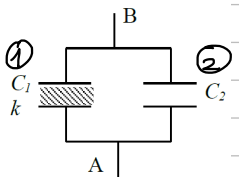
1) Los capacitores de la figura, que tienen placas planas de igual área separadas por la misma distancia, se cargan mediante una fuente de 12 V conectada a los puntos A y B. Una vez cargados, se desconecta la fuente y luego se procede a retirar el dieléctrico del capacitor C_1. Calcule:

a) La intensidad de los vectores campo electrostático y desplazamiento eléctrico en cada capacitor antes de retirar el dieléctrico.

b) La carga y la tensión final en cada capacitor, una vez que se alcanza el equilibrio electrostático.

$= 0{,}08\,cm = 0{,}0008\,m$

Datos: área $A = 0{,}8\ m^2$; $d = 0{,}8$ mm; $k = 3$; $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ \frac{F}{m}$



estan en paralelo los capa

$V_{C1} = V_{C2} \} \rightarrow E_1 = E_2$

$Q = Q_1 + Q_2$

$C = C_1 + C_2$

(A) $\mathcal{E} = 12V$

$D = \varepsilon_R \varepsilon_0 E$

Para ①

$V_C = \int_A^B E\,dl \rightarrow V_C = E \cdot \overline{AB}$

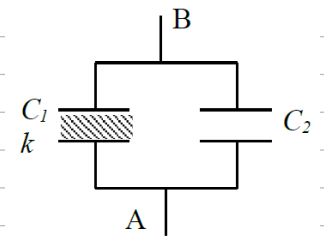
$E = \frac{V_C}{\overline{AB}} \rightarrow E = \frac{\mathcal{E}}{d} \rightarrow \boxed{E = \frac{12V}{0{,}0008m} = 15000\ \frac{V}{m}}$

$D_1 = K\,\varepsilon_0 E \rightarrow D_1 = 3 \cdot 8{,}85 \times 10^{-12}\ \frac{F}{m} \cdot 15000\frac{V}{m} \rightarrow \boxed{D_1 = 398{,}25 \times 10^{-9}\ \frac{C}{m^2}}$

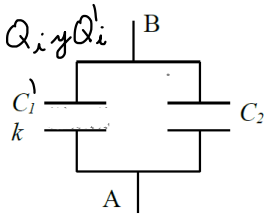
Para ② $E_1 = E_2 \rightarrow \boxed{E_2 = 15000\frac{V}{m}}$

$D_2 = 1 \cdot \varepsilon_0 E \rightarrow D_2 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \frac{F}{m} \cdot 15000\frac{V}{m} = \boxed{132{,}75 \times 10^{-9}\ \frac{C}{m^2} = D_2}$

(B)



Se conserva la Q_i y Q'_i



Como tiene misma E, d; V_C (Por ser capacitores en paralelo

$C'_1 = C'_2 \rightarrow Q'_1 = Q'_2 = Q'$

$D = \sigma_L = \frac{Q}{S} \rightarrow D \cdot S = Q$

$Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2$

$D_1 S + D_2 S = Q' + Q' \rightarrow D_1 S + D_2 S = 2Q' \rightarrow Q' = \frac{S(D_1 + D_2)}{2}$

$Q' = \frac{0{,}8m^2 \left(398{,}25 \times 10^{-9}\frac{C}{m^2} + 139{,}75 \times 10^{-9}\frac{C}{m^2}\right)}{2} \rightarrow \boxed{Q' = 215{,}2 \times 10^{-9}\ C}$

↳ Para cada capacitor

$V'_C = ?$ $\quad Q' = C'_2 \cdot V'_C \quad C'_2 = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

$V'_C = \frac{Q'}{C_2} \rightarrow V'_C = \frac{Q'}{\varepsilon_0 \frac{S}{d}} \rightarrow V'_C = \frac{215{,}2 \times 10^{-9} C}{8{,}85 \times 10^{-12}\frac{F}{m} \cdot \frac{0{,}8m^2}{0{,}0008m}} \rightarrow \boxed{V'_C = 24{,}32\ V}$

2) Un electrón, $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg y $q_e = -1{,}6.10^{-19}$ C, llega a una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de intensidad $\boldsymbol{B} = 0{,}06$ µT. La dirección de la velocidad del electrón es perpendicular a la de las líneas del campo y de esta forma el electrón describe una trayectoria circular. Si el módulo de la velocidad del electrón es de 2000 m/s, calcule:

a) El radio R de la trayectoria circular.

b) La frecuencia de giro f.

$$\vec{F_m} = q\,\vec{V}\times\vec{B} \rightarrow F_m = q\,V\cdot B\,\text{sen}\,\alpha$$

$$\vec{F_m} = m\,\vec{a_c} \rightarrow F_m = m\cdot a_c \rightarrow F_m = m\frac{V^2}{R}$$

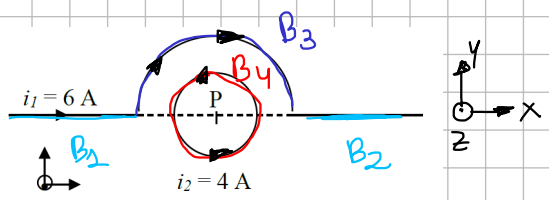
$$q\,V B\,\text{sen}\,\alpha = m\frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{m\,V^{\cancel{2}}}{q\,\cancel{V}\,B\,\text{sen}\,\alpha}$$

$$R = \frac{9{,}1\times10^{-31}\cdot 2000\,m/s}{1{,}6\times10^{-19}\,C\cdot 0{,}06\times10^{-6}\,T} \rightarrow \boxed{R = 0{,}1895\,m}$$

$$V = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi R}{V} \rightarrow T = \frac{2\pi\cdot 0{,}1895\,m}{2000\,m/s} \rightarrow 595{,}33\times10^{-6}\,s$$

$$f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{595{,}33\times10^{-6}\,s} = \boxed{1679{,}7355\,Hz = f}$$

3) La figura representa una espira de 4 cm de radio y un conductor infinitamente largo que tiene una curva en forma de semicircunferencia de 6 cm de radio. El centro de la semicircunferencia y el de la espira coinciden en el punto P. Halle el vector inducción magnética $\boldsymbol{B}$ en el punto P. R: $\boldsymbol{B}$ = 31,4 µT $\boldsymbol{e_z}$



B_1 y B_2: Como la direccion pasa por el punto P ------> $B_1 = B_2 = 0\,T$

B_3: Campo magnetico generado por una circunferencia $\rightarrow B_3 = \frac{\mu_0 I_1}{2R}$

" " " " " media circunferencia $\rightarrow B_3 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I_1}{2R}$

Por regla de la mano derecha $\vec{B_3} = \frac{\mu_0 I_1}{4R}(-\vec{k})$

$I_1 = 6A \quad R = 6\,cm = 0{,}06\,m$

$$\vec{B_3} = \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{T\,m}{A}\cdot 6A}{4\cdot 0{,}06\,m} = \boxed{3{,}14\times10^{-5}\,T(-\vec{k}) = \vec{B_3}}$$

B_4: Campo magnetico generado por una circunferencia $\rightarrow B_4 = \frac{\mu_0 I_1}{2R}$

Por regla de la mano derecha

$$\vec{B_4} = \frac{\mu_0 I_1}{2R}(\vec{k}) \rightarrow \vec{B_4} = \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{T\,m}{A}\cdot 4A}{2\cdot 0{,}04\,m}(\vec{k}) \rightarrow \boxed{\vec{B_4} = 6{,}28\times10^{-5}\,T(\vec{k})}$$

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3} + \vec{B_4} = (0T + 0T - 3{,}14\times10^{-5} + 6{,}24\times10^{-5})\,\vec{k}$$

$$\vec{B} = 3{,}14\times10^{-5}\,\vec{k} = 31{,}4\times10^{-6}\,T\,\vec{k} = \boxed{31{,}4\,\mu T(\vec{k}) = \vec{B}}$$

4) Una bobina de 30 espiras circulares muy juntas, de 3 cm² de área cada una, está rodeando a un solenoide de gran longitud que tiene una densidad de espiras $n = 1200\ m^{-1}$ y 2 cm² de sección. Suponga que el solenoide es ideal y que sus espiras y las de la bobina exterior están en planos paralelos. Calcule el coeficiente de inducción mutua M.

$\theta = 0°$

$N = 30 \qquad A = 3\,cm^2 \qquad n = 1200\ m^{-1}$

B de un solenoide $\rightarrow B = \mu_0 n I$

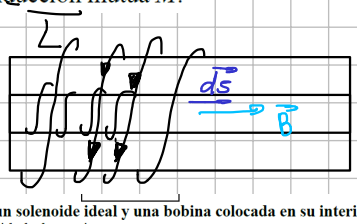
$$\phi_B = \iint \vec{B}\,d\vec{S} = \iint B\,dS\cos\alpha = B\iint dS = B\,S$$

$$\phi_{BC} = N_{bobina}\cdot\phi_B \Rightarrow N_b\cdot B\cdot S$$

$$M = \frac{\phi_{BC}}{I} = \frac{N_b B\cdot S}{I} = \frac{N_b\cdot\mu_0 n I S}{I} = N_b\mu_0 n S$$

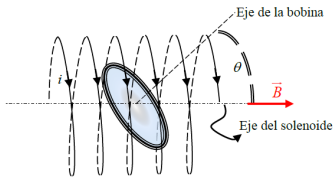
$$M = 30\cdot 4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot\frac{1200}{m}\cdot 2\times10^{-4}\,m^2$$

$$\boxed{M = 9{,}047\times10^{-6}\ H}$$



3) Inductancia mutua entre un solenoide ideal y una bobina colocada en su interior

Un solenoide ideal, con densidad de espiras n, tiene en su interior una pequeña bobina con N espiras planas e iguales, cada una de las cuales delimita una superficie de área S. El eje de la bobina forma un ángulo θ con el eje del solenoide. Suponemos que el solenoide está conectado a una fuente de tensión que le suministra una corriente de intensidad i, esto significa que es el primario. El flujo magnético en la sección de la bobina (que es el secundario) es igual al producto del módulo del campo del primario (B), por el área S de la sección del secundario por el coseno del ángulo θ formado entre sus ejes:



$$\Phi_B = B\,S\cos\theta = \mu_0\,n\,i\,S\cos\theta$$

La inductancia mutua M es el cociente entre el flujo magnético Φ_{B2} concatenado por el secundario y la intensidad de la corriente en el primario:

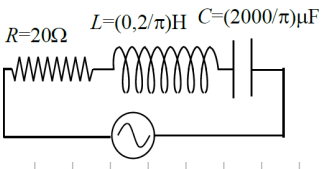
$$M = \frac{\Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{N\mu_0 n\,i\,S\cos\theta}{i}$$

$$\boxed{M = \mu_0\,n\,N\,S\cos\theta}$$

5) El generador de corriente alterna del circuito de la figura tiene una frecuencia de 50 Hz y una tensión eficaz de 220 V. Calcule:

a) El desfasaje entre la tensión y la corriente.

b) La frecuencia de resonancia.



φ

$f = 50\,Hz \rightarrow W = 100\pi\,s^{-1} \qquad V_{ef} = 220\,V$

A) $X_L = W\cdot L \rightarrow X_L = 100\pi\,s^{-1}\cdot\frac{0{,}2}{\pi}\,H = 20\,\Omega$

$$X_C = \frac{1}{WL} \rightarrow X_C = \frac{1}{100\pi\,s^{-1}\cdot\frac{2000\times10^{-6}}{\pi}\,F} \rightarrow X_C = 5\,\Omega$$

$$\varphi = \text{arctang}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \rightarrow \varphi = \text{arctang}\left(\frac{20\,\Omega - 5\,\Omega}{20\,\Omega}\right) \rightarrow \boxed{\varphi = 36°\,52'\,11{,}63''}$$

B) $f_0 \rightarrow X_L = X_C \rightarrow WL = \frac{1}{WC} \rightarrow W^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{0{,}2}{\pi}\cdot\frac{2000\times10^{-6}}{\pi}}} = \boxed{25\ Hz}$$

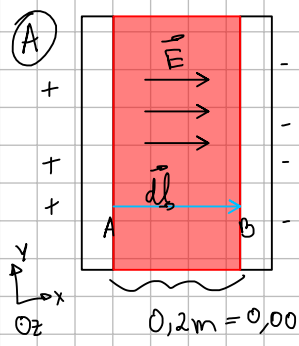
6) Un capacitor plano está formado por dos placas planas paralelas de 0.5 m² de superficie, separadas 0,2 mm. Entre las placas hay una lámina de plástico ($\varepsilon_R = k = 8$) que ocupa todo el espacio entre las mismas. El capacitor se conecta a una fuente de tensión de 200 V. Hallar:

a) La intensidad de los vectores $\vec{E}$ y $\vec{D}$ en el dieléctrico.

b) Si se desconecta la fuente y se quita el dieléctrico ¿cuánto vale la tensión entre las placas?

$$\left(\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}\,F/m\right)$$

Ⓐ



$S = 0{,}5\,m^2$

$k = 8$

$\mathcal{E} = 200V$

$$V_{AB} = \int_A^B \vec{E}\,d\vec{l} = \int_A^B E(\hat{i})\,dl(\hat{i}) = E\int_A^B dl$$

$$V_{AB} = E\,\overline{AB} = Ed \rightarrow E = \frac{V_{AB}}{d} \rightarrow E = \frac{200\,V}{0{,}0002\,m}$$

$$\boxed{E = 1\times10^{6}\,\frac{V}{m}}$$

$$D = \varepsilon_R\varepsilon_0 E \rightarrow D = 8\cdot 8{,}85\times10^{-12}\,\frac{F}{m}\cdot 1\times10^{6}\,\frac{V}{m}$$

$$\boxed{D = 70{,}6\times10^{-6}\,\frac{C}{m^2}}$$

$$C = k\varepsilon_0\frac{S}{d} \rightarrow 8\cdot 8{,}85\times10^{-12}\,\frac{F}{m}\cdot\frac{0{,}5\,m^2}{0{,}2\times10^{-3}\,m}$$

$$C = 177\times10^{-9}\,F$$

$$Q = C\cdot V_C \rightarrow Q = 177\times10^{-9}\,F\cdot 200\,V = 35{,}4\times10^{-6}\,C$$

Ⓑ Si se saca el dieléctrico y la fuente Q se conserva $C_0 = \frac{C}{k}$

$$Q = Q' = C_0\cdot V'_C \rightarrow V'_C = \frac{Q'}{C_0} \rightarrow V'_C = \frac{kQ'}{C}$$

$$\boxed{V'_C = \frac{8\cdot 35{,}4\times10^{-6}}{177\times10^{-9}} = 1600\,V}$$

7) Un electrón proveniente del Sol, con una velocidad de 10^6 m/s, entra perpendicularmente en el campo magnético terrestre por encima del Ecuador, donde $B = 4\times10^{-7}\,T$. El electrón sigue una trayectoria aproximadamente circular. a) ¿Cuál es el radio de dicha trayectoria? b) Muestre en un esquema cómo resulta la trayectoria de la partícula en relación con las líneas del campo magnético terrestre. Considere que el campo magnético de la Tierra es uniforme en la región en la que se mueve el electrón.

Datos: $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg; $q_e = -1{,}6.10^{-19}$ C.

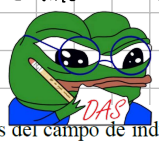
Ⓐ $V = 10^6\,m/s$ $\quad B = 4\times10^{-7}\,T$ $\quad m = 9{,}1\times10^{-31}\,kg$ $\quad q = 1{,}6\times10^{-19}\,C$

$$\vec{F}_m = q\,\vec{V}\times\vec{B} \rightarrow F_m = q\,V\cdot B\,\text{sen}\,\alpha$$

$$\vec{F}_m = m\,\vec{a}_c \rightarrow F_m = m\cdot a_c \rightarrow F_m = m\frac{V^2}{R}$$

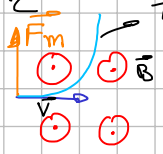
$$q\,VB\,\text{sen}\,\alpha = m\frac{V^2}{R}$$

$$R = \frac{mV}{qB\,\text{sen}\,\alpha} \rightarrow R = \frac{9{,}1\times10^{-31}\,kg\cdot10^{6}\,m/s}{1{,}6\times10^{-19}\,C\cdot4\times10^{-7}\,T\cdot\text{sen}\,90} \rightarrow \boxed{R = 14{,}21\,m}$$



$\hat{y}\hat{j}\hat{k}\hat{i}$

Ⓑ



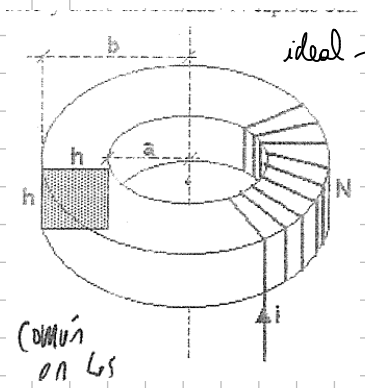
$\vec{B} = B(\hat{k})$

$\vec{V} = V(\hat{y})$

$$\vec{F}_m = -q\,\vec{V}\times\vec{B} \rightarrow -q\,VB(\hat{i})\times(\hat{k}) \rightarrow -q\,VB(-\hat{j})$$

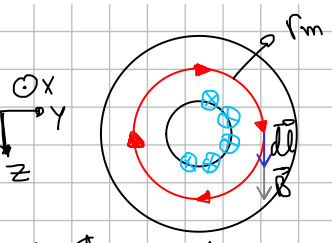
$$\vec{F}_m = q\,VB(\hat{j})$$

8) Halle las expresiones del campo de inducción magnética B (mediante la ley de Ampère) y del coeficiente de auto inducción L de un toroide ideal de radio medio R, N espiras iguales de sección transversal S (cada una) y núcleo de aire.



Común en Ls

ideal $\rightarrow r_m = R = \frac{a+b}{2}$



Por ley de Ampère $\rightarrow I_c = NI$

$$\oint \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

$$\int B\,dl\cos 0 = \mu_0 NI$$

$$B\cdot 2\pi r_m = \mu_0 NI$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r_m}(\hat{k})}$$

Lo mismo de otra perspectiva en una sola espira

$$\phi_B = \iint \vec{B}\,d\vec{S} \rightarrow \iint B\,dS\cos\beta \rightarrow B\iint dS\cos 0 \rightarrow \phi_B = BS \rightarrow \phi_B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r_m}\cdot S$$

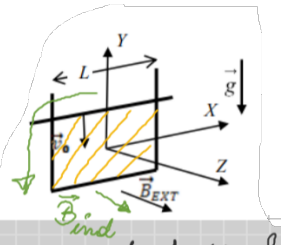
$$\phi_{BC} = N\phi_B = \frac{N\mu_0 NIS}{2\pi r_m} = \frac{\mu_0 N^2 IS}{2\pi r_m}$$

$$L = \frac{\phi_{BC}}{I} \rightarrow L = \frac{\frac{\mu_0 N^2 IS}{2\pi r_m}}{I} \rightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi r_m}}$$

9) La figura muestra una barra metálica móvil que desliza sin rozamiento en contacto con un cuadro metálico en presencia de un campo magnético externo uniforme y estacionario. La barra tiene masa M y cae con *velocidad constante* v_0. Suponiendo que el cuadro completo tiene resistencia eléctrica R (que no varía con el movimiento de la barra).

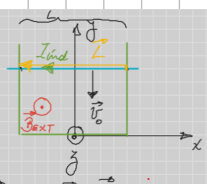
a) Justifique claramente cuál es el sentido de circulación de la corriente inducida en el cuadro;

b) Halle la expresión de la velocidad de caída de la barra.



a) Al caer la barra, disminuye el área de la sup. rodeada por el circuito => el $\phi_{B\,ext}$ disminuye => se induce una fem => la fem induce una corriente cuyo efecto se opone a su causa: el campo B_{ind} que produce la corriente inducida refuerza al B_{EXT} para tratar de evitar que su flujo disminuya. Para ello i_{ind} debe circular en sentido antihorario vista desde el semieje $z > 0$.

b)



$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}_{EXT}$

$\vec{F}_m = I \int_L (d\vec{l} \times \vec{B}_{EXT})$

$\vec{F}_m = I \int_L d\vec{l} \times B_{EXT}$

$= I \cdot \vec{L} \times \vec{B}_{EXT}$

$= I \cdot L(-\check{i}) \times B_{EXT}\,\check{k}$

$\vec{F}_m = I L B_{EXT}\,\check{j}$

si $\vec{v}_0$ es constante => $\vec{a} = \vec{0}$ => $|\vec{a}| = 0$

Segunda ley de Newton $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$\vec{F}_m + \vec{P} = m \cdot \vec{0}$

$I_{ind} L B_{EXT}\,\check{j} + mg(-\check{j}) = \vec{0}$

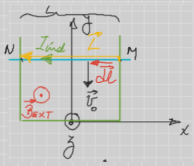
$\check{i}\ \check{j}\ \check{k}\ \check{i}\ \check{j}$ $-$

$I_{ind} L B_{EXT}\,\cancel{\check{j}} = mg\,\cancel{\check{j}}$

$I_{ind} L B_{EXT} = mg$

$\frac{\mathcal{E}_{ind}}{R} \cdot L B_{EXT} = m \cdot g$

$\frac{\mathcal{E}_{ind}}{R} \cdot L B_{EXT} = m \cdot g$



$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\phi_B}{dt} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}_{EXT}) \cdot d\vec{l}$

$\mathcal{E}_{ind} = \int_M^N [v_0(-\check{j}) \times B_{EXT}(\check{k})] \cdot dx(-\check{i})$

$\mathcal{E}_{ind} = \int_M^N v_0 B_{EX} \cdot \underbrace{(-\check{i}) \cdot dx(-\check{i})}_{1} = v_0 B_{EXT} \cdot \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx \Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = v_0 B_{EXT} L$

$\frac{v_0 B_{EXT} L}{R} L \cdot B_{EXT} = m \cdot g$

$v_0 = \frac{m \cdot g R}{B_{EXT}^2 \cdot L^2}$

10) A un circuito RLC serie se le suministra una potencia aparente de 60 VA. Si la corriente tiene una intensidad de pico i_0 = 0,4 A y retrasa 37° respecto de la tensión, calcule:

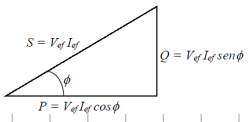
a) El valor de R;

b) El valor de L sabiendo que C = 40 μF y que la frecuencia de resonancia es de 80 Hz.

C i V i L $\rightarrow X_L > X_C$ $\varphi = 37°$ / $I_0 = 0{,}4A$, $S = 60 V_A$

$S = V_{ef} I_{ef} \Rightarrow V_{ef} = \frac{S}{I_{ef}} \rightarrow V_{ef} = \frac{60 V_A}{\frac{0{,}4 A}{\sqrt{2}}} \Rightarrow V_{ef} = 212{,}13$

El factor $\cos\phi$ se denomina **factor de potencia** del circuito.
Es posible construir un triángulo rectángulo que tenga a ϕ como uno de sus ángulos agudos y al producto $V_{ef} I_{ef}$ como hipotenusa. Esta representación se denomina **triángulo de potencias**.
El cateto adyacente P, como ya se ha señalado, es la **Potencia activa**. Se expresa en W (vatios).
El cateto opuesto Q es la **Potencia reactiva**. Se expresa en VAr (volt-amperio reactivos).
La hipotenusa S es la **Potencia aparente**. Se expresa en VA (volt-amperio).
Puede aplicarse el teorema de Pitágoras obteniéndose la relación $S^2 = P^2 + Q^2$.



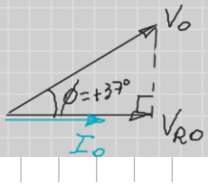
$P = 212{,}13 \cdot \frac{0{,}4}{\sqrt{2}} \cos(+37°) = 47{,}91 W$

$P = I_{ef}^2 \cdot R \Rightarrow R = \frac{P}{I_{ef}^2} \rightarrow R = \frac{47{,}91 W}{\frac{0{,}4^2}{2} A^2} = 598{,}875 \Omega = R$

otra forma de hacer:

a) $S = V_{ef} \cdot I_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ $\quad S = \frac{V_0 I_0}{2} \Longrightarrow V_0 = \frac{2 \cdot S}{I_0} = \frac{2 \cdot 60 V \cdot A}{0{,}4 A} = 300 V$

Como I atrasa respecto de V, V adelanta respecto de I



$V_{R0} = V_0 \cdot \cos\phi = 300 V \cdot \cos 37° = 240 V$

$V_{R0} = R \cdot I_0 \Rightarrow R = \frac{V_{R0}}{I_0} = \frac{240 V}{0{,}4 A} = 600 \Omega$

B

10) A un circuito RLC serie se le suministra una potencia aparente de 60 VA. Si la corriente tiene una intensidad de pico i_0 = 0,4 A y retrasa 37° respecto de la tensión, calcule:

a) El valor de R;

b) El valor de L sabiendo que C = 40 μF y que la frecuencia de resonancia es de 80 Hz.

$C = 40 \times 10^{-6} F$ $\quad f_0 = 80 Hz \rightarrow \omega_0 = 160\pi s^{-1}$

en resonancia $\rightarrow X_L = X_C \rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C} \rightarrow L = \frac{1}{(160\pi s^{-1})^2 \cdot 40 \times 10^{-6}}$

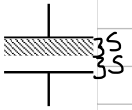
$L = 98{,}95 \times 10^{-3} H$

$L = 98{,}95 mH$

11) Las placas de un capacitor plano distan 0,1 mm y tienen $\overset{S}{0{,}15\ m^2}$ de área. Posee además una lámina dieléctrica, de permitividad relativa $\varepsilon_R = 3{,}5$ que ocupa la mitad del espacio entre placas mientras que en el espacio restante hay aire. El capacitor se conecta a una fuente de tensión de 40 V. Calcule:

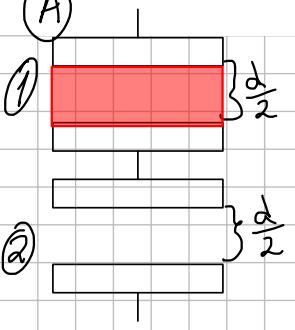
a) La capacitancia y la carga del capacitor.

b) El campo eléctrico E y el desplazamiento eléctrico D en el dieléctrico y en el aire.



$$\left(\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ \frac{C^2}{N.m^2}\right)$$

(A)



$K = 3{,}5$

$d = 0{,}1\,mm = 0{,}1\times10^{-3}\,m$

$S = 0{,}15\ m^2$

$\mathcal{E} = 40V = V_{CT}$

Como se comporta parecido a dos capacitores en serie

$C_T = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}$

$V_{CT} = V_{C1} + V_{C2}$

$Q_1 = Q_2$

$$C_1 = k\varepsilon_0 \frac{S}{\frac{d}{2}} \rightarrow C_1 = 3{,}5 \cdot 8{,}85\times10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2} \cdot \frac{0{,}15m^2}{\frac{0{,}1\times10^{-3}m}{2}}$$

$$\boxed{C_1 = 92{,}925\ \times10^{-9}\,F}$$

$$C_2 = \varepsilon_0 \frac{S}{\frac{d}{2}} \rightarrow C_2 = 8{,}85\times10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2} \cdot \frac{0{,}15m^2}{\frac{0{,}1\times10^{-3}m}{2}} = \boxed{26{,}55\times10^{-9}\,F = C_2}$$

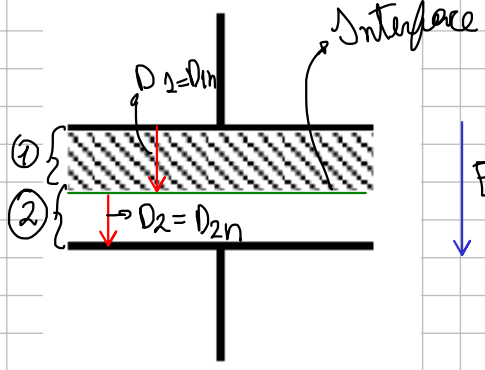
$$C_T = \left(\frac{1}{92{,}925\times10^{-9}} + \frac{1}{26{,}55\times10^{-9}}\right)^{-1} F \rightarrow \boxed{C_T = 20{,}65\times10^{-9}\,F}$$

$$Q_T = V_{CT}\cdot C_T \rightarrow Q_T = 40V \cdot 20{,}65\times10^{-9}\,F \rightarrow \boxed{Q_T = 826\times10^{-9}\,C}$$ es igual $Q_L = Q_T$

(B)

$$D = \sigma_L = \frac{Q_L}{S} \rightarrow D = \frac{826\times10^{-9}C}{0{,}15m^2} \rightarrow \boxed{D = 5{,}506\times10^{-6}\frac{C}{m^2}}$$

(Para ambos es el mismo D)



Por continuo $\begin{cases} E_{P1} = E_{P2} \\ D_{1N} = D_{2N} \rightarrow D_1 = D_2 \end{cases}$

$D = \varepsilon_R \varepsilon_0 E$

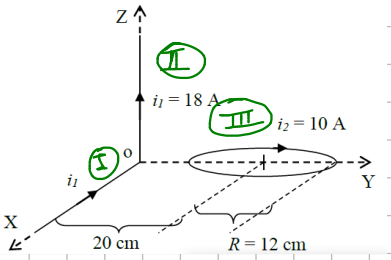
$E \downarrow$ $\left.\begin{matrix} D_1 \downarrow \\ D_2 \downarrow \end{matrix}\right\}$ Ambas estan perpendiculares a la interface

$$E = \frac{D}{\varepsilon_R \varepsilon_0}$$

① $$E_1 = \frac{5{,}506\times10^{-6}\frac{C}{m^2}}{3{,}5 \cdot 8{,}85\times10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}} \rightarrow \boxed{E_1 = 177{,}75\times10^{3}\frac{V}{m}}$$

$$E_2 = \frac{5{,}506\times10^{-6}\frac{C}{m^2}}{1 \cdot 8{,}85\times10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}} \rightarrow \boxed{E_2 = 622{,}14\times10^{3}\frac{V}{m}}$$

12) La figura representa una espira circular de radio R, ubicada en el plano horizontal XY, y un conductor recto infinitamente largo doblado en ángulo recto de tal forma que se superpone con los semiejes positivos X y Z. La espira circular es recorrida por una corriente de intensidad i_2 en tanto que el otro conductor es recorrido por la corriente de intensidad i_1.
Halle la intensidad del vector inducción magnética en el centro de la espira.



I y II Campo Magnetico producido por una linea de corriente semiinfinito

$$|\vec{B}| = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

→ Para I Por regla de la mano derecha $\vec{B}_I = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi r}(-\hat{k})$

→ Para II por regla de la mano derecha $\vec{B}_{II} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi r}(-\hat{i})$

III Campo Magnetico producido por una circuferencia

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I_2}{2R}\,\frac{\varphi}{360°} \rightarrow |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I_2}{2R}\,\frac{360°}{360°}$$

φ → una circuferencia entera

Por regla de la mano derecha → $\vec{B} = \frac{\mu_0 I_2}{2R}(-\hat{k})$

$I_1 = 18A$
$I_2 = 10A$
$r = 20\,cm = 0{,}2m$
$R = 12\,cm = 0{,}12m$

$$\vec{B}_I = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}(-\hat{k}) \rightarrow \vec{B}_I = \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 18A}{4\pi\cdot 0{,}2m}(-\hat{k}) = 9\times10^{-6}(-\hat{k})\,T$$

$$\vec{B}_{II} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}(-\hat{i}) \rightarrow \vec{B}_{II} = \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 18A}{4\pi\cdot 0{,}2m} = 9\times10^{-6}\,T(-\hat{i})$$

$$\vec{B}_{III} = \frac{\mu_0 I_2}{2R}(-\hat{k}) \rightarrow \vec{B}_{III} = \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 10A}{2\cdot 0{,}12m} = 52{,}3598\times10^{-6}\,T(-\hat{k})$$

$$\vec{B} = \vec{B}_I + \vec{B}_{II} + \vec{B}_{III} = 9\times10^{-6}(-\hat{k})\,T + 9\times10^{-6}\,T(-\hat{i}) + 52{,}3598\times10^{-6}\,T(-\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{B} = (-9\,;0;-61{,}35)\,\mu T}$$

13) Un haz de partículas de masa $m = 8{,}96 \times 10^{-27}$ kg y carga $q = +3{,}2 \times 10^{-19}$ C, llega a una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de 0,002 T. Halle la velocidad con la que se movía cada partícula del haz sabiendo que llega en dirección perpendicular al campo y que éste le hace describir un arco de circunferencia de 5,6 cm de radio.

$m = 8{,}96 \times 10^{-27}$ kg

$\alpha = 90$

$q = +3{,}2 \times 10^{-19}$ C

$|\vec{B}| = 0{,}002$ T

$R = 5{,}6$ cm $= 0{,}056$ m

$$(I) \begin{cases} \vec{F_m} = q\, \vec{V} \times \vec{B} \\ |\vec{F_m}| = |q|\, |\vec{V}|\, |\vec{B}| \operatorname{sen} \alpha \end{cases}$$

$$(II) \quad F_m = m\, a_c \rightarrow F_m = m \frac{V^2}{R}$$

$$(I) = (II) \quad q\, V B \operatorname{sen} \alpha = m \cdot \frac{V^2}{R} \rightarrow V = \frac{q\, B \operatorname{sen} \alpha \cdot R}{m}$$

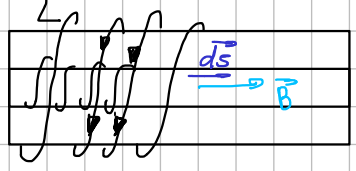
$$V = \frac{3{,}2 \times 10^{-19} C \cdot 0{,}002\, T \operatorname{sen}(90) \cdot 0{,}056\, m}{8{,}96 \times 10^{-27} kg} \rightarrow \boxed{V = 4000\, m/s}$$

14) Un solenoide de gran longitud consta de 150 espiras por centímetro y tiene un radio de 5 cm. Una bobina plana de 30 espiras y 4 cm de radio, está en el interior del mismo y con sus espiras paralelas a las de aquél. Por el solenoide circula una corriente de intensidad $i(t) = 12A.sen(20s^{-1}.t)$

a) Calcule el coeficiente de inducción mutua.

b) Halle la expresión de la *fem* inducida en la bobina interior, en función del tiempo.

$$n = \frac{N}{L}$$



$$n: \quad 150 \frac{1}{cm} \cdot \frac{100\, cm}{1\, m} = 15000 \frac{1}{m}$$

B de un solenoide $\rightarrow B = \mu_0\, n\, I$

$$\phi_B = \iint \vec{B}\, d\vec{S} = \iint B\, dS \cos\alpha = B \iint dS = B\, S$$

$$\phi_{BC} = N_{bobina} \cdot \phi_B \Rightarrow N_b \cdot B \cdot S$$

$$M = \frac{\phi_{BC}}{I} = \frac{N_b B \cdot S}{I} = \frac{N_b \cdot \mu_0\, n\, I\, S}{I} = N_b \mu_0\, n\, S$$

$$M = 30 \cdot 4\pi \times 10^{-7} \frac{T\, m}{A} \cdot 15000 \frac{1}{m} \cdot \pi (0{,}04 m)^2 \qquad S = \pi r_b^2 \qquad r_b = (0{,}04) m$$

$$\boxed{M = 2{,}84 \times 10^{-3}\, H}$$

(B) $$\mathcal{E}_{ind} = -M \frac{dI}{dt} \rightarrow \mathcal{E}_{ind} = -M\, 12A \frac{d}{dt}(\operatorname{sen}(20 s^{-1} t)) = -M \cdot 12A \cdot 20 s^{-1} \cos(20 s^{-1} t)$$

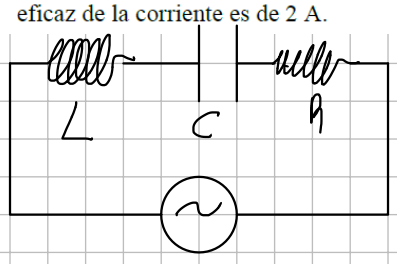
$$\mathcal{E}_{ind} = -2{,}84 \times 10^{-3}\, H \cdot 12A \cdot 20 s^{-1} \cos(20 s^{-1} t)$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{ind} = 0{,}6816 V \cos(20 s^{-1} t)}$$

15) Un circuito de corriente alterna está formado por un resistor de $R = 12\ \Omega$, una bobina de $L = \frac{0,29}{\pi} H$ y un capacitor de $C = \frac{500}{\pi} \mu F$ conectados en serie a un generador de $f = 50 Hz$. Halle:

a) El desfasaje entre la tensión y la corriente.

b) La tensión eficaz que debe tener el generador y la potencia activa que entrega al circuito si la intensidad eficaz de la corriente es de 2 A.



$R = 12\Omega$

$L = \frac{0,29}{\pi} H$

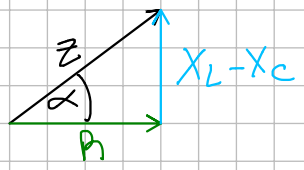
$C = \frac{500}{\pi} \times 10^{-6} F$

$f = 50 Hz \rightarrow \omega = 100\pi s^{-1}$

$X_L = \omega L \rightarrow X_L = 100\pi\, s^{-1} \cdot \frac{0,29}{\pi} H \rightarrow X_L = 29\Omega$

$X_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow X_C = \frac{1}{100\pi s^{-1} \cdot \frac{500 \times 10^{-6}}{\pi}} \rightarrow X_C = 20\Omega$

$X_L - X_C = 9\Omega$



$\alpha = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{9\Omega}{12\Omega}\right)$

$\boxed{\alpha = 36^\circ\ 52'\ 11,63''}$

(B) $I_{ef} = 2A$

$X_L = 29\Omega$

$X_C = 20\Omega$

$R = 12\Omega$

$L = \frac{0,29}{\pi} H$

$C = \frac{500}{\pi} \times 10^{-6} F$

$f = 50 Hz \rightarrow \omega = 100\pi s^{-1}$

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$Z = \sqrt{12^2\Omega^2 + 9^2\Omega^2}$

$Z = 15\Omega$

$V_{ef} = Z I_{ef} \rightarrow V_{ef} = 15\Omega \cdot 2A \rightarrow \boxed{V_{ef} = 30V}$

$P = I_{ef}^2 R \rightarrow P = 4A^2 \cdot 12\Omega = \boxed{48 W}$

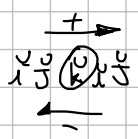
$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cos\varphi = 2A \cdot 30V \cos(36) = \boxed{48 W}$

16) Una partícula, que tiene una masa de 2.10^{-6} kg y una carga de 16 μC, se mueve, en cierto instante, con una velocidad $\vec{V} = 8(m/s)j$ dentro de un campo magnético uniforme $\vec{B} = 2T\hat{i}$. Debido a la fuerza de origen magnético describe una circunferencia. Calcule:

a) el radio de la circunferencia;

b) la fuerza magnética $\vec{F}_m$ que actúa sobre la carga en el instante considerado.

$\vec{F_m} = q\ \vec{V} \times \vec{B} \rightarrow \vec{F_m} = 2 \times 10^{-6} kg\ 8 m/s \cdot 2T\ \vec{j} \times \vec{i}$



$\boxed{\vec{F_m} = 32 \times 10^{-6} N\ (-\vec{k})}$

$F_m = 32 \times 10^{-6} N$

$F_m = m a_c \rightarrow F_m = m\frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{mV^2}{F_m} \rightarrow R = \frac{2 \times 10^{-6} kg \cdot 8^2 m^2/s^2}{32 \times 10^{-6} N} \rightarrow \boxed{R = 4 m}$

18) Dos alambres delgados rectilíneos, paralelos e infinitos, están separados una distancia d. Por ellos circulan corrientes de intensidades I_1 e I_2, respectivamente. Los campos magnéticos generados por estos alambres se anulan mutuamente a una distancia $d/3$ del que transporta la corriente I_1 en la región externa a los dos alambres.

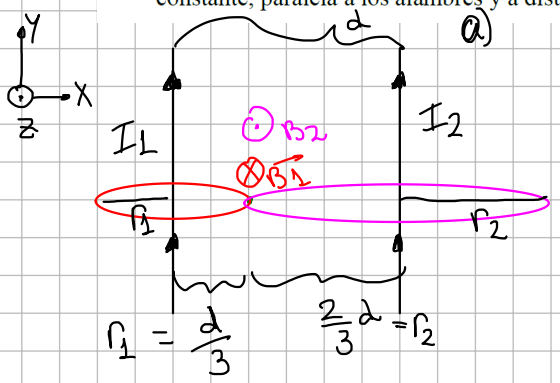
a) Determine la relación entre las intensidades de las corrientes y en qué sentido debe circular cada una.

b) Calcule el valor del trabajo que usted debe realizar para transportar una carga eléctrica de valor q a velocidad constante, paralela a los alambres y a distancia $d/2$ de cada uno.

Por ley de Ampere

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

a)



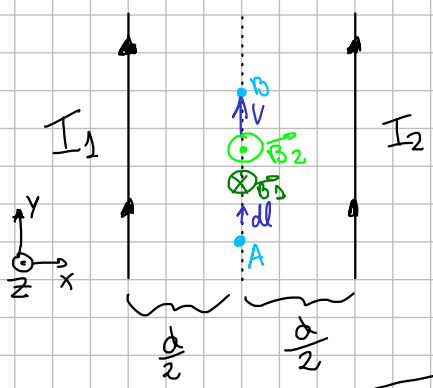
$$|\vec{B_2}| - |\vec{B_1}| = 0$$

$$|\vec{B_2}| = |\vec{B_1}|$$

$$\frac{\cancel{\mu_0} I_2}{\cancel{2\pi} r_2} = \frac{\cancel{\mu_0} I_1}{\cancel{2\pi} r_1} \rightarrow \frac{I_2}{r_2} = \frac{I_1}{r_1} \rightarrow \frac{\cancel{3} I_2}{2\cancel{d}} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{d} I_1}$$

$$\frac{I_2}{2} = I_1 \rightarrow \boxed{I_2 = 2 I_1}$$

(B) $W_{AB}^{Teta} = \Delta E_{CAB} \rightarrow W_{AB}^{F} + W_{AB}^{Fm} = \underbrace{E_{CB} - E_{CA}}_{0} \rightarrow W_{AB}^{F} = -W_{AB}^{Fm}$



$$W_{AB}^{F} = -\int_A^B \vec{F_m} \cdot \vec{dl}$$

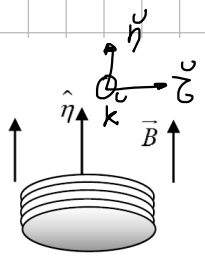
Ya que $I_2 > I_1 \rightarrow |B_2| > |B_1|$

$$\vec{B} = B_2(\check{k}) + B_1(-\check{k}) = B\check{k}$$

$$\vec{V} = V\check{j}$$

$$\begin{cases} \cdot \vec{F_m} = q \cdot \vec{V} \times \vec{B} \rightarrow q\, V(\check{j}) \times B\check{k} = qVB\check{i} \\ \cdot \vec{dl} = dl\,\check{j} \end{cases}$$

$$\int_A^B \vec{F_m} \cdot \vec{dl} = \int_A^B qVB\underbrace{\check{i} \cdot dl\,\check{j}}_{0} = 0 \Longrightarrow \boxed{W_{AB}^{F} = -0 = 0}$$



19) Una bobina pequeña, que consta de N espiras planas, paralelas, iguales, de área S cada una y muy juntas entre sí, está ubicada horizontalmente en un campo magnético vertical cuyo módulo responde a $B(t) = B_0\, sen(\omega t)$. El versor normal a la superficie delimitada por las espiras es colineal con el campo magnético.

a) Halle la expresión de la tensión inducida en la bobina en función del tiempo.

b) Justifique cuál es el valor que tiene el flujo de inducción magnética concatenado por la bobina en los instantes en los que la tensión inducida alcanza sus valores extremos (máximo o mínimo).

(A) $B \quad \phi_B \quad \phi_{BC} \qquad \mathcal{E} = -\frac{d\phi_{BC}}{dt}$

$$\phi_B = \iint \vec{B}\, d\vec{S} \rightarrow \phi_B = \iint B\, ds\, \underbrace{\check{\eta} \cdot \check{\eta}}_{1} \rightarrow \phi_B = B \iint ds \rightarrow \phi_B = BS$$

$$\phi_{BC} = N\phi_B \rightarrow \phi_{BC} = NBS \rightarrow \phi_{BC} = NSB_0\, sen(\omega t)$$

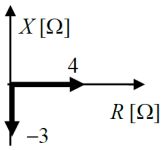
$$\mathcal{E} = \frac{d}{dt}\left[-NSB_0\, sen(\omega t)\right] \rightarrow \boxed{\mathcal{E}(t) = -NSB_0\omega \cos(\omega t)}$$

(B) En los instantes To la tension es max o min, cuando $\phi_{BC}(t) = 0$

20) A un circuito RLC serie se le conecta una fuente que entrega una tensión eficaz de 10 V con una pulsación de 500 s^{-1}. La bobina es ideal y tiene inductancia variable, en tanto que la resistencia es de 4 Ω y el capacitor de 200 μF. Se ajusta el valor de L y el diagrama de impedancias es el de la figura. En estas condiciones calcule:

a) el valor de L;

b) la tensión eficaz sobre cada elemento del circuito.



$-3 = X = X_L - X_C$

(A) $X_L - X_C = -3\,\Omega$ $\quad R = 4\,\Omega$ $\quad C = 200 \times 10^{-6}\,F$

$V_{ef} = 10V$ $\quad \omega = 500\,s^{-1}$

$\varphi = \text{arctang}\left(\frac{-3}{4}\right) = -37°$

$\left.\begin{array}{l} X_L = \omega L \\ X_C = \frac{1}{\omega C} \end{array}\right\}$ $\omega L - \frac{1}{\omega C} = -3\,\Omega \rightarrow L = \frac{-3\,\Omega}{\omega} + \frac{1}{\omega^2 C} \rightarrow L = \frac{-3\,\Omega}{500\,s^{-1}} + \frac{1}{(500^2)\,s^{-2} \cdot 200 \times 10^{-6}}$

$L = -6 \times 10^{-3}\,H + 0{,}02\,H = 14 \times 10^{-3}\,H$

$\boxed{L = 14\,mH}$

(B) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \rightarrow Z = \sqrt{4^2\Omega^2 + 3^2\Omega^2} \rightarrow Z = 5\,\Omega$

$I_{ef} \cdot Z = V_{ef} \rightarrow I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z} \rightarrow I_{ef} = \frac{10\,V_{ef}}{5\,\Omega} \rightarrow I_{ef} = 2A$

$X_L = \omega \cdot L \rightarrow X_L = 500\,s^{-1} \cdot 14 \times 10^{-3} = 7\,\Omega$

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500\,s^{-1} \cdot 200 \times 10^{-6}} = 10\,\Omega$

$V_{R\,ef} = R \cdot I_{ef} \rightarrow V_{R\,ef} = 4\,\Omega \cdot 2A = 8V$

$V_{C\,ef} = X_C \cdot I_{ef} \rightarrow V_{C\,ef} = 10\,\Omega \cdot 2A = 20V$

$V_{L\,ef} = X_L\, I_{ef} \rightarrow V_{L\,ef} = 7\,\Omega \cdot 2A = 14V$

22) Una bobina está formada por 40 espiras planas, iguales y muy juntas, cada una de las cuales delimita una superficie de 8 cm^2.

a) Calcule el módulo de su momento magnético cuando circula por ella una corriente de 3 A de intensidad.

$|\vec{m}| = 0{,}096\ Am^2$

b) Si la bobina se colocara dentro de un campo magnético $\vec{B} = |\vec{B}|\,\hat{e}_x$ con su momento magnético $\vec{m} = |\vec{m}|\,\hat{e}_y$ ¿qué dirección y qué sentido tendría el torque ejercido por el campo sobre ella? $-k$

$N = 40$

$S = 8\,cm^2 = 8 \times 10^{-4}\,m^2$

$I = 3A$

$\boxed{\vec{m} = N\,S\,I\,\breve{\eta}}$ $\quad |\vec{m}| = 40 \cdot 8 \times 10^{-4}\,m^2 \cdot 3A = \boxed{0{,}096\,Am^2}$

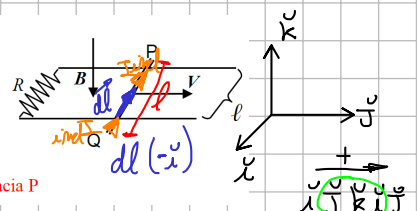
$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} = m\,(\breve{j}) \times B(\breve{i}) = m\,B\,\breve{j} \times \breve{i} = \boxed{m\,B(-\breve{k})}$

23) La barra conductora PQ se desplaza con velocidad constante V en contacto con dos guías conductoras rectilíneas y paralelas que forman con ella un circuito cerrado de resistencia constante R. La barra y las guías se ubican dentro de un campo de inducción magnética uniforme y estacionario B normal al plano que las contiene.

a) Halle la expresión de la potencia eléctrica que disipa el circuito.

$P = (B\ell v)^2/R$

b) Indique en qué sentido circula la corriente inducida en la barra. De Q hacia P

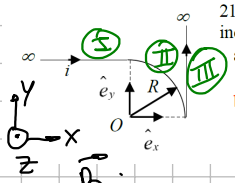


$\vec{V} = V(\breve{j}) \quad \vec{B} = B(-\breve{k}) \rightarrow \vec{V} \times \vec{B} = VB\,\breve{j} \times -\breve{k} = VB(-\breve{i})$

$\mathcal{E}_{ind} = \int_{PQ} (\vec{V} \times \vec{B})\,d\vec{l} = \int_{PQ} VB\underbrace{(-\breve{i})\,dl\,(-\breve{i})}_{1} \rightarrow VB\int_{PQ} dl \rightarrow VB\ell$

$\mathcal{E}_{ind} = +VB\ell$ → como dio +, la I_{ind} va de Q a P

$\left\{\begin{array}{l} P = I^2 R \\ \mathcal{E} = I \cdot R \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R} \end{array}\right. \rightarrow P = \frac{\mathcal{E}^2}{R^2} R \rightarrow P = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$ $\quad \boxed{P = \frac{(VB\ell)^2}{R}}$



21) Por el conductor de la figura circula un corriente de intensidad i = 2 A con el sentido indicado. Para R = 5 cm determine:

a) la fuerza $\vec{F}$ que actúa sobre una carga puntual q = 10 μC que pase por el punto O con una velocidad $\vec{V} = 10^4\,[m/s]\,\vec{e}_x$; $\vec{F} = 0,628\,\mu N\,\vec{j}$

b) la dirección que debe tener la velocidad de la partícula al pasar por el punto O para que, en el instante en el que lo hace, no actúe la fuerza de origen magnético. Debe tener la dirección del eje Z

$\vec{F} = q\,\vec{V} \times \vec{B}$

$\vec{B}$:

I y III

Hilo semiinfinito $\rightarrow B = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$

Por regla de la mano derecha

$\vec{B}_I = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(-\vec{k})$ / $\vec{B}_{II} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\vec{k})$

$\vec{B}_I + \vec{B}_{II} = 0$

II Campo Magnetico generado por una circunferencia

$B = \frac{\mu_0 I}{2R}\frac{\varphi}{360°} \xrightarrow{\varphi = 90°} B = \frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{1}{4}$

Por regla de la mano derecha $\rightarrow \vec{B}_{II} = \frac{\mu_0 I}{8R}(-\vec{k})$

$I = 2A$
$R = 5cm = 0,05m$

$\vec{B}_{II} = \frac{4\pi \times 10^{-7}\cdot \frac{Tm}{A}\cdot 2A}{8\cdot 0,05\,m}(-\vec{k}) \rightarrow \vec{B}_{II} = 6,28\times 10^{-6}\,T = 6,28\,\mu T\,(-\vec{k})$

$\vec{B} = \vec{B}_I + \vec{B}_{II} + \vec{B}_{III} = 6,28\,\mu T\,(-\vec{k})$

$\vec{F}$ que actúa sobre una carga puntual q = 10 μC
$\vec{V} = 10^4\,[m/s]\,\vec{e}_x$; $\vec{F} = 0,628\,\mu N\,\vec{j}$

$\vec{F} = q\,\vec{V} \times \vec{B} \rightarrow \vec{F} = 10\times 10^{-6}\,C\cdot 10^4\,\frac{m}{s}(\vec{i}) \times 6,28\times 10^{-6}\,T\,(-\vec{k})$

$\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}\,\vec{i}\,\vec{j}$

$\vec{F} = 0,628\times 10^{-6}\,N\,\vec{j} \times (-\vec{k})$

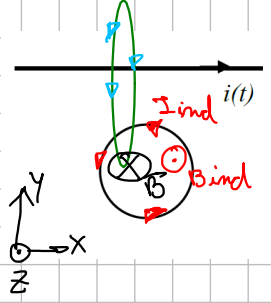
$\boxed{\vec{F} = 0,628\,\mu N\,(\vec{j})}$

b) la dirección que debe tener la velocidad de la partícula al pasar por el punto O para que, en el instante en el que lo hace, no actúe la fuerza de origen magnético. Debe tener la dirección del eje Z

$\vec{F} = q\,\vec{V} \times \vec{B}$ $\vec{V}$ y $\vec{B}$ debe ser colinial

$\vec{V}$ debe tener la misma dirección de $\vec{B}$

$\vec{V}$ debe tener la dirección del eje Z



24) Una espira conductora circular es coplanar con un conductor recto y de gran longitud por el que circula una corriente eléctrica con el sentido señalado en la figura y con intensidad de valor creciente en el tiempo. Justifique:

a) en qué sentido circula la corriente inducida en la espira si esta última permanece en reposo con respecto al conductor recto; Antihorario

b) cómo colocaría la espira (cera del conductor recto con la corriente en aumento) para evitar que se induzca corriente en ella. En un plano perpendicular al conductor

$a = 0 \Rightarrow V_0$

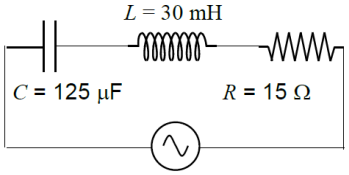
Como $I(t)$ aumenta con el tiempo $\Rightarrow B(t)$ aumenta con el tiempo $\Rightarrow \phi_B(t)$ aumenta

$\vec{B}$ inducio se opone a ese aumento de $\vec{B}$ $\Rightarrow \vec{B}_{ind}$ es saliente ⊙

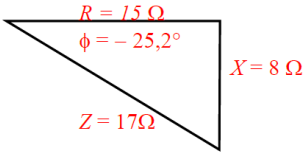
25) El generador del circuito RLC serie de la figura tiene frecuencia variable y una tensión eficaz de 30 V mientras funciona con $\omega = 400\ s^{-1}$.

a) Confeccione el diagrama de impedancia señalando el valor que cada elemento representa.

b) Calcule la tensión eficaz en cada componente del circuito si la frecuencia del generador se lleva al valor de resonancia sin variar su tensión eficaz.



$V_{efR} = 30$ V ; $V_{efL} = V_{efC} = 31$ V

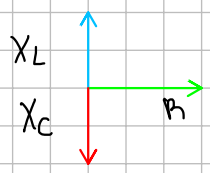


(A) $V_{ef} = 30V$ $\quad \omega = 400 s^{-1}$ / $L = 30 \times 10^{-3} H$ / $C = 125 \times 10^{-6} F$ / $R = 15 \Omega$

$X_L = \omega L \Rightarrow X_L = 400 s^{-1} \cdot 30 \times 10^{-3} H = 12 \Omega$

$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow X_C = \frac{1}{400 s^{-1} \cdot 125 \times 10^{-6} F} \Rightarrow X_C = 20 \Omega$

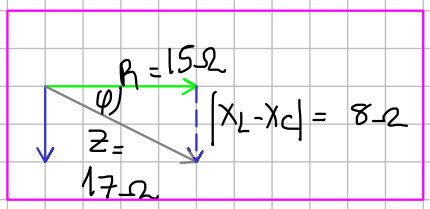
Diagrama de Impedancias



$\Rightarrow X_L - X_C = -8 \Omega$

$\varphi = \arctan\left(\frac{-8 \Omega}{15 \Omega}\right)$

$\varphi = -28° \ 4'$



$Z = \sqrt{15^2 + 8^2}\ \Omega \Rightarrow Z = 17 \Omega$

(B) $V_{ef} = 30V$ $\quad$ / $L = 30 \times 10^{-3} H$ / $C = 125 \times 10^{-6} F$ / $R = 15 \Omega$

Está en resonancia $\Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2} \Rightarrow Z = R$

$Z \cdot I_{ef} = V_{ef} \Rightarrow I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z} \Rightarrow I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R} \Rightarrow \boxed{I_{ef} = \frac{30V}{15 \Omega} = 2A}$

$X_L = X_C \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{30 \times 10^{-3} H \cdot 125 \times 10^{-6} F}} \Rightarrow \omega_0 = 516{,}39 s^{-1}$

$X_L = \omega_0 \cdot L \Rightarrow X_L = 516{,}39 \cdot 30 \times 10^{-3} \Omega \Rightarrow \boxed{X_L = 15{,}49 \Omega = X_C}$

$V_{Lef} = X_L \cdot I_{ef} \Rightarrow V_{Lef} = 15{,}49 \Omega \cdot 2A = 30{,}98 V$

$V_{Cef} = X_C \cdot I_{ef} \Rightarrow V_{Cef} = 15{,}49 \Omega \cdot 2A = 30{,}98 V$

$V_{Ref} = R \cdot I_{ef} \Rightarrow V_{Ref} = 15 \Omega \cdot 2A = 30 V$

26) Un electrón ($q_e = -1{,}6\times10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1\times10^{-31}$kg) se mueve dentro de un campo magnético uniforme y estacionario $\boldsymbol{B}$ = (400; 0; 300) [μT] con una velocidad $\boldsymbol{V}$ = (2×10^5; 5×10^5; 0) [m/s].

a) Calcule la fuerza magnética $\boldsymbol{F_m}$ que el campo magnético le ejerce al electrón.

b) Justifique si la fuerza magnética puede o no modificar el módulo de la velocidad del electrón.

a) $\vec{F}_m = (-24; 9, 6; 32)[10^{-18}\,\text{N}]$ b) No, por ser perpendicular al desplazamiento

(A)

FUERZA MAGNETICA

$$\boxed{\vec{F}_m = q\vec{V}\times\vec{B}}$$

$$\vec{F}_m = -1{,}6\times10^{-19}\,C\,(2\times10^5; 5\times10^5; 0)\,\frac{m}{s}\times(400; 0; 300)\times10^{-9}\,T$$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 5 & 0 \\ 400 & 0 & 300 \end{vmatrix} = (1500; -(600); (-2000))$$

$$\vec{F}_m = -1{,}6\times10^{-19}\times10^5\times10^{-9}\,(1500; -600; -2000) = (-2400; 960; 3200)\times10^{-23} = \boxed{(-24; 9, 6; 32)\times10^{-18}\,N}$$

(B)

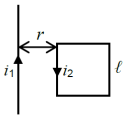
Como la fuerza magnética es perpendicular a la velocidad, no provoca aceleración tangencial, sólo produce aceleración normal.

En consecuencia, no le cambia el módulo a la velocidad, pero sí le cambia la dirección.

27) Se tiene un cable rectilíneo y muy largo que lleva una corriente de intensidad i_1 = 12 A y a una distancia r = 10 cm se halla una bobina formada por 100 espiras cuadradas de lado ℓ = 25 cm, coplanares con el cable. ($\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ N/A²)
Si por la espira circula una corriente de intensidad i_2 = 3 A ,en el sentido que indica la figura, indique:

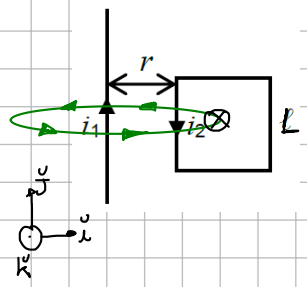
a) La fuerza neta que sentirá la bobina. $\vec{F} = 1{,}3\times10^{-3}\,\text{N}\hat{i}$

b) Si la espira se mueve a causa de la fuerza magnética, ¿se inducirá corriente? ¿en qué sentido? En sentido horario para compensar la disminución de flujo que se produce al alejarse del conductor recto



$$F_2 = I_2\,d\vec{l}_2\times\vec{B}_1$$

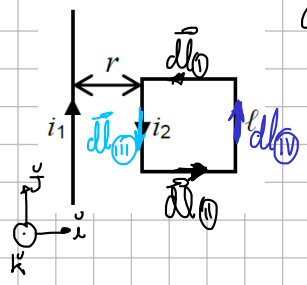
$I_1 = 12A$
$I_2 = 3A$
$N = 100$
$L = 25cm = 0{,}25cm$
$r = 10cm = 0{,}1m$



$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$\vec{B}_{(III)} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}(\hat{k})$$

$$\vec{B}_{(IV)} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(r+L)}(\hat{k})$$



Como $d\vec{l}_{(I)}$ y $d\vec{l}_{(II)}$ tienen sentido contrario, misma longitud

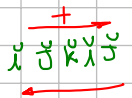
$$\vec{B}_{(I)} + \vec{B}_{(II)} = 0$$

$$d\vec{l}_{(II)} = dl\,(-\hat{j})$$

$$d\vec{l}_{(IV)} = dl\,(\hat{j})$$

$$L \neq dl$$

$$\vec{F} = \overset{\text{Espiras}}{N}\left(\vec{F}_{(III)} + \vec{F}_{(IV)}\right)$$



$$\vec{F}_{(III)} = I_2\,dl\,(-\hat{j})\times\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}(-\hat{k}) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}\int_0^L dl\,(-\hat{j})\times(-\hat{k})$$

$I_1 = 12A$
$I_2 = 3A$
$N = 100$
$L = 25cm = 0{,}25\,m$
$r = 10cm = 0{,}1m$

$$\vec{F}_{(III)} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}\cdot L\,(+\hat{i}) \rightarrow \vec{F}_{(III)} = \frac{4\pi\times10^{-7}\cdot\frac{Tm}{A}\cdot 12A\cdot 3A\cdot 0{,}25m}{2\pi\cdot 0{,}1m}(+\hat{i})$$

$$\vec{F}_{(III)} = 18\times10^{-6}\,N\,(+\hat{i})$$

$$\vec{F}_{(IV)} = I_2\,dl\,(\hat{j})\times\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(r+L)}(-\hat{k}) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi(r+L)}\int_0^L dl\,(\hat{j})\times(-\hat{k})$$

$$\vec{F}_{(IV)} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi(r+L)}\cdot L\,(-\hat{i}) \rightarrow \vec{F}_{(IV)} = \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\cdot 12A\cdot 3A\cdot 0{,}25m}{2\pi(0{,}1m + 0{,}25m)}\,(-\hat{i})$$

$$\vec{F}_{(IV)} = 5{,}1429\,N\times10^{-6}\,N\,(-\hat{i})$$

$$\vec{F} = N\left(\vec{F}_{(III)} + \vec{F}_{(IV)}\right) = 100\left(18\times10^{-6}\,N\,(+\hat{i}) + 5{,}1429\,N\times10^{-6}\,N\,(-\hat{i})\right)$$

$$\boxed{\vec{F} = 1{,}2857\times10^{-3}\,N\,(\hat{i})}$$

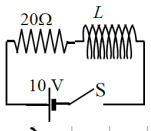
28) Considere una bobina de resistencia interna despreciable e inductancia L = 40 mH.

a) Halle la expresión de la tensión inducida en función del tiempo, cuando se hace circular por ella una corriente eléctrica cuya intensidad varía en el tiempo según la ley $i(t) = 2\,\text{A}\ sen(10\,\text{s}^{-1}.t)$.

$\varepsilon_i(t) = -\,0{,}8\ \text{V}\ cos(10\ \text{s}^{-1}t)$

b) Calcule la energía que es capaz de almacenar esta misma bobina en el circuito de corriente continua de la figura, una vez cerrada la llave S y ya en régimen estacionario.

$U_L = 5$ mJ



$$\varepsilon_{ind} = -L\frac{dI}{dt} \rightarrow \varepsilon_{ind} = -L\frac{d}{dt}\left(2A\,sen(10s^{-1}t)\right) \rightarrow \varepsilon_{ind} = -L\cdot 2A\cdot 10s^{-1}\cos(10s^{-1}t)$$

$$\varepsilon_{ind} = -40\times10^{-3}\,H\cdot 2A\cdot 10s^{-1}\cos(10s^{-1}t)$$

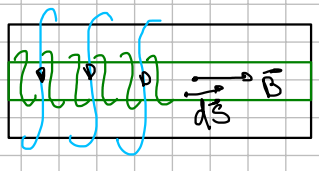
$$\boxed{\varepsilon_{ind} = -0{,}8V\ \cos(10s^{-1}t)}$$

29) Una bobina de 30 espiras circulares muy juntas, de 3 cm de radio, está rodeando a un solenoide de gran longitud que tiene una densidad de espiras n = 1200 m^{-1} y un radio de 2 cm. Suponiendo que el comportamiento del solenoide es ideal, halle:

a) La inductancia mutua M. M = 56,8 μH

b) La expresión de la *fem* inducida en la bobina (con su valor máximo calculado) cuando por el solenoide circula una corriente de intensidad $i(t)$ = 4 A. sen(50 s^{-1}.t). $\varepsilon_i(t) = -11{,}4$ mV cos(50 s^{-1}t)

Bobina: $N=30$ / Solenoide $= n = 1200\,m^{-1}$ $r = 0{,}02\,m$



$$\boxed{M = \mu_0 n N S \cos\theta}$$

$$B = \mu_0 n I$$

elijo el menor de los dos

$$\phi_B = B S \cos\alpha \rightarrow \phi_B = \mu_0 n I S \cos\alpha$$

$$\phi_{BC} = N\phi_B = N\mu_0 n I S\cos\alpha$$

$$M = \frac{\phi_{BC}}{I} \rightarrow M = \frac{N\mu_0 n \cancel{I} S\cos\alpha}{\cancel{I}}$$

$$M = 30\cdot 4\pi\times10^{-7}\frac{Tm}{A}\cdot 1200\,m^{-1}\cdot\pi(0{,}02m)^2\cos 0$$

$$\boxed{M = 56{,}8489\times10^{-6}\,H}$$

B

29) Una bobina de 30 espiras circulares muy juntas, de 3 cm de radio, está rodeando a un solenoide de gran longitud que tiene una densidad de espiras n = 1200 m^{-1} y un radio de 2 cm. Suponiendo que el comportamiento del solenoide es ideal, halle:

a) La inductancia mutua M. M = 56,8 μH

b) La expresión de la *fem* inducida en la bobina (con su valor máximo calculado) cuando por el solenoide circula una corriente de intensidad $i(t)$ = 4 A. sen(50 s^{-1}.t). $\varepsilon_i(t) = -11{,}4$ mV cos(50 s^{-1}t)

$$\varepsilon_{ind} = -M\frac{dI}{dt} \rightarrow \varepsilon_{ind} = -M\ 4A\ \frac{d}{dt}\left(sen(50s^{-1}\cdot t)\right)$$

$$\varepsilon_{ind} = -M\cdot 4A\cdot 50s^{-1}\cos(50s^{-1}t) \rightarrow \varepsilon_{ind} = -56{,}8489\times10^{-6}\cdot 4A\cdot 50s^{-1}\cos(50s^{-1}t)$$

$$\boxed{\varepsilon_{ind} = -11{,}36\,mV\cos(50s^{-1}t)}$$

30) A un circuito RLC serie que opera a 50Hz y resuena a 40 Hz, se le suministra una potencia aparente de 60 VA. Si la corriente (cuya intensidad de pico es i_0 = 0,4 A) retrasa 37° respecto de la tensión, calcule:

a) el valor de R; $R = 600\ \Omega$

b) los valores de L y C. $L \approx 4$ H ; $C \approx 157\ \mu$F

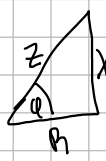
$C\ i\ V\ L \Rightarrow X_L > X_C$

$f = 50\,Hz \Rightarrow \omega = 100\pi\,s^{-1}$ $\quad f_0 = 40\,Hz \Rightarrow \omega = 80\pi\,s^{-1}$ $\quad / \varphi = +37$

$I_0 = 0{,}4\,A \Rightarrow I_{ef} = \frac{\sqrt{2}}{5}\,A$ $\quad S = 60\,VA = V_{ef} \cdot I_{ef} \Rightarrow V_{ef} = \frac{60\,VA}{I_{ef}} \Rightarrow V_{ef} = \frac{60\,VA}{\frac{\sqrt{2}}{5}\,A} = 212{,}13\,V$

$Z \cdot I_{ef} = V_{ef} \Rightarrow Z = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} \Rightarrow Z = \frac{212{,}13\,V}{\frac{\sqrt{2}}{5}\,A} = 750\,\Omega$

SOHCAHTOA



$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R = Z\cos\varphi \Rightarrow R = 750 \cdot \cos(37) = \boxed{598{,}97\,\Omega \approx 600\,\Omega}$

(b) Sabiendo $Z = 750\,\Omega$ y $R = 600\,\Omega$ / $\omega_0 = 80\pi\,s^{-1} \Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$

$\omega = 100\pi\,s^{-1}$ $\quad \varphi = 37°$

$X_L - X_C = Z\,\mathrm{sen}\,\varphi \Rightarrow X_L - X_C = 750\,\Omega\,\mathrm{sen}(37)$

$X_L - X_C = 451{,}36\,\Omega \Rightarrow \omega L - \frac{1}{\omega C} = 451{,}36 \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0^2 C} - \frac{1}{\omega C} = 451 \sim$

$\sim \frac{1}{C}\left(\frac{\omega}{\omega_0^2} - \frac{1}{\omega}\right) = 451{,}36\,\Omega \Rightarrow C = \left(\frac{\omega}{\omega_0^2} - \frac{1}{\omega}\right) \cdot \frac{1}{451{,}36\,\Omega}$

$C = \left(\frac{100\pi\,s^{-1}}{80^2\pi^2\,s^{-2}} - \frac{1}{100\pi\,s^{-1}}\right) \cdot \frac{1}{451{,}36\,\Omega}$

$\boxed{C = 3{,}96 \times 10^{-6}\,F}$

$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} \Rightarrow L = \frac{1}{80^2\pi^2\,s^{-2} \cdot 3{,}96 \times 10^{-6}\,F} \Rightarrow \boxed{L = 3{,}997\,H}$

31) Una partícula, que tiene una masa de 4.10^{-6} kg, se mueve, en cierto instante, con una velocidad $\vec{V} = 5\frac{m}{s}\breve{j}$ dentro de un campo magnético uniforme $\vec{B} = 2T\hat{i}$. Debido a la fuerza de origen magnético describe una circunferencia de 40 cm de radio. Calcule:

a) El módulo de la fuerza de origen magnético sobre la partícula.

b) La carga de la misma.

$\vec{V} \perp \vec{B} \; \xi \alpha = 90°$

(A) $\vec{F_m} = m \cdot \vec{a_c} \rightarrow F_m = m\, a_c \rightarrow F_m = m \frac{V^2}{R}$

$F_m = 4\times10^{-6}\,kg \; \frac{5^2 \frac{m^2}{s^2}}{0{,}4\,m} \rightarrow \boxed{F_m = 250\,\mu N}$

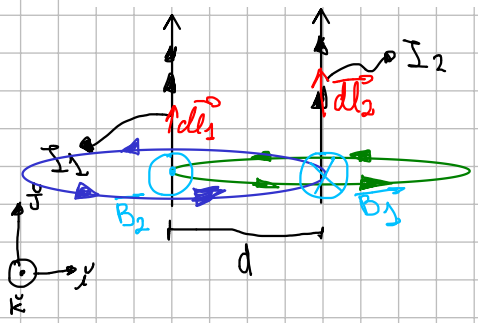
(B) $\vec{F_m} = q\,\vec{V}\times\vec{B} \rightarrow F_m = q\,V B \,\text{sen}\,\alpha \rightarrow q = \frac{F_m}{V B \,\text{sen}\,\alpha}$

$q = \frac{250\times10^{-6}\,N}{5\frac{m}{s}\; 2T\,\text{sen}\,90} \rightarrow \boxed{q = 25\,\mu C}$

32) Por dos conductores rectilíneos, muy largos, paralelos y distanciados 0,8 m circulan corrientes eléctricas $i_1 = 3$ A e $i_2 = 5$ A, del mismo sentido. Determine:

a) Qué fuerza se ejercen mutuamente por unidad de longitud (indicado si es de atracción o de repulsión)

b) En qué puntos del plano que contiene a los conductores y próximos a ellos resulta nulo el campo magnético originado por ambos conductores a la vez.



$I_1 = 3A \quad I_2 = 5A \quad d = 0{,}8\,m$

$\vec{dF} = I\,\vec{dl}\times\vec{B}$

Por ley de Ampere $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Para ② $\vec{dF_2} = I_2\,\vec{dl_2}\times\vec{B_1}$

$\vec{B_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}(-\breve{k}) \quad \vec{dl_2} = dl_2(\breve{j})$

$\vec{dF_2} = I_2\,\vec{dl_2}(\breve{j})\times\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}(-\breve{k})$

$\frac{\vec{dF_2}}{dl_2} = \frac{I_2 \cdot I_1 \mu_0}{2\pi d}(-\breve{i}) \rightarrow \boxed{\frac{\vec{dF_2}}{dl_2} = 3{,}75\times10^{-6}(-\breve{i})}$ de atracción

Para ① $\vec{dF_1} = I_1\,\vec{dl_1}\times\vec{B_2}$

$\vec{B_2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}(\breve{k})$

$\vec{dl_1} = dl_1(\breve{j})$

$\vec{dF_1} = I_1\,dl_1(\breve{j})\times\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}(\breve{k})$

$\vec{dF_1} = I_1\,dl_1\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}\breve{i}$

$\frac{\vec{dF_1}}{dl_1} = \frac{I_1 I_2 \mu_0}{2\pi d}\breve{i} \rightarrow \frac{\vec{dF_1}}{dl_1} = \frac{3A\cdot5A\cdot4\pi\times10^{-7}\frac{Tm}{A}}{2\pi\cdot0{,}8\,m}\breve{i}$

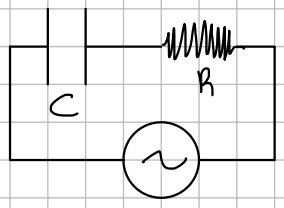
$\boxed{\frac{\vec{dF_1}}{dl_1} = 3{,}75\times10^{-6}\,N\,\breve{i}}$ de repulsión

33) Un circuito está formado por un capacitor en serie con un resistor de 30 Ω. El conjunto se conecta a un generador de tensión alterna de 50 Hz de frecuencia, con una tensión eficaz de 150 V. La tensión eficaz en el resistor resulta de 90 V. Calcule:

a. La capacitancia del capacitor y el desfasaje entre la tensión y la corriente.
b. La potencia activa (o media) y el factor de potencia.

$R = 30\Omega$ $\quad f = 50Hz \Rightarrow \omega = 100\pi s^{-1}$ $\quad V_{ef} = 150V$

$V_{Ref} = 90$

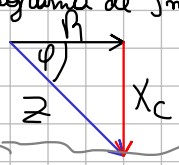


$X_L = 0\Omega$

$V_{Ref} = R \cdot I_{ef} \Rightarrow I_{ef} = \frac{V_{Ref}}{R} \Rightarrow I_{ef} = \frac{90V}{30\Omega} = 3A$

$Z \cdot I_{ef} = V_{ef} \Rightarrow Z = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} \Rightarrow Z = \frac{150V}{3A} \Rightarrow Z = 50\Omega$

Diagrama de Impedancia



SOMCATA

$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \varphi = \arccos\left(\frac{R}{Z}\right)$

$\varphi = \arccos\left(\frac{30\Omega}{50\Omega}\right) \Rightarrow \varphi = 53°$

Como el desfase es negativo

$\varphi = -53°$

$Z^2 = R^2 + (\underbrace{X_L}_{0} - X_C)^2 \Rightarrow X_C = \sqrt{Z^2 - R^2}$

$X_C = \sqrt{50^2 - 30^2}\ \Omega \Rightarrow X_C = 40\Omega$

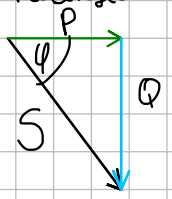
Otra forma

$\varphi = \arctang\left(\frac{-X_C}{R}\right) \Rightarrow \varphi = \arctang\left(\frac{-40}{30}\right)$

$\boxed{\varphi = -53°}$

$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} \Rightarrow C = \frac{1}{100\pi s^{-1} \cdot 40\Omega} \Rightarrow \boxed{C = 79{,}57 \times 10^{-6} F}$

(B) Potencia Aparente $\Rightarrow S = V_{ef} \cdot I_{ef} \Rightarrow S = 150V \cdot 3A \Rightarrow S = 450 VA$



SOMCATA

$\cos\varphi = \frac{P}{S} \Rightarrow P = S\cos\varphi \Rightarrow P = 450VA \cos(-53°)$

$\boxed{P = 270{,}81 W}$

$\boxed{\text{Factor de Potencia} \Rightarrow \cos(\varphi) \Rightarrow \cos(-53°) = 0{,}6}$

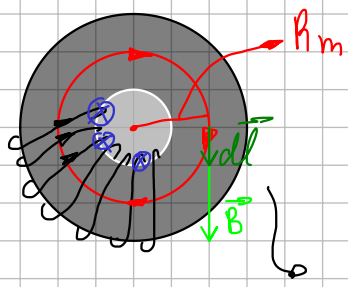
34) Un toroide ideal consta de 200 espiras iguales, de 2 cm² cada una y tiene un radio medio de 4 cm.

a) Halle la expresión de la intensidad del campo de inducción magnética en función de la intensidad de la corriente que circule por el toroide.

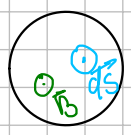
b) Calcule la inductancia L del toroide. $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ N/A^2$

$N = 200 \quad S = 2\,cm^2 = 2\times10^{-4}\,m^2$

$r_m = 4\,cm = 0{,}04\,m$



Si lo miro en una espira



(A) Ley de Ampere

$$\oint \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 I_c \rightarrow \int B\,dl\cos\alpha = \mu_0 \underbrace{I_c}_{N\cdot I}$$

$$B\cos(0)\int dl = \mu_0 \cdot N I \rightarrow B\,2\pi r_m = \mu_0 N I$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r_m}}$$

(B) $L = ?$ / $B \rightarrow \phi_B \rightarrow \phi_{BC} \rightarrow L = \dfrac{\phi_{BC}}{I}$

$$\phi_B = \iint \vec{B}\,d\vec{S} \rightarrow \phi_B = \iint B\,dS\,\underbrace{\cos\alpha}_{1} \rightarrow \phi_B = B\iint dS \rightarrow \phi_B = BS \rightarrow \phi_B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r_m}\cdot S$$

$$\phi_{BC} = N\phi_B \rightarrow \phi_{BC} = N\,\frac{\mu_0 N\cdot I}{2\pi r_m}\cdot S \rightarrow \phi_{BC} = \frac{\mu_0 N^2 I S}{2\pi r_m}$$

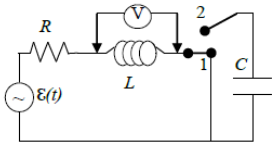
$$L = \frac{\phi_{BC}}{I} \rightarrow L = \frac{\dfrac{\mu_0 \cancel{I} N^2 S}{2\pi r_m}}{\cancel{I}} \rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi r_m}$$

$N = 200 \quad S = 2\,cm^2 = 2\times10^{-4}\,m^2$

$r_m = 4\,cm = 0{,}04\,m$

$$L = \frac{4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\,200^2\cdot 2\times10^{-4}\,m^2}{2\pi\cdot 0{,}04\,m}$$

$$\boxed{L = 40\times10^{-6}\,H = 40\,\mu H}$$



35) El voltímetro del circuito de la figura indica 4 V. La resistencia R vale 10 Ω y disipa una potencia de 0,3 W. El circuito opera a 50 Hz. Calcule:
a) la expresión de la tensión $\varepsilon(t)$ con la llave en la posición 1;
b) la lectura del voltímetro con la llave en la posición 2 si el circuito opera en resonancia, con $L = 1$ mH y $\varepsilon_0 = 5$V.

$\varepsilon(t) = V_0 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$

(A)

$V_{Lef} = 4V \qquad R = 10\Omega \qquad P = 0{,}3W$

$f = 50Hz \rightarrow \boxed{\omega = 100\pi s^{-1}}$

$P = I_{ef}^2 \cdot R \rightarrow I_{ef} = \sqrt{\frac{P}{R}} \rightarrow I_{ef} = \sqrt{\frac{0{,}3W}{10\Omega}} \rightarrow I_{ef} = \frac{\sqrt{3}}{10} A$

$V_{Lef} = X_L \cdot I_{ef} \rightarrow X_L = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} \rightarrow X_L = \frac{4V}{\frac{\sqrt{3}}{10}A} \rightarrow X_L = \frac{40}{3}\sqrt{3}\,\Omega$

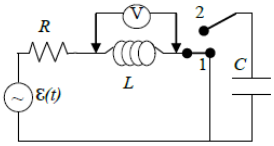
$\varphi = \operatorname{arctang}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \rightarrow \varphi = \operatorname{arcotang}\left(\frac{\frac{40}{3}\sqrt{3}\,\Omega}{10\Omega}\right) \rightarrow \boxed{\varphi = 66° \cdot \frac{2\pi}{360°} \rightarrow 1{,}16 \text{ rad}}$

$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos\varphi \rightarrow V_{ef} = \frac{P}{I_{ef}\cos\varphi} \rightarrow V_{ef} = \frac{0{,}3W}{\frac{\sqrt{3}}{10}A\cos(66°)} \rightarrow V_{ef} = 4{,}25V$

$V_0 = V_{ef} \cdot \sqrt{2} \rightarrow 4{,}25V \cdot \sqrt{2} \rightarrow \boxed{V_0 = 6{,}02V}$

$\boxed{\varepsilon(t) = 6{,}02V \operatorname{sen}(100\pi s^{-1} t + 1{,}16)}$

(B)



35) El voltímetro del circuito de la figura indica 4 V. La resistencia R vale 10 Ω y disipa una potencia de 0,3 W. El circuito opera a 50 Hz. Calcule:
a) la expresión de la tensión $\varepsilon(t)$ con la llave en la posición 1;
b) la lectura del voltímetro con la llave en la posición 2 si el circuito opera en resonancia, con $L = 1$ mH y $\varepsilon_0 = 5$V. $\rightarrow \varepsilon_{ef} = \frac{5}{\sqrt{2}} A$

RESONANCIA

$V_{Lef} = 4V \qquad R = 10\Omega \qquad P = 0{,}3W$

$f = 50Hz \rightarrow \omega = 100\pi s^{-1} \;/\; L = 1 \times 10^{-3} H$

$I_{ef} Z = V_{ef} \rightarrow I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z}$

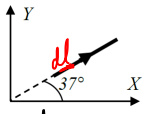
$I'_{ef} = \frac{\frac{5}{\sqrt{2}} V}{10\Omega} \rightarrow I'_{ef} = \frac{\sqrt{2}}{4} A$

f se transforma en $f_0 = 50Hz \rightarrow \omega_0 = 100\pi s^{-1}$

$X_L = X_C \rightarrow Z = R$

$X'_L = \omega_0 L \rightarrow X'_L = 100\pi s^{-1} \cdot 1 \times 10^{-3} H = \frac{\pi}{10}\Omega$

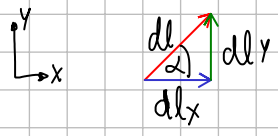
$V'_{Lef} = X'_L \cdot I'_{ef} \rightarrow V'_{Lef} = \frac{\pi}{10}\Omega \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} A \rightarrow \boxed{V'_{Lef} = 0{,}11V}$



36) Calcule la fuerza que ejerce un campo de inducción magnética uniforme y estacionario $\vec{B} = -2{,}5T\vec{k}$ sobre un conductor recto de 80 cm de longitud que está ubicado como se muestra en la figura y por el que circula una corriente eléctrica de 20 A de intensidad. R: $\vec{F} = (-24; 32; 0)$[N]

$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$

$\alpha = 37°$ SUCATA



$\operatorname{sen}\alpha = \frac{dl_y}{dl} \rightarrow dl_y = dl \operatorname{sen}\alpha \;/\; \cos\alpha = \frac{dl_x}{dl} \rightarrow dl_x = dl\cos\alpha$

$d\vec{l} = (+dl\cos\alpha; +dl\operatorname{sen}\alpha; 0)$

$dF = I\,(dl\cos\alpha; dl\operatorname{sen}\alpha; 0) \times (0; 0; -B)$

$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dl\cos\alpha & dl\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ 0 & 0 & -B \end{vmatrix} = (-B\,dl\operatorname{sen}\alpha; +B\,dl\cos\theta; 0)$

$dF_m = I \cdot B\,(-dl\operatorname{sen}\alpha; dl\cos\alpha; 0)$

$F_m = +IB\left(-\int_0^l dl\operatorname{sen}\alpha; \int_0^l dl\cos\alpha; 0\right)$

$F_m = +20A \cdot 2{,}5T\,(-0{,}8m\operatorname{sen}(37); +0{,}8\cos(37); 0)$

$\boxed{F_m = (-24; +32; 0)\,[N]}$

37) Un electrón, $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg y $q_e = -1{,}6.10^{-19}$ C, llega a una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de 2 μT. Halle la velocidad con la que se movía el electrón sabiendo que llega en dirección perpendicular al campo y que éste le hace describir un arco de circunferencia de 3,5 mm de radio.

R: $V = 1{,}23 \times 10^3$ m/s

$\alpha = 90°$

0,35 cm

$m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg $\quad q = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C $\quad B = 2 \times 10^{-6}$ T

$R = 0{,}0035$ m

$\vec{F_m} = q\,\vec{V} \times \vec{B} \rightarrow F_m = q\,V \cdot B \operatorname{sen}\alpha$

$\vec{F_m} = m\,\vec{a_c} \rightarrow F_m = m \cdot a_c \rightarrow F_m = m\dfrac{V^2}{R}$

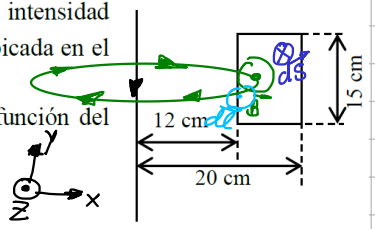
$q\,V B \operatorname{sen}\alpha = m\dfrac{V^2}{R} \rightarrow V = \dfrac{q B \operatorname{sen}\alpha \cdot R}{m}$

$$V = \frac{1{,}6 \times 10^{-19}\,C \cdot 2 \times 10^{-6}\,T \operatorname{sen} 90° \cdot 0{,}0035\,m}{9{,}1 \times 10^{-31}\,kg} \rightarrow \boxed{V = 1{,}2307\,m/s}$$

38) Por un conductor recto y sumamente largo circula una corriente eléctrica de intensidad $i(t) = 4A\,sen(50s^{-1}t)$. Una bobina rectangular de 40 espiras iguales está ubicada en el mismo plano que el conductor recto, tal como se indica en la figura. Halle:

a) La expresión de la fuerza electromotriz inducida en la bobina, en función del tiempo. R: $\varepsilon(t) = -1{,}23 \times 10^{-4}$ V $\cos(50\ s^{-1}.t)$

b) El valor del coeficiente de inducción mutua M. $M = 6{,}13 \times 10^{-7}$ H



$\vec{B}$

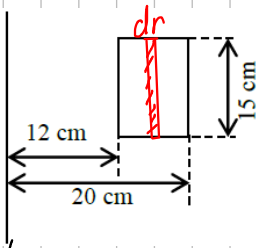
ϕ_B

ϕ_{BC}

Por ley de Ampere $\oint_C \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 I_c \rightarrow \int B\,dl \cos\alpha = \mu_0 I \rightarrow B\int dl = \mu_0 \rightarrow B 2\pi r = \mu_0 I$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \rightarrow \vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,(\check{k})$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_{BC}}{dt}$$



$$\phi_B = \iint \vec{B}\,d\vec{S} \rightarrow \iint B\,dS \cos\alpha \rightarrow \iint B\,dS \cos(180)$$

$$\int_0^{0{,}15m}\int_{0{,}12m}^{0{,}20m} \frac{-\mu_0 I}{2\pi r}\,dr\,dh \rightarrow -0{,}15\,m\,\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{0{,}20}{0{,}12}\right) = \phi_B$$

$$\phi_{BC} = N\,\phi_B = -N \cdot 0{,}15\,m\,\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{0{,}20}{0{,}12}\right)$$

$$\mathcal{E} = -\frac{-N \cdot 0{,}15\,m\,\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{0{,}20}{0{,}12}\right)\frac{d}{dt}\left(4A\,sen(50s^{-1}t)\right) = \frac{N \cdot 0{,}15\,m\,\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{0{,}20}{0{,}12}\right)4A \cdot 50s^{-1}\cos(50s^{-1}t)$$

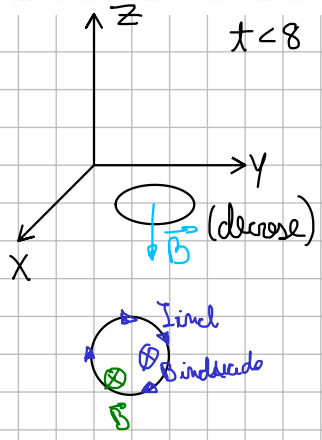
$$\mathcal{E} = \frac{40 \cdot 0{,}15\,m \cdot 4\pi \times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\ln\left(\frac{0{,}20}{0{,}12}\right) \cdot 4A \cdot 50s^{-1}\cos(50s^{-1}t)}{2\pi}$$

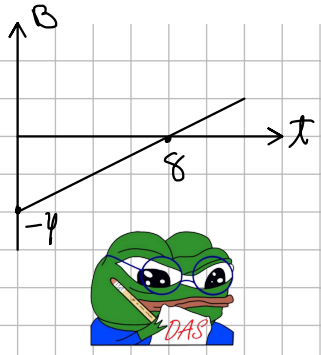
$$\boxed{\mathcal{E} = 0{,}1225 \times 10^{-3}\,V\cos(50s^{-1}t)}$$

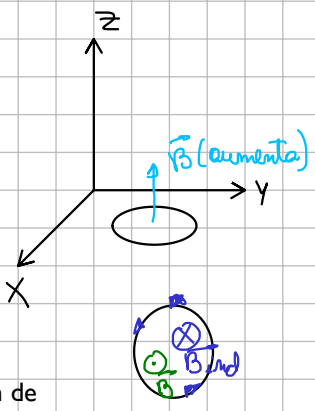
(B) $$IL = \phi_{BC} \rightarrow L = \frac{\phi_{BC}}{I} \rightarrow \frac{-N \cdot 0{,}15\,\mu_0 \ln\left(\frac{0{,}2}{0{,}12}\right)}{2\pi} \rightarrow L = \frac{40 \cdot 0{,}15\,m \cdot 4\pi \times 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}\ln\left(\frac{0{,}20}{0{,}12}\right)}{2\pi}$$

$$\boxed{L = 0{,}6129 \times 10^{-6}}$$

39) La figura representa una bobina formada por N espiras circulares coplanares, iguales, muy juntas y ubicadas en el plano XY. La misma se encuentra en un lugar del espacio en el que existe un campo de inducción magnética espacialmente uniforme dado por la expresión $B(t) = (-4\ T + 0{,}5\ T.s^{-1}t)\ \boldsymbol{k}$. Describa cuál es el sentido de circulación de la corriente inducida en la bobina antes y después del instante $t = 8s$, suponiendo que forma parte de un circuito cerrado. R: en ambos casos circula en sentido horario







En ambos casos el sentido de la circulacion de la corriente inducida en la bobina es HORARIO

40) Un circuito está formado por una bobina de resistencia despreciable en serie con un resistor de 30 Ω. El conjunto se conecta a un generador de tensión alterna que tiene pulsación $\omega = 500\,s^{-1}$, con una tensión eficaz de 200 V. La tensión eficaz en el resistor resulta de 160 V . Calcule:

a) El desfasaje (entre la tensión y la corriente) y el factor de potencia. $\varphi \approx 37°$; $\cos\varphi = 0{,}8$

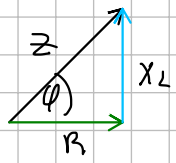
b) El coeficiente de autoinducción de la bobina. $L = 0{,}045$ H

$R = 30\,\Omega$ $\quad \omega = 500\,s^{-1}$ $\quad V_{ef} = 200V$

$V_{Ref} = 160V$

(A)

$V_{Ref} = R \cdot I_{ef} \rightarrow I_{ef} = \frac{V_{Ref}}{R} \rightarrow I_{ef} = \frac{160V}{30\Omega} \rightarrow I_{ef} = \frac{16}{3}\,A$



SACATE

$I_{ef} \cdot Z = V_{ef} \rightarrow Z = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} \rightarrow Z = \frac{200\,V}{\frac{16}{3}\,A} \rightarrow Z = \frac{75}{2}\,\Omega$

$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \rightarrow \varphi = \arccos\left(\frac{R}{Z}\right)$

$\boxed{\varphi = \arccos\left(\frac{30\,\Omega}{\frac{75}{2}\,\Omega}\right) = 37°}$

$\boxed{\text{Factor de potencia } \cos\varphi \rightarrow \cos 37 = 0{,}8}$

(B)

$Z^2 = R^2 + (X_L - \underbrace{X_C}_{0})^2 \rightarrow X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} \rightarrow X_L = \sqrt{\frac{75^2}{4} - 30^2}\,\Omega \rightarrow X_L = \frac{45}{2}\,\Omega$

$X_L = \omega L \rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} \rightarrow \frac{\frac{45}{2}\,\Omega}{500\,s^{-1}} \rightarrow \boxed{L = 0{,}045\,H}$