

PRIMER PARCIAL DE FÍSICA 2	CURSO Z2155	FECHA 16/08/24	ALUMNA/O	N° DE HOJAS
-----------------------------------	----------------	-------------------	----------	-------------

1) Dentro de un recipiente cerrado adiabático de capacidad calorífica despreciable se introducen 15kg de plomo sólido a 300°C junto con 100g de agua a 20°C. Calcular la temperatura de equilibrio y la composición final del sistema.

Datos: $c_{pb} = 0,03 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$, $c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$, $c_{\text{hielo}} = 0,5 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$, $c_{\text{vapor de agua}} = 0,47 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$, $l_{\text{fusión agua}} = 80 \text{ cal/g}$, $l_{\text{vaporización del agua}} = 540 \text{ cal/g}$

2) Un gas ideal monoatómico de 2 moles está inicialmente a una presión de 3atm ocupando un volumen de 5litros. En un primer proceso se expande isobárica y reversiblemente hasta triplicar su volumen. En un segundo proceso se expande isotérmica y reversiblemente hasta duplicar su volumen. En un tercer proceso reversible vuelve al estado inicial cerrando un ciclo. Si se sabe que el trabajo total del ciclo es de 15litros·atm, calcular el trabajo realizado o recibido y la cantidad de calor absorbido o cedido por el gas en el tercer proceso. Graficar lo que pueda del ciclo en diagramas P vs V, P vs T y V vs T.

3) Una máquina frigorífica cíclica de eficiencia igual a la mitad de la correspondiente máquina frigorífica de Carnot funciona entre dos fuentes a temperaturas de 27°C y 327°C. Si absorbe 300J de la fuente fría por ciclo, calcular la variación de entropía del universo al realizar 20 ciclos.

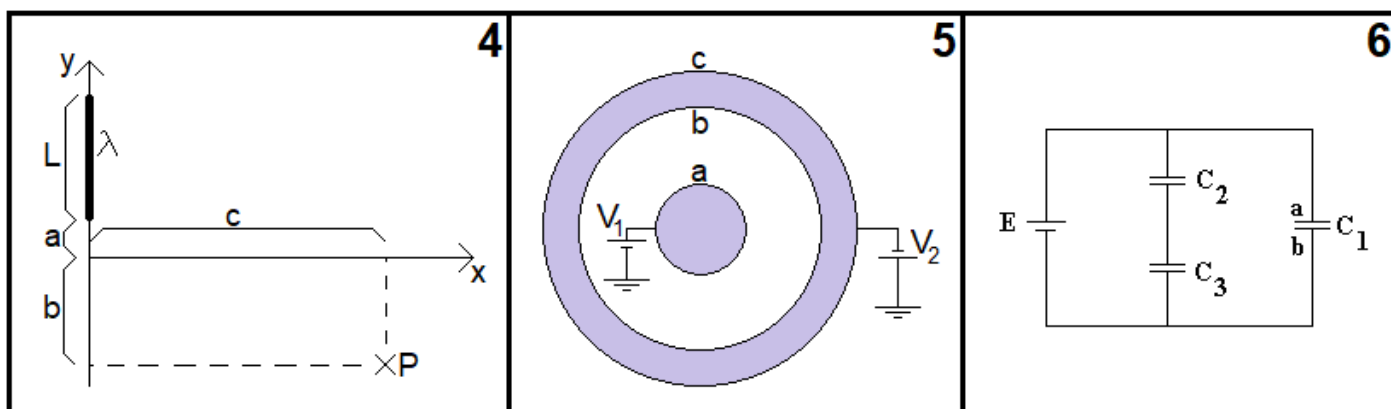
4) La barra de la figura tiene espesor despreciable y longitud L. Se encuentra cargada eléctricamente con distribución lineal de carga $\lambda = \alpha(y-a)^3$. Escribir en detalle la integral necesaria para calcular el campo eléctrico que genera esta barra en la posición del punto P (expresar todo en función de los parámetros a, b, c, L, α y ϵ_0). Calcular la carga total de la barra.

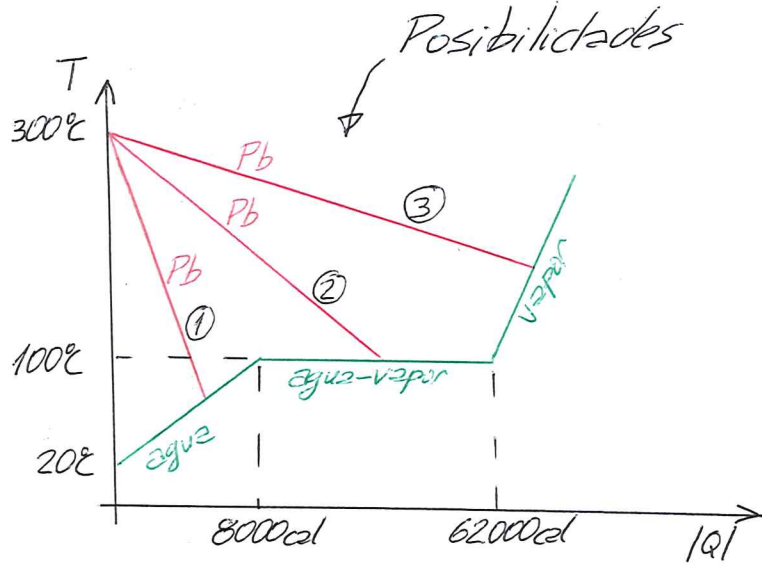
5) En la figura se muestra una esfera conductora de radio a rodeada por una carcasa esférica conductora de radio interno b y radio externo c. Ambas se encuentran conectadas a tierra, pero con baterías intermedias que establecen sus potenciales eléctricos.

Calcular la carga inducida en cada superficie y el potencial eléctrico en todo punto del espacio.

Datos: $a = 20 \text{ cm}$, $b = 60 \text{ cm}$, $c = 80 \text{ cm}$, $V_1 = 100 \text{ V}$, $V_2 = 200 \text{ V}$

6) En la figura se ven tres capacitores cargados por una batería. Posteriormente la batería se desconecta y luego el capacitor 1 se invierte (los bornes a y b se invierten). Calcular la carga eléctrica final en cada capacitor. Datos: $E = 20 \text{ V}$, $C_1 = 10 \mu\text{F}$, $C_2 = 20 \mu\text{F}$, $C_3 = 30 \mu\text{F}$.





sucede (3)

Cálculos auxiliares:

$$Q_{(Pb, 300^{\circ}C \rightarrow 100^{\circ}C)} = c_{Pb} m_{Pb} \Delta T =$$

$$= 0,03 \text{ cal/g}^{\circ}C \cdot 15000 \text{ g} (100^{\circ}C - 300^{\circ}C) = -90.000 \text{ cal}$$

$$Q_{(agua, 20^{\circ}C \rightarrow 100^{\circ}C)} = c_{agua} m_{agua} \Delta T =$$

$$= 1 \text{ cal/g}^{\circ}C \cdot 100 \text{ g} (100^{\circ}C - 20^{\circ}C) = 8000 \text{ cal}$$

$$Q_{(agua \rightarrow vapor, 100^{\circ}C)} = l_{vap} m_{agua} =$$

$$= 540 \text{ cal/g} \cdot 100 \text{ g} = 54.000 \text{ cal}$$

$$Q_{Pb} + Q_{H_2O} = 0$$

$$0,03 \text{ cal/g}^{\circ}C \cdot 15000 \text{ g} (T_{eq} - 300^{\circ}C) + 62000 \text{ cal} + 0,47 \text{ cal/g}^{\circ}C \cdot 100 \text{ g} (T_{eq} - 100^{\circ}C) = 0$$

$$T_{eq} = \frac{+0,03 \text{ cal/g}^{\circ}C \cdot 15000 \text{ g} \cdot 300^{\circ}C - 62000 \text{ cal} + 0,47 \text{ cal/g}^{\circ}C \cdot 100 \text{ g} \cdot 100^{\circ}C}{0,03 \text{ cal/g}^{\circ}C \cdot 15000 \text{ g} + 0,47 \text{ cal/g}^{\circ}C \cdot 100 \text{ g}} \approx 156,3^{\circ}C$$

Finalmente quedan 15 kg de plomo y 100 g de vapor en equilibrio térmico a $T_{eq} \approx 156,3^{\circ}C$

AB) Expansión isobárica

$$L_{AB} = P_A (V_B - V_A) = 3 \text{ atm} (15 \text{ l} - 5 \text{ l}) = 30 \text{ l} \cdot \text{atm}$$

$$Q_{AB} = \frac{5}{2} L_1 = \frac{5}{2} 30 \text{ l} \cdot \text{atm} = 75 \text{ l} \cdot \text{atm}$$

BC) Expansión isotérmica

$$L_{BC} = P_B V_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = 3 \text{ atm} 15 \text{ l} \ln\left(\frac{30 \text{ l}}{15 \text{ l}}\right) \approx 31,2 \text{ l} \cdot \text{atm} = Q_{BC}$$

Ciclo)

$$L_{\text{ciclo}} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} \Rightarrow L_{CA} = L_{\text{ciclo}} - L_{AB} - L_{BC} = 15 \text{ l} \cdot \text{atm} - 30 \text{ l} \cdot \text{atm} - 31,2 \text{ l} \cdot \text{atm} = -46,2 \text{ l} \cdot \text{atm} \approx -4680 \text{ J}$$

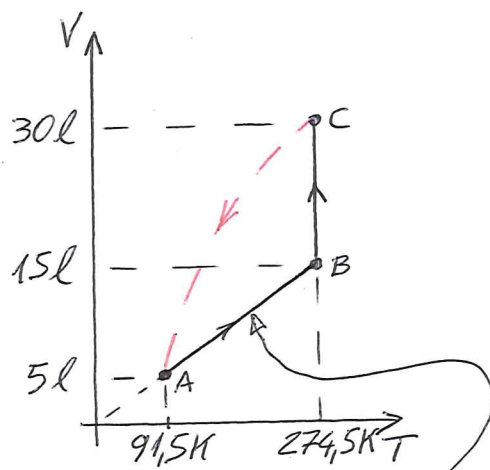
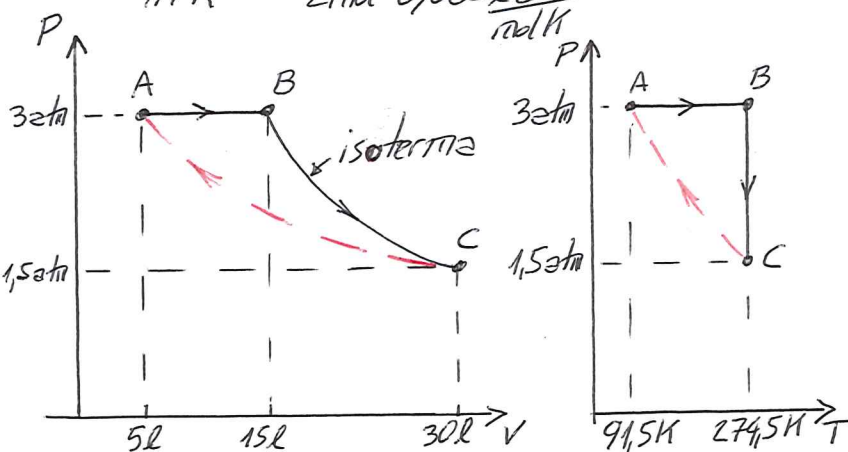
$$\Delta U_{\text{ciclo}} = Q_{\text{ciclo}} - L_{\text{ciclo}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} - L_{\text{ciclo}} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{CA} = L_{\text{ciclo}} - Q_{AB} - Q_{BC} = 15 \text{ l} \cdot \text{atm} - 75 \text{ l} \cdot \text{atm} - 31,2 \text{ l} \cdot \text{atm} = -91,2 \text{ l} \cdot \text{atm} \approx -9238,6 \text{ J}$$

$$P_B V_B = nRT_B = nRT_C = P_C V_C \Rightarrow P_C = P_B \frac{V_B}{V_C} = 3 \text{ atm} \frac{15 \text{ l}}{30 \text{ l}} = 1,5 \text{ atm}$$

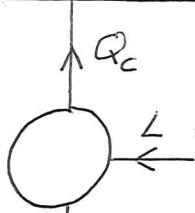
$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{3 \text{ atm} 5 \text{ l}}{2 \text{ mol} 0,082 \frac{\text{l} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \approx 91,5 \text{ K}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{3 \text{ atm} 15 \text{ l}}{2 \text{ mol} 0,082 \frac{\text{l} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \approx 274,5 \text{ K}$$



$$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nR}{P} T$$

$$327^{\circ}\text{C} = 600\text{K}$$



$$27^{\circ}\text{C} = 300\text{K}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{T_F}{T_C - T_F} = \frac{1}{2} \frac{300\text{K}}{600\text{K} - 300\text{K}} = 0,5$$

$$\varepsilon = \frac{|Q_F|}{|L|} = 0,5 \Rightarrow |L| = \frac{|Q_F|}{0,5} = \frac{300\text{J}}{0,5} = 600\text{J per ciclo}$$

$$|Q_C| = |Q_F| + |L| = 300\text{J} + 600\text{J} = 900\text{J per ciclo}$$

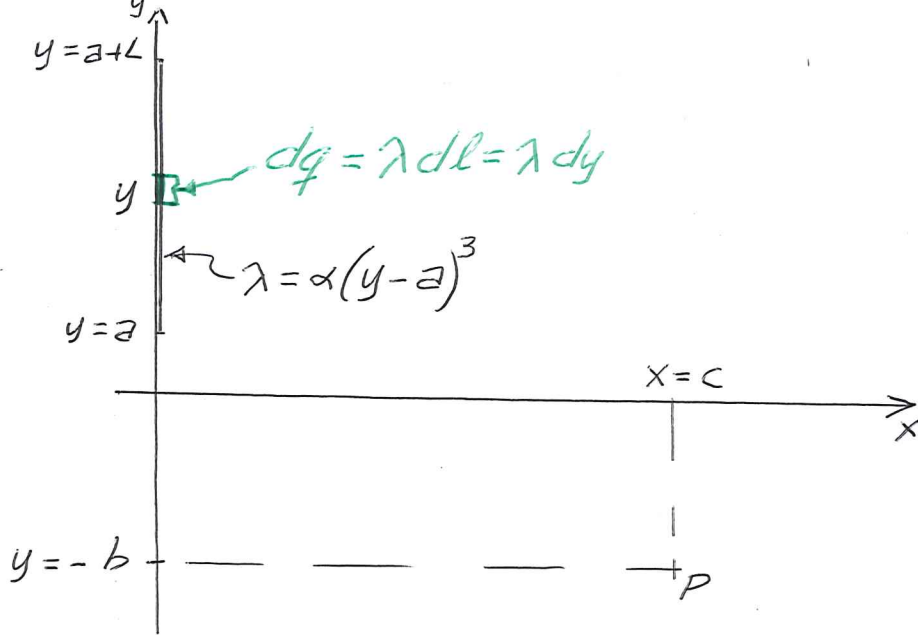
$$\Delta S_{\text{UNIVERSO}} = N \left(\frac{|Q_C|}{T_C} - \frac{|Q_F|}{T_F} \right) = 20 \left(\frac{900\text{J}}{600\text{K}} - \frac{300\text{J}}{300\text{K}} \right) = 10 \frac{\text{J}}{\text{K}} > 0 \checkmark$$

n° de ciclos

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad dl = dy$$

$$\Rightarrow dq = \lambda dy$$

$$dq = \alpha(y-a)^3 dy$$



$$\vec{r}_P = c\vec{i} - b\vec{j} \quad \vec{r}_{dq} = y\vec{j} \quad \vec{r}_P - \vec{r}_{dq} = c\vec{i} - (b+y)\vec{j} \quad |\vec{r}_P - \vec{r}_{dq}| = \sqrt{c^2 + (b+y)^2}$$

$$\vec{E}(\vec{r}_P) = \int \frac{k dq}{|\vec{r}_P - \vec{r}_{dq}|^{3/2}} (\vec{r}_P - \vec{r}_{dq}) = k\alpha \int_{y=a}^{y=a+L} \frac{(y-a)^3 dy}{(c^2 + (b+y)^2)^{3/2}} (c\vec{i} - (b+y)\vec{j}) =$$

$$= k\alpha c \int_{y=a}^{y=a+L} \frac{(y-a)^3 dy}{(c^2 + (b+y)^2)^{3/2}} \vec{i} - k\alpha \int_{y=a}^{y=a+L} \frac{(y-a)^3 (b+y)}{(c^2 + (b+y)^2)^{3/2}} \vec{j}$$

$$\lambda = \frac{dq}{dy} \Rightarrow dq = \lambda dy$$

$$q = \int_{y=a}^{y=a+L} \lambda dy = \alpha \int_{y=a}^{y=a+L} (y-a)^3 dy = \alpha \int_{z=0}^{z=L} z^3 dz = \alpha \frac{z^4}{4} \Big|_0^L = \frac{1}{4} \alpha L^4$$

$$z = y - a$$

$$dz = dy$$

Para $r \leq a$ $\vec{E} = 0 \Rightarrow V(r) = \text{constante} = V(a) = V_1$ midiendo r desde el centro de la esfera conductora

Para $a \leq r \leq b$ $\vec{E}(r) = \frac{k q_a}{r^2} \vec{r}$

$$\Delta V_{a,r} = V(r) - \underbrace{V(a)}_{V_1} = - \int_a^r \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \frac{k q_a}{r} \Big|_a^r = k q_a \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

$$\Rightarrow V(r) = V_1 + k q_a \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

$$V(b) = V_1 + k q_a \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) = -V_2 \Rightarrow q_a = \frac{V_1 + V_2}{k \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)}$$

Para $b \leq r \leq c$ $\vec{E}(r) = k \frac{q_a + q_b}{r^2} \vec{r} = 0 \Rightarrow q_b = -q_a$

$$\Rightarrow V(r) = \text{constante} = V(b) = -V_2$$

Para $c \leq r$ $\vec{E}(r) = k \frac{q_a + q_b + q_c}{r^2} \vec{r} = k \frac{q_c}{r^2} \vec{r}$

$$\Delta V_{c,r} = V(r) - \underbrace{V(c)}_{-V_2} = - \int_c^r \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \frac{k q_c}{r} \Big|_c^r = k q_c \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{c} \right)$$

$$\Rightarrow V(r) = -V_2 + k q_c \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{c} \right)$$

$$V(\infty) = -V_2 - \frac{k q_c}{c} = 0 \Rightarrow q_c = \frac{-V_2 c}{k}$$

$$q_a = \frac{100V + 200V}{9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \left(\frac{1}{0,2m} - \frac{1}{0,6m} \right)} \approx 1 \times 10^{-8} C \quad q_b = -1 \times 10^{-8} C \quad q_c = \frac{-200V \cdot 0,8m}{9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}} \approx -1,78 \times 10^{-8} C$$

Para $r \leq a$ $V(r) = 100V$

Para $a \leq r \leq b$ $V(r) \approx 100V + 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} 1 \times 10^{-8} C \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{0,2m} \right) = -350V + \frac{90Vm}{r}$

Para $b \leq r \leq c$ $V(r) = -200V$

Para $c \leq r$ $V(r) \approx -200V + 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} (-1,78 \times 10^{-8} C) \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{0,8m} \right) = \frac{-160Vm}{r}$

Para $c \leq r$ $\vec{E}(r) = \frac{q_a + q_b + q_c}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r}$ ← midiendo r desde el centro de la esfera conductora.

$$\Delta V_{\infty, r} = V(r) - \underbrace{V(\infty)}_0 = - \int_{\infty}^r \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \frac{q_a + q_b + q_c}{4\pi\epsilon_0 r} \Big|_{\infty}^r = \frac{q_a + q_b + q_c}{4\pi\epsilon_0 r} = V(r)$$

$$V(c) = \frac{q_a + q_b + q_c}{4\pi\epsilon_0 c} = -V_2 \Rightarrow q_a + q_b + q_c = -V_2 4\pi\epsilon_0 c$$

Para $b \leq r \leq c$ $\vec{E}(r) = \frac{q_a + q_b}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r} = 0 \Rightarrow q_b = -q_a \Rightarrow q_a + q_b + q_c = q_c$

$$V(r) = -V_2 \Rightarrow q_c = -V_2 4\pi\epsilon_0 c$$

Para $a \leq r \leq b$ $\vec{E}(r) = \frac{q_a}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r}$

$$\Delta V_{b, r} = V(r) - \underbrace{V(b)}_{-V_2} = - \int_b^r \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \frac{q_a}{4\pi\epsilon_0 r} \Big|_b^r = \frac{q_a}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\Rightarrow V(r) = -V_2 + \frac{q_a}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b} \right)$$

$$V(a) = -V_2 + \frac{q_a}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = V_1 \Rightarrow q_a = \frac{(V_1 + V_2) 4\pi\epsilon_0}{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)}$$

Para $r \leq a$ $\vec{E} = 0$ $V = V_1$

$$q_a = \frac{(100V + 200V) 4\pi \cdot 8,85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}}{\left(\frac{1}{0,2m} - \frac{1}{0,6m} \right)} \approx 1 \times 10^{-8} C \quad q_b \approx -1 \times 10^{-8} C$$

$$q_c = -200V 4\pi \cdot 8,85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} 0,8m \approx -1,78 \times 10^{-8} C$$

Para $r \leq a$ $V(r) = 100V$

Para $a \leq r \leq b$ $V(r) \approx -200V + \frac{1 \times 10^{-8} C}{4\pi \cdot 8,85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{0,6m} \right) = -350V + \frac{90Vm}{r}$

Para $b \leq r \leq c$ $V(r) = -200V$

Para $c \leq r$ $V(r) = \frac{-1,78 \times 10^{-8} C}{4\pi \cdot 8,85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} r} = \frac{-160Vm}{r}$

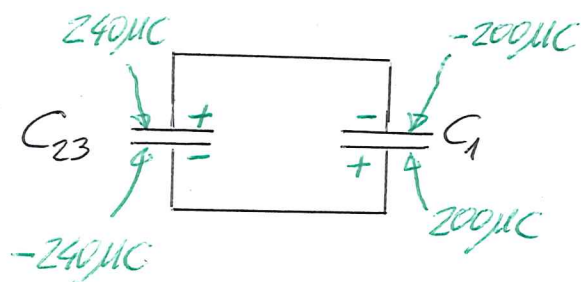
1º se cargan.

$$\Delta V_{C_1} = \frac{Q_1}{C_1} = E \Rightarrow Q_1 = C_1 E = 10\mu F 20V = 200\mu C$$

$$C_{23} = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} = \frac{20\mu F 30\mu F}{20\mu F + 30\mu F} = 12\mu F$$

$$\Delta V_{C_{23}} = \frac{Q_{23}}{C_{23}} = E \Rightarrow Q_{23} = C_{23} E = 12\mu F 20V = 240\mu C = Q_2 = Q_3$$

2º se desconecta la batería y se invierten los bornes de C_1 .



$$\Delta V'_{C_{23}} = \Delta V'_{C_1} \Rightarrow \frac{Q'_{23}}{C_{23}} = \frac{Q'_1}{C_1} \Rightarrow \frac{Q'_{23}}{12\mu F} = \frac{Q'_1}{10\mu F}$$

$$Q'_{23} + Q'_1 = Q_{23} - Q_1 \Rightarrow Q'_{23} + Q'_1 = 240\mu C - 200\mu C = 40\mu C$$

$$\Rightarrow Q'_{23} = 40\mu C - Q'_1$$

$$\Rightarrow \frac{40\mu C - Q'_1}{12\mu F} = \frac{Q'_1}{10\mu F} \Rightarrow \boxed{Q'_1 = \frac{\frac{40\mu C}{12\mu F}}{\frac{1}{12\mu F} + \frac{1}{10\mu F}} \approx 18,2\mu C}$$

$$\boxed{Q'_{23} \approx 40\mu C - 18,2\mu C = 21,8\mu C = Q'_2 = Q'_3}$$