Simulering og eksperimentel modelbestemmelse

Henrik Vie Christensen

vie@control.aau.dk

Department of Control Engineering

Aalborg University

Denmark

Dagens program

- Frekvens-domæne
  - Tids-domæne fit i frekvens-domænet
  - Parameter fit i frekvens-domænet

Dagens program

- Frekvens-domæne
  - Tids-domæne fit i frekvens-domænet
  - Parameter fit i frekvens-domænet
- Praktiske forhold
  - Målinger og offset
  - DC-motor eksempel

Dagens program

- Frekvens-domæne
  - Tids-domæne fit i frekvens-domænet
  - Parameter fit i frekvens-domænet
- Praktiske forhold
  - Målinger og offset
  - DC-motor eksempel
- Resume af kurset

Frekvens-domæne

Model fejlen i tids-domænet (støj ignoreret):

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = (G_0(q) - G(k,\theta))u(k)$$

Frekvens-domæne

Model fejlen i tids-domænet (støj ignoreret):

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = (G_0(q) - G(k,\theta))u(k)$$

Diskret Fouriertransformation af endeligt signal:

$$U_N(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^{N} u(k) e^{-j\omega k}$$

Frekvens-domæne

Model fejlen i tids-domænet (støj ignoreret):

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = (G_0(q) - G(k,\theta))u(k)$$

Diskret Fouriertransformation af endeligt signal:

$$U_N(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^{N} u(k) e^{-j\omega k}$$

og den inverse DFT:

$$u(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=1}^{N} U_N(\omega_l) e^{j\omega_l k}$$

hvor $\omega_l = \frac{2\pi l}{N}$.

Frekvens-domæne

Parsevals lighed:

$$\sum_{k=1}^{N} u^2(k) = \sum_{l=1}^{N} |U_N(\omega_l)|^2$$

Frekvens-domæne

Parsevals lighed:

$$\sum_{k=1}^{N} u^2(k) = \sum_{l=1}^{N} |U_N(\omega_l)|^2$$

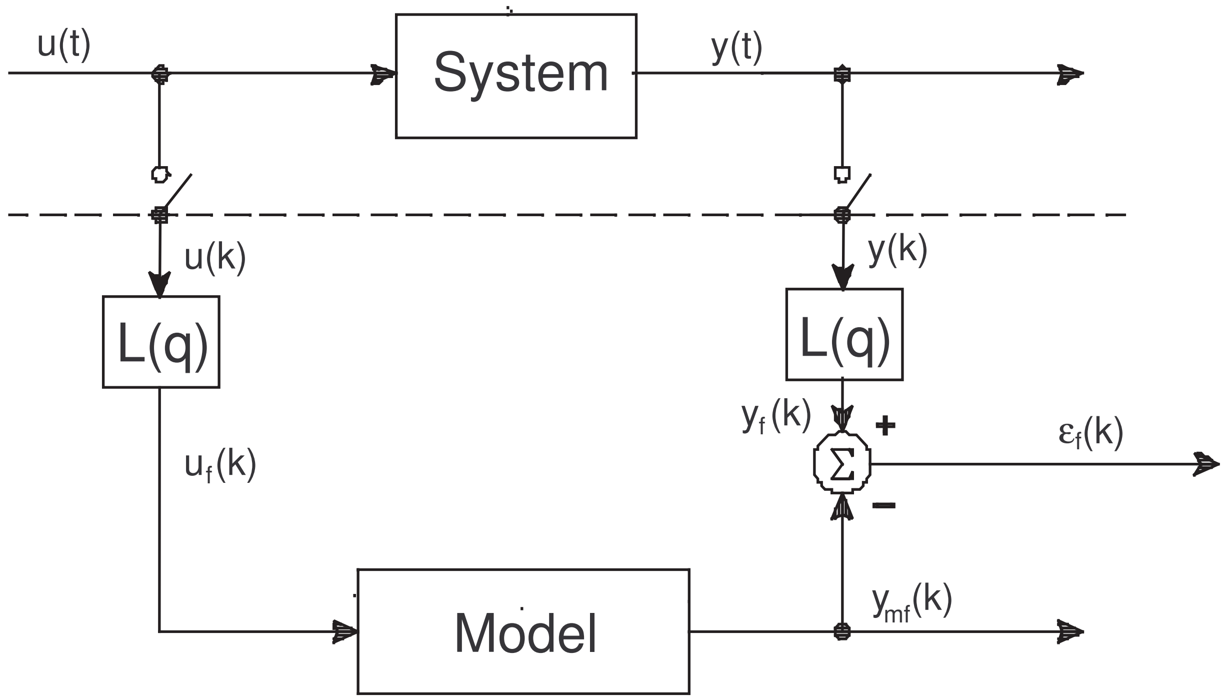
Performancefunktion tids $\rightarrow$ frekvens-domæne

$$P_N(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} \epsilon^2(k,\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} |E_N(\tfrac{2\pi l}{N})|^2$$

$$= \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} |G_0(\omega_l) - G(\omega_l,\theta)|^2 |U_N(\omega_l)|^2$$

Prefiltre

Prefiltre er digitale filtre på input og output signalerne
Lineært system:

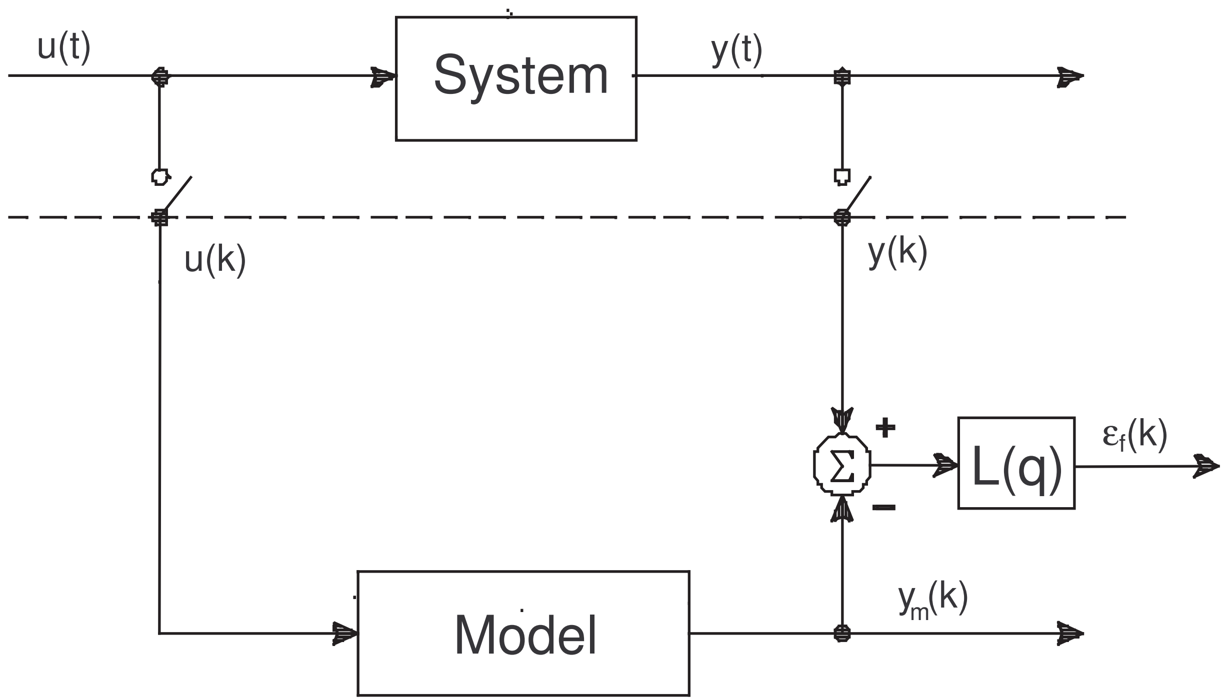


$\epsilon_f(k) = L(q)\epsilon(k)$, dvs. ekstra vægtning $L(q)$.

Samlet vægtning: $Q(\omega) = |L(\omega)|^2 |U_N(\omega)|^2$

Prefiltre

Prefiltre er digitale filtre på input og output signalerne
Ulineær model:



$\epsilon_f(k) = L(q)\epsilon(k)$, dvs. ekstra vægtning $L(q)$.

Samlet vægtning: $Q(\omega) = |L(\omega)|^2 |U_N(\omega)|^2$

Parameter fit i frekvens-domænet

Model parametrene kan bestemmes i frekvens-domænet, når der er målt frekvens respons for systemet.

Performancefunktion:

$$P_f(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} |G_{0f}(j\omega_k) - G_f(j\omega_k, \theta)|^2$$

Parameter fit i frekvens-domænet

Model parametrene kan bestemmes i frekvens-domænet, når der er målt frekvens respons for systemet.

Performancefunktion:

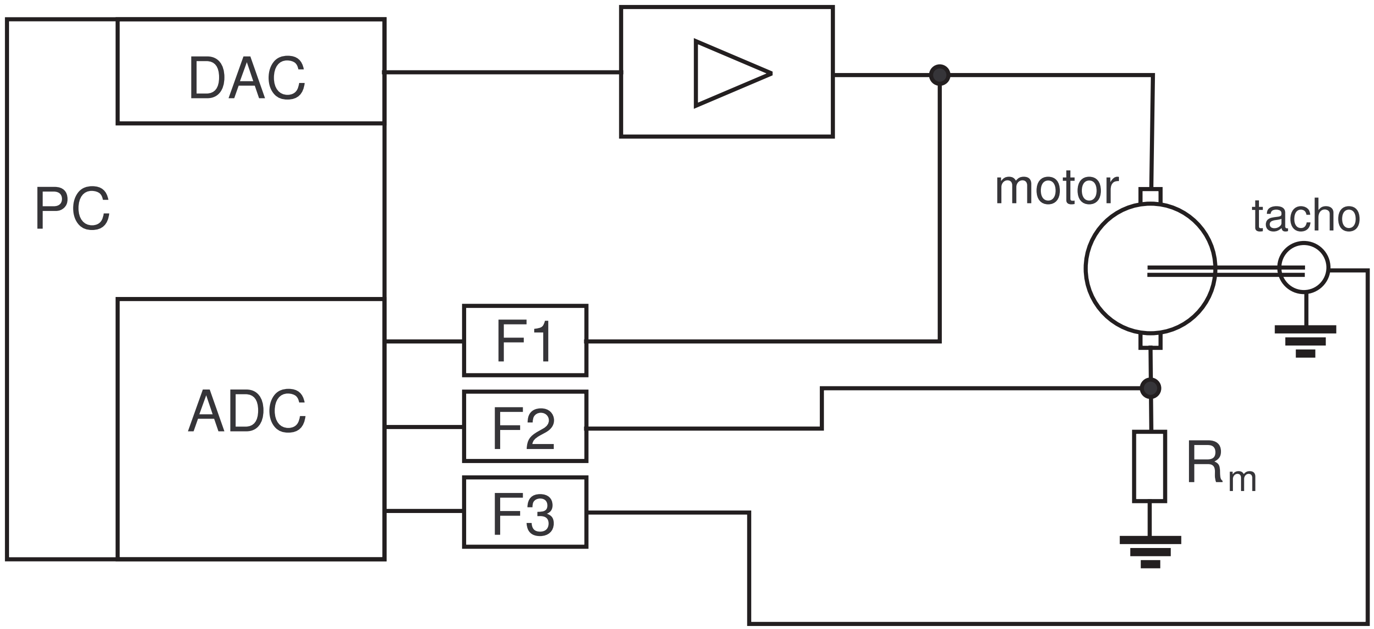
$$P_f(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} \left| G_{0f}(j\omega_k) - G_f(j\omega_k, \theta) \right|^2$$

Igen kan frekvensvægtning opnås ved at vælge forskellig input amplitude.

Reel- og imaginærdel behandles på samme måde som to output i tids-domænet.

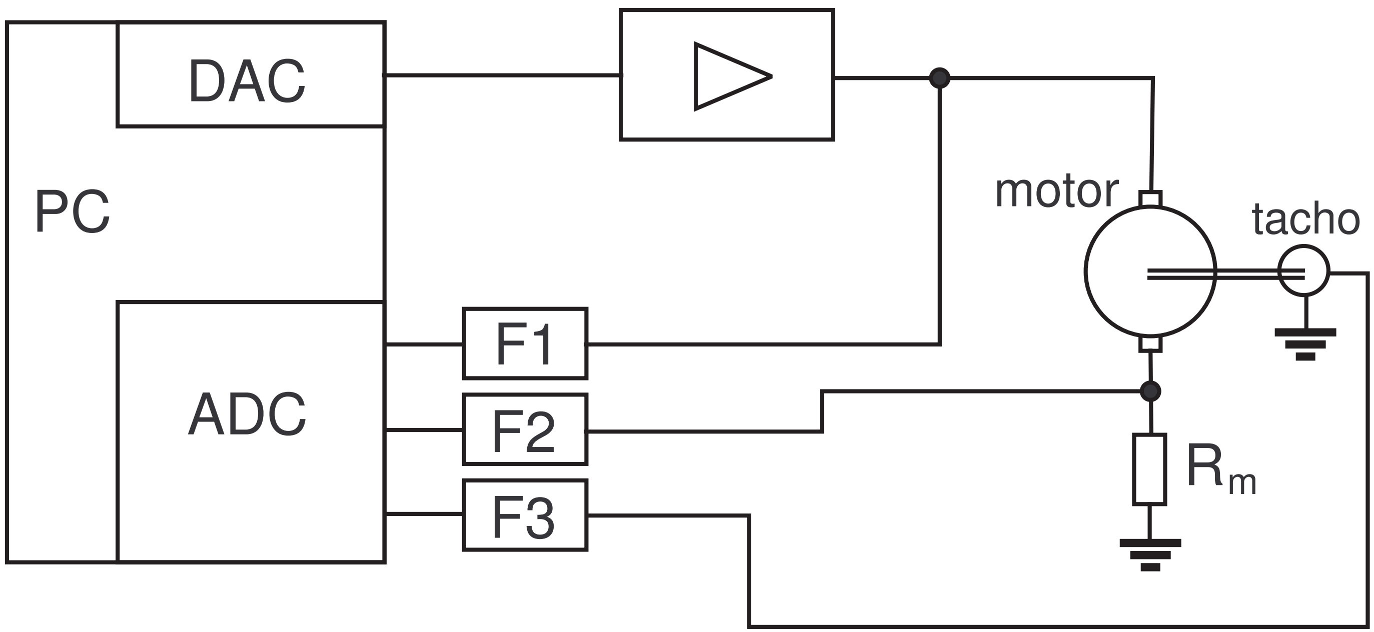
Praktiske forhold ved eksperimenter

Måleopstilling for DC-motor:



Praktiske forhold ved eksperimenter

Måleopstilling for DC-motor:

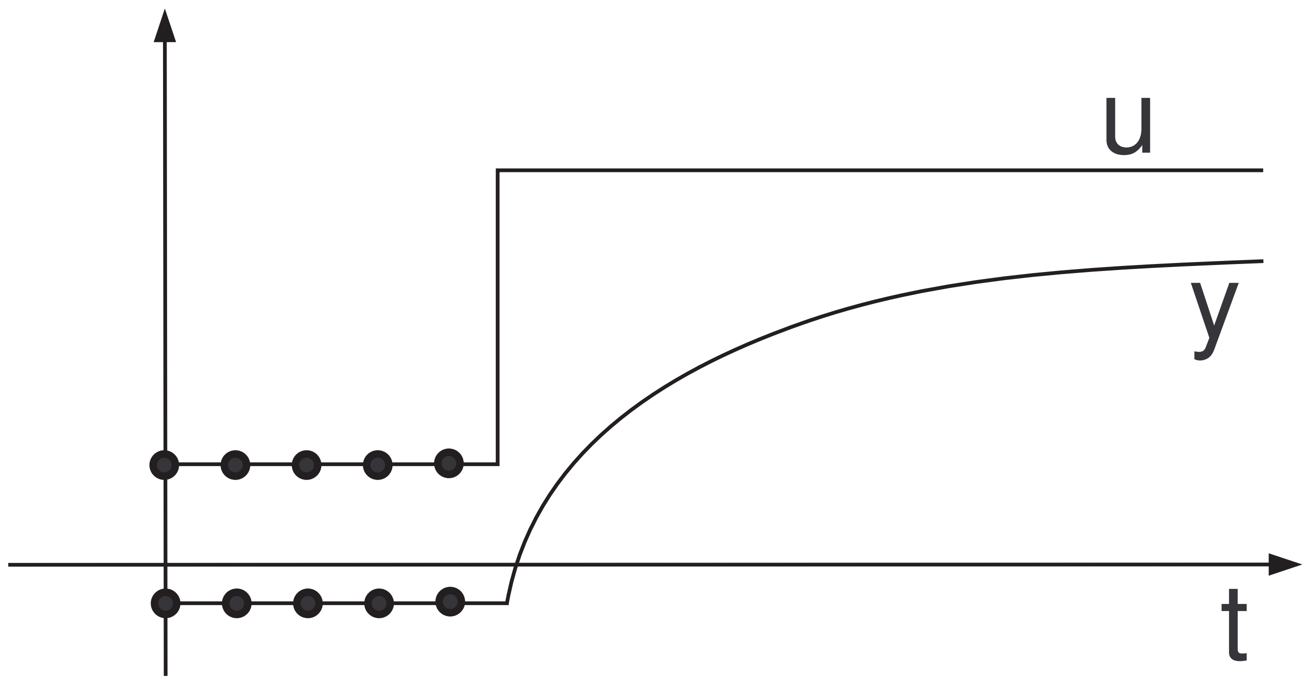


Vær omhyggelig med jordinger (stelforbindelser)!

Husk: at kompensere for $i \cdot R_m$ i u.

Praktiske forhold ved eksperimenter

Fjern af offset: Lad input starte med et antal nuller, fx. 10

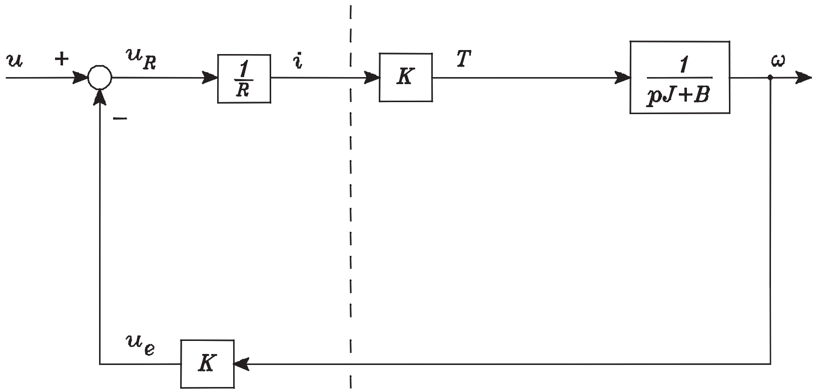


$$u = u - \mathrm{mean}(u(1:10))$$

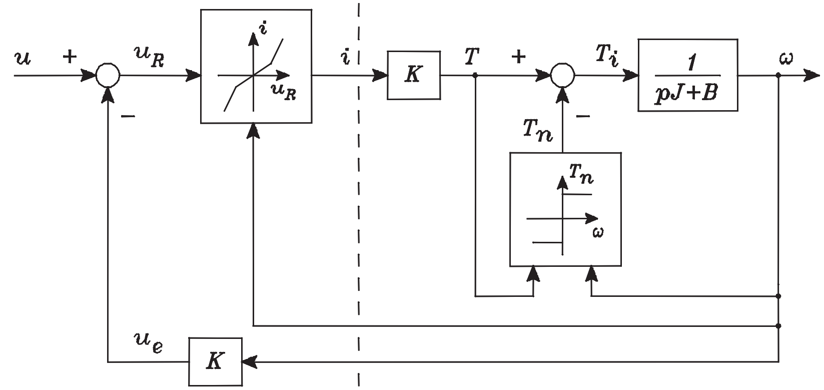
$$y = y - \mathrm{mean}(y(1:10))$$

DC-motor demo

Lineær model:



Ulineær model:



- Virkelige måledata: `no = '8'`
- Først lineær model: `process = 'dcml'`
- Dernæst ulineær model: `process = 'dcmn'`

Kursusoversigt

Plan for de enkelte minimoduler:

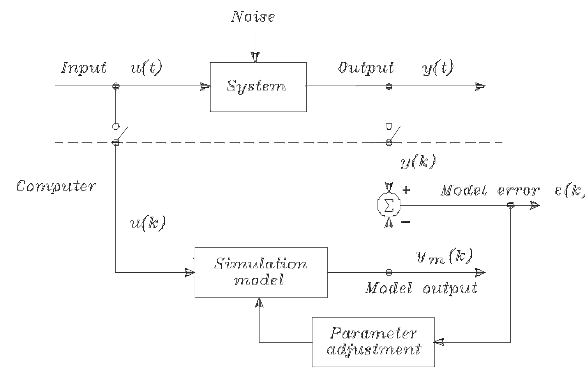
1. Introduktion, metode og procedure for eksperimentel modelbestemmelse, Grafisk modeltilpasning, System identifikation
2. Modellering, modelbeskrivelse og simulering
3. Senstools til parameterestimering
4. Parameter nøjagtighed og følsomhed, Design af inputsignaler
5. Frekvensdomænet, Praktiske forhold

Procedure for eksperimentel modellering

- Bestemmelse af modelstruktur: Modelstrukturen er bestemt af basal fysisk indsigt og empiriske overvejelser. En “simuleringsmodel” konstrueres.
- Eksperiment design: Specielt vigtigt er et “godt” inputsignal.
- Eksperiment: Systemet exciteres med inputsignalet og overensstemmende værdier af input- og outputsignaler samples og gemmes.
- Parameter estimation: Simulationsmodellens parametre justeres til minimum afvigelse mellem det samplede system output og modellen.
- Model validering: Korrektheden af modelstrukturen og nøjagtigheden af parameter estimaterne kontrolleres.

Systemidentifikation

- Det fundamentale princip er:



- Det konvertere parameter tilpasnings problemet til minimering af Performance funktionen:

$$P(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} \varepsilon^2(k, \theta)$$

- Dette kan gøres med Gauss-Newton metoden.
- Men der kræves en simuleringsmodel.

Modeller og modellering: koncepter

Definition:
Model: *en repræsentation – i en brugbar form – af de essentielle dele af et system.*

Definition:
Systemidentifikation: *Udvikle matematisk model af dynamisk system baseret på observerede data fra systemet:*

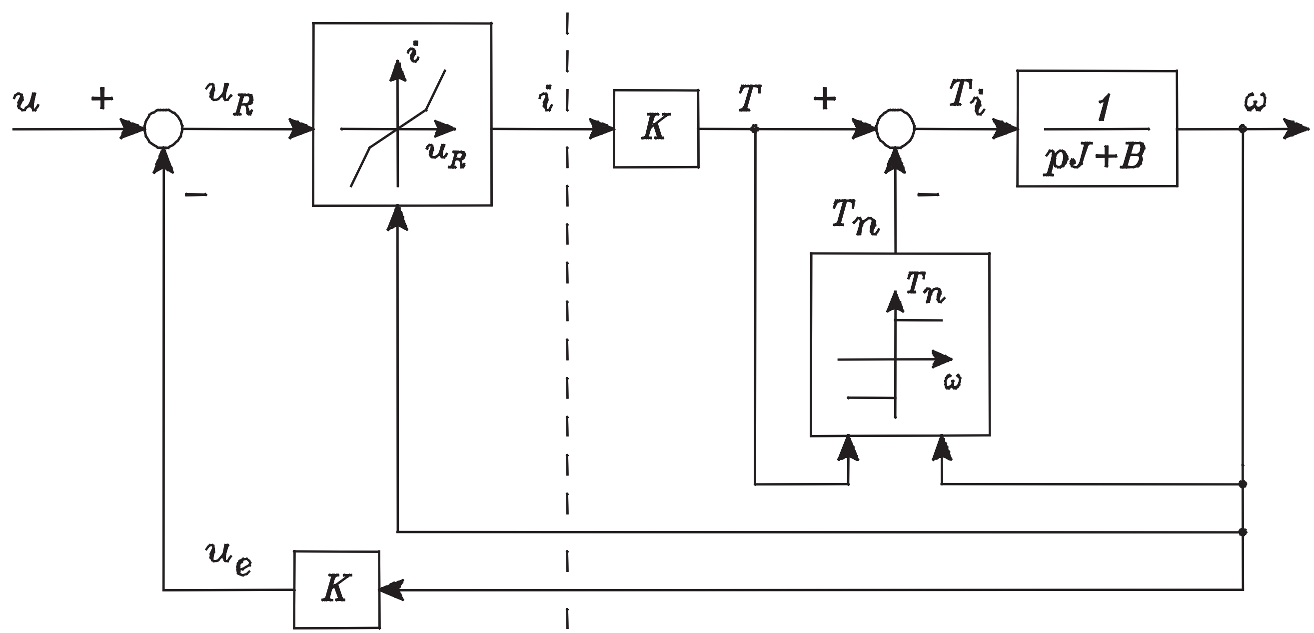
- *Mange måledata er indsamlet som samplede værdier af input og output*
- *En computer anvendes til behandling af data*
- *Model parametre estimeres ved minimering af et fejlkriterie*

Matematiske Modeller

Model beskrivelser:

- Overføringsfunktion
- Tilstandsbeskrivelse
- Blok-diagram

DC-motor:



Diskritiserings metoder

Navn	Algoritme	Karakteristik
Forward Euler	$s \rightarrow \frac{z-1}{T}$	$x'(t)$ konstant over perioden
Tustin (Bilineær transformation)	$s \rightarrow \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$	$x'(t)$ variere lin. over perioden
Step invariant (ZOH ækvivalent)	$G_d(z) = (1-z^{-1})Z\{\frac{1}{s}G(s)\}$	$u(t)$ konstant over perioden
Ramp invariant (Tr H ækvivalent)	$G_d(z) = \frac{(1-z^{-1})^2}{z^{-1}T}Z\{\frac{1}{s^2}G(s)\}$	$u(t)$ variere lin. over perioden
Pole-Zero mapping	$z_0 = e^{s_0 T}$	

SENSTOOLS til parameter estimation

- Senstools er en samling af Matlab programmer, der implementere følsomhedsmetoden for direkte parameter estimation, eksperiment design og model validering.
- Programmerne kan fordelagtigt organiseres som en Matlab Toolbox.
- Alt hvad brugeren behøver at programmere er simulerings programmet for den specifikke proces.
- Programmerne er organiseret som main programmer (script filer), der kalder under programmer (funktioner) og bruger data (mat filer).

Procedure for parameter estimation

For en proces med navn `xxx`:

1. **Opret simulerings programmet** som en Matlab funktion: `y = simxxx.m`
2. **Gem de målte data** t, u og y: `save measxxx t u y`
3. **Indtast nødvendige program data**, dette kan gøres på tre forskellige måder.
4. **Kør** **`mainest.m`** for parameter estimation.

Model verifikation

En nøjagtig model forudsætter:

- God overensstemmelse mellem system og model output beskrevet ved
  - Normed root mean output error:

$$errn = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(y(k) - y_m(k, \theta_N))^2}{\sum_{k=1}^{N} y^2(k)}}$$

  - Plot af system og model output

- Gode parameter følsomhedsmål

- Evaluering baseret på fysisk indsigt og fornuft

Parameter følsomhed

Parameter afhængig bidrag på output fejlen:

$$\epsilon_p(k,\theta) = y_m(k,\theta) - y_m(k,\theta_N) \approx \psi^\top(k,\theta_N)(\theta-\theta_N)$$

Parameter følsomhed m.h.t. den i'te parameter θ_i:

$$S_i = \frac{\partial \epsilon_{p,RMSn}}{\partial \theta_{ri}} = \sqrt{h_{rnii}} \qquad \left(= \{\tilde{H}_{rn}\}_{ii} \right)$$

Følsomhedsellipse

Disse karakteristiske mål er de mest beskrivende, specielt for flere end 2 parametre:

S_{min}	minimum følsomhed, reciprok af major half axis – så stor som muligt
$S_{i\ \text{min}}$	minimum følsomhed af θ_i – så stor som muligt
$R = \frac{S_{\text{max}}}{S_{\text{min}}}$	forhold mellem max. og min. følsomhed i vilkårlig retning – så tæt på 1 som muligt
$R_i = \frac{S_i}{S_{i\ \text{min}}}$	forhold mellem følsomhed af θ_i alene og min. følsomhed af θ_i – så tæt på 1 som muligt. $R_i >> 1$ indikerer at to eller flere parametre er korrollerede

Parameter nøjagtighed

Parameterfejl kan skyldes to ting:

- Stokastisk parameter usikkerhed forårsaget af støj
- Deterministisk fejl forårsaget af fejl i modelstrukturen (undermodellering)

Input signal design

- En procedure for design af et optimalt input signal blandt en given klasse af signaler.
- For lineære systemer var signalklassen firkant sigaler.
- For ulineære systemer var signalklassen firkant-rampe signaler.
- Signalet med grundfrekvens og amplitude fordeling der minimerer følsomhedsforholdet R er det optimale signal.

- I mange tilfælde er sund fornuft og erfaring tilstrækkeligt til at bestemme et godt input signal.

Frekvens-domæne betragtninger

Et mindste kvadrater fit i tids-domænet er lig med et vægtet mindste kvadraters fit af frekvens funktionen.

Frekvensvægtningen er

$$Q(\omega) = |U_N(\omega)|^2$$

dvs. bedste fit er i frekvensområdet, hvor effekten i input signalet er høj.

Prefiltre kan anvendes til at ændre frekvensvægtningen.

Afsluttende bemærkninger

- Senstools er oplagt at bruge i jeres 6. semester projekt.
- Vær opfindsomme mht. målinger, hvis systemet er ustabilt (vend opstillingen på hovedet, kør baglæns, . . .)
- Der findes andre minimeringsmetoder end Gauss-Newton fx. Nelder-Mead simplex algortihm, der ikke anvender gradient information explicit.