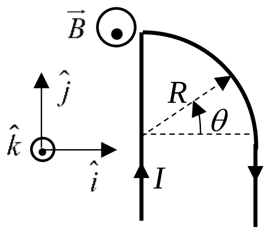
FÍSICA 2 - Problemas de Repaso para 2do Parcial

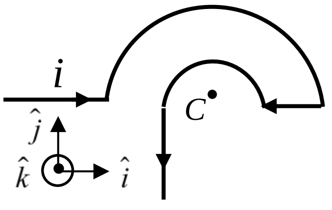
1: La figura representa un conductor filiforme de gran longitud con dos tramos rectos, paralelos al eje Y, y una parte con forma de ¼ de circunferencia de radio R. Dicho conductor está ubicado sobre el plano XY, dentro de un campo magnético uniforme y estacionario $\vec{B} = |\vec{B}|\,k$ y por él circula una corriente, de intensidad constante I, en el sentido indicado. Halle la expresión de la fuerza que el campo magnético ejerce sobre la parte curva del conductor. ($d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$)



Solución: $d\vec{F} = I\,|\vec{B}|\,Rd\theta(sen\theta; -\cos\theta; 0) \times (0;0;1) = I\,|\vec{B}|\,Rd\theta(-\cos\theta; -sen\theta; 0)$

$$\vec{F} = I\,|\vec{B}|\,R(-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta\, d\theta; -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}\theta\, d\theta; 0) \quad \boxed{\vec{F} = I\,|\vec{B}|\,R(-1;-1;0)}$$

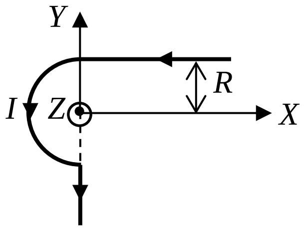
2: La configuración de la figura consiste en dos semiespiras coplanares, en el vacío, con centro en C. Los cables rectos izquierdo y vertical que transportan la corriente, pueden considerarse semiinfinitos. Si R_1 es el radio de la semicircunferencia mayor y R_2 el de la menor, halle la expresión del vector inducción magnética B en el punto C suponiendo estacionaria la corriente.



Solución: $\vec{B}_1 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2R_1}\left(-k\right) = -\frac{\mu_0 I}{4R_1}k$; $\vec{B}_2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2R_2}k = \frac{\mu_0 I}{4R_2}k$; $\vec{B}_3 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2\pi R_2}k = \frac{\mu_0 I}{4\pi R_2}k$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4}\left(-\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{\pi R_2}\right)k$$

3: El conductor filiforme representado en la figura está contenido en el plano XY, puede considerarse infinito, una parte recta es paralela al eje X, la otra coincide con el semieje $-Y$ y la parte curva es una semicircunferencia de radio R = 40 cm. Por él circula una corriente eléctrica continua y estacionaria de intensidad I = 2 A.



Calcule la aceleración que recibiría un protón (con carga q_P = 1,6×10^{-19} C y masa m_P = 1,67×10^{-27} kg) si pasara por el origen de coordenadas con velocidad $\vec{v} = 2\times10^4\, j [\text{m/s}]$

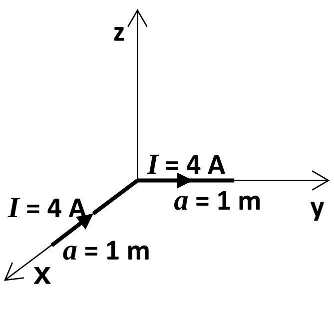
Solución:

$$\vec{B} = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2\pi R}k + \frac{1}{2}\frac{\mu_o I}{2R}k = \left(\frac{4\pi\times10^{-7}\times2}{4\pi\times0,4} + \frac{4\pi\times10^{-7}\times2}{4\times0,4}\right)\text{T}k \approx \left(5\times10^{-7} + 1,57\times10^{-6}\right)\text{T}k \approx 2,07\mu\text{T}k$$

$$\vec{F} = q_P\vec{v}\times\vec{B} = 1,6\times10^{-19}\times2\times10^4\times2,07\times10^{-6}\left(0;1;0\right)\times\left(0;0;1\right)[\text{N}] \approx 6,62\times10^{-21}\text{N}\hat{i}$$

$$\vec{a} = \frac{6,62\times10^{-21}}{1,67\times10^{-27}}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\hat{i} \qquad \boxed{\vec{a} \approx 3,96\times10^6\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\hat{i}}$$

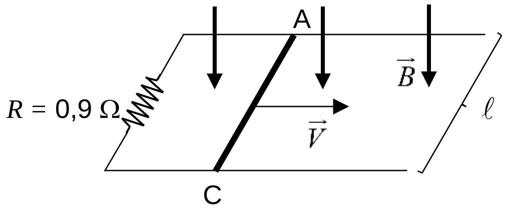
4. En un tramo de circuito como se indica en la figura está establecida una intensidad de corriente I = 4 A. Está inmerso en una región donde existe un vector inducción magnética $\boldsymbol{B} = Bo\, \boldsymbol{k}$. Calcule el vector fuerza magnética sobre el tramo de circuito. (a = 1 m, Bo = 1 T)



Solución:

$\boldsymbol{F} = I\,\boldsymbol{L}\times\boldsymbol{B}$ $\qquad$ $\boldsymbol{L} = -\,a\,\boldsymbol{i} + a\,\boldsymbol{j}$ $\qquad$ $\boldsymbol{B} = Bo\,\boldsymbol{k}$ $\qquad \Rightarrow \quad \boldsymbol{F} = I\,a\,Bo\,(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}) = 4\text{ N}\,(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j})$

5: La barra conductora AC se desliza sin fricción sobre dos rieles conductores rectos, paralelos y ubicados sobre un plano horizontal. La distancia entre los rieles es ℓ = 0,5 m y la fuerza que mantiene a la barra avanzando con velocidad constante tiene un módulo de 5 N. Todo el conjunto está inmerso en un campo de inducción magnética uniforme y estacionario de 1,2 T, ajeno al circuito. Considere despreciable el campo producido por el circuito y calcule el módulo de la velocidad con la que se mueve la barra.



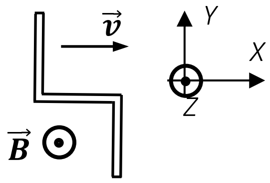
Solución:

$$d\Phi_B = |\vec{B}||d\vec{S}|.\cos 0° = |\vec{B}|\,\ell\,|\vec{V}|\,dt \;\Rightarrow\; |\varepsilon_i| = \frac{d\Phi_B}{dt} = |\vec{B}|\,\ell\,|\vec{V}|\,;\;\; I = \frac{|\vec{B}|\,\ell\,|\vec{V}|}{R}$$

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_{Ext}| \;\Rightarrow\; I\ell B sen 90° = 5\text{N}$$

$$\frac{|\vec{B}|\,\ell\,|\vec{V}|}{R}\ell\,|\vec{B}| = 5N \;\Rightarrow\; |\vec{V}| = \frac{5\text{N}\times R}{|\vec{B}|^2\,\ell^2} = \frac{5\times 0{,}9}{1{,}2^2\times 0{,}5^2}\frac{\text{m}}{\text{s}} \;\Rightarrow\; |\vec{V}| = 12{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejercicio 6: Cada uno de los tres segmentos coplanares de la varilla metálica acodada tienen longitud L. La varilla se mueve sobre la superficie horizontal de una mesa con velocidad $\vec{v}$, inmersa en un campo magnético uniforme y estacionario perpendicular a la mesa.



a) Halle la expresión de la f.e.m. inducida en la varilla.

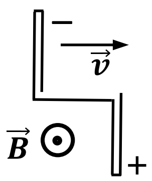
b) Indique en el gráfico el signo de las cargas eléctricas inducidas en los extremos de la varilla.

Solución

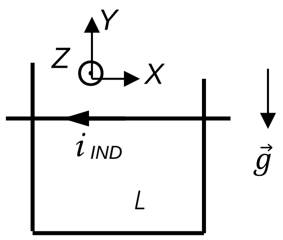
a) La varilla acodada es equivalente a una varilla recta de longitud $2L$ ortogonal al campo y a la velocidad. Pueden hallar la *fem* inducida por el método que deseen

$$\boxed{\varepsilon = 2BLv}$$

b)



Ejercicio 7: La barra horizontal superior del cuadro de la figura cae con velocidad constante. La barra desliza con rozamiento, tiene masa M, longitud L, resistencia R, y el cuadro completo está inmerso en un campo magnético uniforme de intensidad B.



a) Justifique cuál es la dirección y cuál es el sentido del campo $\vec{B}$

b) halle la expresión de la fuerza de rozamiento en términos de los otros parámetros del problema.

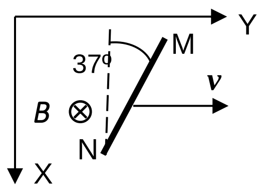
Solución:

La barra horizontal superior del cuadro de la figura…

$$a)\ \vec{F} = id\vec{\ell} \times \vec{B} \quad \rightarrow \hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{y}} = -\hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{x}} \times \ \hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{B}} \rightarrow \hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{B}} \equiv \hat{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{z}}$$

$$b)\ F_{IND} + F_{ROZ} = Mg \qquad F_{IND} = \frac{\mathcal{E}}{R}LB = \frac{B^2L^2v}{R} \quad \rightarrow \boldsymbol{F_{ROZ}} = \boldsymbol{Mg} - \frac{\boldsymbol{B^2L^2v}}{\boldsymbol{R}}$$

8: Considere un conductor MN recto, de longitud L = 1 m, ubicado en el plano horizontal X-Y, que está inmerso en un campo de inducción magnética uniforme y estacionario $\boldsymbol{B}$ = 4 T($-\mathbf{e}_Z$). Dicho conductor es trasladado con velocidad constante v = 8 m/s ($\mathbf{e}_Y$).



Determine:

a) el valor de la *fem* inducida en el conductor.

b) el sentido en el que circula la corriente inducida (de M a N o de N a M) suponiendo que el conductor forma parte de un circuito cerrado fijo al sistema de referencia.

Solución:

a) $|\varepsilon| = v \times \ell \times B \times \cos 37° \approx 25{,}6$ V

b) $\boxed{\text{De N a M.}}$

9: Un solenoide ideal es recorrido por una corriente eléctrica de intensidad $i(t)$ = 0,85 A sen(200 s^{-1}.t) que provoca, en su región central, un campo de inducción magnética espacialmente uniforme cuya intensidad varía en el tiempo según la función B = 0,5 T sen(200 s^{-1}.t). Dentro de esa región de campo uniforme se coloca una pequeña bobina de alambre de 20 espiras iguales entre sí, cada una de las cuales delimita una superficie de 4 cm^2 de área. Las líneas de inducción forman un ángulo de 30° con respecto a la recta normal a los planos que contienen a las espiras de la bobina de alambre. Halle la inductancia mutua M entre el solenoide y la bobina de alambre.

Solución: $\Phi_B = \iint_S \vec{B}.d\vec{S} = \iint_S |\vec{B}||d\vec{S}|\,cos30° = |\vec{B}|S\,cos30° = 0{,}5\text{T}\times sen(200\text{s}^{-1}t)\times 4\times 10^{-4}\text{m}^2\times\cos 30°$

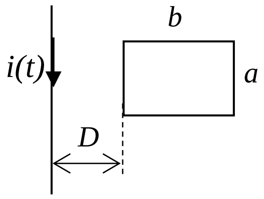
$$\Phi_B \approx 0{,}173\text{mWb}\times sen(200\text{s}^{-1}t)$$

$$M = \frac{\Phi_{Bc}}{I} = \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{20\times 0{,}173\text{mWb}\times \cancel{sen(200\text{s}^{-1}t)}}{0{,}85\text{A}\times \cancel{sen(200\text{s}^{-1}t)}} \quad M \approx 4{,}07\text{mH}$$

10: Por el alambre vertical de la figura circula una corriente eléctrica de intensidad $i(t) = i_0 + Ct$ (con $i_o > 0$). La espira es rectangular, se halla a distancia D del alambre y es coplanar con el mismo.

a) Para $C < 0$, indique el sentido en que circula la corriente inducida en la espira.

b) Halle la expresión de la *fem* inducida en la espira, en función del tiempo..



Solución:

a) La intensidad de la corriente es una función decreciente del tiempo en consecuencia también decrecen $|\boldsymbol{B}|$ y $\Phi_B \Rightarrow$ la corriente inducida debe crear un campo $\boldsymbol{B_{ind}}$ en la dirección y sentido $\boldsymbol{k}$, tendiente a compensar la variación de flujo. Para ello debe circular en sentido ANTIHORARIO.

b) $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}k \quad ; \quad \Phi_B = \iint_S \vec{B}.d\vec{S} = \iint_S \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}k.\left(dx\hat{i}\times dy\,j\right) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\int_D^{D+b}\dfrac{dx}{x}\int_0^a dy = \dfrac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln\left(\dfrac{D+b}{D}\right)$

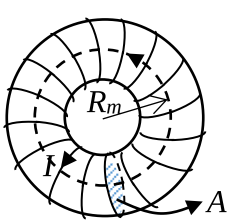
$$\Phi_B(t) = \frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln\left(\frac{D+b}{D}\right)\left(i_0 + Ct\right) \quad ; \quad \varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B(t)}{dt} = -\frac{\mu_0 aC}{2\pi}\ln\left(\frac{D+b}{D}\right)$$

11: Por un alambre recto e infinito, que se halla en el eje revolución de una bobina plana de 10 espiras circulares de 0,5 m de radio, circula una corriente de intensidad $i_1(t) = 10\,sen\,(100\pi\ \text{s}^{-1}\,t)$ mA. El coeficiente de autoinducción de la bobina es L = 3 mH y por ella circula una corriente eléctrica de intensidad $i_2(t) = 50\,sen\,(120\,\pi\ \text{s}^{-1}\,t)$ mA. Halle el valor de la *fem* inducida en la bobina, en función del tiempo.

Solución: Sólo contribuye la corriente i_2 porque la corriente i_1 es perpendicular al plano de las espiras. Luego

$$\mathcal{E}(t) = -L\frac{di_{PROPIA}}{dt} = -18\pi\,cos(120\pi\,\text{s}^{-1}\,t)\ \text{mV}$$

12. Un toroide ideal delgado (el radio medio del toroide es mucho mayor que el radio de las espiras) consta de N espiras iguales, cada una de las cuales delimita una superficie plana de área A, y que tiene un radio medio R_m. Halle la expresión de la inductancia L del toroide.



Solución:

Ley de Ampère $\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0.i_{conc}$

$$\oint B.dl.cos0 = \mu_0.N.I \;\Rightarrow\; B.2\pi.R_m = \mu_0.N.I \;\Rightarrow\; B = \frac{\mu_0.N.I}{2\pi.R_m} \quad (1)$$

Flujo en la sección del toroide $\Phi_B = \iint_S \vec{B}.d\vec{A} = B.A \;\; (2)$

Inductancia $L = \frac{\Phi_{Bconc}}{I} = \frac{N.\Phi_B}{I} \;\; (3)$

Reemplazando la (1) y la (2) en la (3): $L = \dfrac{N\,\dfrac{\mu_0 N\,\cancel{I}}{2\pi R_m}\,A}{\cancel{I}} \Rightarrow \boxed{L = \dfrac{\mu_0 N^2 A}{2\pi R_m}}$