Simulering og eksperimentel modelbestemmelse

Klaus Trangbæk

ktr@es.aau.dk

Automation & Control

Aalborg University

Denmark

Slides af Henrik Vie Chr.

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation
2. Modellering, modelbeskrivelse og simulering (Selvstudium)

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation
2. Modellering, modelbeskrivelse og simulering (Selvstudium)
3. Senstools til parameterestimering

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation
2. Modellering, modelbeskrivelse og simulering (Selvstudium)
3. Senstools til parameterestimering
4. Parameter-nøjagtighed og -følsomhed, design af inputsignaler

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation
2. Modellering, modelbeskrivelse og simulering (Selvstudium)
3. Senstools til parameterestimering
4. Parameter-nøjagtighed og -følsomhed, design af inputsignaler
5. Frekvensdomænet, opsamling (Selvstudium)

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.

Morten Knudsen

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.

Morten Knudsen

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver modelstruktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.

Morten Knudsen

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver modelstruktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.
- Stokastiske aspekter er reduceret til et minimum.

Morten Knudsen

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver modelstruktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.
- Stokastiske aspekter er reduceret til et minimum.
- Robust overfor afvigelser fra teoretiske antagelser.

Morten Knudsen

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver modelstruktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.
- Stokastiske aspekter er reduceret til et minimum.
- Robust overfor afvigelser fra teoretiske antagelser.
- En følsomheds metode brugbar til valg af modelstruktur, eksperiment-design, og nøjagtighedsverifikation.

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver modelstruktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.
- Stokastiske aspekter er reduceret til et minimum.
- Robust overfor afvigelser fra teoretiske antagelser.
- En følsomheds metode brugbar til valg af modelstruktur, eksperiment-design, og nøjagtighedsverifikation.
- Alt i alt kompatibel med fysisk indsigt.

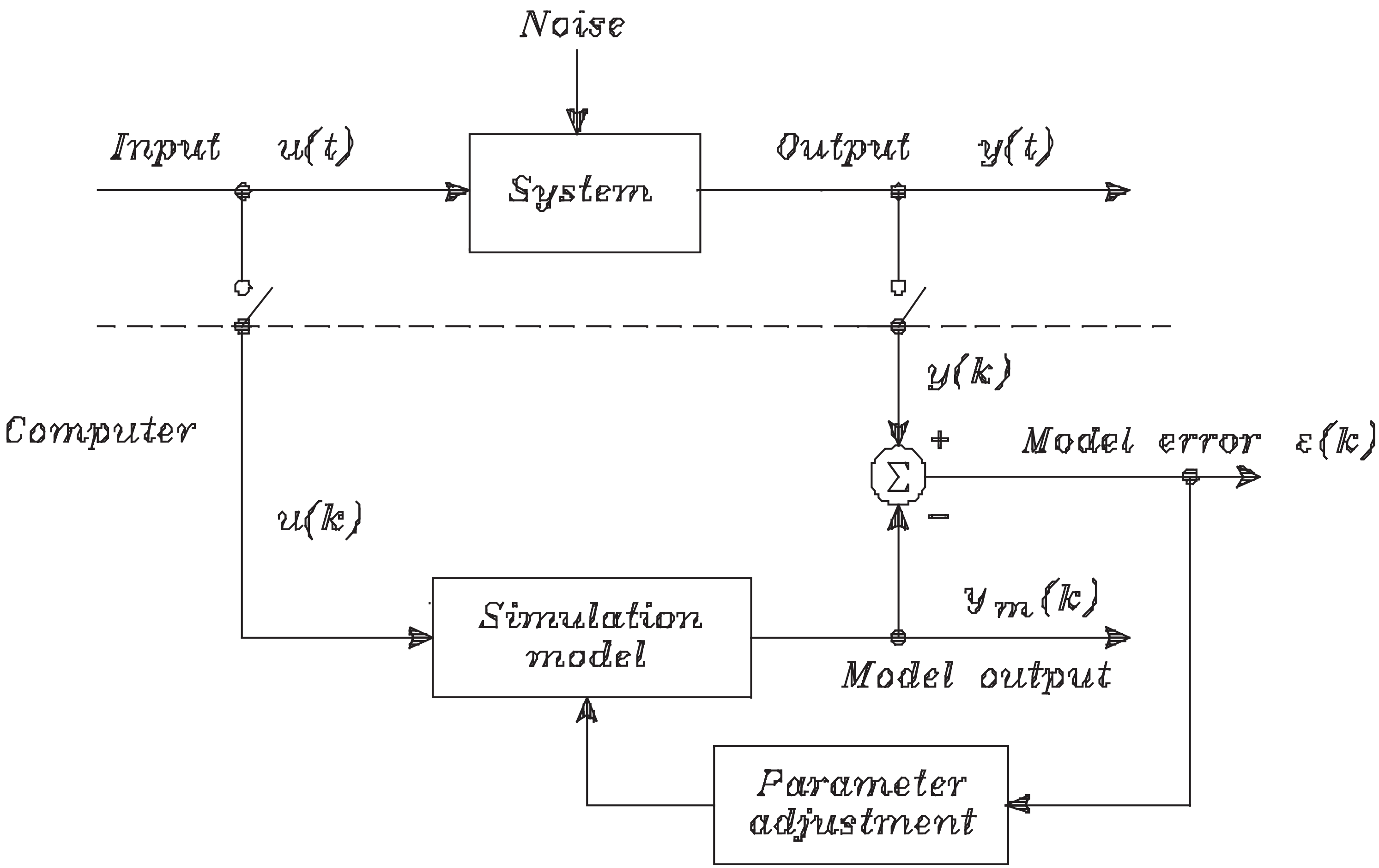
Morten Knudsen

Applikationer

Senstools og følsomhedsmetoden for eksperimentel modellering er blevet anvendt i mange forsknings- og studenter-projekter. Eksempler er:

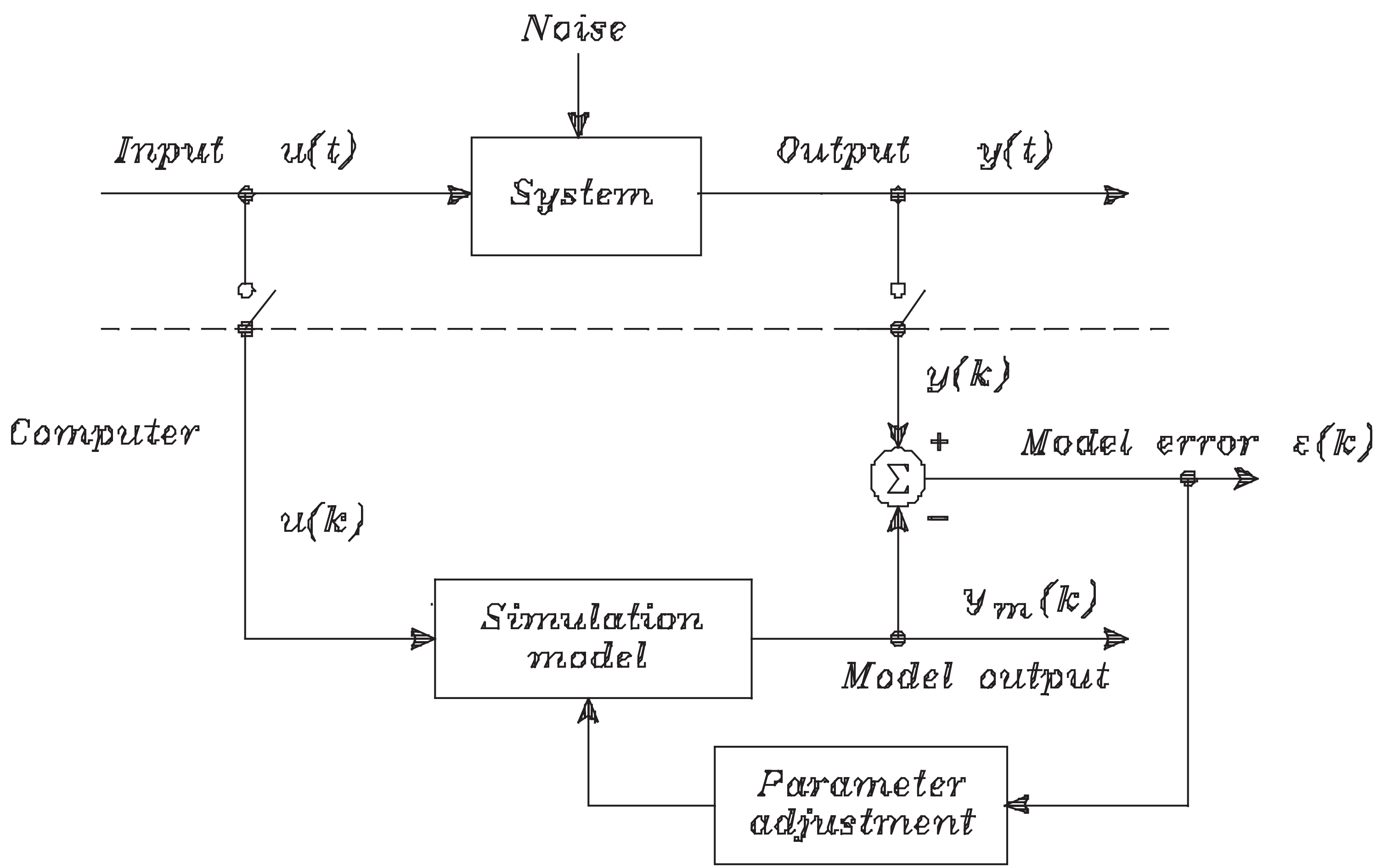
- Skibs- og maritime systemer
- Vindmøller
- Højttalere
- Induktions- og DC-motorer
- Varmevekslere
- Menneskeligt væv for hypertermi-terapi mod kræft
- Nyre og cerebellar blodgennemstrømning

Procedure for eksperimentel modellering



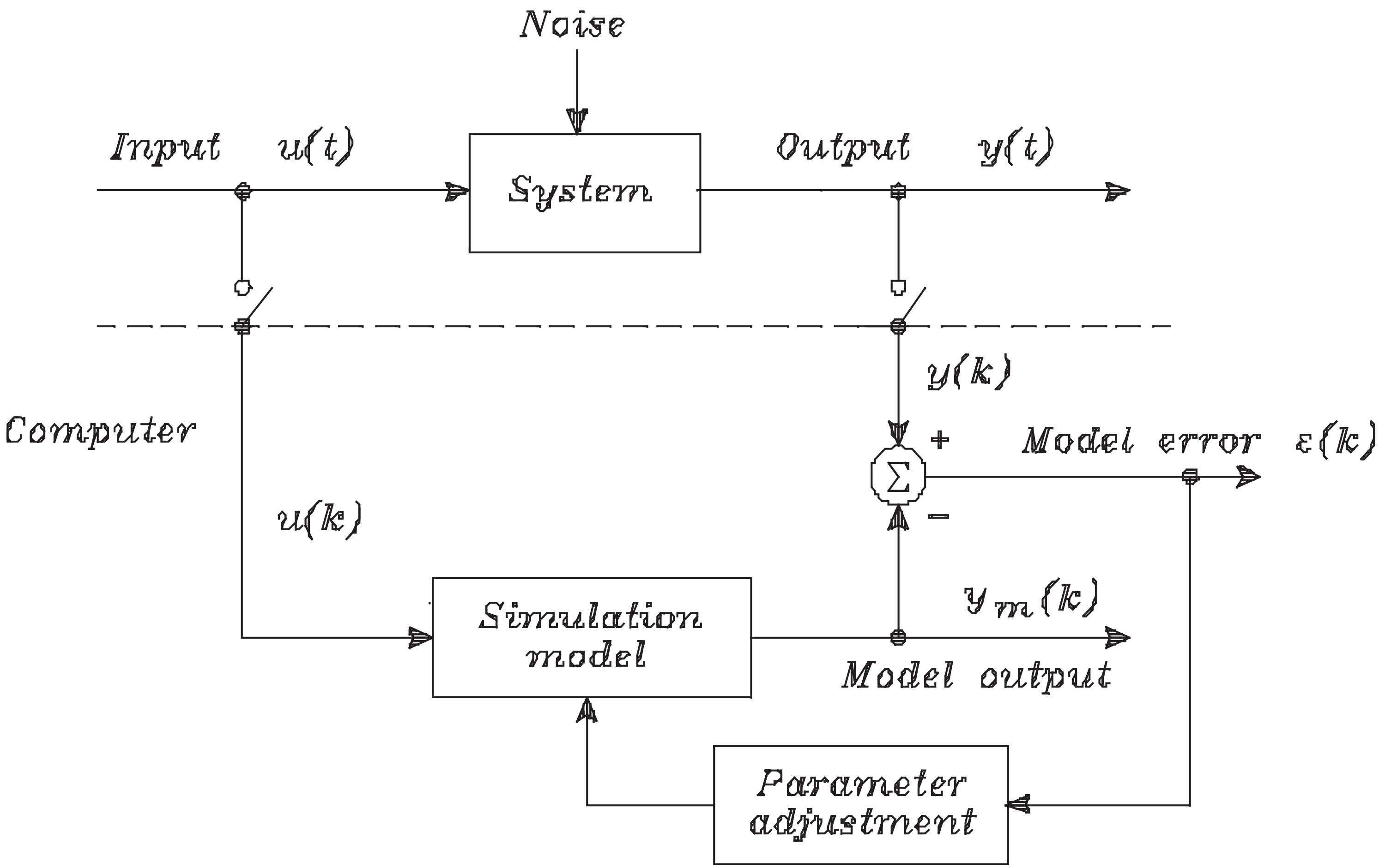
Bestemmelse af modelstruktur: Modelstrukturen er bestemt af basal fysisk indsigt og empiriske overvejelser. En "simuleringsmodel" konstrueres.

Procedure for eksperimentel modellering



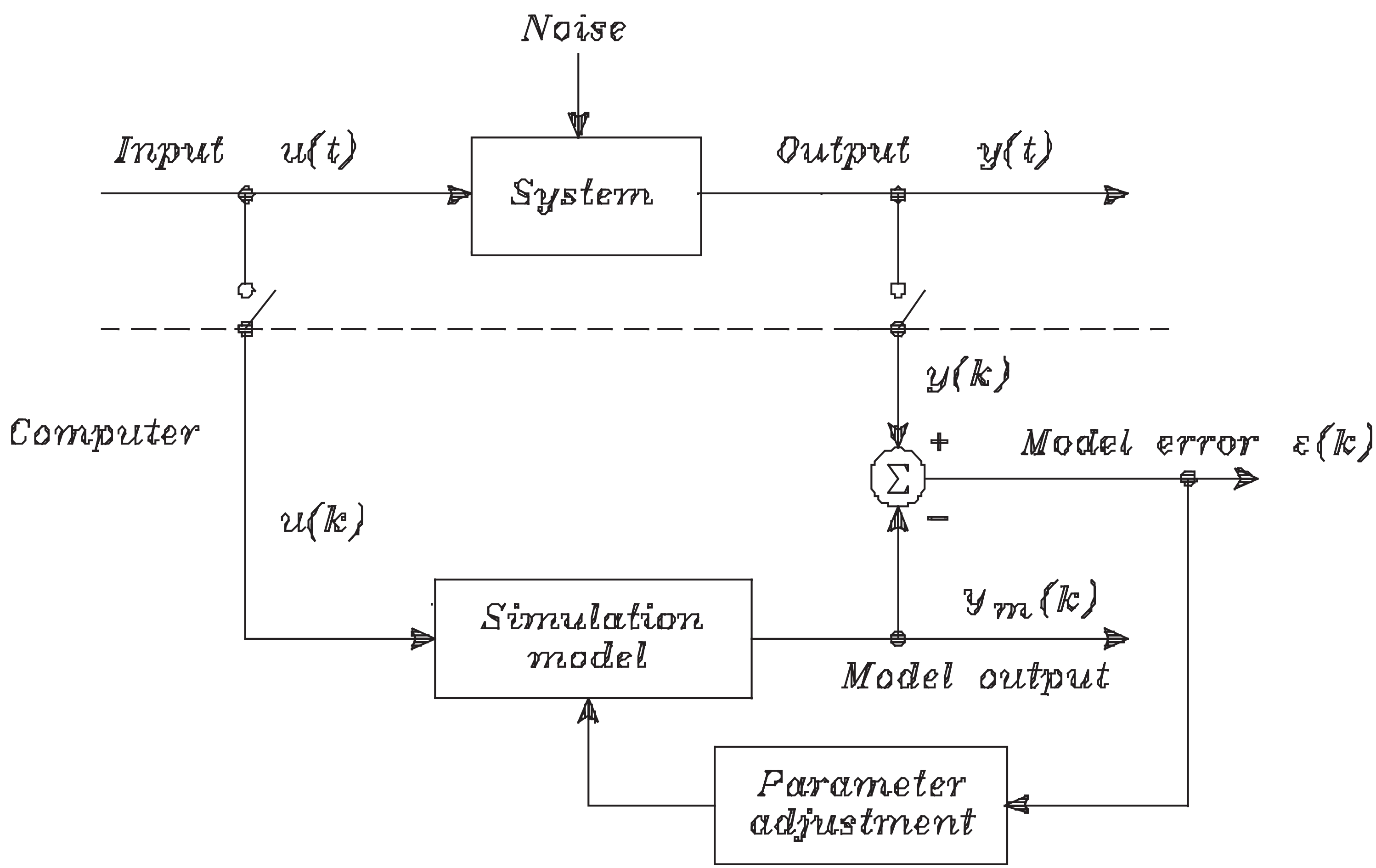
Eksperiment design: Specielt vigtigt er et "godt" inputsignal.

Procedure for eksperimentel modellering



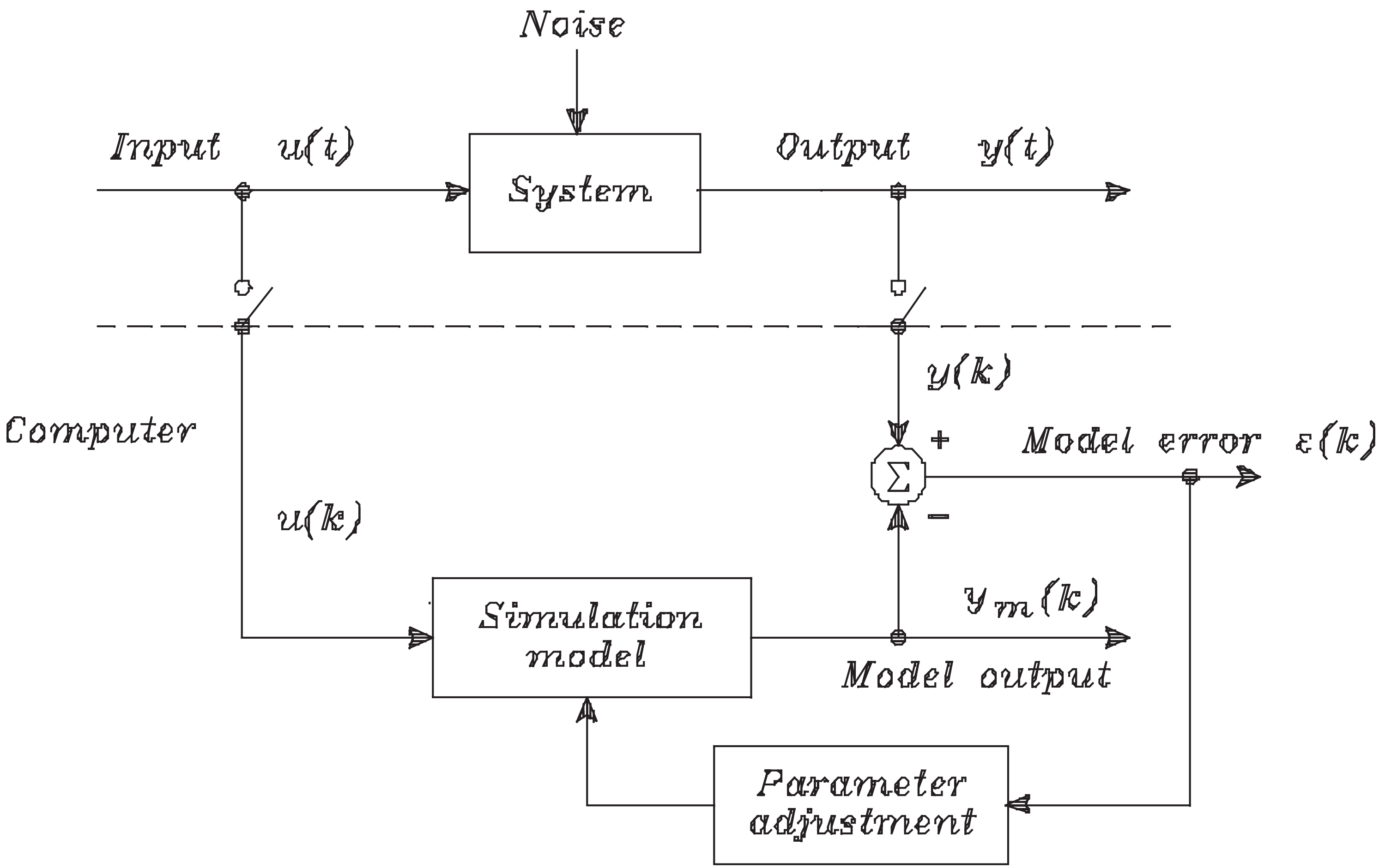
Eksperiment: Systemet exciteres med inputsignalet og overensstemmende værdier af input- og outputsignaler samples og gemmes.

Procedure for eksperimentel modellering



Parameter estimation: Simulationsmodellens parametre justeres til minimum afvigelse mellem det samplede system output og modellen.

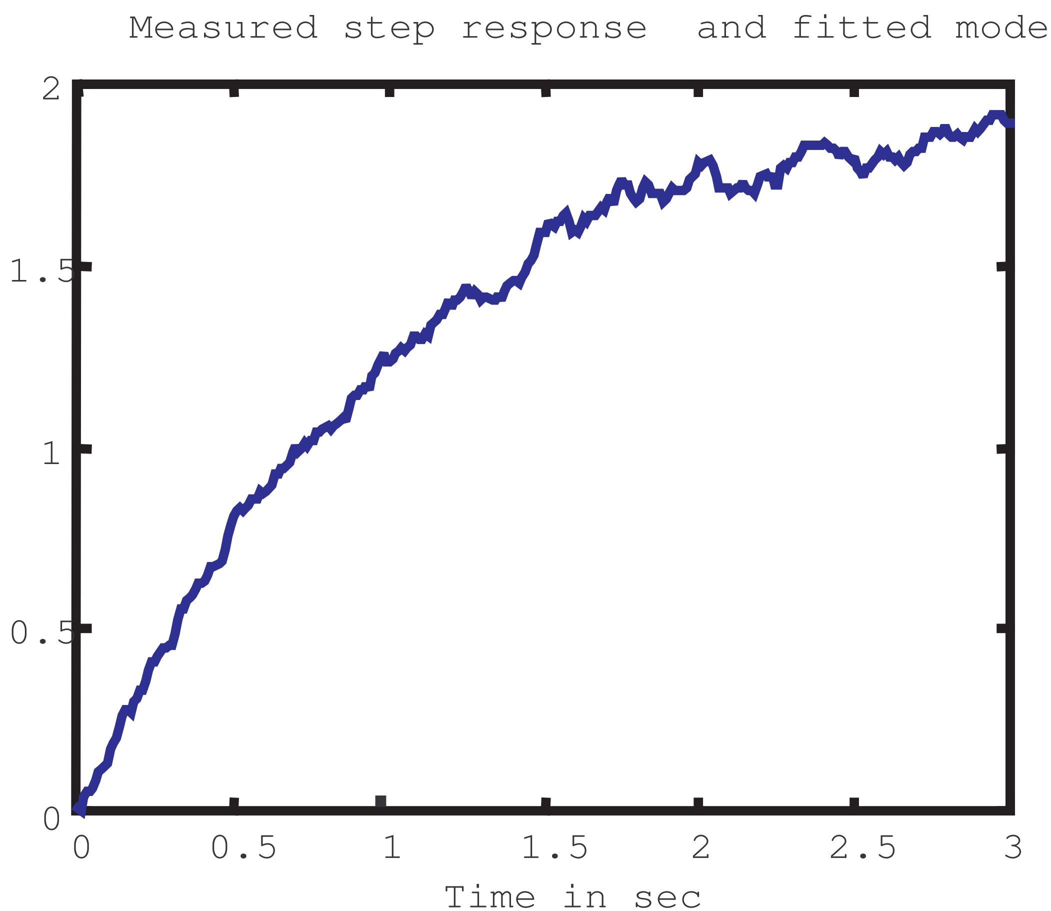
Procedure for eksperimentel modellering



Model validering: Korrektheden af modelstrukturen og nøjagtigheden af parameter estimaterne kontrolleres.

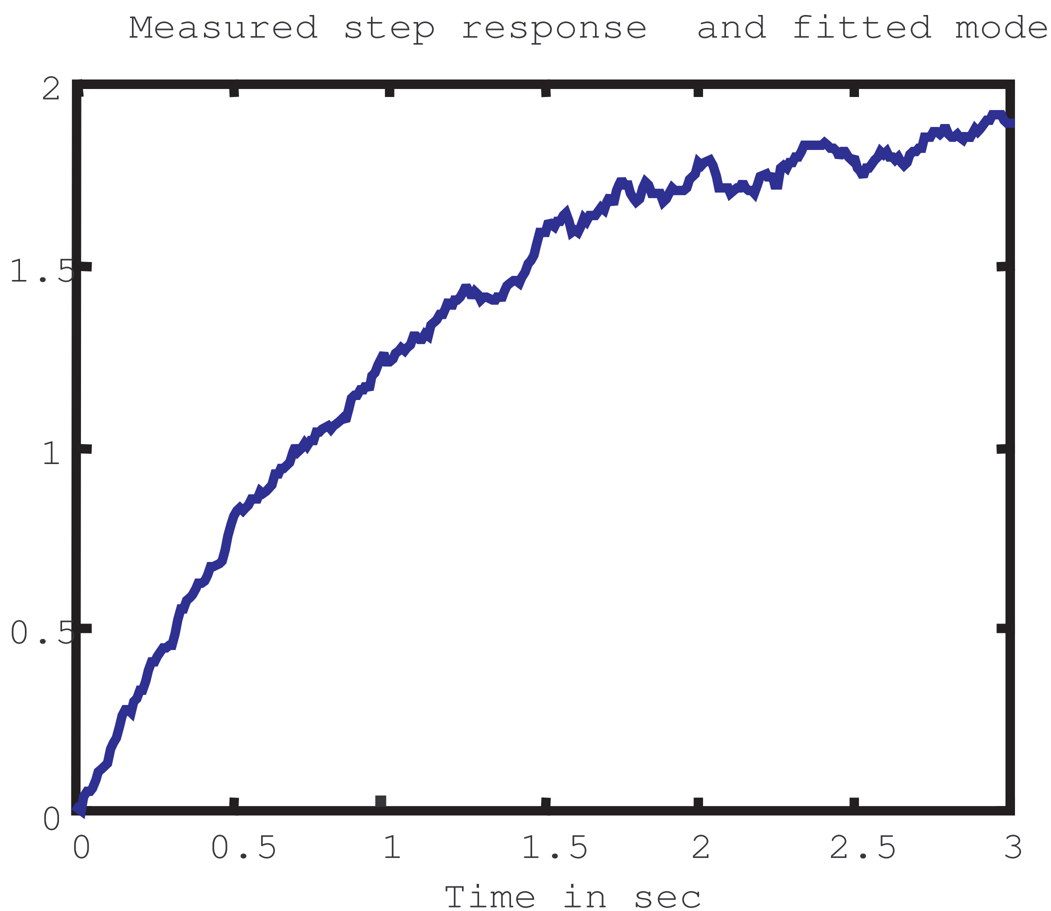
Eksempel 1: Grafisk model tilpasning

Bestem forstærkning K og tidskonstant τ ved at tilpasse en første-ordens model til den målte step-respons:



Eksempel 1: Grafisk model tilpasning

Bestem forstærkning K og tidskonstant τ ved at tilpasse en første-ordens model til den målte step-respons:



Model:

$$G_m(s) = \frac{K}{1+s\tau}$$

Input: (step)

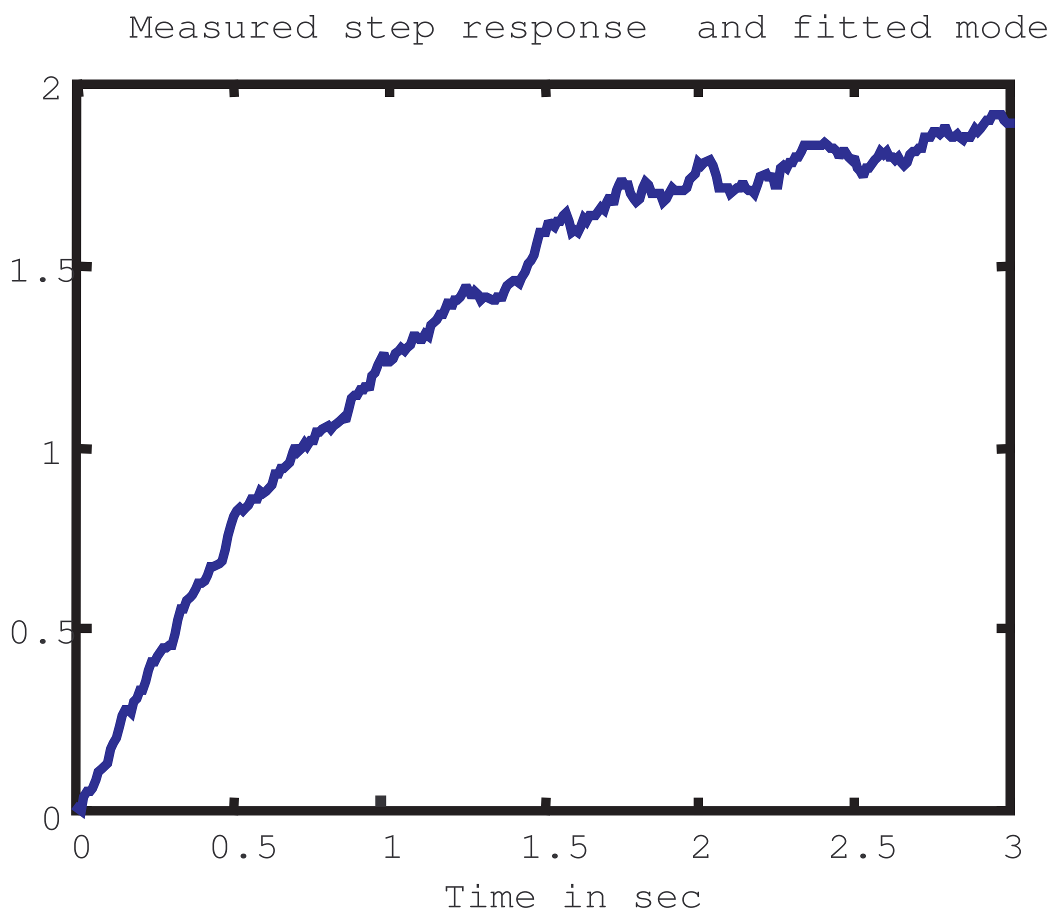
$$U(s) = \frac{a}{s}$$

Step respons:

$$Y(s) = \frac{aK}{s(1+s\tau)}$$

Eksempel 1: Grafisk model tilpasning

Bestem forstærkning K og tidskonstant τ ved at tilpasse en første-ordens model til den målte step-respons:



I tidsdomænet:

$$y(t) = aK(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$t \rightarrow \infty :$$

$$y(\infty) = aK$$

$$\Rightarrow K = \frac{y(\infty)}{a}$$

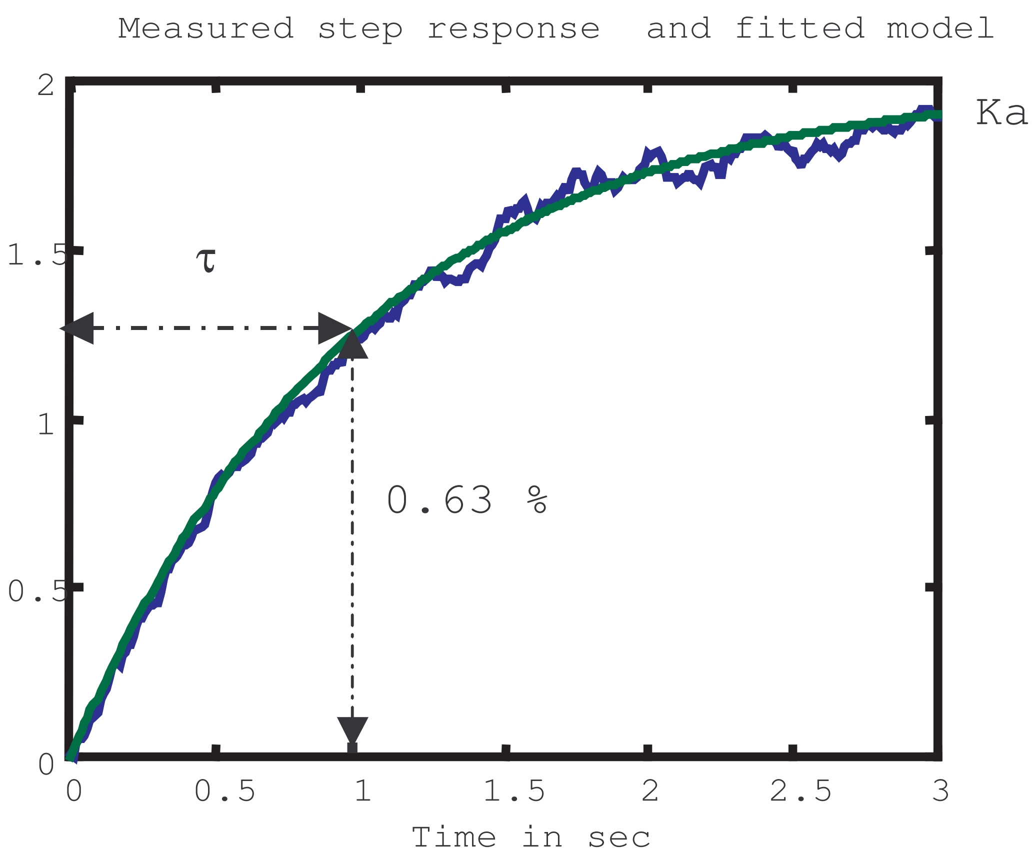
$$t = \tau :$$

$$y(\tau) = aK(1 - e^{-1})$$

$$= 0.63aK$$

Eksempel 1: Grafisk model tilpasning

Bestem forstærkning K og tidskonstant τ ved at tilpasse en første-ordens model til den målte step-respons:



I tidsdomænet:

$$y(t) = aK(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$t \rightarrow \infty :$$

$$y(\infty) = aK$$

$$\Rightarrow K = \frac{y(\infty)}{a}$$

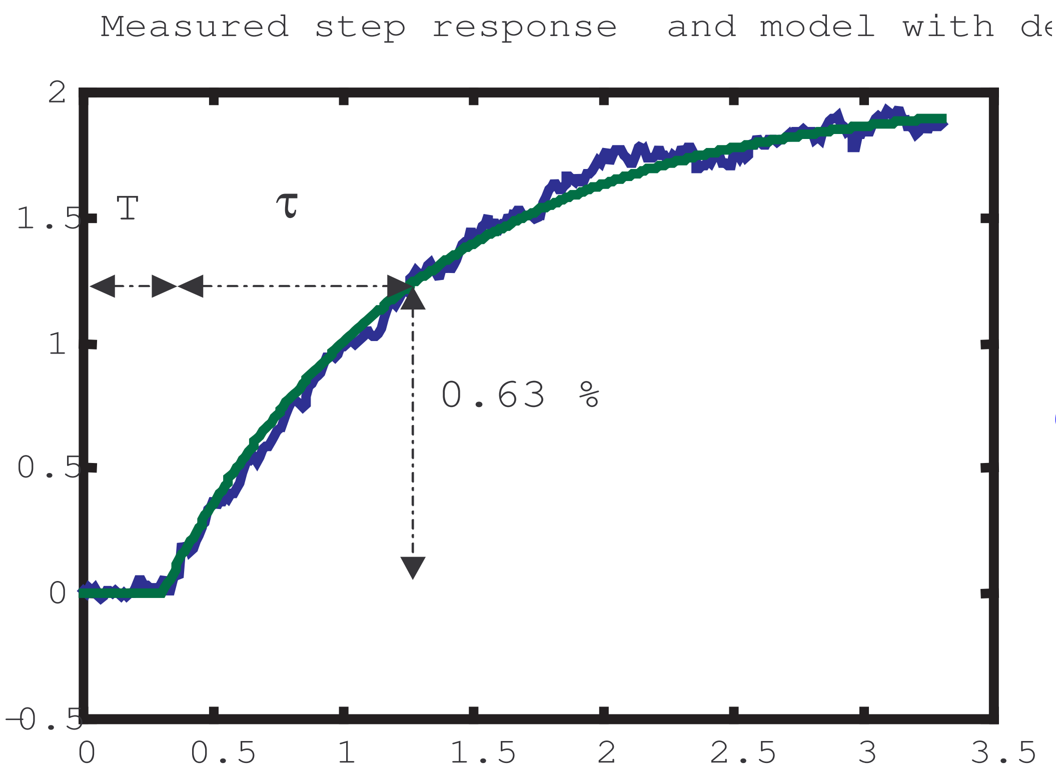
$$t = \tau :$$

$$y(\tau) = aK(1 - e^{-1})$$

$$= 0.63aK$$

Eksempel 2: Grafisk model tilpasning

Tilsvarende for et førsteordens-system med forsinkelse T:



Model:

$$G_m(s) = \frac{K}{1+s\tau}e^{-sT}$$

Systemidentifikationsmetoder

Metoderne er karakteriseret af modeltyperne:

- **Linear discrete-time model:** Klassisk systemidentifikation

Systemidentifikationsmetoder

Metoderne er karakteriseret af modeltyperne:

- **Linear discrete-time model:** Klassisk systemidentifikation
- **Neuralt netværk:** Meget ulineære systemer med en kompliceret struktur

Systemidentifikationsmetoder

Metoderne er karakteriseret af modeltyperne:

- **Linear discrete-time model:** Klassisk systemidentifikation
- **Neuralt netværk:** Meget ulineære systemer med en kompliceret struktur
- **Generel simulationsmodel:** Enhver matematisk model, som kan simuleres fx. med Matlab. Den kræver en fysisk realistisk model struktur, typisk udviklet ved teoretisk modellering.
  Metoden: Direkte estimering af fysiske parametre

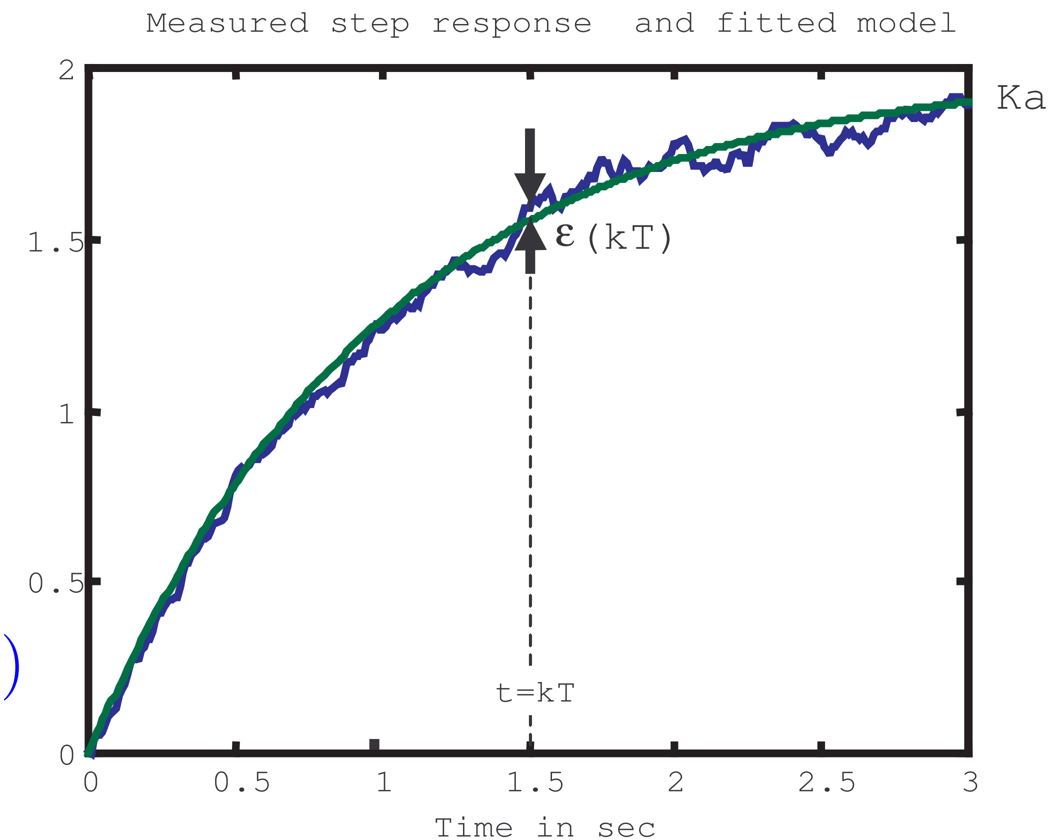
Computertilpasning ved minimering

Performance funktion:

$$P(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} \varepsilon^2(k, \theta)$$

Optimale parametre:

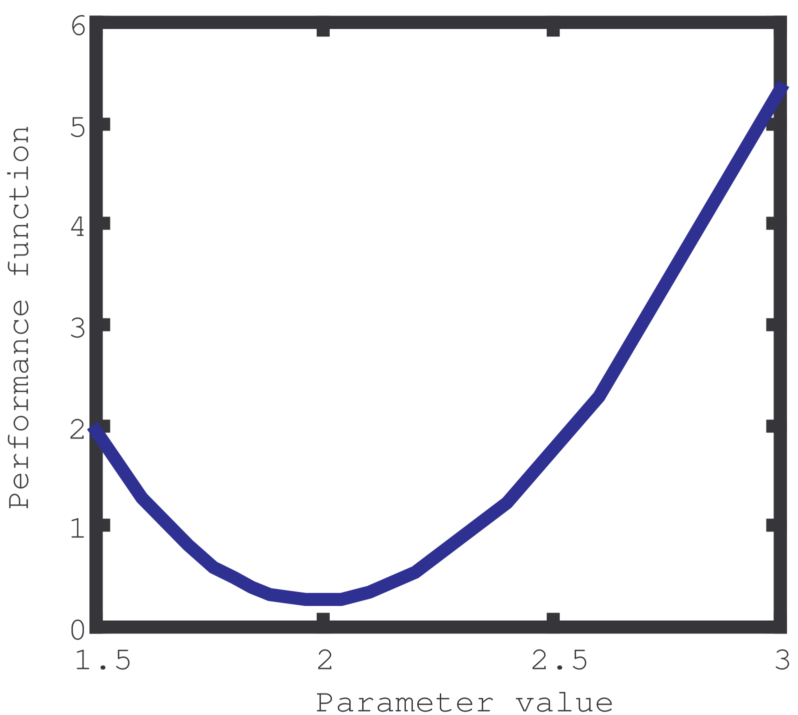
$$\theta_N = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}}\, P(u_N, y_N, \theta)$$



hvor T er samplingstiden og $\varepsilon(k, \theta) = y(kT) - y_m(kT, \theta)$.

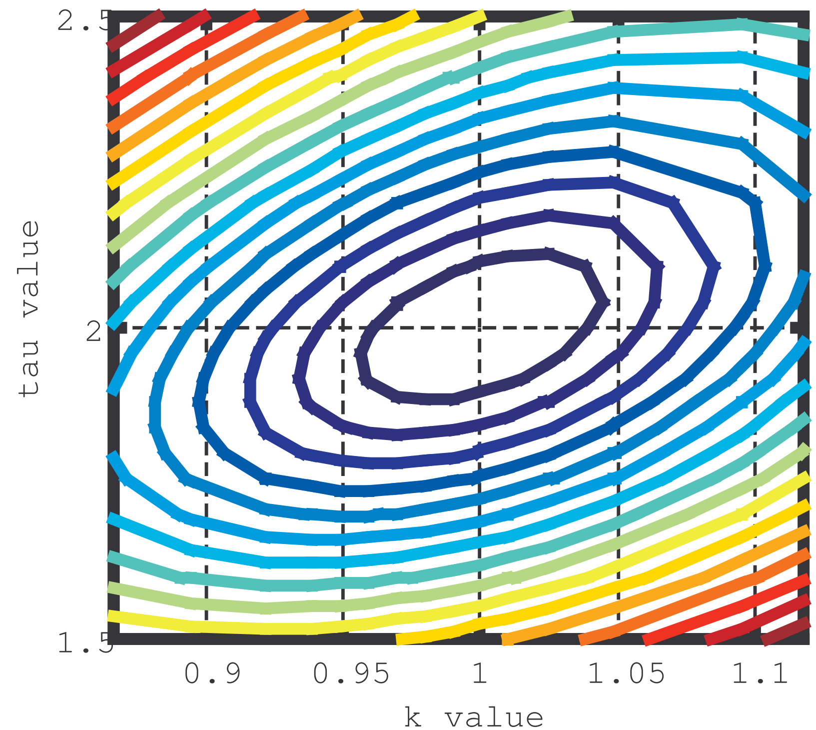
Performancefunktion som fkt. af θ

En parameter:



Model: $$\frac{Y_m(s)}{U(s)} = \frac{1}{1+s\tau}$$

To parametre:



Model: $$\frac{Y_m(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+s\tau}$$

Minimum af en funktion

Betingelser for minimum i $\theta = \theta_0$ af en fkt. af flere variable

$$P(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} (y(kT) - y_m(kT, \theta))^2$$

er, at gradientvektoren er nul: $G(\theta_0) = \frac{\partial P(\theta)}{\partial \theta}\Big|_{\theta=\theta_0} = 0$

og at Hessian matricen: $H(\theta_0) = \frac{\partial^2 P(\theta)}{\partial \theta \partial \theta^\top}\Big|_{\theta=\theta_0}$

er positiv definit, dvs. $v^\top H v > 0$ for alle $v \neq 0$.

Minimum af en funktion

Betingelser for minimum i $\theta = \theta_0$ af en fkt. af flere variable

$$P(\theta) = \frac{1}{2N}\sum_{k=1}^{N}(y(kT) - y_m(kT,\theta))^2$$

er, at gradientvektoren er nul: $G(\theta_0) = \frac{\partial P(\theta)}{\partial \theta}\Big|_{\theta=\theta_0} = 0$

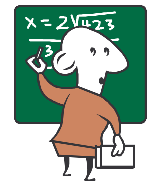
og at Hessian matricen: $H(\theta_0) = \frac{\partial^2 P(\theta)}{\partial \theta \partial \theta^\top}\Big|_{\theta=\theta_0}$

er positiv definit, dvs. $v^\top H v > 0$ for alle $v \neq 0$.

Problem: $G(\theta_0) = 0$ har generelt ingen eksplicit løsning!

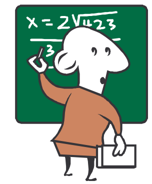
Numeriske metoder til at finde minimum

- Steepest descent

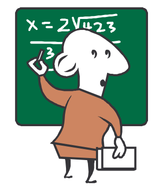


Numeriske metoder til at finde minimum

- Steepest descent



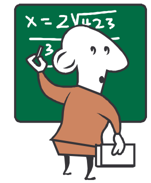
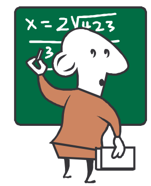
- Newtons metode

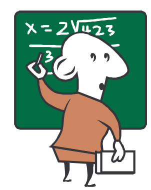


+

DEMO
Newtondemo.m

Numeriske metoder til at finde minimum

- Steepest descent 
- Newtons metode  +

  DEMO
  Newtondemo.m
- Gauss-Newton metoden 

Direkte estimering af fysiske parametre

- Bestem model output (simulation): $y_m(k) = F(u_n, \theta)$

Direkte estimering af fysiske parametre

- Bestem model output (simulation): $y_m(k) = F(u_n, \theta)$
- Bestem model gradienten ψ ved numerisk differentiation:

$$\psi_j(k, \theta) = \frac{y_m(k, \theta_j + \Delta\theta_j) - y_m(k, \theta_j)}{\Delta\theta_j}$$

Direkte estimering af fysiske parametre

- Bestem model output (simulation): $y_m(k) = F(u_n, \theta)$
- Bestem model gradienten ψ ved numerisk differentiation:
$$\psi_j(k,\theta) = \frac{y_m(k, \theta_j + \Delta\theta_j) - y_m(k, \theta_j)}{\Delta\theta_j}$$
- Bestem gradienten G og Hessian matricen H fra ψ:
$$G(\theta) = -\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \varepsilon(k,\theta)\psi(k,\theta),\ \widetilde{H}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \psi(k,\theta)\psi^{\top}(k,\theta)$$

Direkte estimering af fysiske parametre

- Bestem model output (simulation): $y_m(k) = F(u_n, \theta)$
- Bestem model gradienten ψ ved numerisk differentiation:

$$\psi_j(k,\theta) = \frac{y_m(k,\theta_j + \Delta\theta_j) - y_m(k,\theta_j)}{\Delta\theta_j}$$

- Bestem gradienten G og Hessian matricen H fra ψ:

$$G(\theta) = -\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \varepsilon(k,\theta)\psi(k,\theta),\ \widetilde{H}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \psi(k,\theta)\psi^{\top}(k,\theta)$$

- Bestem de parameter værdier der minimerer performance funktionen P vha. Gauss-Newton metoden

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \widetilde{H}^{-1}(\theta_i)G(\theta_i)$$

Næste Forelæsning

Næste gang ser vi på:

- Modeller og modellering: koncepter
- Modelbeskrivelse
- Diskretiseringsmetoder
- Simulering af lineære og ulineære dynamiske systemer i Matlab