Simulering og eksperimentel modelbestemmelse, 4

Klaus Trangbæk

ktr@es.aau.dk

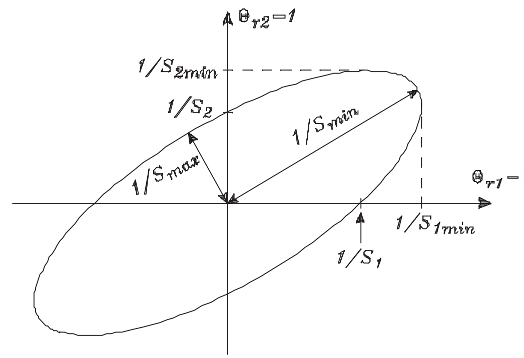
Automation & Control

Aalborg University

Denmark

Forrige gang

- SENSTOOLS til parameter-estimation



S_{min} minimum følsomhed, reciprok af major half axis – så stor som muligt

$S_{i\ \text{min}}$ minimum følsomhed af θ_i – så stor som muligt

$R = \frac{S_{\text{max}}}{S_{\text{min}}}$ forhold mellem max. og min. følsomhed i vilkårlig retning – så tæt på 1 som muligt

$R_i = \frac{S_i}{S_{i\ \text{min}}}$ forhold mellem følsomhed af θ_i alene og min. følsomhed af θ_i – så tæt på 1 som muligt.

Dagens program

- Parameter-nøjagtighed
  - Stokastisk parameter-usikkerhed (støj)
  - Deterministisk fejl (undermodellering)

Dagens program

- Parameter-nøjagtighed
  - Stokastisk parameter-usikkerhed (støj)
  - Deterministisk fejl (undermodellering)
- Input-signal design
  - Optimale input-signaler
  - Eksempler

Modelverifikation

En nøjagtig model forudsætter:

- God overensstemmelse mellem system og model output f.eks. beskrevet ved
  - Normed root mean output error:

$$errn = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(y(k) - y_m(k, \theta_N))^2}{\sum_{k=1}^{N} y^2(k)}}$$

  - Plot af system og modeloutput

Modelverifikation

En nøjagtig model forudsætter:

- God overensstemmelse mellem system og model output f.eks. beskrevet ved
  - Normed root mean output error:

$$errn = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(y(k) - y_m(k,\theta_N))^2}{\sum_{k=1}^{N} y^2(k)}}$$

  - Plot af system og modeloutput

- Gode parameterfølsomhedsmål

Modelverifikation

En nøjagtig model forudsætter:

- God overensstemmelse mellem system og model output f.eks. beskrevet ved
  - Normed root mean output error:

$$errn = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(y(k) - y_m(k, \theta_N))^2}{\sum_{k=1}^{N} y^2(k)}}$$

  - Plot af system og modeloutput

- Gode parameterfølsomhedsmål

- Evaluering baseret på fysisk indsigt og fornuft

Parameternøjagtighed

Modelfejlen kan splittes i tre bidrag:

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = \epsilon_x(k) + \epsilon_m(k) + \epsilon_p(k,\theta)$$

hvor ϵ_x er støj, ϵ_m er undermodellering, og ϵ_p er parameter-afhængigt bidrag.

Parameternøjagtighed

Modelfejlen kan splittes i tre bidrag:

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = \overbrace{\epsilon_x(k) + \epsilon_m(k)}^{\epsilon_0(k)} + \epsilon_p(k,\theta)$$

støj modelfejl par. afh. ($= 0$ for $\theta = \theta_N$)

hvor ϵ_x er støj, ϵ_m er undermodellering, og ϵ_p er parameter-afhængigt bidrag.

Parameternøjagtighed

Modelfejlen kan splittes i tre bidrag:

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = \overbrace{\epsilon_x(k) + \epsilon_m(k)}^{\epsilon_0(k)} + \epsilon_p(k,\theta)$$

støj modelfejl par. afh. ($= 0$ for $\theta = \theta_N$)

hvor ϵ_x er støj, ϵ_m er undermodellering, og ϵ_p er parameter-afhængigt bidrag.

Minimum af performancefkt. er

$$P(\theta_N) = \frac{1}{2N}\sum_{k=1}^{N}\epsilon^2(k,\theta_N) = \frac{1}{2}(\epsilon^2_{x,RMS} + \epsilon^2_{m,RMS})$$

idet ϵ_x og ϵ_m antages uafhængige.

Parameternøjagtighed

Modelfejlen kan splittes i tre bidrag:

$$\epsilon(k,\theta) = y(k) - y_m(k,\theta) = \overbrace{\epsilon_x(k) + \epsilon_m(k)}^{\epsilon_0(k)} + \epsilon_p(k,\theta)$$

støj modelfejl par. afh. $(= 0$ for $\theta = \theta_N)$

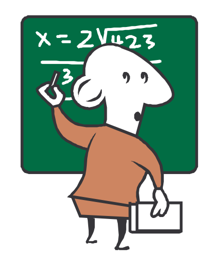
hvor ϵ_x er støj, ϵ_m er undermodellering, og ϵ_p er parameter-afhængigt bidrag.

Minimum af performancefkt. er

$$P(\theta_N) = \frac{1}{2N}\sum_{k=1}^{N} \epsilon^2(k,\theta_N) = \frac{1}{2}(\epsilon^2_{x,RMS} + \epsilon^2_{m,RMS})$$

idet ϵ_x og ϵ_m antages uafhængige.

Disse to bidrag behandles separat



Kun støj

Antag:

- støj på output, hvid
- input ukorreleret med støj
- model er lineær i parametre

$\Rightarrow$

$$cov\hat{\theta}_N = \frac{2}{N} P(\theta_N) H^{-1}(\theta_N)$$

Usikkerhed på parameter (ift. θ_N):

$$\sigma_{r,\theta_i\%} = \frac{errn}{S_{i,min}\sqrt{N}} \; [\%]$$

SENSTOOLS: $sigpar$

Kun undermodellering

Usikkerhed på parameter (ift. θ_N):

$$\Delta_{eq,\theta_i\%} = \frac{errn}{S_{i,min}} \; [\%]$$

SENSTOOLS: $dpar$

Parameterfølsomhed og -nøjagtighed

Brug følsomhedsmålene: S_i, $S_{i\,\mathrm{min}}$, $R = S_{\mathrm{max}}/S_{\mathrm{min}}$, $R_i = S_i/S_{i\,\mathrm{min}}$ til at evaluere situationen, fx. nødvendighed af ændret modelstruktur eller input.

Parameterfølsomhed og -nøjagtighed

Brug følsomhedsmålene: S_i, $S_{i\,\mathrm{min}}$, $R = S_{\mathrm{max}}/S_{\mathrm{min}}$, $R_i = S_i/S_{i\,\mathrm{min}}$ til at evaluere situationen, fx. nødvendighed af ændret modelstruktur eller input.

Parameternøjagtigheden kan udtrykkes ved
Kun støj:

$$\sigma_{r,\theta i\%} = \frac{errn}{S_{i\,\mathrm{min}}} \frac{1}{\sqrt{N}} \;[\%]$$

Parameterfølsomhed og -nøjagtighed

Brug følsomhedsmålene: S_i, $S_{i\,\mathrm{min}}$, $R = S_{\mathrm{max}}/S_{\mathrm{min}}$, $R_i = S_i/S_{i\,\mathrm{min}}$ til at evaluere situationen, fx. nødvendighed af ændret modelstruktur eller input.

Parameternøjagtigheden kan udtrykkes ved
Kun støj:

$$\sigma_{r,\theta i\%} = \frac{errn}{S_{i\,\mathrm{min}}} \frac{1}{\sqrt{N}}\ [\%]$$

Kun undermodellering:

$$\Delta_{\theta eq,i\%} = \frac{errn}{S_{i\,\mathrm{min}}}\ [\%]$$

Parameterfølsomhed og -nøjagtighed

Både støj og undermodellering:

$$\Delta_{\theta total,i} = \sigma_{r,\theta i} + \Delta_{\theta eq,i} = \frac{1}{S_{i\,\mathrm{min}}}\left(\frac{\epsilon_{x,RMSn}}{\sqrt{N}} + \epsilon_{m,RMSn}\right)$$

Parameterfølsomhed og -nøjagtighed

Både støj og undermodellering:

$$\Delta_{\theta total,i} = \sigma_{r,\theta i} + \Delta_{\theta eq,i} = \frac{1}{S_{i\,\mathrm{min}}}\left(\frac{\epsilon_{x,RMSn}}{\sqrt{N}} + \epsilon_{m,RMSn}\right)$$

Senstools udregner

- En “best case” værdi, antaget kun støj (sigpar)
- En “worst case” værdi, antaget kun undermodellering (dpar)

Parameterfølsomhed og -nøjagtighed

Både støj og undermodellering:

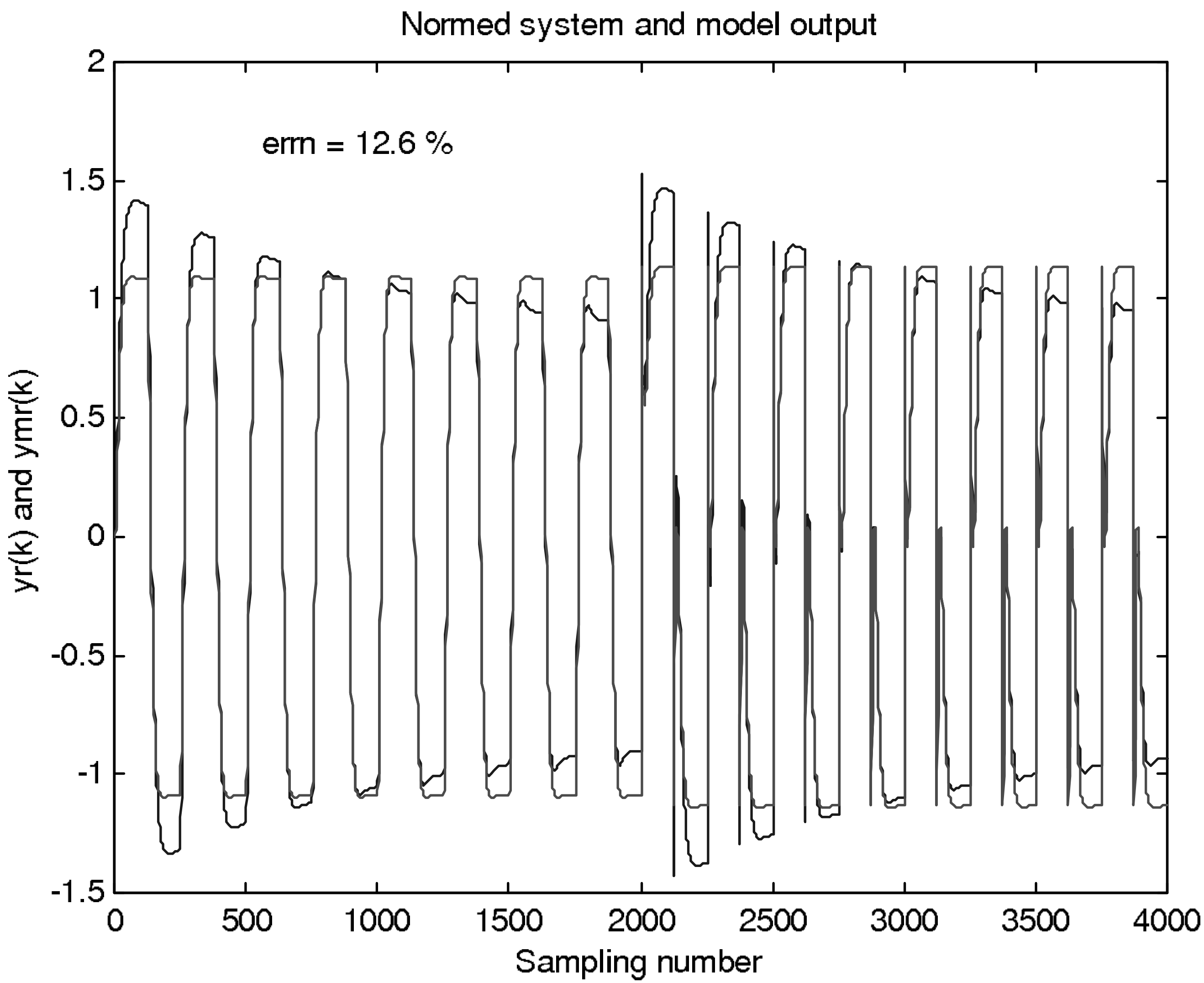
$$\Delta_{\theta total,i} = \sigma_{r,\theta i} + \Delta_{\theta eq,i} = \frac{1}{S_{i\,\mathrm{min}}}\left(\frac{\epsilon_{x,RMSn}}{\sqrt{N}} + \epsilon_{m,RMSn}\right)$$

Senstools udregner

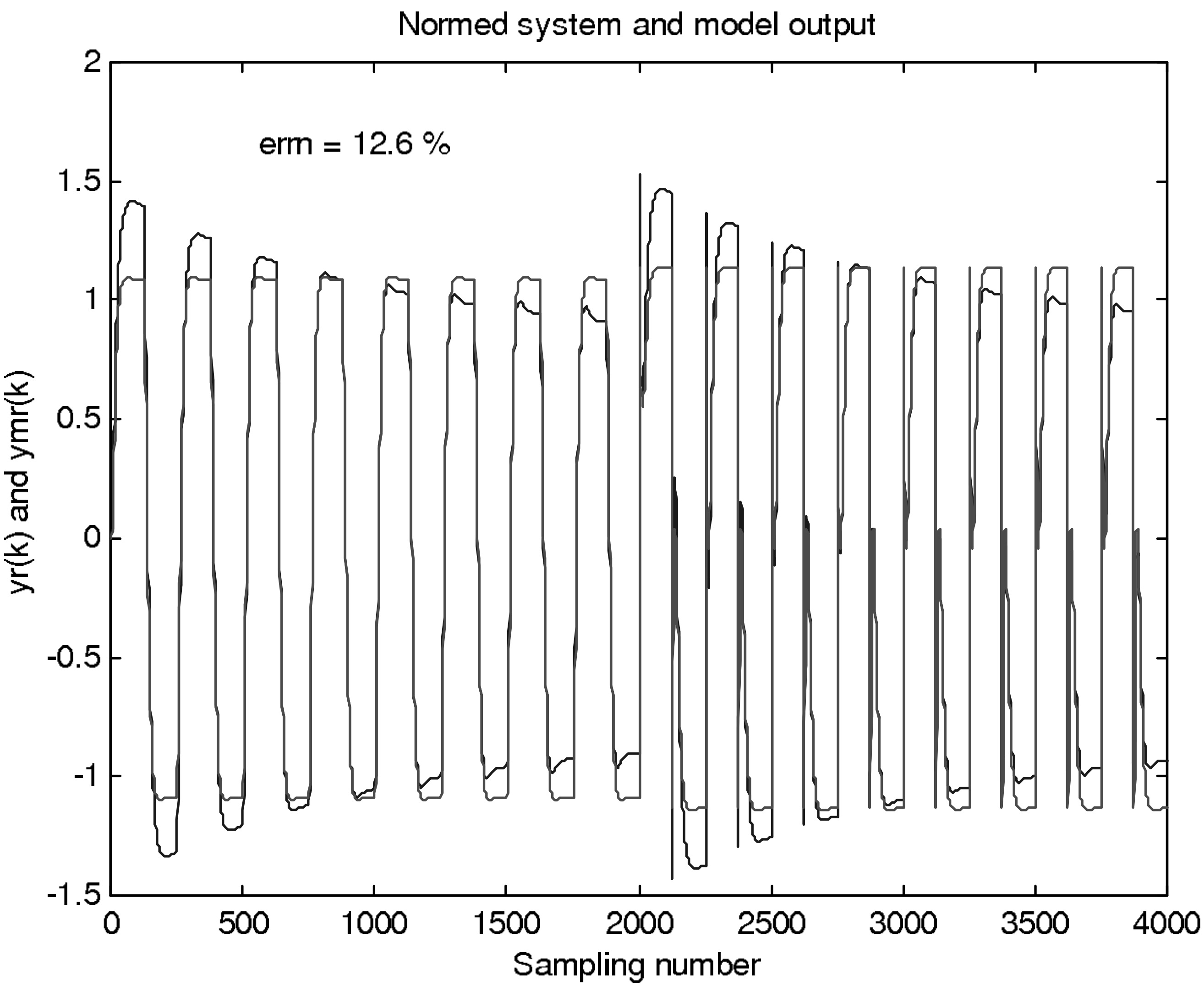
- En “best case” værdi, antaget kun støj (sigpar)
- En “worst case” værdi, antaget kun undermodellering (dpar)

En nøjagtig værdi af den totale parameterfejl forudsætter at model output fejlen splittes op i et bidrag fra støj ϵ_x og et bidrag fra undermodellering ϵ_m.

Eksempel: Højttaler



Eksempel: Højttaler



Ækvivalent parameterfejl: $\Delta_{\theta_{eq},i\%} = 14.1\%$

Design af inputsignal

Tommelfingerregel:

Lineære systemer:
Inputsignalet skal have størstedelen af effekten i frekvensområdet, hvor nøjagtighed af modellen er vigtigst.

Design af inputsignal

Tommelfingerregel:

Lineære systemer:
Inputsignalet skal have størstedelen af effekten i frekvensområdet, hvor nøjagtighed af modellen er vigtigst.

Ulineære systemer:
Amplitudevariationen i inputsignalet skal svare til det amplitudeområde, hvor nøjagtighed af modellen er vigtigst.
Inputsignalet skal have størstedelen af effekten i frekvensområdet, hvor nøjagtighed af modellen er vigtigst.

Design af inputsignal

Tommelfingerregel:

Lineære systemer:
Inputsignalet skal have størstedelen af effekten i frekvensområdet, hvor nøjagtighed af modellen er vigtigst.

Ulineære systemer:
Amplitudevariationen i inputsignalet skal svare til det amplitudeområde, hvor nøjagtighed af modellen er vigtigst.
Inputsignalet skal have størstedelen af effekten i frekvensområdet, hvor nøjagtighed af modellen er vigtigst.

Procedure:
Design et inputsignal der optimerer følsomhedsmålene.

Procedure for inputdesign

1. Bestem tilnærmede parameterværdier eller find á priori parameterværdier.

Procedure for inputdesign

1. Bestem tilnærmede parameterværdier eller find á priori parameterværdier.
2. Vælg en klasse af inputsignaler – skal afhænge af få (gerne kun en) parametre. En parameter, mindst, skal bestemme frekvensspektret. Hvis modellen er ulineær, skal yderligere en parameter bestemme amplituden.

Procedure for inputdesign

1. Bestem tilnærmede parameterværdier eller find á priori parameterværdier.
2. Vælg en klasse af inputsignaler – skal afhænge af få (gerne kun en) parametre. En parameter, mindst, skal bestemme frekvensspektret. Hvis modellen er ulineær, skal yderligere en parameter bestemme amplituden.
3. Optimer input signalet til bedste følsomhed (simulering). Bestem og plot karakteristiske følsomhedsmål som fkt. af inputsignalparametre, vælg bedste værdi for disse.

Procedure for inputdesign

1. Bestem tilnærmede parameterværdier eller find á priori parameterværdier.
2. Vælg en klasse af inputsignaler – skal afhænge af få (gerne kun en) parametre. En parameter, mindst, skal bestemme frekvensspektret. Hvis modellen er ulineær, skal yderligere en parameter bestemme amplituden.
3. Optimer input signalet til bedste følsomhed (simulering). Bestem og plot karakteristiske følsomhedsmål som fkt. af inputsignalparametre, vælg bedste værdi for disse.
4. Brug det fundne inputsignal på det fysiske system. Hvis nødvendigt, gentag proceduren med de forbedrede parameter-estimater.

Procedure for inputdesign

1. Bestem tilnærmede parameterværdier eller find á priori parameterværdier.
2. Vælg en klasse af inputsignaler – skal afhænge af få (gerne kun en) parametre. En parameter, mindst, skal bestemme frekvensspektret. Hvis modellen er ulineær, skal yderligere en parameter bestemme amplituden.
3. Optimer input signalet til bedste følsomhed (simulering). Bestem og plot karakteristiske følsomhedsmål som fkt. af inputsignalparametre, vælg bedste værdi for disse.
4. Brug det fundne inputsignal på det fysiske system. Hvis nødvendigt, gentag proceduren med de forbedrede parameter-estimater.

Senstools programmet til optimalt input design: `maininp.m`

Eksempel: Optimalt input, lineært syst.

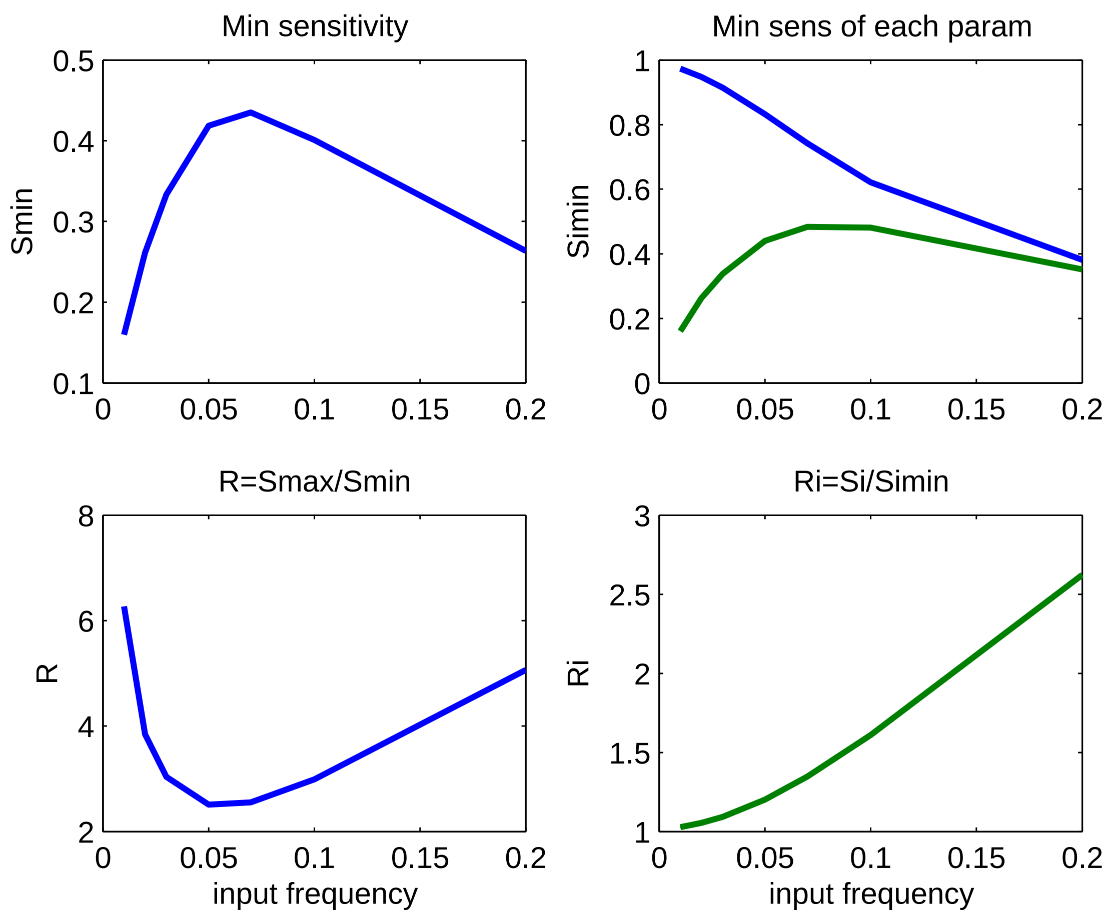
System: $G_m(s) = \frac{K}{1+s\tau}, \quad K = 1, \tau = 2$

Inputsignalklasse: Firkant signal

Eksempel: Optimalt input, lineært syst.

System: $G_m(s) = \frac{K}{1+s\tau}, \quad K = 1, \tau = 2$

Inputsignalklasse: Firkant signal



NB: SENSTOOLS returnerer parameter, der minimerer R.

Eksempel: Optimalt input, ulineært syst.

System: $G_m(s) = \frac{K(u)}{1+s\tau}$, $K(u) = k_0(1 + \frac{k_1}{0.5+u^2})$,

$[k_0, k_1, \tau] = [1.5, 4, 2]$

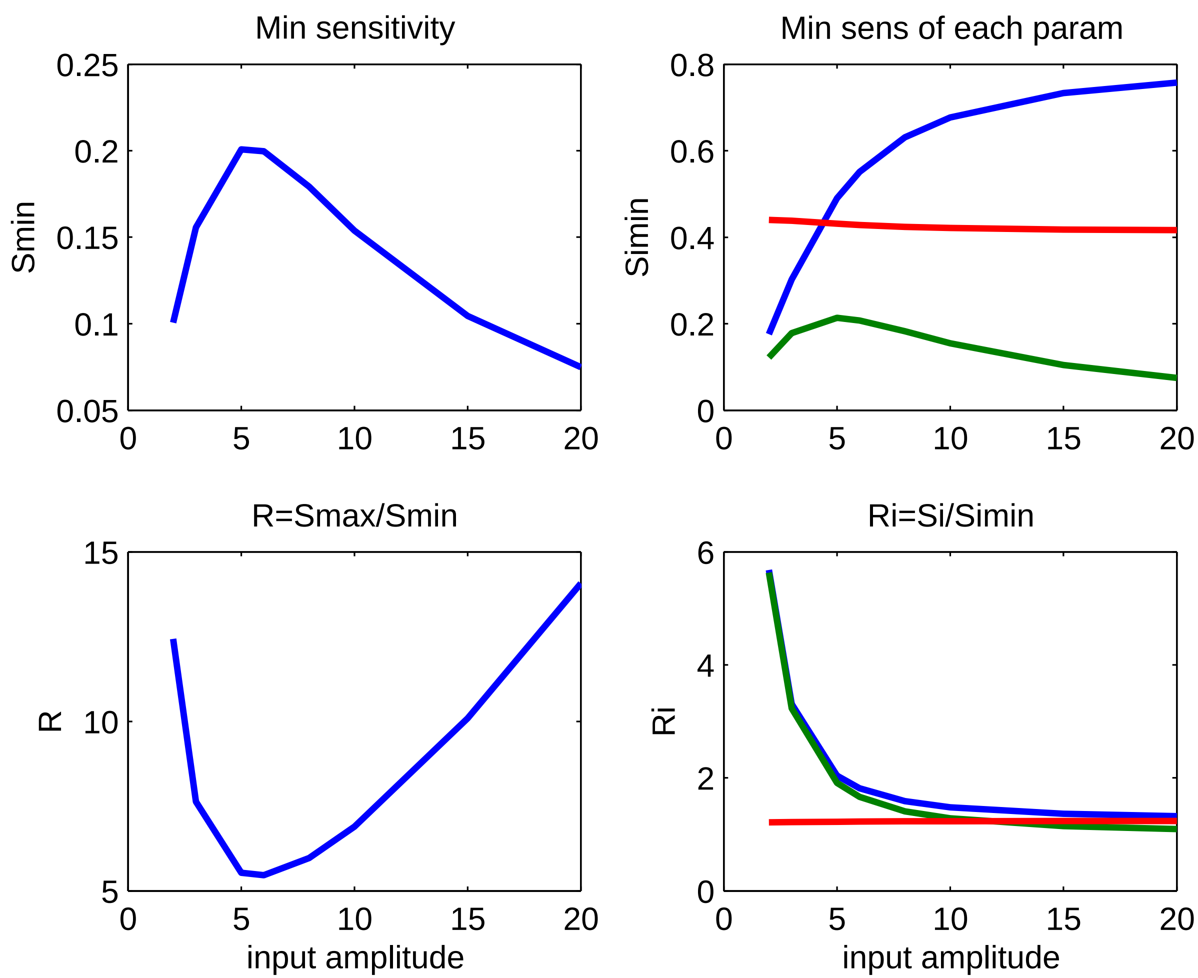
Inputsignalklasse: Firkant-rampe signal

Eksempel: Optimalt input, ulineært syst.

System: $G_m(s) = \frac{K(u)}{1+s\tau}$, $K(u) = k_0(1 + \frac{k_1}{0.5+u^2})$,

$[k_0, k_1, \tau] = [1.5, 4, 2]$

Inputsignalklasse: Firkant-rampe signal

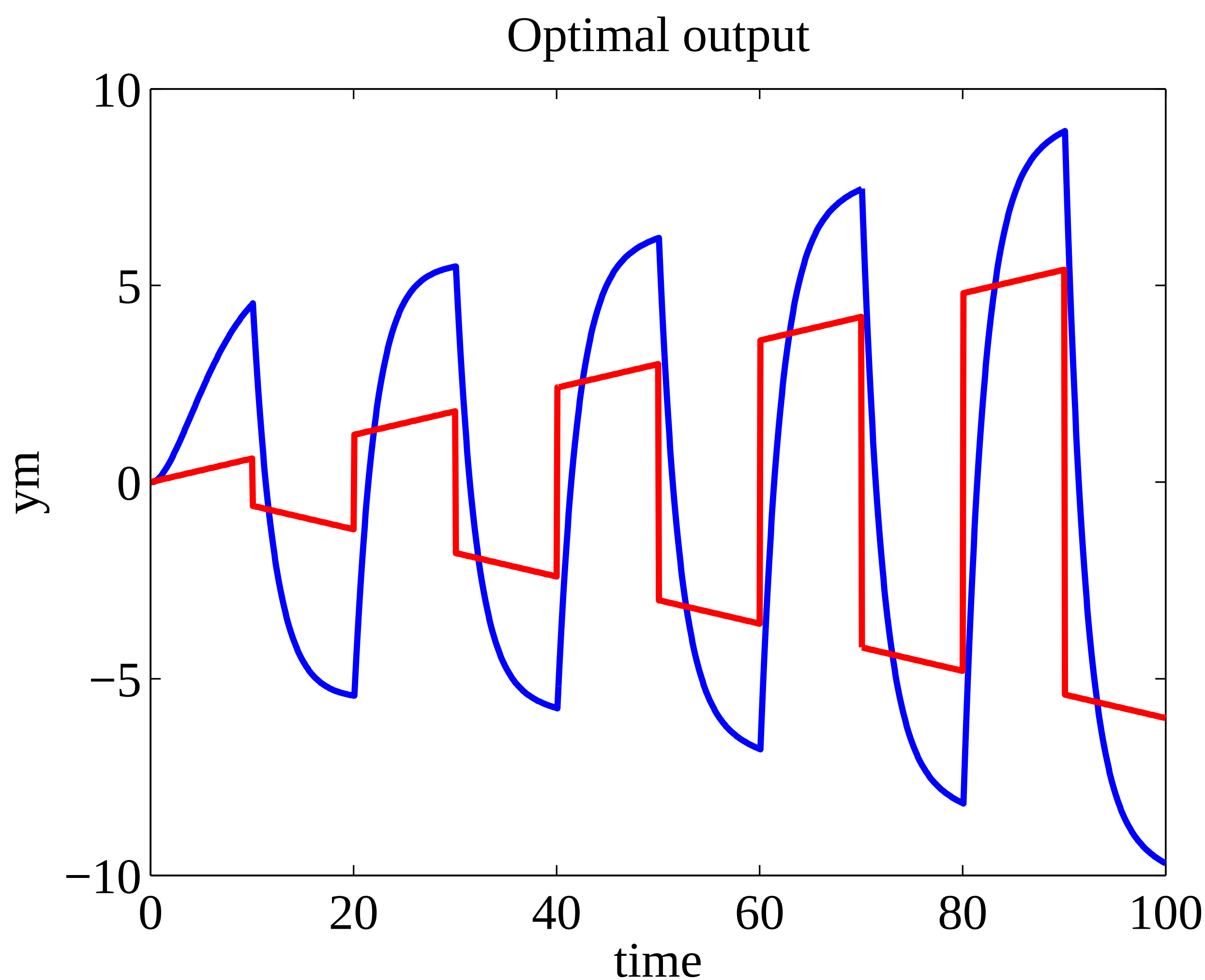


Eksempel: Optimalt input, ulineært syst.

System: $G_m(s) = \frac{K(u)}{1+s\tau}, \quad K(u) = k_0(1 + \frac{k_1}{0.5+u^2}),$

$[k_0, k_1, \tau] = [1.5, 4, 2]$

Inputsignalklasse: Firkant-rampe signal



Opsummering

Procedure:

- Opstil model
- Lav målinger
- Evaluér følsomheder
- Modificér modelstruktur
- Find optimalt inputsignal
- Lav nye målinger
- Evaluér parameterusikkerheder

Næste Forelæsning

Næste gang ser vi på:

- Frekvensdomæne
- Opsamling