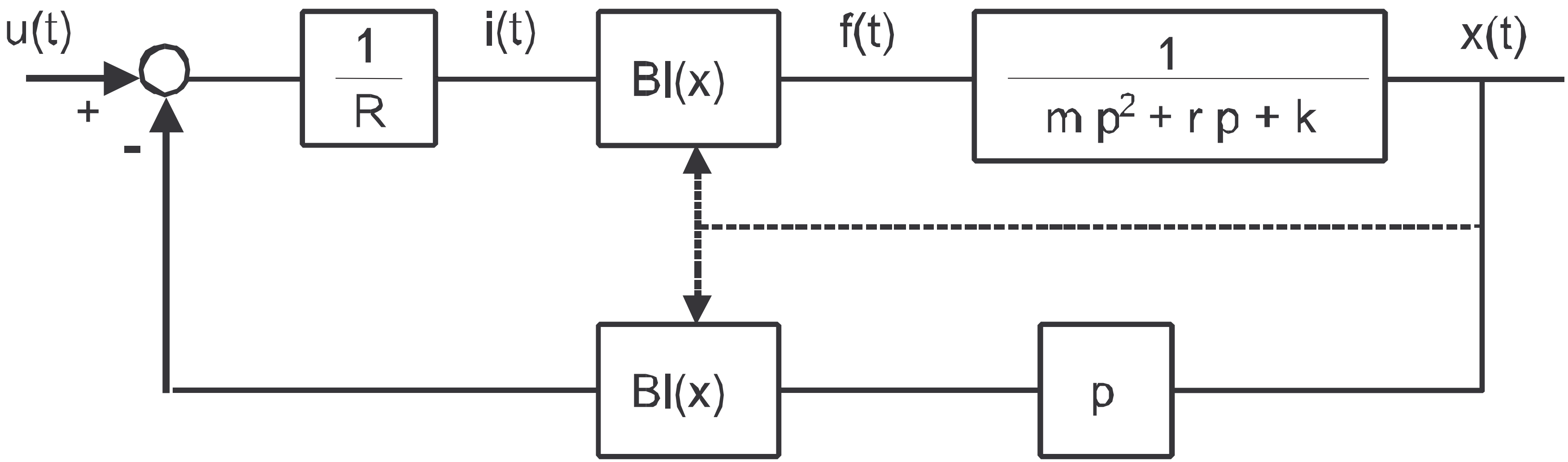
Modellering og simulering af højtaler

Steprespons:

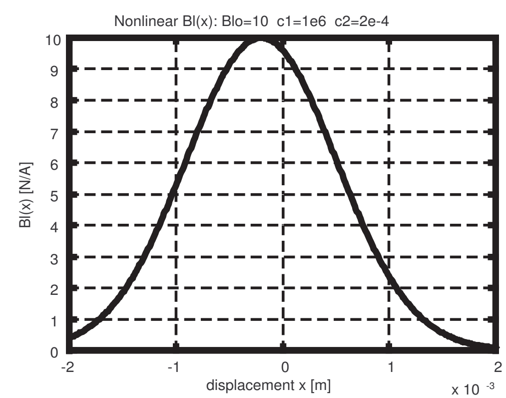


Ulineær højtalermodel

Positionsafhængig kraft faktor:

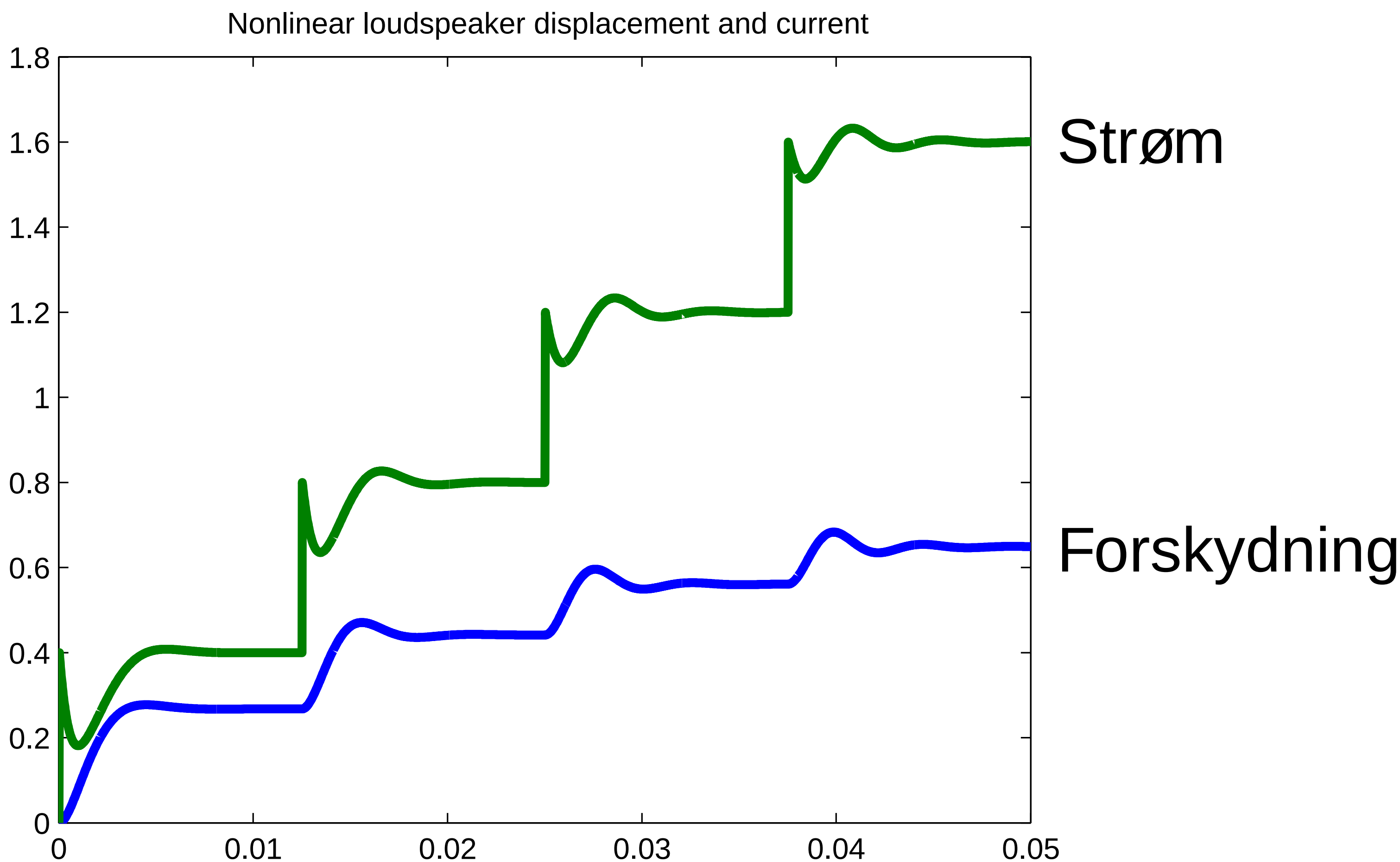


$$Bl(x) = Bl\, e^{-c_1(x+c_2)^2}$$



Ulineær højtalermodel

Steprespons:



Næste Forelæsning

Næste gang ser vi på:

- Senstools
- Parameter estimation med Senstools