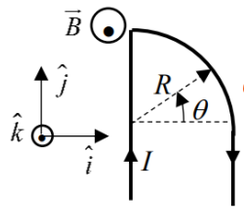
1: La figura representa un conductor filiforme de gran longitud con dos tramos rectos, paralelos al eje Y, y una parte con forma de ¼ de circunferencia de radio R. Dicho conductor está ubicado sobre el plano XY, dentro de un campo magnético uniforme y estacionario $\vec{B} = |\vec{B}|\,k$ y por él circula una corriente, de intensidad constante I, en el sentido indicado. Halle la expresión de la fuerza que el campo magnético ejerce sobre la parte curva del conductor. ($d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$)



SOLO HAY QUE CALCULAR EN CUANTO DE CIRCUNFERENCIA

$$\vec{dF} = I\,\vec{d\ell} \times \vec{B}$$

$$\vec{dF} = I \cdot d\ell \cdot (\cos(\theta)\,\check{\imath} + \operatorname{sen}(\theta) \cdot (-\check{\jmath})) \times B\,\check{k}$$

$$\vec{dF} = I\,\underbrace{d\theta R}\,.\,B.(\cos(\theta)\,\check{\imath} + \operatorname{sen}(\theta).(-\check{\jmath})) \times \check{k}$$

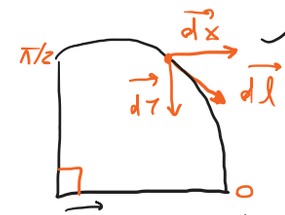
$$\vec{dF} = I\,d\theta\,R\,B.$$

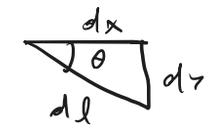
$$\vec{F} = IRB \int_0^{\pi/2} \cos(\theta).(-\check{\jmath}) + \operatorname{sen}(\theta).(-\check{\imath}).\,d\theta$$

$$\vec{F} = IRB\,\Big[\operatorname{sen}(\theta)(-\check{\jmath}) - \cos(\theta)(-\check{\imath})\Big]_0^{\pi/2}$$

$$\vec{F} = IRB.\Big[-\check{\jmath} - (0 - (-\check{\imath}))\Big]$$

$$\boxed{\vec{F} = IRB.(-\check{\jmath} - \check{\imath})}$$





$$\begin{cases} dx = \cos(\theta) \cdot d\ell \\ dy = \operatorname{sen}(\theta) \cdot d\ell \end{cases}$$

$$\vec{d\ell} = dx\,\check{\imath} + dy\,(-\check{\jmath})$$

$$\vec{d\ell} = \cos(\theta).d\ell\,\check{\imath} + \operatorname{sen}(\theta).d\ell(-\check{\jmath})$$

$$\vec{d\ell} = \underbrace{d\ell}_{d\theta \cdot R}.\,(\cos(\theta)\,\check{\imath} + \operatorname{sen}(\theta)(-\check{\jmath}))$$

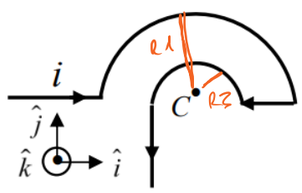
1. $(\cos(\theta)\,\check{\imath} + \operatorname{sen}(\theta).(-\check{\jmath})) \times \check{k}$

$\cos(\theta)\,\check{\imath} \times \check{k} + \operatorname{sen}(\theta)\,(-\check{\jmath}) \times \check{k}$

$\cos(\theta).(-\check{\jmath}) + \operatorname{sen}(\theta).(-\check{\imath})$

yentei

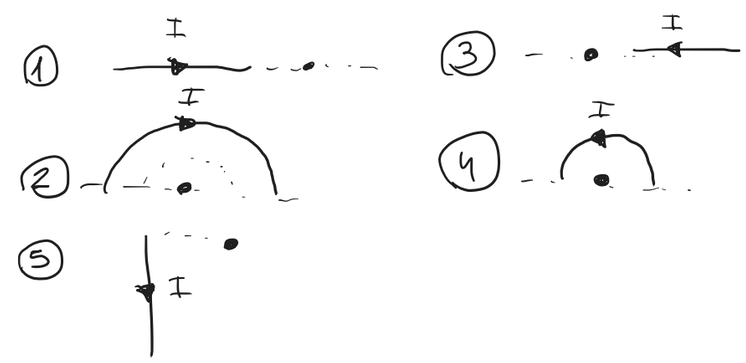
2: La configuración de la figura consiste en dos semiespiras coplanares, en el vacío, con centro en *C*. Los cables rectos izquierdo y vertical que transportan la corriente, pueden considerarse semiinfinitos. Si R_1 es el radio de la semicircunferencia mayor y R_2 el de la menor, halle la expresión del vector inducción magnética *B* en el punto C suponiendo estacionaria la corriente.



UTILIZAMOS PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

$$\vec{B}_{TOTAL} = \sum \vec{B}_{CENTRO} \cdot \check{k}$$

DESCOMPONEMOS FIGURA $\longrightarrow$



$$\vec{B}_{TOTAL} = \vec{B}_{1} + \vec{B}_{2} + \vec{B}_{3} + \vec{B}_{4} + \vec{B}_{5}$$

$B_1, B_3 = 0 \longrightarrow$ ESTÁ ALINEADO CON CENTRO (C), PORQUE $\alpha = 0°$ Y $SEN(\alpha) = 0$

$$B_2 = -\frac{\mu_0 I}{2R_1} \cdot \frac{\overset{180° = \pi}{\phi}}{2\pi} \longrightarrow B_2 = -\frac{\mu_0 I}{2R_1} \cdot \frac{1}{2}$$

$$B_4 = \frac{\mu_0 I}{2R_2} \cdot \frac{\overset{180° = \pi}{\phi}}{2\pi} \longrightarrow B_4 = \frac{\mu_0 I}{2R_2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$B_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \cdot \underbrace{\left[SEN(\overset{90°}{\theta_2}) - SEN(\overset{0°}{\theta_1}) \right]} \longrightarrow \frac{\mu_0 I}{4\pi \underset{R_2}{d}} \cdot 1$$

ESTE ANGULO TIENDE A 90° POR SER INFINITO

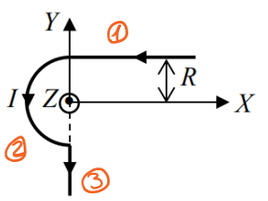
$$\vec{B}_{TOTAL_C} = \vec{B}_{2} + \vec{B}_{4} + \vec{B}_{5}$$

$$\boxed{\vec{B}_{TOTAL_C} = \frac{\mu_0 I}{4} \cdot \left(-\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{\pi R_2} \right) \check{k}}$$

yentei

3: El conductor filiforme representado en la figura está contenido en el plano XY, puede considerarse infinito, una parte recta es paralela al eje X, la otra coincide con el semieje $-Y$ y la parte curva es una semicircunferencia de radio R = 40 cm. Por él circula una corriente eléctrica continua y estacionaria de intensidad I = 2 A.

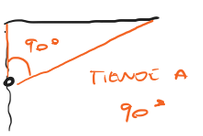
$R = 0{,}4\ m$



Calcule la aceleración que recibiría un protón (con carga q_p = 1,6×10^{-19} C y masa m_p = 1,67×10^{-27} kg) si pasara por el origen de coordenadas con velocidad $\vec{v} = 2\times10^4\, j$[m/s]

$\text{SEN}(0) = 0$

$$\vec{B}_{TOTAL} = (B_1 + B_2 + B_3)\,\check{k}$$



$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\cdot(\underbrace{\text{SEN}(\theta_2)}_{1} - \underbrace{\text{SEN}(\theta_1)}_{0})\,\check{k}$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\,\check{k}$$

$d \to R$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{\overset{\pi}{\cancel{\theta}}}{2\pi} = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

$$\vec{B}_{TOTAL} = \frac{\mu_0 I}{4R}\cdot\left(1 + \frac{1}{\pi}\right)\check{k}$$

$$\vec{B}_{TOTAL} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot 2}{4\cdot 0{,}4}\cdot\left(1 + \frac{1}{\pi}\right)\check{k} = \underline{2{,}07\cdot10^{-6}\,T\,\check{k}}$$

COMO TE PIDE ACELERACIÓN, NECESITAMOS FUERZA

$$\vec{F}_q = q\cdot\vec{V}\times\vec{B}$$

$$\vec{F}_q = 1{,}6\cdot10^{-19}\cdot 2\cdot10^4\,\check{j}\times 2{,}07\cdot10^{-6}\,\check{k}$$

$$\vec{F}_q = 1{,}6\cdot10^{-19}\cdot 2\cdot10^4\cdot 2{,}07\cdot10^{-6}\cdot(\check{j}\times\check{k})$$

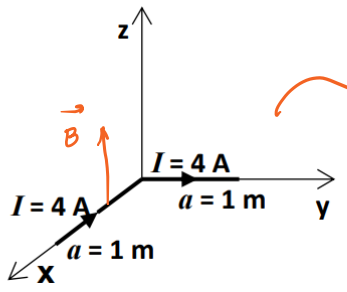
$$\underline{\vec{F}_q = 6{,}624\cdot10^{-21}\,\check{i}\ N}$$

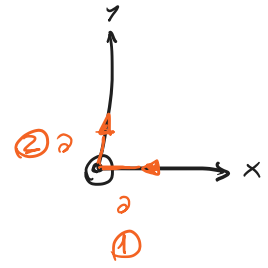
$$F_q = m\cdot a$$

$$6{,}624\cdot10^{-21} = 1{,}67\cdot10^{-27}\cdot a$$

$$\boxed{a = 3{,}9665\cdot10^{6}\ m/s^2\ \check{i}}$$

4. En un tramo de circuito como se indica en la figura está establecida una intensidad de corriente $I = 4$ A. Está inmerso en una región donde existe un vector inducción magnética $\boldsymbol{B} = Bo\ \boldsymbol{k}$. Calcule el vector fuerza magnética sobre el tramo de circuito. ($a = 1$ m, $Bo = 1$ T)





$$\vec{F}_{MAGNETICA} = \vec{F}_{TOTAL} = \vec{F}_{①} + \vec{F}_{②}$$

$$d\vec{F}_{①} = I\, dl_{①}\, B\, (-\check{i} \times \check{k}) \quad y \quad d\vec{F}_{②} = I\, dl_{②}\, B\, (\check{j} \times \check{k})$$

$$\vec{F}_{①} = I B \int_0^a dl_{①}\, \check{j} \qquad \vec{F}_{②} = I B \cdot \int_0^a dl_{②}\, \check{i}$$

$$\vec{F}_{①} = I B \cdot a\, \check{j} \qquad F_{①} = I B \cdot a\, \check{i}$$

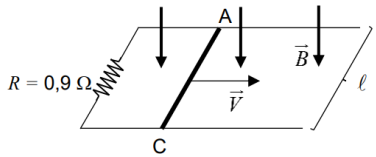
$$\vec{F}_{TOTAL} = \vec{F}_{①} + \vec{F}_{②}$$

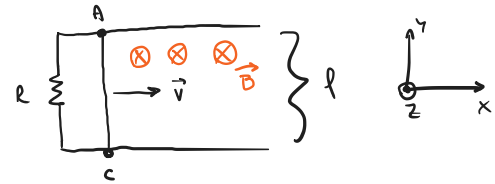
$$\vec{F}_{TOTAL} = I B a\, (\check{j} + \check{i})$$

$$\boxed{\vec{F}_{TOTAL} = (4\check{j} + 4\check{i})N}$$

yentei

5: La barra conductora AC se desliza sin fricción sobre dos rieles conductores rectos, paralelos y ubicados sobre un plano horizontal. La distancia entre los rieles es ℓ = 0,5 m y la fuerza que mantiene a la barra avanzando con velocidad constante tiene un módulo de 5 N. Todo el conjunto está inmerso en un campo de inducción magnética uniforme y estacionario de 1,2 T, ajeno al circuito. Considere despreciable el campo producido por el circuito y calcule el módulo de la velocidad con la que se mueve la barra.





$$d\vec{\Phi} = \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

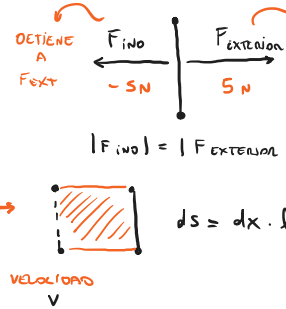
$$d\vec{\Phi} = B(-\check{k}) \cdot ds\,(\check{k})$$

$$d\vec{\Phi} = -B \cdot dx \cdot \ell$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E}_{INO} = -B \cdot \ell \cdot \frac{dx}{dt}$$

VELOCIDAD

$$\mathcal{E}_{INO} = -1{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot V$$



$$|F_{INO}| = |F_{EXTERIOR}|$$

POR LEY DE OHM:

$$\mathcal{E}_{INO} = R \cdot I_{INO}$$

$$-1{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot V = 0{,}9 \cdot I_{INO}$$

$$I_{INO} = -\frac{2}{3} \cdot V$$

$$d\vec{F}_{INO} = I_{INO}\, d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F}_{INO} = I_{INO}\, \vec{B}\,(-\check{k}) \cdot d\ell\,(\check{k})$$

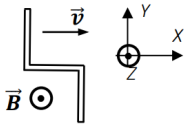
$$F_{INO} = I_{INO} \cdot (-B) \cdot \int_{\ell} d\ell$$

$$-5 = -\frac{2}{3} V \cdot (-1{,}2) \cdot 0{,}5 = \ell$$

$$\boxed{V = \frac{25}{2}\ \frac{m}{s}}$$

yentei

Ejercicio 6: Cada uno de los tres segmentos coplanares de la varilla metálica acodada tienen longitud L. La varilla se mueve sobre la superficie horizontal de una mesa con velocidad $\vec{v}$, inmersa en un campo magnético uniforme y estacionario perpendicular a la mesa.



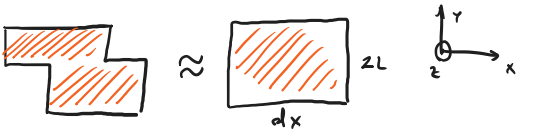
a) Halle la expresión de la f.e.m. inducida en la varilla.

b) Indique en el gráfico el signo de las cargas eléctricas inducidas en los extremos de la varilla.

a) A MEDIDA QUE LOS SEGMENTOS SE DESPLAZAN HACIA LA DERECHA AUMENTAN LOS ⊙ "PASADOS" POR LO QUE CRECE FLUJO Φ ⊕

LA $\mathcal{E}_{IND}$ CIRCULA EN SENTIDO HORARIO

$\vec{ds} =$



$$\vec{ds} = dx \cdot 2L$$

$$-\mathcal{E}_{IND} = \frac{d\Phi}{d\tau}$$

$$d\Phi = \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

$$d\Phi = B \cdot (\check{k}) \cdot ds \cdot (\check{k})$$

$$d\Phi = B \cdot ds$$

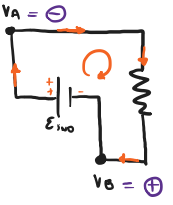
$$d\Phi = B \cdot dx\, 2L$$

$$|\mathcal{E}_{IND}| = B \cdot 2L \cdot \frac{dx}{d\tau}$$

VELOCIDAD $\vec{V}$

$$\boxed{|\mathcal{E}_{IND}| = B \cdot 2L \cdot V}$$

b)

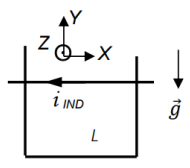


SI LO TOMAMOS COMO UN CIRCUITO PODEMOS VER QUE ES POSITIVO EN LA PARTE INFERIOR

$V_A > V_B$

yentei

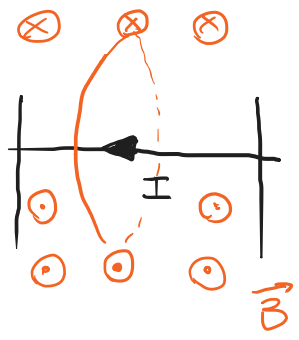
Ejercicio 7: La barra horizontal superior del cuadro de la figura cae con velocidad constante. La barra desliza con rozamiento, tiene masa M, longitud L, resistencia R, y el cuadro completo está inmerso en un campo magnético uniforme de intensidad B.



a) Justifique cuál es la dirección y cuál es el sentido del campo $\vec{B}$

b) halle la expresión de la fuerza de rozamiento en términos de los otros parámetros del problema.

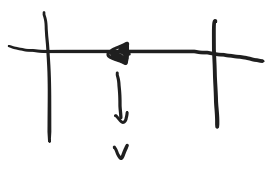
a)



POR CADA τ LA BARRA CAE, LA $\Phi_\ominus$

$\therefore$ ε_{INO} $\longrightarrow$ ANTIHORARIO

b)



COMO LA $V = CTE$, LA FUERZA DE ROZAMIENTO DETIENE LA ACELERACION DE LA GRAVEDAD

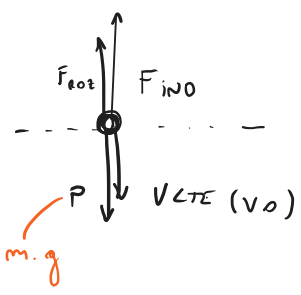
$$\sum F_Y = m \cdot a$$

$V = CTE$

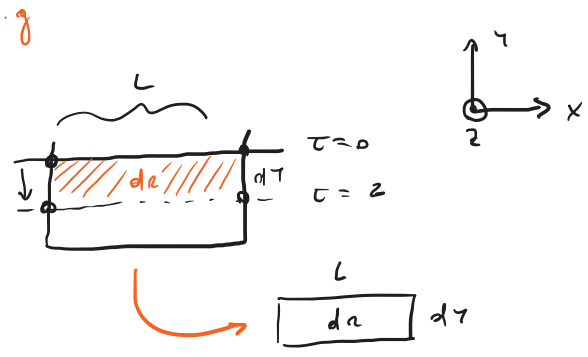
$a = 0$

$$-F_{INO} - F_{ROZ} + P = 0$$

$$F_{INO} + F_{ROZ} = P \quad (1)$$



$$\Longrightarrow d\Phi = B \cdot \vec{dr}$$



$$d\Phi = B \cdot \cancel{\check{k}} \cdot dY \cdot L \cancel{\check{k}}$$

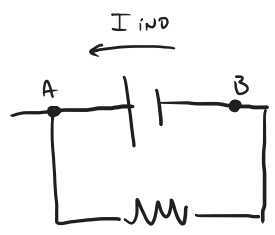
$$d\Phi = B \cdot L \cdot dY$$

COMO $|\varepsilon_{INO}| = \left| \dfrac{d\Phi}{d\tau} \right|$

$$|\varepsilon_{INO}| = \frac{B L \, dY}{d\tau}$$

$$\varepsilon_{INO} = B L \frac{dY}{d\tau}$$

VELOCIDAD V_0



$$\varepsilon_{INO} = B L V_0$$

POR LEY DE OHM

$$\varepsilon V = \varepsilon I \cdot R$$

$$\varepsilon_{INO} = I_{INO} \cdot R$$

$$B L V_0 = I_{INO} \cdot R$$

$$I_{INO} = \frac{B L V_0}{R}$$

$$F_{INO} = \int_l I_{INO} \cdot \vec{dl} \cdot B$$

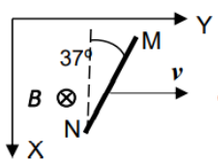
$$F_{INO} = I_{INO} \, B \int_l \vec{dl}$$

$$F_{INO} = I_{INO} \cdot B \cdot L \longrightarrow F_{INO} = \frac{B L V_0}{R} \cdot B \cdot L$$

$$F_{INO} = \frac{B^2 L^2 V_0}{R}$$

(1) $F_{INO} + F_{ROZ} = \underbrace{P}_{M \cdot g} \longrightarrow \boxed{F_{ROZ} = M \cdot g - \dfrac{B^2 L^2 V_0}{R}}$

8: Considere un conductor MN recto, de longitud L = 1 m, ubicado en el plano horizontal X-Y, que está inmerso en un campo de inducción magnética uniforme y estacionario $\boldsymbol{B}$ = 4 T($-\mathbf{e}_Z$). Dicho conductor es trasladado con velocidad constante v = 8 m/s ($\mathbf{e}_Y$).



COMO NO ES CERRADO
TODO EL $\vec{B}$ ES ENTRANTE
(NO HAY I)

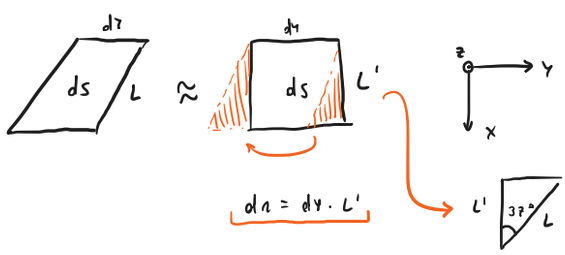
Determine:

a) el valor de la *fem* inducida en el conductor.

b) el sentido en el que circula la corriente inducida (de M a N o de N a M) suponiendo que el conductor forma parte de un circuito cerrado fijo al sistema de referencia.

a) COMO $\vec{B}$ ES UNIFORME Y LA VARILLA RECORRE LOS ⊗ AUMENTANDO $\Phi_{\oplus}$ ⟶ ε_{IND} = ANTIHORARIA

$$\varepsilon_{IND} = -\frac{d\Phi}{d\tau}$$



$dx = dy \cdot L'$

$\cos(37) = \frac{L'}{L}$

$L' = 0{,}8$ m

$$d\vec{\Phi} = \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$d\vec{\Phi} = B \cdot (-\check{k}) \cdot dx \cdot (\check{k})$$

$$d\vec{\Phi} = -B \cdot dy \cdot L'$$

$$|\varepsilon_{IND}| = \left|\frac{d\Phi}{d\tau}\right| \longrightarrow |\varepsilon_{IND}| = \frac{B\, dy\, L'}{d\tau}$$

VELOCIDAD = V

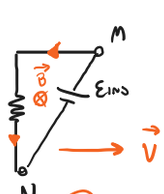
$$|\varepsilon_{IND}| = B \cdot V \cdot L'$$

$$|\varepsilon_{IND}| = 4 \cdot 8 \cdot 0{,}8$$

$$\boxed{|\varepsilon_{IND}| = 25{,}6 \text{ V}}$$

b) el sentido en el que circula la corriente inducida (de M a N o de N a M) suponiendo que el conductor forma parte de un circuito cerrado fijo al sistema de referencia.

b)



$\varepsilon_{IND} = V_M - V_N$

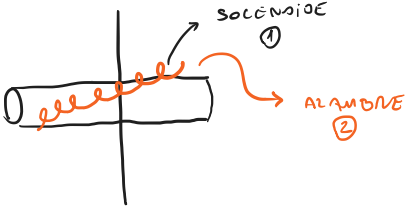
$V_M > V_N$

VA DE "N" A "M"

9: Un solenoide ideal es recorrido por una corriente eléctrica de intensidad $i(t)$ = 0,85 A $sen(200\ s^{-1}.t)$ que provoca, en su región central, un campo de inducción magnética espacialmente uniforme cuya intensidad varía en el tiempo según la función B = 0,5 T $sen(200\ s^{-1}.t)$. Dentro de esa región de campo uniforme se coloca una pequeña bobina de alambre de 20 espiras iguales entre sí, cada una de las cuales delimita una superficie de 4 cm² de área. Las líneas de inducción forman un ángulo de 30° con respecto a la recta normal a los planos que contienen a las espiras de la bobina de alambre. Halle la inductancia mutua M entre el solenoide y la bobina de alambre.

EL QUE TIENE ELECTRICIDAD ES EL ① Y GENERA Φ EN ②

$$M = \frac{\Phi_{21}}{I_1}$$



$$\Phi_{21} = \iint_{S2} B_1 \cdot N_2 \cdot dS_2 \cdot \cos(\theta)$$

30°

$$\Phi_{21} = B_1 \cdot N_2 \cdot \cos(30) \underbrace{\iint_{S_2} dS_2}_{S_2}$$

$$\Phi_{21} = 0{,}5 \cdot \text{SEN}(200 \cdot t) \cdot 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \overbrace{0{,}0004\ m^2}^{4\ cm^2}$$

$$\Phi_{21} = 0{,}0034641 \cdot \text{SEN}(200\ t)$$

$$M = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \frac{0{,}0034641 \cdot \cancel{\text{SEN}(200\ t)}}{0{,}85 \cdot \cancel{\text{SEN}(200\ t)}}$$

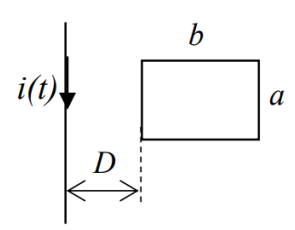
$$\boxed{M = 0{,}00407\ \text{HENRY}}$$

yentei

10: Por el alambre vertical de la figura circula una corriente eléctrica de intensidad $i(t) = i_0 + Ct$ (con $i_o > 0$). La espira es rectangular, se halla a distancia D del alambre y es coplanar con el mismo.

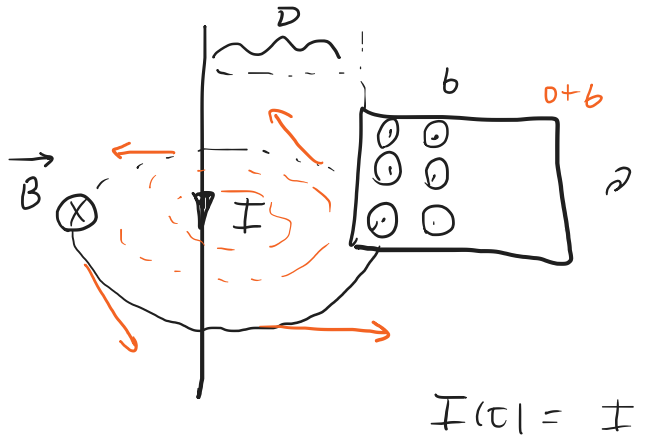
a) Para $C < 0$, indique el sentido en que circula la corriente inducida en la espira.

b) Halle la expresión de la *fem* inducida en la espira, en función del tiempo..



b)

$$d\Phi = B \cdot dA \cdot \overbrace{\cos(\underbrace{\theta}_{0})}^{1}$$

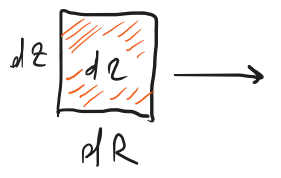


$$\Phi = \iint B \cdot dA$$

$$I(t) = \underbrace{I_0}_{>0} + \underbrace{C}_{<0} \cdot t$$

HILO INFINITO

$$\Phi = \iint \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot R} \cdot dA$$



$$dA = dR \cdot dz$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^a dz \int_D^{D+b} \frac{dR}{R}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \cdot a \cdot \Big[\ln(R) \Big]_D^{D+b}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{(D+b)}{D}\right)$$

$$\Longrightarrow \quad \varepsilon_{IND} = -\frac{d\Phi}{dt} \longrightarrow -\overbrace{\frac{\mu_0 a}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D+b}{D}\right)}^{CTE.} \cdot I(t)'$$

$$\boxed{\varepsilon_{IND} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{D+b}{D}\right) \cdot C}$$

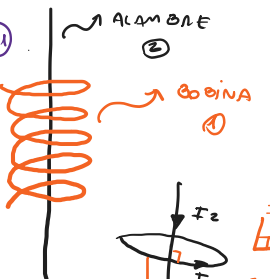
11: Por un alambre recto e infinito, que se halla en el eje revolución de una bobina plana de 10 espiras circulares de 0,5 m de radio, circula una corriente de intensidad $i_1(t)$ = 10 *sen* (100π s^{-1} *t*) mA. El coeficiente de autoinducción de la bobina es L = 3 mH y por ella circula una corriente eléctrica de intensidad $i_2(t)$ = 50 *sen* (120 π s^{-1} *t*) mA. Halle el valor de la *fem* inducida en la bobina, en función del tiempo.

SI LOS DOS TIENEN CORRIENTE (1) (2)

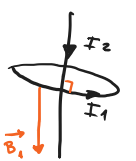
$$\Phi_1 = L_1 \cdot I_1 + \underbrace{\cancel{M \cdot I_2}}_{\Phi_{12}}$$

$$\Phi_2 = L_2 \cdot I_2 + \underbrace{\cancel{M \cdot I_1}}_{\Phi_{21}}$$

(*1)



$$\varepsilon_{IND\,(1)} = \frac{d\Phi_1}{d\tau}$$



(*1)

I_2 I_1 → $\alpha = 90°$

COMO EL $\vec{B}_1$ ES ∥ A $\vec{I}_2$

$\cos(\alpha) = 0$

ANGULO ENTRE $\vec{B}_2$ Y $\vec{n}_1$

$\alpha = 90°$

$$\longrightarrow \Phi_1 = L_1 \cdot I_1$$

DERIVO RESPECTO A $d\tau$ → $120\pi \cdot \cos(120\pi\tau)$

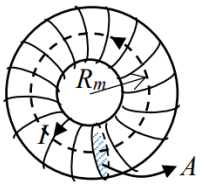
$$\frac{d\Phi_1}{d\tau} = -3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{50 \cdot \operatorname{sen}(120\pi \cdot \tau) \cdot 10^{-3}}{d\tau}$$

$$\frac{d\Phi_1}{d\tau} = -3 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 120\pi \cdot \cos(120\pi\tau) \cdot 10^{-3}$$

$$\boxed{\varepsilon_{IND\,(1)} = -0{,}018\,\pi \cdot \cos(120\pi\tau)\ \text{V}}$$

yentei

12. Un toroide ideal delgado (el radio medio del toroide es mucho mayor que el radio de las espiras) consta de N espiras iguales, cada una de las cuales delimita una superficie plana de área A, y que tiene un radio medio R_m. Halle la expresión de la inductancia L del toroide.



$(R_T >> R_E) \longrightarrow$ IDEAL

DE UNA SOLA ESPIRA

$$\vec{B}_{\text{TOROIDE IDEAL}} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2\pi R_m}, \quad L = \frac{\Phi}{I}, \quad d\Phi = B \cdot dS$$

$$\Phi = \int B \cdot \underbrace{dS}_{A}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R_m} \cdot A \cdot N$$

ESPIRAS

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi R_m} \cdot \cancel{\frac{I}{I}} \longrightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi R_m}}$$

yentei