SIMULACRO DE PARCIAL DE FÍSICA 2	CURSO Z2155	FECHA -------	ALUMNA/O	N° DE HOJAS

1) Dentro de un recipiente cerrado adiabático de capacidad calorífica despreciable se introducen 15kg de plomo a -20°C junto con 150g de agua a 10ºC. Calcular la temperatura de equilibrio y la composición final del sistema. Datos: $c_{Pb} = 0{,}03\text{cal/g°C}$, $c_{agua} = 1\text{cal/g°C}$, $c_{hielo} = 0{,}5\text{cal/g°C}$, $l_{fusión\ agua} = 80\text{cal/g}$

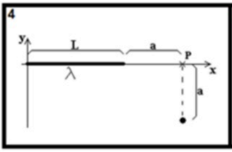
2) Una pared consta de una capa interior de ladrillo de conductividad térmica $k = 0{,}7\text{W/mºK}$ y 0,1m de espesor. La capa exterior es de un material desconocido y 0,3m de espesor. Calcular la conductividad térmica de este último material si, cuando la temperatura interior es de 0ºC y la temperatura exterior es de 30ºC, la temperatura en régimen estacionario en la superficie entre las dos capas es de 25ºC.

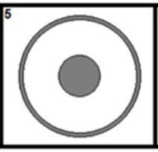
3) 3 moles de un gas ideal diatómico que se encuentran a 600kPa realiza una expansión isotérmica reversible triplicando su volumen inicial y luego una expansión isobárica y reversible entregando un trabajo de 600J. El volumen final alcanzado es de 15 litros. Calcular el calor y el trabajo para todo el proceso. Dibujar ambos procesos en diagramas P-V, P-T y V-T, escribiendo los valores de P, V y T necesarios.

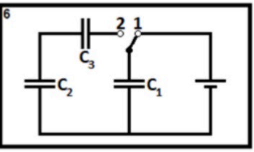
4) En la figura se muestra una carga eléctrica puntual q y una distribución de carga eléctrica continua en forma de segmento de longitud L y densidad de carga lineal $\lambda = bx$. Calcular el vector campo eléctrico que generan en el punto P ($L = 6\text{m}$, $a = 2\text{m}$, $q = 4\pi\cdot 8{,}85\times 10^{-12}\text{C}$, $b = 4\pi\cdot 8{,}85\times 10^{-12}\text{C/m}^2$).

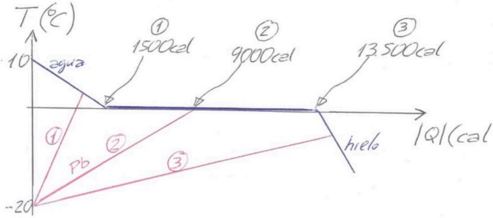
5) El cascarón esférico de la figura tiene 30cm de radio y espesor despreciable, no es conductor y tiene una distribución de carga superficial uniforme. Su potencial eléctrico respecto al infinito es de 22V. En su interior, y concéntrica con el cascarón, hay una esfera no conductora de 10cm de radio cargada con 2nC distribuidos de manera uniforme volumétricamente. Calcular la carga en el cascarón exterior y el potencial respecto al infinito de la esfera interior. Calcular el trabajo necesario para traer una carga de -5nC desde el infinito hasta tocar el cascarón. Explicar el signo de este trabajo.

6) Los capacitores C_1, C_2 y C_3 de la figura se encuentran inicialmente descargados cuando la llave se lleva a la posición 1. Entonces el capacitor C_1 adquiere una carga de 300μC. Si luego se lleva la llave a la posición 2, calcular la carga final de cada capacitor. Calcular cuánta energía entrega la batería en el proceso y la energía final almacenada en cada capacitor. Explicar qué sucede con la energía en el proceso.
Datos: $C_1 = C_2 = 10\mu\text{F}$, $C_3 = 30\mu\text{F}$.









Vemos qué sucede (cálculos auxiliares)

$$Q_{(Pb\ -20°C \to 0°C)} = c_{Pb}\, m_{Pb}\, \Delta T_{Pb} = 0{,}03\,\text{cal}/g°C\ 15.000g\,(0-(-20°C)) = 9000\,\text{cal} \quad ①$$

$$Q_{(agua\ 10°C \to 0°C)} = c_{agua}\, m_{agua}\, \Delta T_{agua} = 1\,\text{cal}/g°C\ 150g\,(0-10°C) = -1500\,\text{cal} \quad ②$$

$$Q_{(agua \to hielo\ a\ 0°C)} = \ell_F\, m_{agua} = -80\,\text{cal}/g\ 150g = -12.000\,\text{cal} \quad ③$$

$\Longrightarrow$ sucede ②

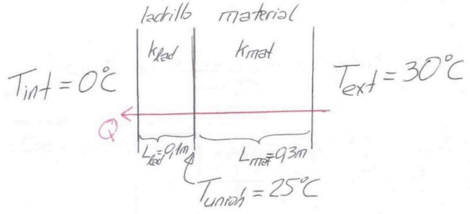
$$Q_{Pb} + Q_{agua} = 0$$

$$Q_{(Pb\ -20°C \to 0°C)} + Q_{(agua\ 10° \to 0°C)} + Q_{(agua \to hielo\ (parcial))} = 0$$

$$9000\,\text{cal} - 1500\,\text{cal} - 80\,\text{cal}/g\ m_{\substack{que\ se\\ congela}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\substack{que\ se\\ congele}} = \frac{-7500\,\text{cal}}{80\,\text{cal}/g} = 93{,}75g$$

$\Rightarrow$ Queden 15kg de Pb, 56,25g de agua y 93,75g de hielo a 0°C.



$$\frac{Q}{A\Delta t} = \frac{k_{mat}(T_{ext} - T_{unión})}{L_{mat}} = \frac{k_{lad}(T_{unión} - T_{int})}{L_{lad}}$$

$$\frac{k_{mat}(30°C - 25°C)}{0{,}3\,m} = \frac{0{,}7\,\frac{W}{m°C}(25°C - 0)}{0{,}1\,m} = 175\,\frac{W}{m^2}$$

$$\Longrightarrow \boxed{k_{mat} = \frac{175\,\frac{W}{m^2}\,0{,}3\,m}{5\,K} = 10{,}5\,\frac{W}{mK}}$$

Isoterma AB: $T_A = T_B = T \quad \Delta U_{AB} = 0 \quad Q_{AB} = L_{AB}$

$$P_A V_A = mRT = P_B V_B \Longrightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{3} \Longrightarrow P_B = \frac{P_A}{3} = \frac{600kPa}{3} = 200kPa$$

$$Q_{AB} = L_{AB} = \underbrace{mRT}_{P_B V_B} \ln\underbrace{\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}_{3} = P_B V_B \ln(3)$$

$$P_B = P_C = P = 200kPa$$

Isobara BC: $P_B V_B = mRT_B \quad P_C V_C = mRT_C \Longrightarrow P(V_C - V_B) = mR(T_C - T_B)$

$$L_{BC} = P(V_C - V_B) = 200kPa(15l - V_B) = 600J \Longrightarrow V_B = 12l$$

$$\Delta U_{BC} = \frac{5}{2} mR(T_C - T_B) = \frac{5}{2} L_{BC} = 1500J$$

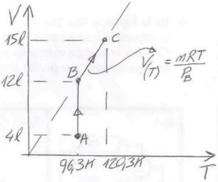
$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + L_{BC} = \frac{7}{2} L_{BC} = 2100J$$

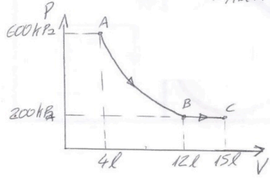
$$Q_{AB} = L_{AB} = 200kPa\, 12l\, \ln(3) = 2636{,}7J$$

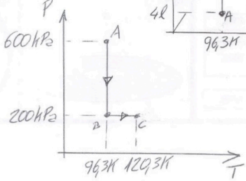
$$\boxed{Q_{Total} = Q_{AB} + Q_{BC} = 4736{,}7J} \quad \boxed{L_{Total} = L_{AB} + L_{BC} = 3236{,}7J} \quad V_A = \frac{V_B}{3} = 4l$$

$$T_A = T_B = \frac{P_B V_B}{mR} = \frac{200kPa\, 12l}{3moles\ 8{,}31\frac{J}{mol K}} = 96{,}3K$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{mR} = \frac{200kPa\, 15l}{3moles\ 8{,}31\frac{J}{mol K}} = 120{,}3K$$







$$\vec{r}_p = (L+a)\check{i} \quad \vec{r}_q = (L+a)\check{i} - a\check{j} \quad \vec{r}_p - \vec{r}_q = a\check{j} \quad |\vec{r}_p - \vec{r}_q| = a$$

$$\vec{r} = x\check{i} \quad \vec{r}_p - \vec{r} = (L+a-x)\check{i} \quad |\vec{r}_p - \vec{r}_q| = L+a-x$$

posición sobre el segmento cargado donde está $dq = \lambda dl = bx\,dx$

$x < L+a \quad (0 \leq x \leq L)$

$$\vec{E}_{(\vec{r}_p)} = \frac{kq}{|\vec{r}_p - \vec{r}_q|^3}(\vec{r}_p - \vec{r}_q) + \int_{\text{segmento}} \frac{k\,dq}{|\vec{r}_p - \vec{r}|^3}(\vec{r}_p - \vec{r})$$

$$= \frac{kq}{a^3} a\check{j} + kb\int_0^L \frac{x\,dx}{(L+a-x)^3}(L+a-x)\check{i} = \frac{kq}{a^2}\check{j} + kb\int_0^L \frac{x\,dx}{(L+a-x)^2}\check{i}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(L+a-x)^2} = -\int \frac{(L+a-z)\,dz}{z^2} = \int \frac{1}{z}dz - (L+a)\int \frac{1}{z^2}dz = \ln|z| + \frac{L+a}{z} + C$$

$z = L+a-x \Rightarrow x = L+a-z$

$dz = -dx \Longrightarrow dx = -dz$

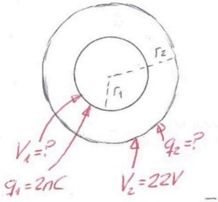
$$= \ln(L+a-x) + \frac{L+a}{L+a-x} + C$$

$$\Longrightarrow \int_0^L \frac{x\,dx}{(L+a-x)^2} = \ln a - \ln(L+a) + \frac{L+a}{a} - 1 = \ln\left(\frac{a}{L+a}\right) + \frac{L}{a}$$

$$\boxed{\vec{E}_{(\vec{r}_p)}} = \frac{kq}{a^2}\check{j} + kb\left(\ln\left(\frac{a}{b+a}\right) + \frac{L}{a}\right)\check{i} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\check{j} + \frac{b}{4\pi\varepsilon_0}\left(\ln\left(\frac{a}{b+a}\right) + \frac{L}{a}\right)\check{i}$$

$$= \frac{9\times10^{9}\frac{Nm^2}{C^2}}{4\pi\, 8{,}85\times10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}(2m)^2}\check{j} + \frac{4\pi\, 8{,}85\times10^{-12}\,C/m^2}{4\pi\, 8{,}85\times10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}}\left(\ln\left(\frac{2m}{6m+2m}\right) + \frac{6m}{2m}\right)\check{i}$$

$$\boxed{\simeq 1{,}61\,N/C\,\check{i} + 0{,}25\,N/C\,\check{j}}$$



Para $r > r_2$

$$\phi_{\vec{E}} = |\vec{E}|\, 4\pi r^2 = \frac{q_1 + q_2}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E}_{(r)} = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, \check{r}$$

$$\Delta V_{\infty,2} = V_2 - \underbrace{V_\infty}_{0} = -\int_\infty^{r_2} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_\infty^{r_2} \frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, dr =$$

$$d\vec{l} = dr$$

$$= k\,\frac{q_1+q_2}{r}\Big|_\infty^{r_2} = k\,\frac{q_1+q_2}{r_2} = V_2$$

$$\Rightarrow \boxed{q_2 = \frac{V_2\, r_2}{k} - q_1 = \frac{22V\, 0{,}3m}{9\times10^{9}\frac{Nm^2}{C^2}} - 2\times10^{-9}C \simeq -1{,}27\times10^{-9}C = -1{,}27nC}$$

Para $r_1 < r < r_2$

$$\phi_{\vec{E}} = |E|\, 4\pi r^2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E}_{(r)} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, \check{r}$$

$$\Delta V_{2,1} = V_1 - V_2 = -\int_{r_2}^{r_1} \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, dr = k\,\frac{q_1}{r}\Big|_{r_2}^{r_1} = k q_1\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

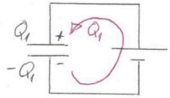
$$\Rightarrow V_1 = V_2 + k q_1\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = 22V + 9\times10^{9}\frac{Nm^2}{C^2}\, 2\times10^{-9}C\left(\frac{1}{0{,}1m} - \frac{1}{0{,}3m}\right)$$

$$\boxed{V_1 = 142V}$$

$$\boxed{L_{F_{externa}} = \Delta U_{\infty,2} = q'\Delta V_{\infty,2} = -5\times10^{-9}C\,(22V - 0) = -1{,}1\times10^{-7}J}$$

Este trabajo es negativo la fuerza externa debe oponerse en todo el recorrido a la fuerza eléctrica para evitar que la carga adquiera energía cinética, y como la fuerza eléctrica apunta en el sentido del movimiento, esta fuerza apunta en el sentido opuesto.

Llave en 1)



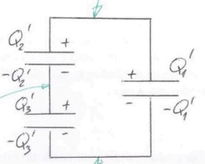
$$Q_1 = 300\mu C$$

$$\Delta V_{C_1} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{300\mu C}{10\mu F} = 30V = \Delta V_{bat}$$

$$U_{bat} = \Delta V_{bat}\, Q_1 = 30V\, 300\mu C = \boxed{9000\mu J}$$

Llave en 2)

$$Q_1' + Q_2' = Q_1 = 300\mu C$$



$$-Q_2' + Q_3' = 0$$

$$-Q_1' - Q_3' = -Q_1 = -300\mu C$$

C_2 y C_3 en serie: $C_{23} = \dfrac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} = \dfrac{10\mu F\, 30\mu F}{10\mu F + 30\mu F} = 7{,}5\mu F$

C_{23} y C_1 en paralelo: $C_{123} = C_1 + C_{23} = 10\mu F + 7{,}5\mu F = 17{,}5\mu F$

$$Q_{123}' = Q_1' + Q_2' = Q_1 = 300\mu C \qquad \Delta V_{C_{123}} = \frac{Q_{123}'}{C_{123}} = \frac{300\mu C}{17{,}5\mu F} \simeq 17{,}14V = \Delta V_{C_1}' = \Delta V_{C_{23}}'$$

$$\boxed{Q_1' = C_1 \Delta V_{C_1}' \simeq 10\mu F\, 17{,}14V = 171{,}4\mu C}$$

$$\boxed{Q_2' = Q_3' = Q_{23}' = C_{23} \Delta V_{C_{23}}' \simeq 7{,}5\mu F\, 17{,}14V \simeq 128{,}6\mu C}$$

$$\boxed{U_{C_1}' = \frac{1}{2}\frac{Q_1'^2}{C_1} \simeq \frac{1}{2}\frac{(171{,}4\mu C)^2}{10\mu F} \simeq 1468{,}9\mu J}$$

$$\boxed{U_{C_2}' = \frac{1}{2}\frac{Q_2'^2}{C_2} \simeq \frac{1}{2}\frac{(128{,}6\mu C)^2}{10\mu F} \simeq 826{,}9\mu J}$$

$$\boxed{U_{C_3}' = \frac{1}{2}\frac{Q_3'^2}{C_3} \simeq \frac{1}{2}\frac{(128{,}6\mu C)^2}{30\mu F} \simeq 275{,}6\mu J}$$

$U_{total} \simeq 2571{,}4\mu J$

Parte de la energía que entrega la batería se transforma en calor al cargarse C_1 y luego al redistribuirse la carga a C_2 y C_3.