Simulering og eksperimentel modelbestemmelse

Henrik Vie Christensen

vie@control.aau.dk

Department of Control Engineering

Aalborg University

Denmark

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation
2. Modellering, modelbeskrivelse og simulering

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation
2. Modellering, modelbeskrivelse og simulering
3. Senstools til parameterestimering

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation
2. Modellering, modelbeskrivelse og simulering
3. Senstools til parameterestimering
4. Parameter nøjagtighed og følsomhed, Frekvensdomænet

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation
2. Modellering, modelbeskrivelse og simulering
3. Senstools til parameterestimering
4. Parameter nøjagtighed og følsomhed, Frekvensdomænet
5. Design af inputsignaler

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.

Morten Knudsen

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.

Morten Knudsen

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver model struktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.

Morten Knudsen

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver model struktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.
- Stokastiskeaspekter er reduceret til et minimum.

Morten Knudsen

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver model struktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.
- Stokastiskeaspekter er reduceret til et minimum.
- Robust over for afvigelser fra teoretiske antagelser.

Morten Knudsen

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver model struktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.
- Stokastiskeaspekter er reduceret til et minimum.
- Robust over for afvigelser fra teoretiske antagelser.
- Et følsomheds metode brugbar til valg af model struktur, eksperiment design, og nøjagtighedsverifikation.

Eksperimentel modelbestemmelse, Senstools

Metodens fordele:

- En simpel grundlæggende metode, illustreret grafisk.
- Modeller i kontinuert tid med fysisk betydende parametre.
- Enhver model struktur kan anvendes, lineær, ulineær, fordelte parametre, tidsforsinkelse, etc.
- Stokastiskeaspekter er reduceret til et minimum.
- Robust over for afvigelser fra teoretiske antagelser.
- Et følsomheds metode brugbar til valg af model struktur, eksperiment design, og nøjagtighedsverifikation.
- Alt i alt, kompatibel med fysisk indsigt.

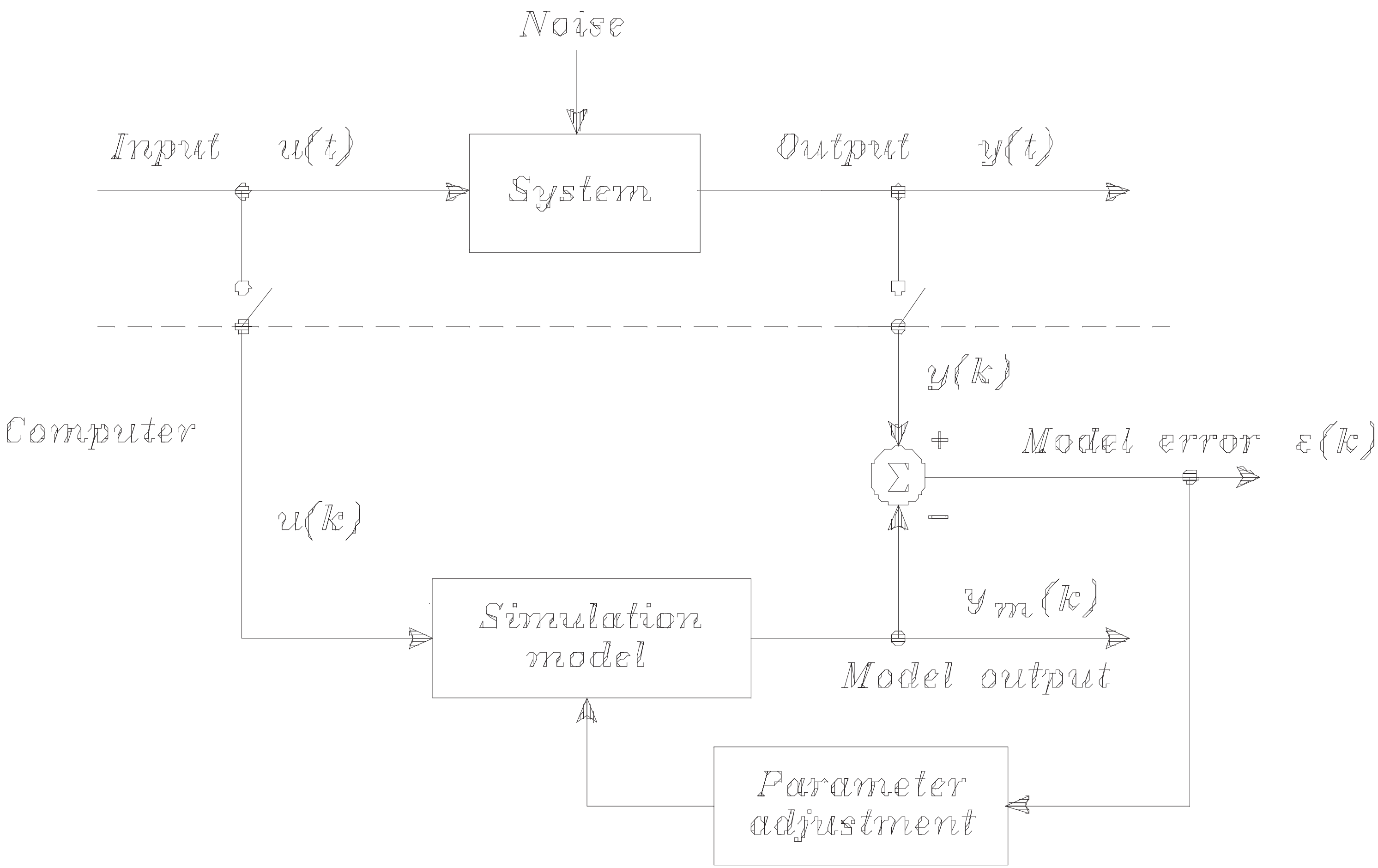
Morten Knudsen

Applikationer

Senstools og følsomhedsmetoden for eksperimentel modellering er blevet anvendt i mange forsknings og studenter projekter. Eksempler er:

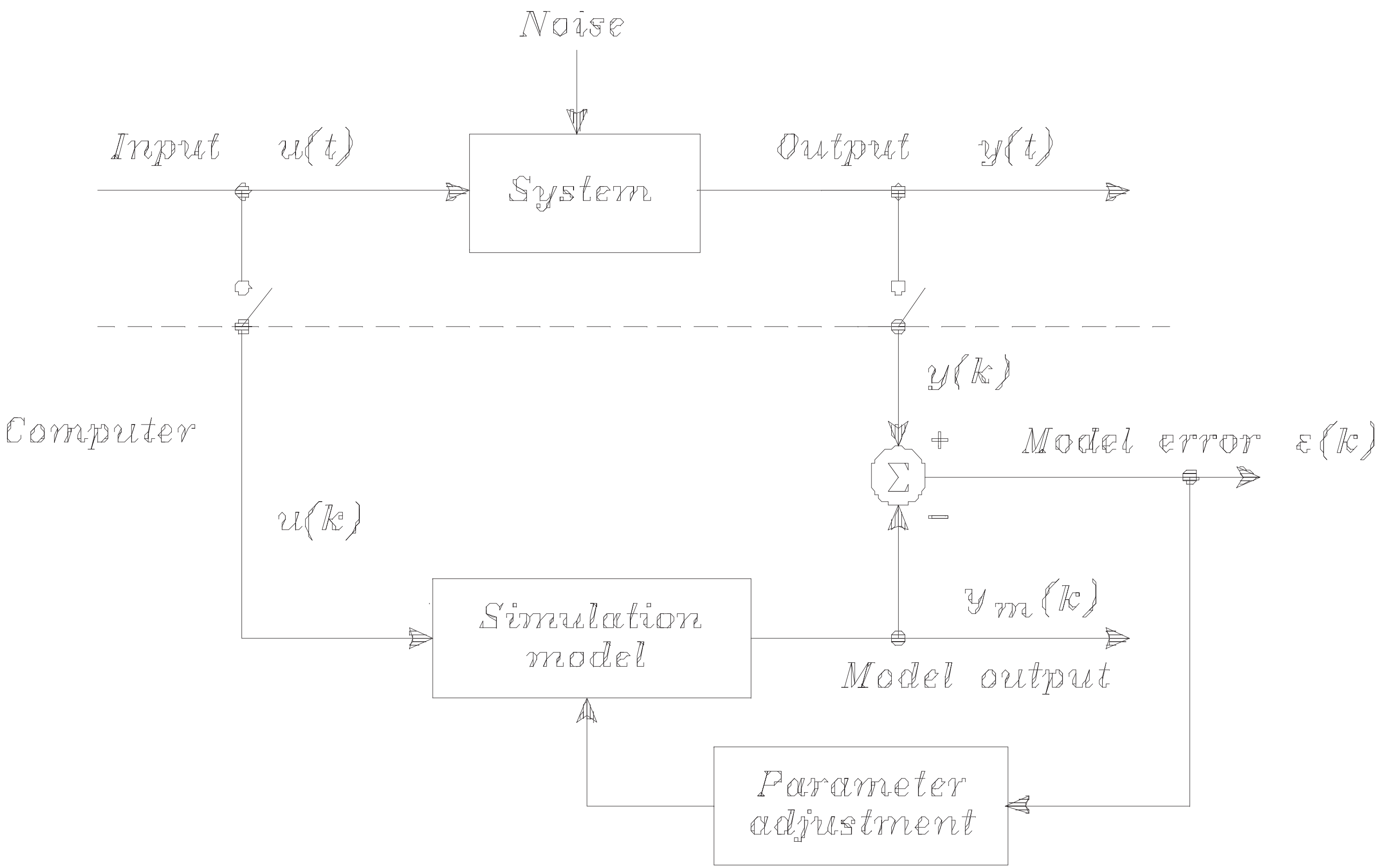
- Skibs- og maritime systemer
- Vindmøller
- Højtalere
- Induktions- og DC-motore
- Varmevekslere
- Menneskeligt væv for hypertermi-terapi mod kræft
- Nyre og cerebellar blodgennemstrømning

Procedure for eksperimentel modellering



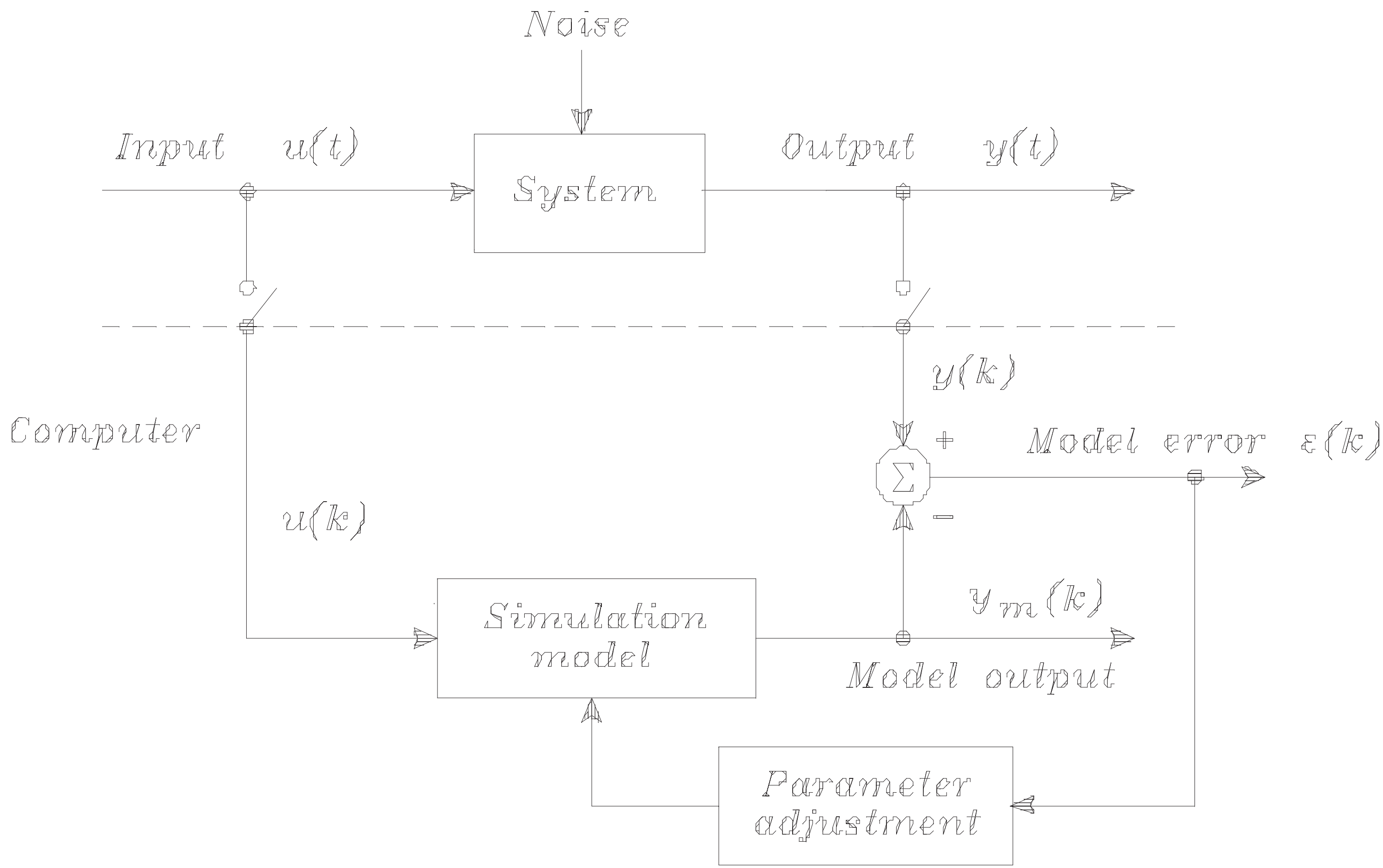
Bestemmelse af modelstruktur: Modelstrukturen er bestemt af basal fysisk indsigt og empiriske overvejelser. En "simuleringsmodel" konstrueres.

Procedure for eksperimentel modellering



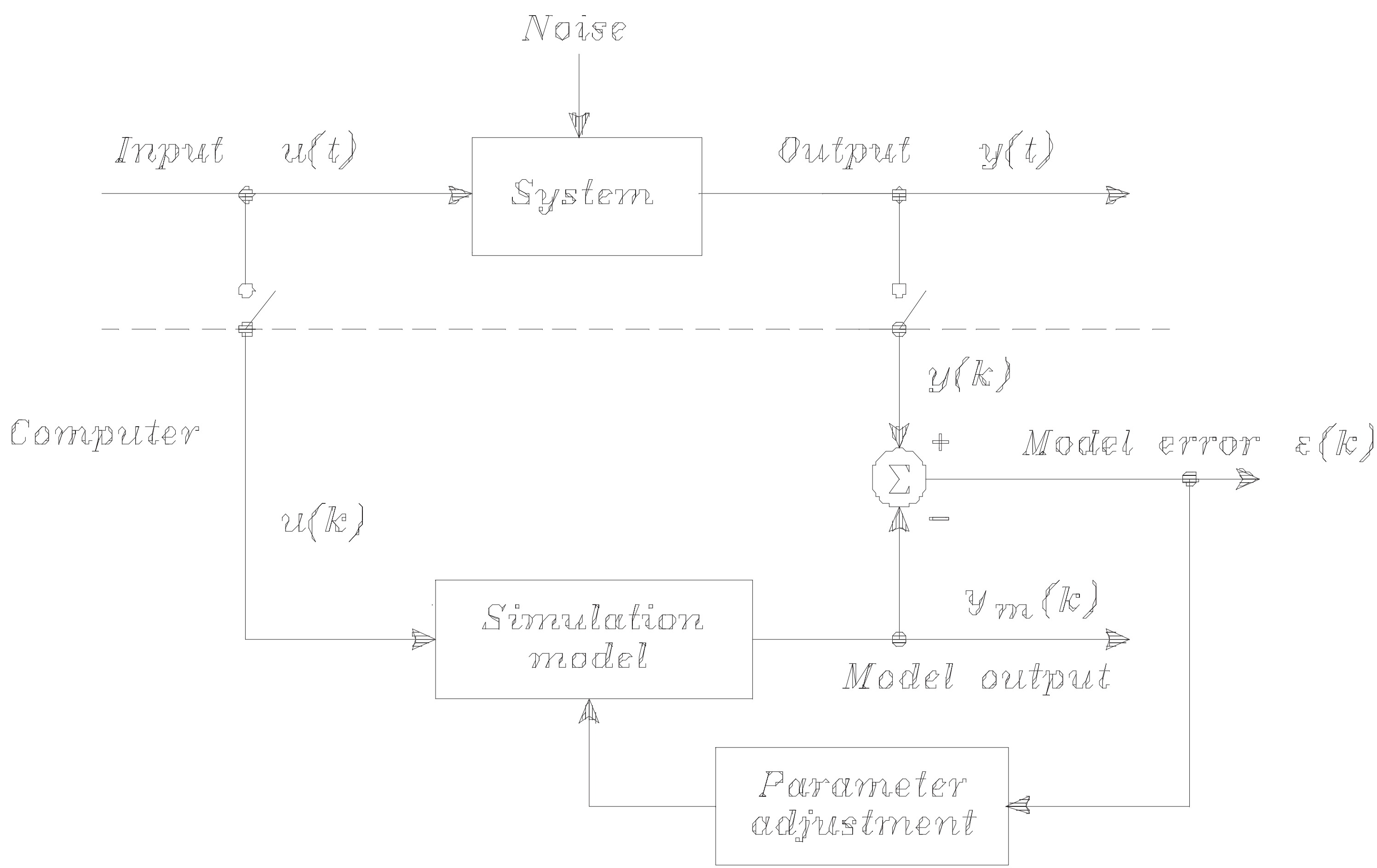
Eksperiment design: Specielt vigtigt er et “godt” inputsignal.

Procedure for eksperimentel modellering



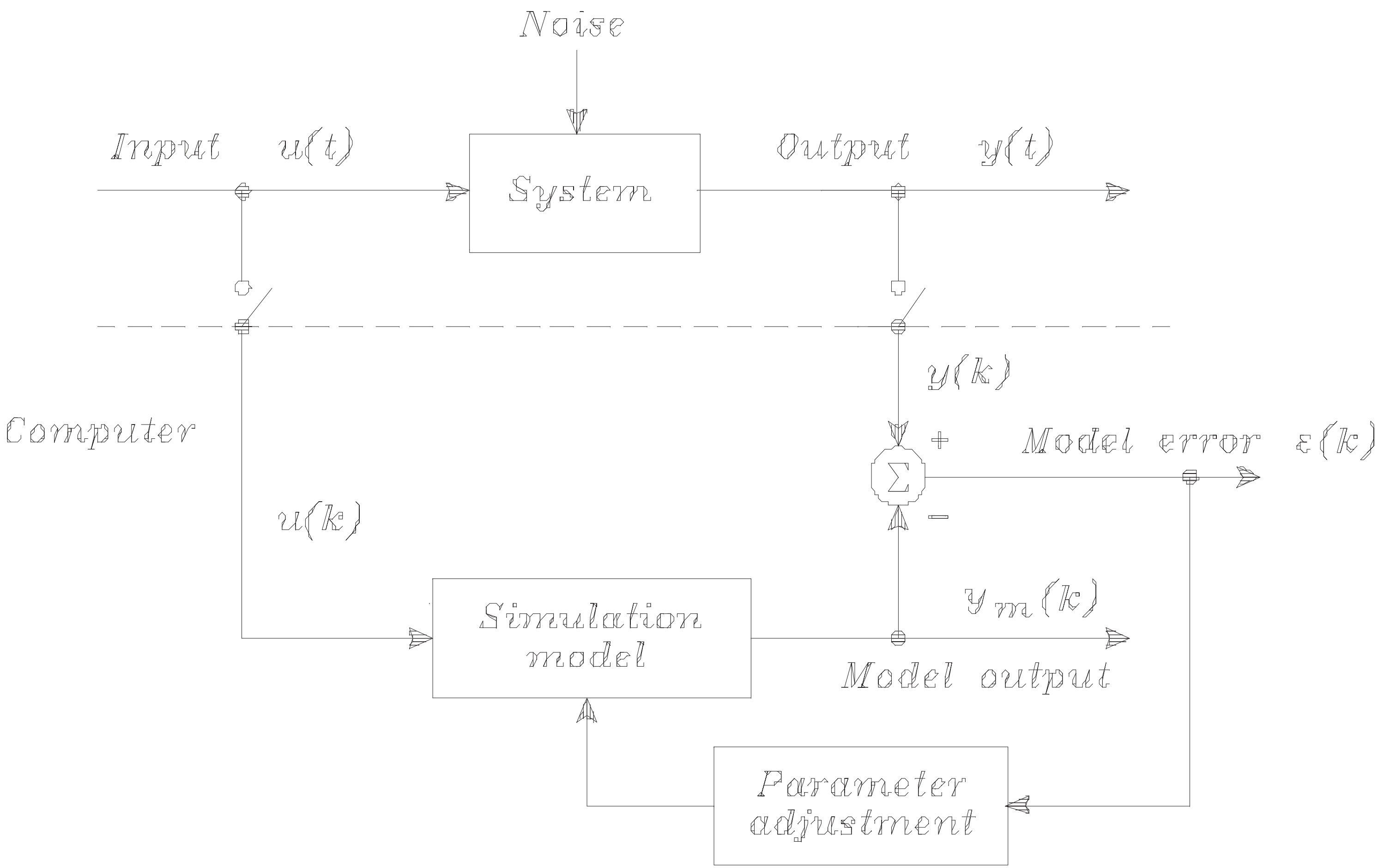
Eksperiment: Systemet exciteres med inputsignalet og overensstemmende værdier af input- og outputsignaler samples og gemmes.

Procedure for eksperimentel modellering



Parameter estimation: Simulationsmodellens parametre justeres til minimum afvigelse mellem det samplede system output og modellen.

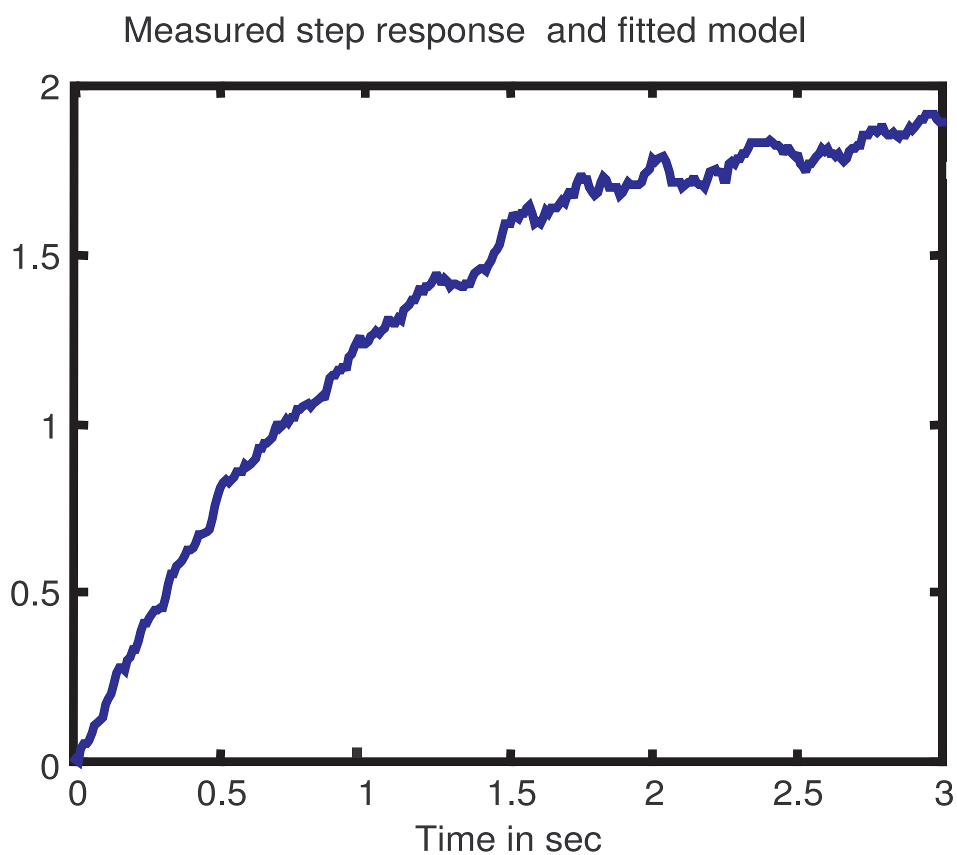
Procedure for eksperimentel modellering



Model validering: Korrektheden af modelstrukturen og nøjagtigheden af parameter estimaterne kontrolleres.

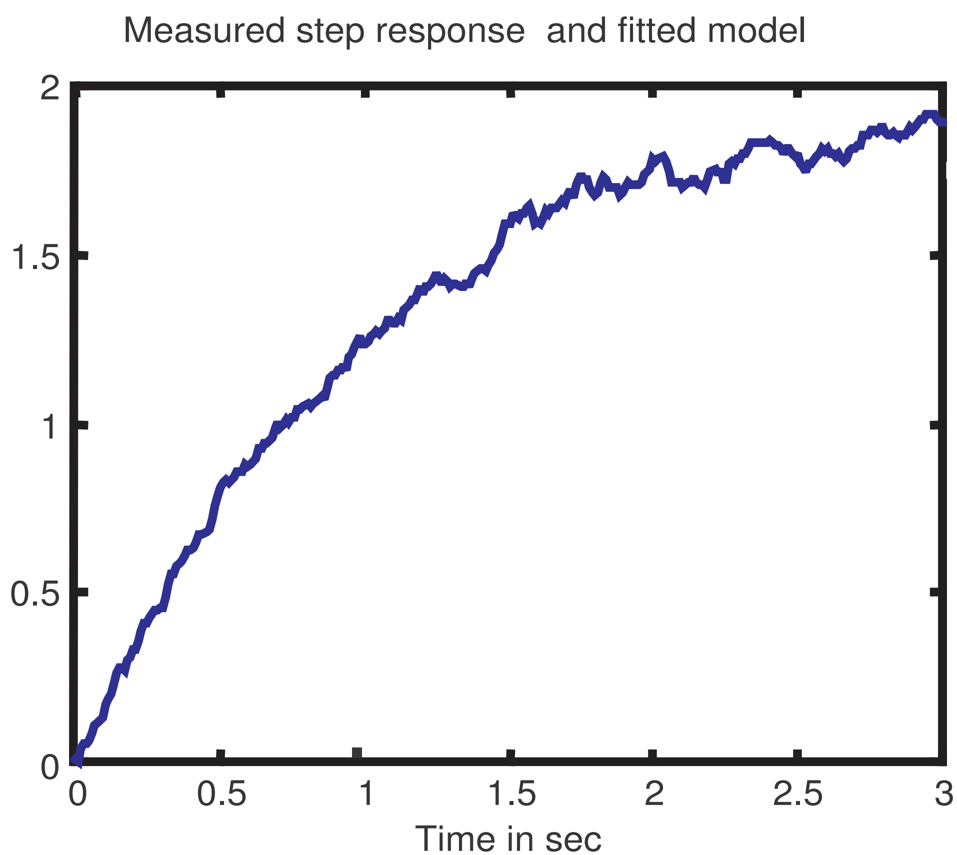
Eksempel 1: Grafisk model tilpasning

Bestem forstærkning K og tidskonstant τ ved at tilpasse en første-ordens model til den målte step-respons:



Eksempel 1: Grafisk model tilpasning

Bestem forstærkning K og tidskonstant τ ved at tilpasse en første-ordens model til den målte step-respons:



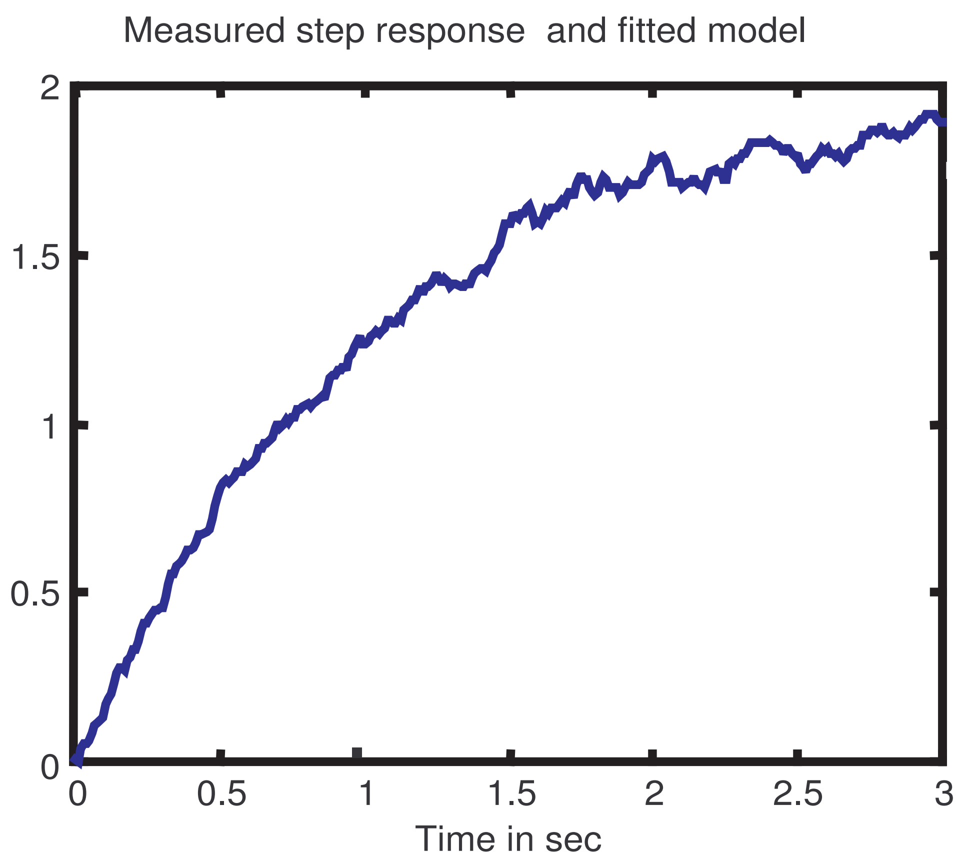
Model:
$G_m(s) = \frac{K}{1+s\tau}$

Input: (step)
$U(s) = \frac{a}{s}$

Step respons:
$Y(s) = \frac{aK}{s(1+s\tau)}$

Eksempel 1: Grafisk model tilpasning

Bestem forstærkning K og tidskonstant τ ved at tilpasse en første-ordens model til den målte step-respons:



I tidsdomænet:

$$y(t) = aK(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$t \rightarrow \infty :$$

$$y(\infty) = aK$$

$$\Rightarrow K = \frac{y(\infty)}{a}$$

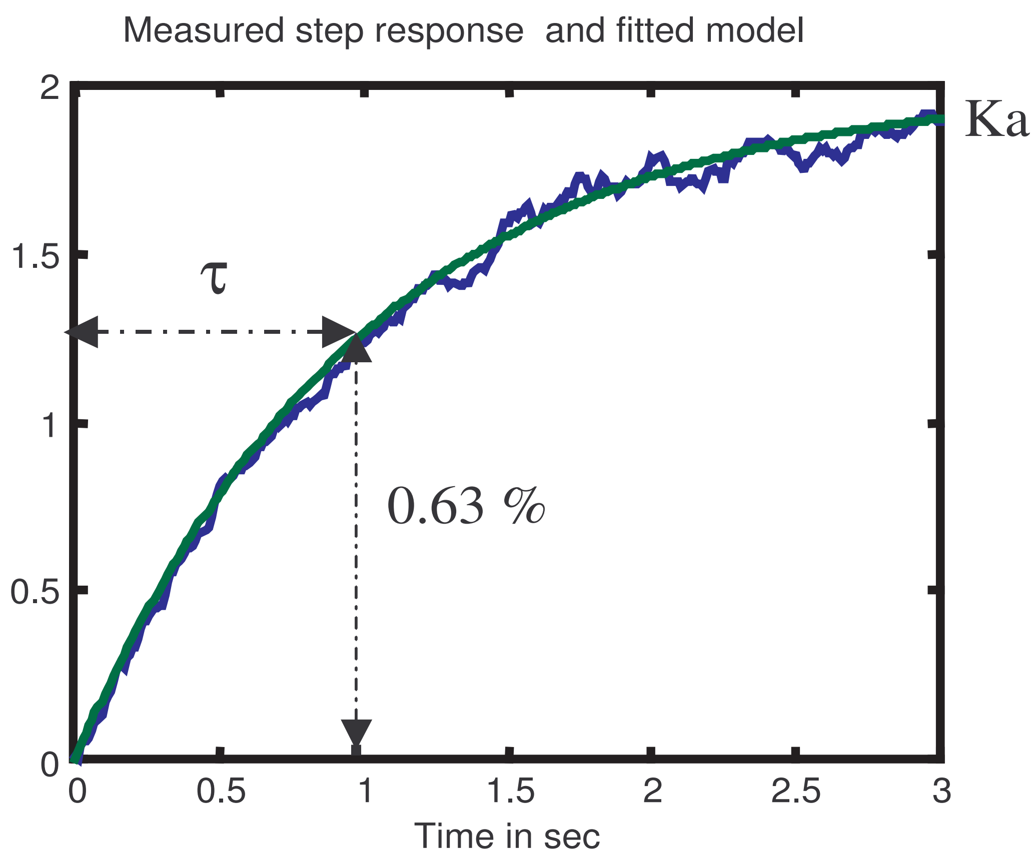
$$t = \tau :$$

$$y(\tau) = aK(1 - e^{-1})$$

$$= 0.63aK$$

Eksempel 1: Grafisk model tilpasning

Bestem forstærkning K og tidskonstant τ ved at tilpasse en første-ordens model til den målte step-respons:



I tidsdomænet:

$$y(t) = aK(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$t \to \infty$:

$$y(\infty) = aK$$

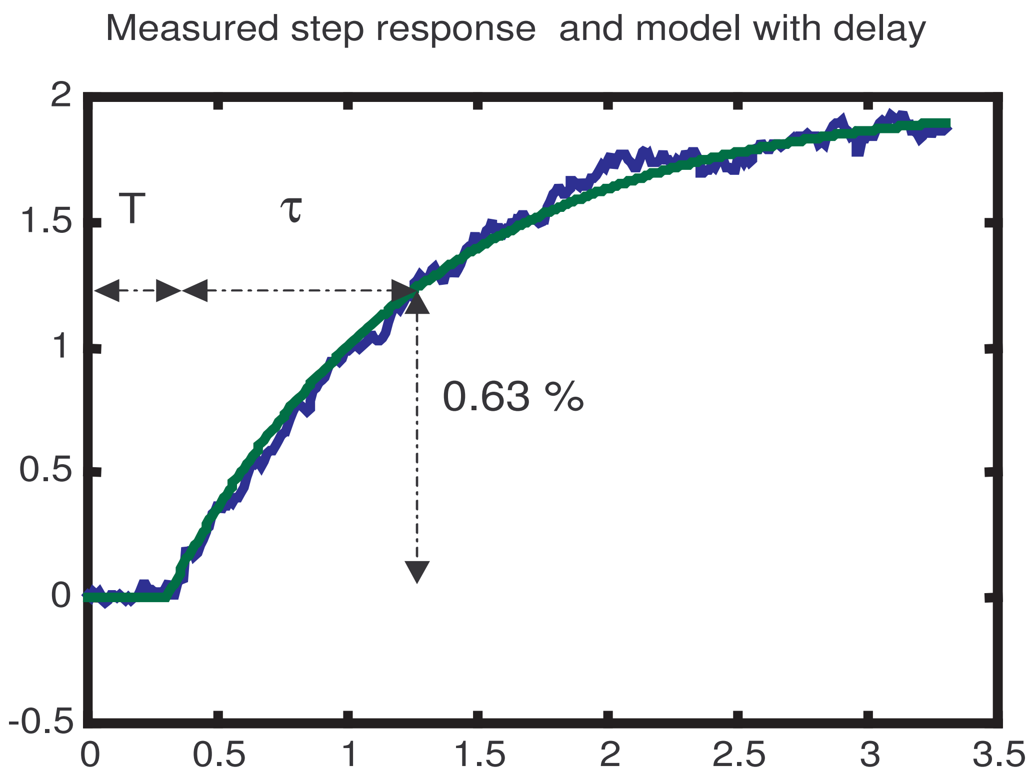
$$\Rightarrow K = \frac{y(\infty)}{a}$$

$t = \tau$:

$$y(\tau) = aK(1 - e^{-1})$$
$$= 0.63aK$$

Eksempel 2: Grafisk model tilpasning

Tilsvarende for et førsteordens-system med forsinkelse T:



Model:

$G_m(s) = \frac{K}{1+s\tau} e^{-sT}$

Systemidentifikationsmetoder

Metoderne er karakteriseret af modeltyperne:

- **Linear diskrete-time model:** Klassisk systemidentifikation

Systemidentifikationsmetoder

Metoderne er karakteriseret af modeltyperne:

- **Linear diskrete-time model:** Klassisk systemidentifikation
- **Neuraltnetværk:** Meget ulineære systemer med en kompliceret struktur

Systemidentifikationsmetoder

Metoderne er karakteriseret af modeltyperne:

- **Linear diskrete-time model:** Klassisk systemidentifikation
- **Neuraltnetværk:** Meget ulineære systemer med en kompliceret struktur
- **Generel simulationsmodel:** Enhver matematisk model, som kan simuleres fx. med Matlab. Den kræver en fysisk realistisk model struktur, typisk udviklet ved teoretisk modellering.
  Metoden: Direkte estimering af fysiske parametre

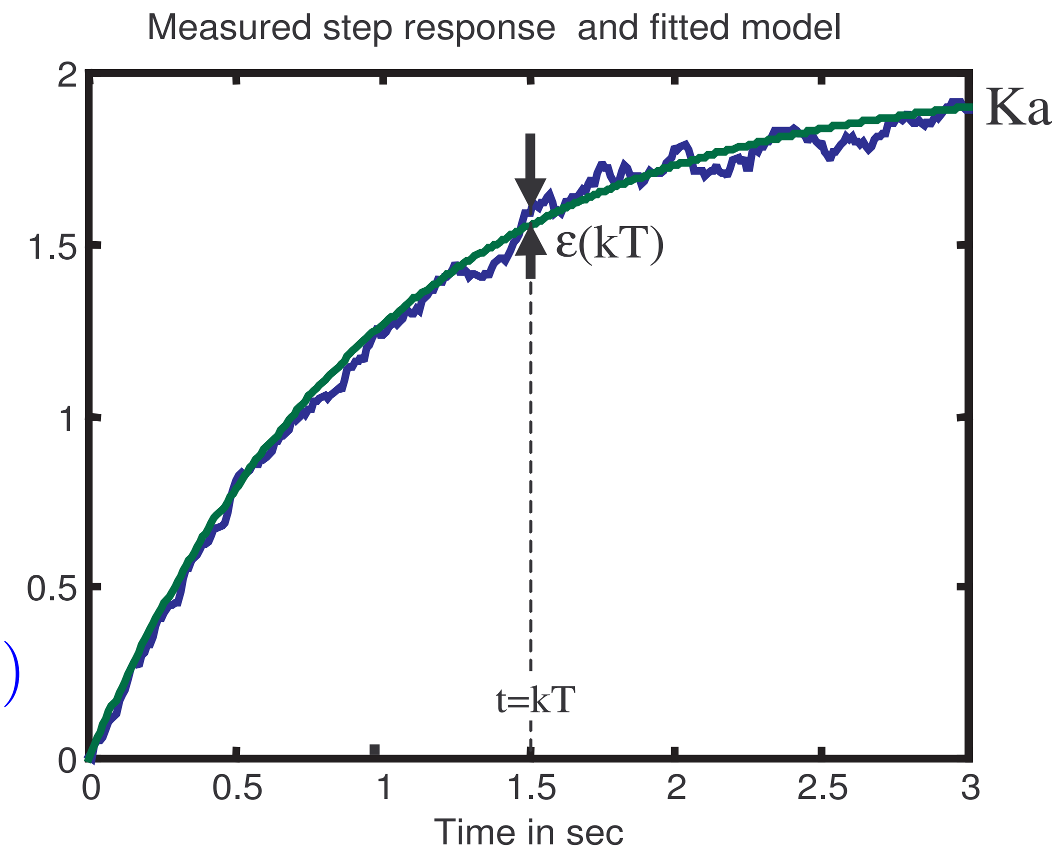
Computer tilpasning ved minimering

Performance funktion:

$$P(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} \varepsilon^2(k, \theta)$$

Optimale parametre:

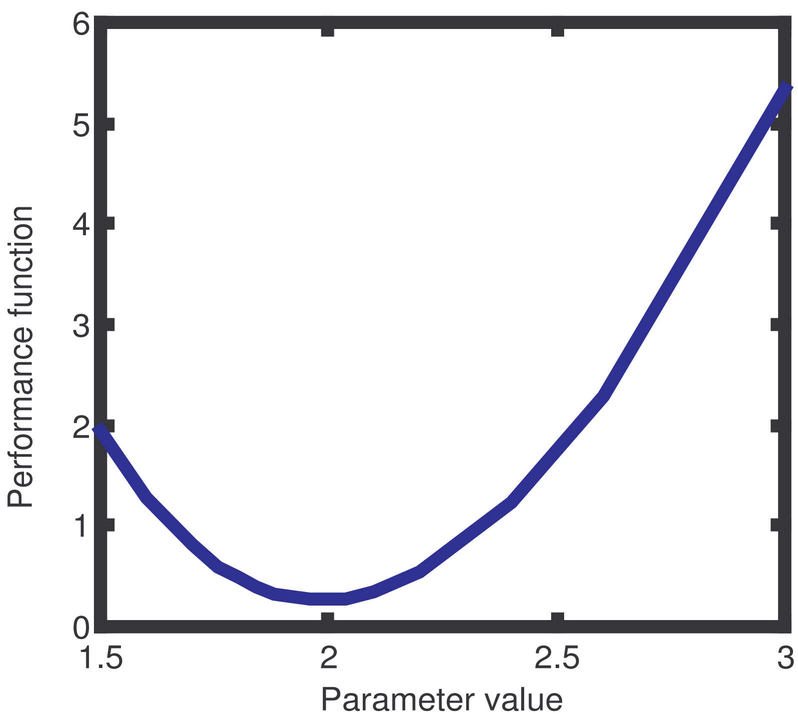
$$\theta_N = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} P(u_N, y_N, \theta)$$



hvor T er samplingstiden og $\varepsilon(k, \theta) = y(kT) - y_m(kT, \theta)$.

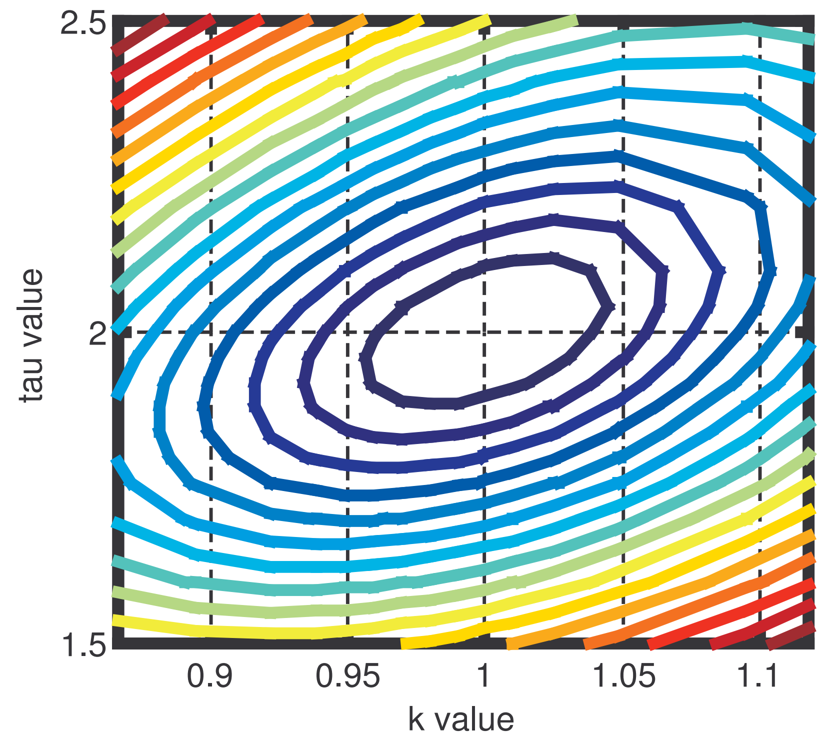
Performance funktion som fkt. af θ

En parameter:



Model: $$\frac{Y_m(s)}{U(s)} = \frac{1}{1+s\tau}$$

To parametre:



Model: $$\frac{Y_m(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+s\tau}$$

Minimum af en funktion

Betingelser for minimum i $\theta = \theta_0$ af en fkt. af flere variable

$$P(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} (y(kT) - y_m(kT, \theta))^2$$

er, at gradient vektoren er nul: $G(\theta_0) = \left.\frac{\partial P(\theta)}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_0} = 0$

og at Hessian matricen: $H(\theta_0) = \left.\frac{\partial^2 P(\theta)}{\partial \theta \partial \theta^\top}\right|_{\theta=\theta_0}$

er positiv definit, dvs. $v^\top H v > 0$ for alle $v \neq 0$.

Minimum af en funktion

Betingelser for minimum i $\theta = \theta_0$ af en fkt. af flere variable

$$P(\theta) = \frac{1}{2N}\sum_{k=1}^{N}(y(kT) - y_m(kT,\theta))^2$$

er, at gradient vektoren er nul: $G(\theta_0) = \frac{\partial P(\theta)}{\partial \theta}\Big|_{\theta=\theta_0} = 0$

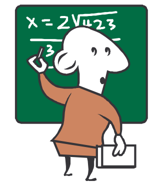
og at Hessian matricen: $H(\theta_0) = \frac{\partial^2 P(\theta)}{\partial\theta\partial\theta^\top}\Big|_{\theta=\theta_0}$

er positiv definit, dvs. $v^\top H v > 0$ for alle $v \neq 0$.

Problem: $G(\theta_0) = 0$ har generelt ingen eksplicit løsning!

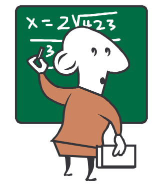
Numeriske metoder til at finde minimum

- Steepest descent

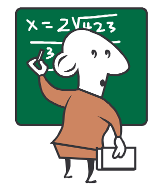


Numeriske metoder til at finde minimum

- Steepest descent



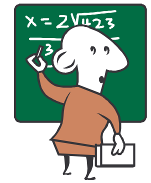
- Newtons metode



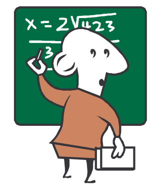
+ DEMO

Numeriske metoder til at finde minimum

- Steepest descent

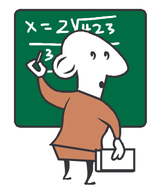


- Newtons metode



+ DEMO

- Gauss-Newton metoden



Direkte estimering af fysiske parametre

- Bestem model output (simulation): $y_m(k) = F(u_n, \theta)$

Direkte estimering af fysiske parametre

- Bestem model output (simulation): $y_m(k) = F(u_n, \theta)$
- Bestem model gradienten ψ ved numerisk differentiation:

$$\psi_j(k,\theta) = \frac{y_m(k, \theta_j + \Delta\theta_j) - y_m(k, \theta_j)}{\Delta\theta_j}$$

Direkte estimering af fysiske parametre

- Bestem model output (simulation): $y_m(k) = F(u_n, \theta)$
- Bestem model gradienten ψ ved numerisk differentiation:

$$\psi_j(k, \theta) = \frac{y_m(k, \theta_j + \Delta\theta_j) - y_m(k, \theta_j)}{\Delta\theta_j}$$

- Bestem gradienten G og Hessian matricen H fra ψ:

$$G(\theta) = -\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \varepsilon(k, \theta)\psi(k, \theta), \ \widetilde{H}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \psi(k, \theta)\psi^{\top}(k, \theta)$$

Direkte estimering af fysiske parametre

- Bestem model output (simulation): $y_m(k) = F(u_n, \theta)$
- Bestem model gradienten ψ ved numerisk differentiation:
$$\psi_j(k,\theta) = \frac{y_m(k, \theta_j + \Delta\theta_j) - y_m(k,\theta_j)}{\Delta\theta_j}$$
- Bestem gradienten G og Hessian matricen H fra ψ:
$$G(\theta) = -\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \varepsilon(k,\theta)\psi(k,\theta),\ \widetilde{H}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \psi(k,\theta)\psi^\top(k,\theta)$$
- Bestem de parameter værdier der minimerer performance funktionen P vha. Gauss-Newton metoden
$$\theta_{i+1} = \theta_i - \widetilde{H}^{-1}(\theta_i)G(\theta_i)$$

Næste Forelæsning

Næste gang ser vi på:

- Modeller og modellering: koncepter
- Model beskrivelse
- Diskritiseringsmetoder
- Simulering af lineære og ulineære dynamiske systemer i Matlab