La infinidad: ¿Paradoja o no?

Análisis del papel de la infinidad en "el libro de arena" de Borges

Nienke Wessel s4598350 | 22 de marzo de 2021

> Afirmar que es verídico es ahora una convención de todo relato fantástico; el mío, sin embargo, es verídico.
>
> *Jorge Luis Borges*

Esta frase forma el final de la empieza de "El libro de arena" (1975) de Borges. Una frase paradójica, como hay muchas más en el cuento. La categorización de Borges como escritor paradójico no es nueva; tome por ejemplo el artículo de Leonardi (2013), titulado "Borges: Paradojas y metaficción". Unas de las paradojas de Borges más usadas es la paradoja de la infinidad. En cuentos como "El Aleph", "La biblioteca de Babel" y "El libro de arena", esta paradoja tiene un papel central. Este artículo se enfoca en el último de estos cuentos, "El libro de arena" . Voy a analizar la paradoja de la infinidad en conexión con su papel en las matemáticas. Propongo dos tesis: Borges a) usa metáforas para encontrar sentido en el concepto de la infinidad y mostrar los aspectos paradójicos de lo, y b) sigue muchas de las convenciones matemáticas, pero también se aparta de ellas en algunos puntos, lo más importante siendo la complejidad perciba de la infinidad.

La siguiente sección tiene un breve resumen del cuento, con una descripción de algunos puntos en los que la infinidad tiene un papel grande. Después, hay una descripción de la infinidad en las matemáticas. Esto se comparará con el cuento después de eso. Al final, hay una breve conclusión.

Descripción del cuento

Como dice Piña Rosales, "las primeras líneas del cuento son de una importancia capital" (479). El inicio de El libro de Arena es una descripción de la infinidad de la línea, el plano y las otras estructuras geométricas. El primer párrafo termina con la cita del inicio de este artículo. Después, la historia del cuento empieza con una descripción del 'yo', quien cuenta la historia. Un vendedor de libros desconocido visita el 'yo' e intenta vender biblias y otros libros. Le presenta un libro con una infinidad de páginas. El 'yo' compra este libro y empieza a leerlo. No puede encontrar la primera página, ni la última. La infinidad no es una cosa sensible, empieza a volverse loco: “era un objeto de pesadilla”. Al final, esconda el libro en la Biblioteca Nacional para “ocultar una hoja [en] un bosque”.

La infinidad en el cuento

Como se ha dicho antes, la infinidad es un tema central en el cuento. El vendedor narrata “El número de páginas de este libro es exactamente infinito. Ninguna es la primera; ninguna, la última. No sé por qué están numeradas de ese modo arbitrario. Acaso para dar a entender que los términos de una serie infinita admiten cualquier número.” (cita 1) Podemos ver algunas cosas interesantes. ¿Qué significa “exactamente infinito”? ¿Cuál es la relación entre las páginas y los números de páginas que son “arbitrario[s]”?

Otra pregunta interesante es, ¿por qué se llama el Libro de Arena? La respuesta podemos encontrar un poco antes de la cita anterior: “Me dijo que su libro se llamaba el Libro de Arena, porque ni el libro ni la arena tienen ni principio ni fin.” (cita 2)

Hay dos otras referencias en el cuento a la infinidad que no tienen que ver con el libro directamente, pero más con el concepto de la infinidad en general. La primera es la siguiente cita sobre la relación entre el espacio infinito y el estar en este espacio: “Si el espacio es infinito estamos en cualquier punto del espacio. Si el tiempo es infinito estamos en cualquier punto del tiempo.” (cita 3)

La última cita que quiero discutir es la primera del cuento: “La línea consta de un número infinito de puntos; el plano, de un número infinito de líneas; el volumen, de un número infinito de planos; el hipervolumen, de un número infinito de volúmenes…” (cita 4)

Entonces, ¿cuál es la relación entre estas citas? ¿Cuáles son las diferencias y similitudes? Voy a elaborar estas preguntas con la ayuda del punto de vista de las matemáticas. Para hacerlo, es imprescindible tener alguna base matemática. La siguiente sección intenta dar eso.

La infinidad en las matemáticas

Los matemáticos han luchado durante mucho tiempo con el concepto del infinito. ¿Es un número? ¿Se puede usar en las calculaciones? Al final del siglo XIX, Georg Cantor desarrolló su teoría sobre los conjuntos infinitos que forman el basis de la teoría moderna sobre la infinidad. Construyendo sobre la teoría del Cantor, Zermelo publicó el axioma del infinito en 1908, postulando que hay un conjunto infinito que llamamos los números naturales o $\mathbb{N}$. En las matemáticas modernas, decimos que algo es infinito cuando tiene al menos el mismo tamaño que $\mathbb{N}$. Este tamaño se llama *aleph-zero* o $\aleph_0$, que quizá sea conocido por el cuento “El Aleph”.

Lo difícil del estudio matemático de la infinidad es que hay infinidades más grandes que $\aleph$. En general se puede distinguir conjuntos *numerables* y conjuntos *no numerables*. Los conjuntos numerables tienen el mismo tamaño que el $\mathbb{N}$. Los conjuntos no numerables son más largos y, como el nombre sugiere, no pueden ser enumerados. Los detalles matemáticos no tienen la misma importancia que las implicaciones. La teoría de conjuntos numerables es relativamente simple. Por otro lado, la teoría de los conjuntos no numerables es una cosa muy compleja y paradójica. Una de las preguntas centrales es si tenemos que aceptar el axioma de elección: dada una colección de cajas con objetos, podemos elegir un objeto de cada caja. Aunque no parece muy complejo (y por supuesto no lo es con un número finito de cajas), se vuelve en un problema muy complejo con la infinidad no numerable. Este axioma es unos de los más discutidos conceptos en las matemáticas. Aceptarlo tiene consecuencias deseables y no deseables. Un ejemplo no deseable es que implica podemos hacer dos bolas idénticas de solo una bola con el mismo tamaño, la paradoja de Banach-Tarski[1]. Es la paradoja más conocida, pero definitivamente no la única. Mientras que la mayoría de los matemáticos ahora aceptan el axioma, al menos por qué es muy útil, hay matemáticos que no lo aceptan o al menos creen que tenga que usarlo con mucha precaución.

La conexión

Como la sección anterior mostró, los conceptos matemáticos son complejos y no fácil de entender. La existencia de distintos tipos de infinidad le duele la cabeza a mucha gente. Entonces, a primera vista, no es raro que Borges use las metáforas para describir las cosas infinitas. Pero, con más pensamiento, vemos que Borges no elige las metáforas más claras o sensibles para su descripción. Por ejemplo, la cita 3 es a propósito difícil y complicada. Parece que el sentido paradójico de la infinidad sea más importante que el entendido. La explicación de arriba quizá sea más clara (no lo sé de verdad, pero espero que sí) pero tiene un sentido un poco aburrido. Y los cuentos no pueden ser aburridos. Solo hay unas páginas para interactuar con el lector con el libro y con la infinidad.

¿Pero con qué tipo de infinidad? El libro es de la infinidad numerable (para una prueba de esta, redirijo al lector al libro *Borges y la matemática*, pp. 15-18). Las citas 3 y 4, por otro lado, discuten infinidades no numerales. Por ejemplo, la línea es una estructura de los números reales, que son de tamaño no numerable.

Otra cita, la cita 2, es completamente opuesto. La verdad es que, aunque hay mucha arena en el mundo, no es infinito. Se puede ordenar los granos de arena. Por supuesto, no me parece un trabajo muy amable, pero sí es posible.

¿Por qué Borges usa estas metáforas y descripciones complicadas? Creo que necesita transmitir el concepto y la paradoja de la infinidad en pocas páginas. Pues, estas descripciones pueden ayudar al lector a sentir la sensación de la infinidad, la incomodidad de la infinidad. Esta incomodidad se elabora al final del cuento. El protagonista casi se vuelve loco y decide tirar el libro. Como escribe Quintana Tejera: "“El libro de arena” es un cuento fantástico que le demuestra al hombre que no está hecho para aceptar verdades que escapen a su limitada conciencia" (142).

Pero, ¿es verdad que no podemos entender la infinidad? Claro, como he dicho antes, la infinidad no numerable es un tema muy contestado. Pero la infinidad numerable tiene pocos secretos para los matemáticos. En su libro, Martinez Guillermo explica con precisión cómo se enumeran las páginas de un libro infinito como el Libro de Arena. Entonces, aunque el vendedor dice que las páginas "están numeradas de ese modo arbitrario" no es tan rara en el sentido

[1] `https://es.wikipedia.org/wiki/Paradoja_de_Banach-Tarski`

matemático. De verdad, el autor da una posible explicación "Acaso para dar a entender que los términos de una serie infinita admiten cualquier número". Sin embargo, no sabemos si el libro realmente tiene todos los números de páginas. Es una explicación extraña.

La diferencia importante entre el libro y las matemáticas es el entendimiento del infinito numerable. Esta cita larga del libro de Martinez Guillermo, localizado después de explicar cómo se prueba que el libro es numerable, lo explica mejor que pudiera: "Más aún, con esta enumeración se le puede dar un orden consecutivo a los números fraccionarios, un orden, por supuesto, distinto del que tienen en la recta, pero que permite explicar la enumeración de páginas en el Libro de Arena. Esto es algo que posiblemente Borges no supiera. La numeración de páginas que a Borges en el cuento le parece misteriosa y a la que le atribuye una razón también misteriosa, en principio no tiene ningún misterio. No hay contradicción entre el hecho de que entre dos hojas del Libro de Arena siempre hay otra intercalada con el hecho de que cada hoja pueda tener un número: el mismo habilidoso imprentero que pudo coser las infinitas páginas del Libro de Arena pudo también perfectamente numerarlas tal como lo estamos haciendo nosotros." (18)

Entonces, hay una discrepancia entre lo difícil según Borges y lo difícil según el mundo matemático. Por supuesto, las matemáticas son bastante difíciles para la mayoría de gente. Pero, ¿sabía Borges la diferencia entre las dos versiones de la infinidad? Martinez Guillermo dice que "posiblemente Borges no supiera", pero eso me parece un poco improbable. Borges fue muy cuidadoso en la forma que usó para construir sus ejemplos y paradojas. Tuvo que serlo, porque el cuento es un texto corto, en el que toda frase cuenta. También fue un escritor que ha aprendido mucho sobre sus temas. Claro, las matemáticas no fueron tan avanzadas en el tiempo de Borges, pero el cuento fue publicado en 1975 y la prueba de Cantor fue publicado en 1891. Hoy en día, la diferencia entre la infinidad numerable y no numerable es una de las cosas que aprendemos en las primeras semanas de un estudio matemático o informático. Quizás se pueda ver la diferencia entre el entendido que tenemos sobre la infinidad numerable y no numerable como paradoja en sí mismo. La verdad es que la diferencia en sí no es tan grande, pero las implicaciones lo son. O quizás se lea demasiado en el cuento, y Borges de verdad no supiera.

Conclusión

Claro que solo podemos adivinar lo que pasó en la mente de Borges cuando escribió "El libro de arena". Sin embargo, la confusión solo ayuda al misterio del cuento. ¿Habría habido tantos matemáticos fascinados por esta historia si fuera completamente correcta y clara? O quizás, más importante, ¿habría habido tantos lectores 'normales' fascinados si Borges hubiera dado una explicación clara y corta del infinito? Claramente, las paradojas nos atraen, las enrevesadas explicaciones nos intrigan. Empezamos a pensar en ellas de una manera que un libro de matemáticas rara vez ha podido. O, en las palabras de Leonardi: "Borges, por su parte, ha contribuido a crear, a través de la literatura, un espacio narrativo entre estas dos regiones tan lejanas la una de la otra – los códigos culturales y los principios de la epistemología científica - una tierra intermedia, irrespetuosa de las certezas de ambas, en la cual es posible desempeñar la función más pura del intelectual: sembrar dudas, poner en discusión, denunciar la falsa transparencia de los códigos culturales." (304)

Aparentemente es necesario denunciar esta falsa transparencia para intrigar tanto a los matemáticos como a los lectores no matemáticos.

Referencias

Borges, Jorge Luis. "El libro de arena." *El libro de arena*. 1975.

Javier Avilés, Francisco. "Review: Borges y la matemática by Guillermo Martínez." *Variaciones Borges*, no. 30, 2010, pp. 250-254.

Leonardi, Emanuele. "Borges: paradojas y metaficción." *Revista Landa*, vol. 1, no. 2, 2013, pp. 300-308.

Martínez, Guillermo. *Borges y la matemática*. Seix Barral, 2006.

Piña Rosales, Gerardo. "El cuento: Anatomía de un género literario." *Hispania*, vol. 92, no. 3, 2009, pp. 476-487.

Tejera, Luis Quintana. "El pensamiento infinito en "El libro de arena". Jorge Luis Borges." *Escritos Revista del Centro de Ciencias del Lenguaje*, no. 39-40, 2009, pp. 133-143.