

## **UNIDAD 4**

### **Dinámica de la partícula**

**Prof. Ing. Natalia Montalván**

# Fuerza

En la unidad 3 se describió el movimiento de un objeto en términos de su posición, velocidad y aceleración sin tener en cuenta qué impulsa dicho movimiento. Ahora se considera la influencia externa: **¿qué hace a un objeto permanecer en reposo y que otro objeto acelere?**

Las respuestas a estas preguntas nos llevan al estudio de la **dinámica**, es decir, la relación entre el **movimiento** y las **fuerzas que lo causan**. Usaremos dos conceptos nuevos: **la fuerza y la masa**, para analizar los principios de la dinámica, los cuales están establecidos en tres leyes que fueron enunciadas por Sir Isaac Newton.

En el lenguaje cotidiano, fuerza es un empujón o un tirón. Una mejor definición es que **una fuerza es una interacción entre dos cuerpos o entre un cuerpo y su ambiente**.

- Una fuerza es una acción capaz de **modificar el estado de movimiento o de reposo de un cuerpo** (imprimiéndole una aceleración que modifica el módulo, la dirección, o el sentido de su velocidad)
- Una fuerza es una acción capaz de **deformar un cuerpo**.
- Cuando estamos sentados, sobre nosotros actúa una fuerza gravitacional y aún así permanecemos fijos, por lo que las fuerzas **no siempre causan movimiento**.
- Cuando empujamos un automóvil atascado en el barro, ejercemos una fuerza sobre el auto. Un cable de acero ejerce una fuerza sobre la viga que levanta en una construcción.



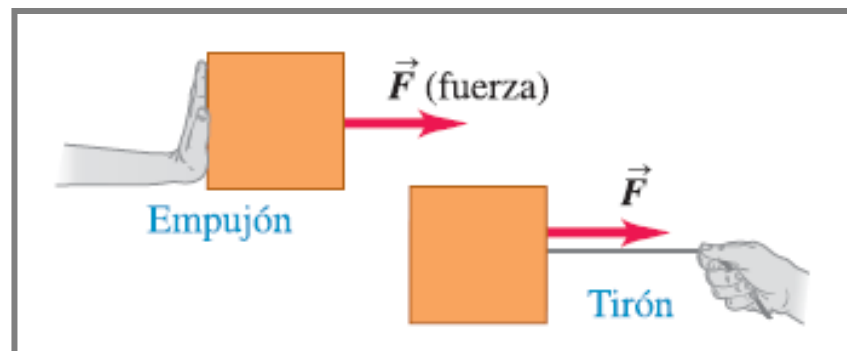
**La fuerza:** es una **magnitud vectorial**, por lo tanto, tiene: módulo, dirección y sentido.

En el SI, su unidad de medida es el **Newton (N)**:  $1 \text{ N} \equiv 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$

# Tipos de Fuerzas

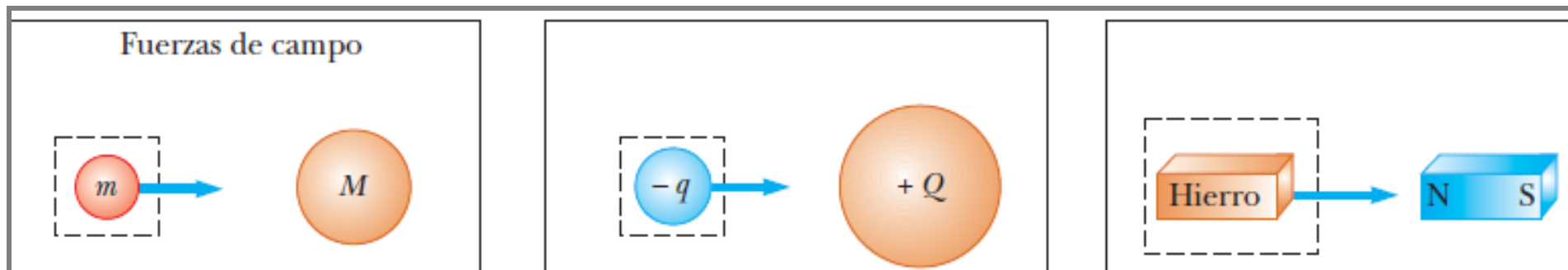
## Fuerzas de contacto

- Cuando una fuerza implica **contacto directo** entre dos cuerpos, como un empujón o un tirón que usted ejerce con la mano sobre un objeto, la llamamos **fuerza de contacto**.



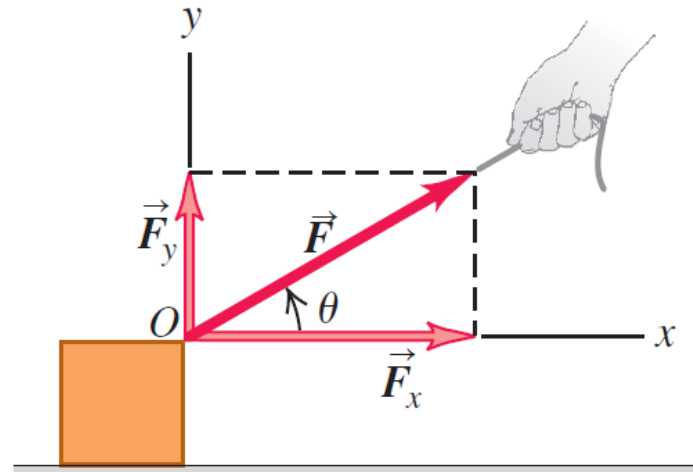
## Fuerzas de campo o de largo alcance

- No involucran contacto físico entre dos cuerpos, actúan aunque los cuerpos estén separados.
- La fuerza entre dos imanes es un ejemplo de este tipo de fuerza, así como la gravedad la Tierra atrae hacia si cualquier objeto que se deje caer, incluso cuando no haya contacto directo entre el objeto y la Tierra.



# Superposición de fuerzas

Recuerde que una fuerza  $\vec{F}$  que actúa con un ángulo  $\theta$ , con respecto al eje  $x$ , puede ser sustituida por sus vectores componentes rectangulares: Componentes:  $F_x = F \cos \theta$  y  $F_y = F \sin \theta$



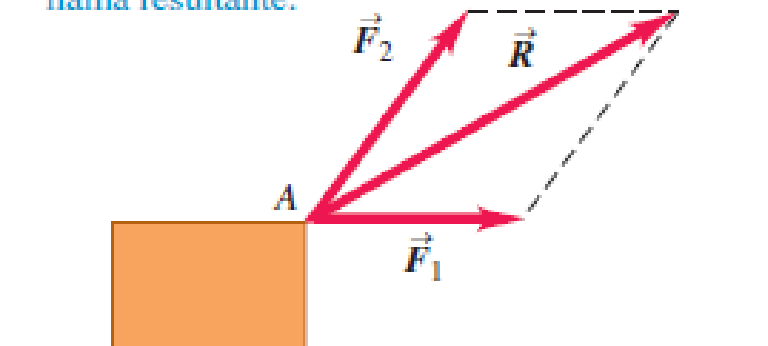
- Si dos fuerzas  $\vec{F}_1$  y  $\vec{F}_2$  actúan al mismo tiempo en un punto  $A$  de un cuerpo, el efecto sobre el movimiento del cuerpo es igual al de una sola fuerza  $\vec{R}$  igual a la **suma vectorial** de las fuerzas originales:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

- En general, el efecto de cualquier cantidad de fuerzas aplicadas a un punto de un cuerpo es el mismo de una sola fuerza igual a la **suma vectorial de las fuerzas**. Este es el importante **principio de superposición de fuerzas**.

$$R_x = \sum F_x \quad R_y = \sum F_y$$

Dos fuerzas  $\vec{F}_1$  y  $\vec{F}_2$  que actúan sobre un punto  $A$  tienen el mismo efecto que una sola fuerza  $\vec{R}$  igual a su suma vectorial, que también se le llama **resultante**.



# Primera Ley de Newton

En ausencia de fuerzas externas, o cuando sobre un cuerpo no actúa una fuerza neta, **un objeto en reposo se mantiene en reposo y un objeto en movimiento continúa en movimiento con una velocidad constante** (esto es, con una rapidez constante en una línea recta).

Cuando un cuerpo está en reposo o se mueve con velocidad constante, decimos que el cuerpo está en **equilibrio**:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad (\text{cuerpo en equilibrio})$$



En la primera ley de Newton, una fuerza neta de cero equivale a ninguna fuerza.

En otras palabras, cuando ninguna fuerza actúa sobre un objeto, la aceleración del objeto es cero. Una conclusión a partir de la primera ley, es que cualquier objeto aislado (uno que no interactúa con su entorno) está en reposo o en movimiento con velocidad constante. La tendencia de un objeto a resistir cualquier intento por cambiar su velocidad se llama **inercia**.

## Marcos inerciales de referencia

Al tratar el movimiento de los cuerpos, debemos elegir un **marco de referencia** para describir el movimiento. Aquellos **marcos de referencia que se mueven con velocidad constante (nula o no), se denominan inerciales, y en ellos son válidas las leyes de Newton**.

Un auto que frena o una moto que toma una curva, están acelerados y si se los elige como marcos de referencia, en ellos no valen las Leyes de Newton. Los marcos de referencia acelerados se denominan **marcos de referencia no inerciales**.

La Tierra puede considerarse como un sistema de referencia inercial (**¿por qué?**).

Con estas consideraciones, **cualquier sistema que se mueve con velocidad constante respecto de la Tierra, o si está en reposo respecto de la misma, también es un marco de referencia inercial**.

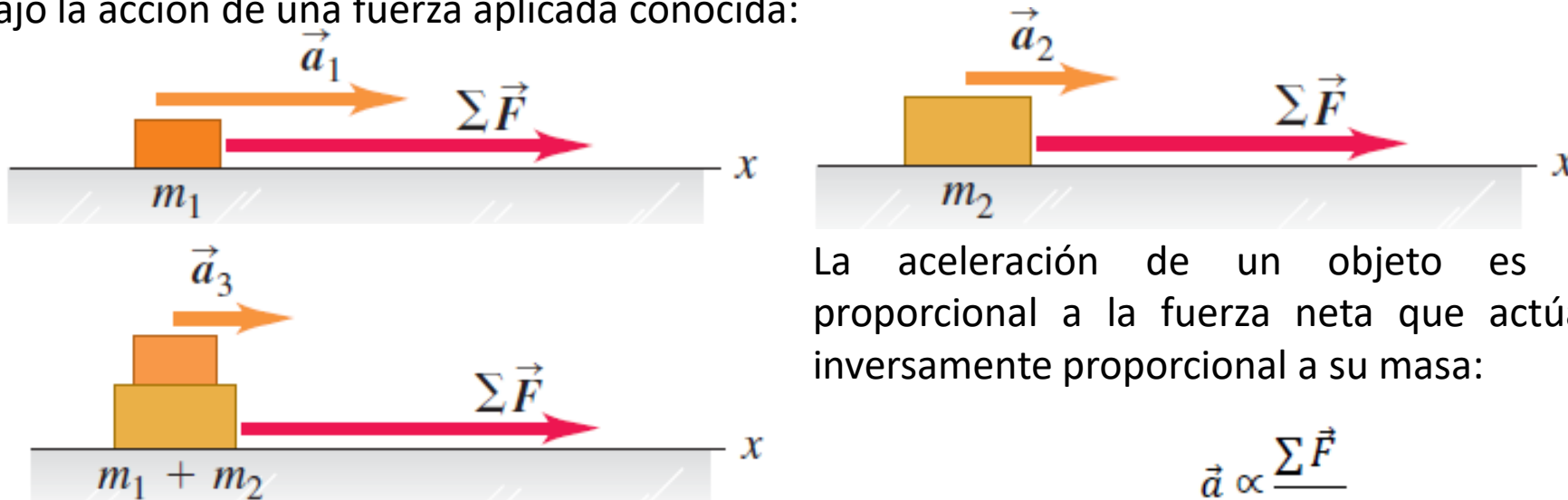
# Segunda Ley de Newton

## Masa

Si quieres lanzar una pelota de fútbol o una bola de boliche. ¿Cuál requerirá más esfuerzo para ser lanzada? En el lenguaje de la física, se dice que la bola de boliche es más resistente al cambio en su velocidad que la de futbol. ¿Cómo se puede cuantificar este concepto?

La **masa** es la **propiedad de un objeto que especifica cuánta resistencia muestra dicho objeto para cambiar su velocidad**. La unidad del SI de masa es el **kilogramo**.

Los experimentos muestran que mientras más grande sea la masa de un objeto, menos acelera el objeto bajo la acción de una fuerza aplicada conocida:



La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa:

$$\vec{a} \propto \frac{\Sigma \vec{F}}{m}$$

La masa es una propiedad inherente de un objeto y es independiente de los alrededores del objeto y del método que se aplica para medirla. La masa no se debe confundir con el peso: la masa y el peso son dos cantidades diferentes.

## Segunda Ley de Newton

La primera ley de Newton explica lo que sucede a un objeto cuando sobre él no actúan fuerzas: permanece en reposo o se mueve en línea recta con rapidez constante.

La segunda ley de Newton responde la pregunta de qué ocurre con un objeto que tiene una o más fuerzas que actúan sobre él: Si una fuerza externa neta actúa sobre un cuerpo, éste se acelera. **La dirección de aceleración es la misma que la dirección de la fuerza neta.**

Si se empuja un bloque de masa fija a través de una superficie horizontal sin fricción:

- Cuando se ejerce alguna fuerza horizontal  $F$  sobre el bloque, éste se mueve con cierta aceleración.
- Si se aplica al doble una fuerza sobre el mismo bloque, la aceleración del bloque se duplica.
- Si aumenta al triple la fuerza aplicada, la aceleración se triplica.

A partir de tales observaciones, se concluye que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{segunda ley del movimiento de Newton})$$

Normalmente la usaremos en forma de componentes, con una ecuación para cada componente de fuerza y la aceleración correspondiente:

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z \quad (\text{segunda ley del movimiento de Newton})$$

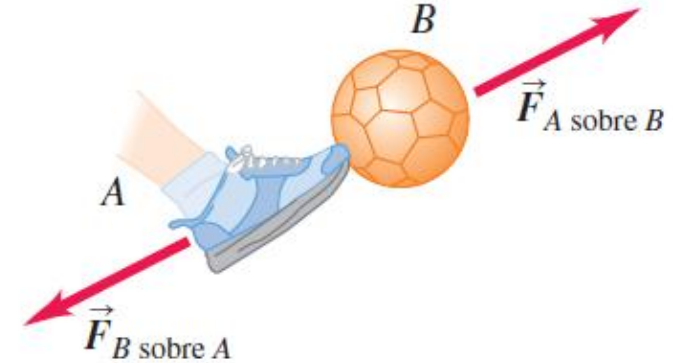


Un objeto no experimenta aceleración. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones no puede ser cierta para el objeto?

a) Una sola fuerza actúa sobre el objeto. b) No actúan fuerzas sobre el objeto. c) Sobre el objeto actúan fuerzas, pero éstas se cancelan.

# Tercera Ley de Newton

Una fuerza que actúa sobre un cuerpo siempre es el resultado de su **interacción con otro cuerpo**, así que las fuerzas **siempre vienen en pares**. Al patear una pelota de fútbol, la fuerza hacia adelante que el pie ejerce sobre el lo lanza en su trayectoria, pero sentimos la fuerza que la pelota ejerce sobre el pie.



Si el cuerpo *A* ejerce una fuerza sobre el cuerpo *B* (una “**acción**”), entonces, *B* ejerce una fuerza sobre *A* (una “**reacción**”). Estas dos fuerzas tienen la misma magnitud pero dirección opuesta, y actúan sobre diferentes cuerpos:

$$\vec{F}_{A \text{ sobre } B} = -\vec{F}_{B \text{ sobre } A} \quad (\text{tercera ley del movimiento de Newton})$$



Si una mosca choca contra el parabrisas de un autobús moviéndose rápidamente, ¿cuál de los dos experimenta una fuerza de impacto con mayor magnitud?

a) La mosca. b) El autobús. c) Ambos experimentan la misma fuerza.

¿Cuál de los dos experimenta mayor aceleración?

a) La mosca. b) El autobús. c) Ambos experimentan la misma aceleración.

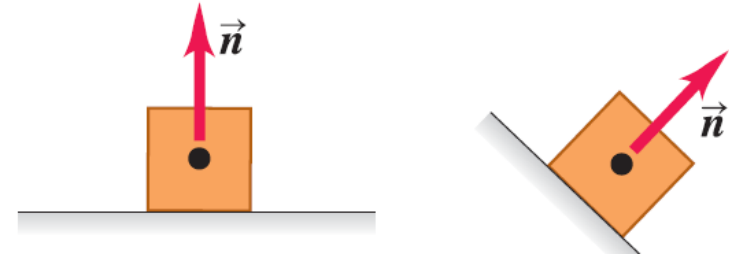


# Fuerzas de contacto

## Normal

a) La **fuerza normal**: es ejercida sobre un objeto por cualquier superficie sobre la que esté apoyado. El adjetivo normal significa que la fuerza **siempre actúa perpendicular a la superficie de contacto**, sin importar el ángulo de esa superficie.

a) **Fuerza normal  $\vec{n}$** : cuando un objeto descansa o se empuja sobre una superficie, ésta ejerce un empujón sobre el objeto que es perpendicular a la superficie.

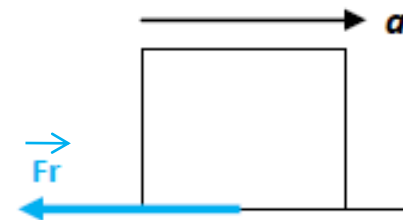


## Fricción

b) La **fuerza de fricción** es la fuerza que existe entre dos superficies en contacto, que **se opone al movimiento** entre ambas superficies (fuerza de **fricción dinámica**) o a la fuerza que se opone al inicio del deslizamiento (fuerza de **fricción estática**).

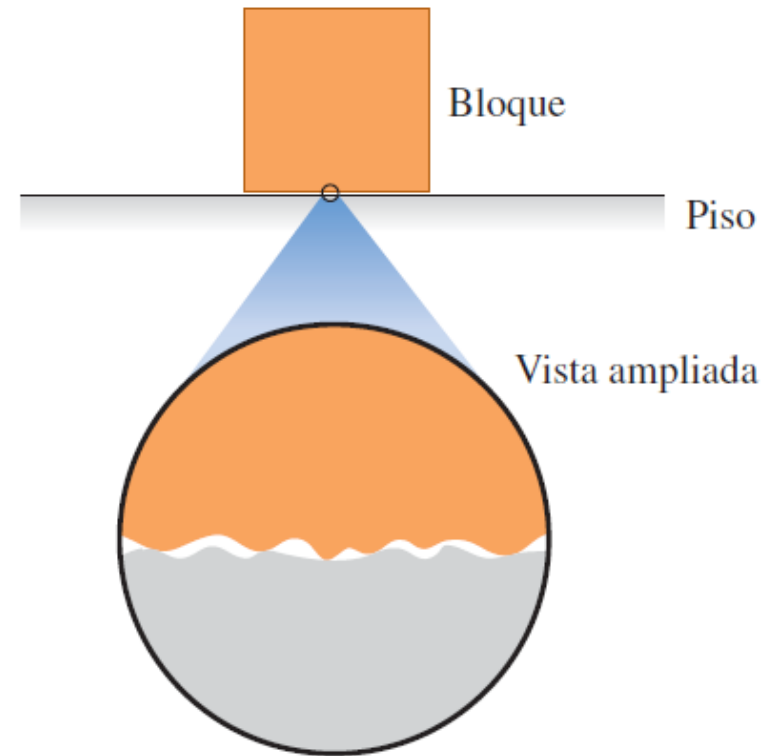
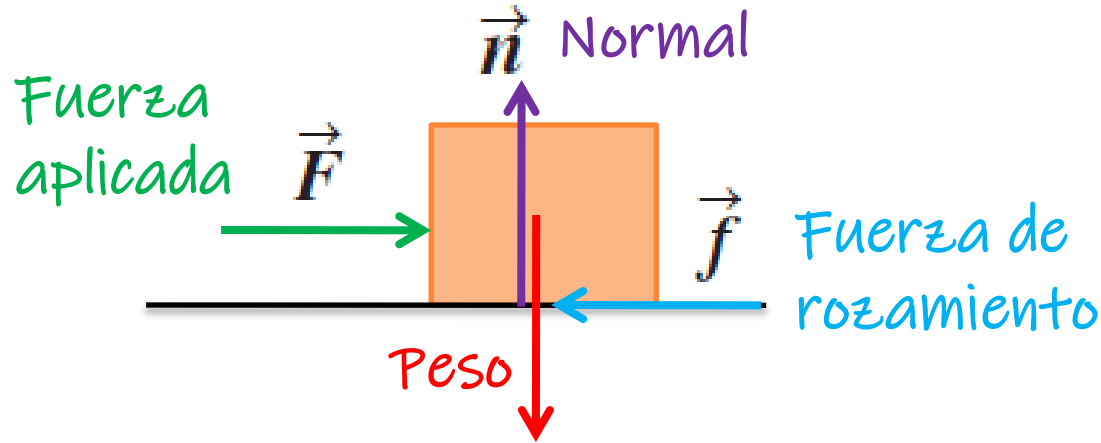
La fuerza de fricción actúa sobre la superficie de contacto, en la **dirección opuesta al deslizamiento** y depende de la rugosidad y composición de las superficies en contacto.

b) **Fuerza de fricción  $\vec{f}$** : además de la fuerza normal, una superficie puede ejercer una fuerza de fricción sobre un objeto que es paralela a la superficie.



Si un bloque se mueve hacia la derecha con una aceleración  $a$ , la fuerza de fricción se dirigirá hacia la izquierda

# Fuerza de fricción



En un nivel microscópico, aun las superficies lisas son ásperas: tienden a “engancharse”.

- Si tratamos de deslizar una caja pesada con libros por el piso, no lo lograremos si no aplicamos cierta fuerza mínima.
- Luego, la caja comienza a moverse y casi siempre podemos mantenerla en movimiento con menos fuerza que la que necesitamos inicialmente.
- El tipo de fricción que actúa cuando un cuerpo se desliza sobre una superficie es la fuerza de fricción cinética  $\vec{f}_k$ . El adjetivo “cinética” y el subíndice “k” nos recuerdan que **las dos superficies se mueven una relativa a la otra**.
- La magnitud de la fuerza de fricción aumenta al aumentar la fuerza normal. Por ello, se requiere más fuerza para deslizar por el piso una caja llena de libros, que la misma caja vacía.

$$f_k = \mu_k n \quad (\text{magnitud de la fuerza de fricción cinética})$$

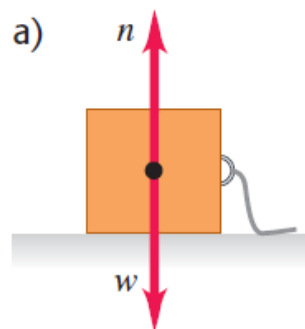
# Fuerza de fricción

$$f_k = \mu_k n \quad (\text{magnitud de la fuerza de fricción cinética})$$

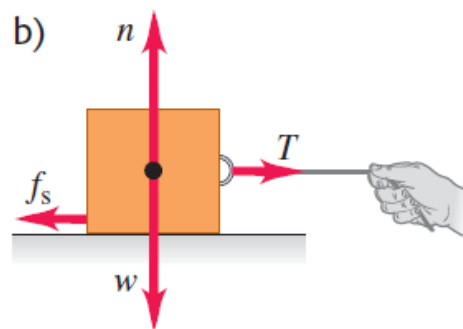
• Donde  $\mu_k$  es una constante llamada **coeficiente de fricción cinética**. Cuanto más resbalosa sea una superficie, menor será el coeficiente de fricción. Al ser un cociente de dos magnitudes de fuerza,  $\mu_k$  es un número puro sin unidades.

• La fuerza de fricción también pueden actuar cuando no hay movimiento relativo. Si tratamos de deslizar por el piso la caja con libros, tal vez no se mueva porque el piso ejerce una fuerza de fricción igual y opuesta sobre la caja. Ésta se llama **fuerza de fricción estática** y la desarrollaremos en la unidad 9.

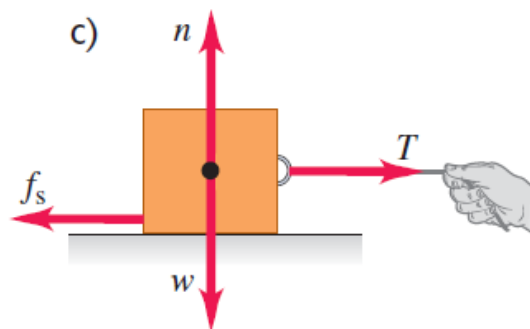
Materiales	Coeficiente de fricción cinética, $\mu_k$
Acero sobre acero	0.57
Aluminio sobre acero	0.47
Cobre sobre acero	0.36
Latón sobre acero	0.44
Zinc sobre hierro colado	0.21
Cobre sobre hierro colado	0.29
Vidrio sobre vidrio	0.40



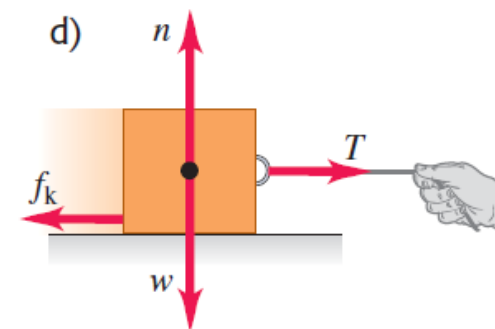
No se aplica fuerza, caja en reposo.  
Sin fricción:



Fuerza aplicada débil, la caja permanece en reposo.  
Fricción estática:



Mayor fuerza aplicada, caja a punto de deslizarse.  
Fricción estática:

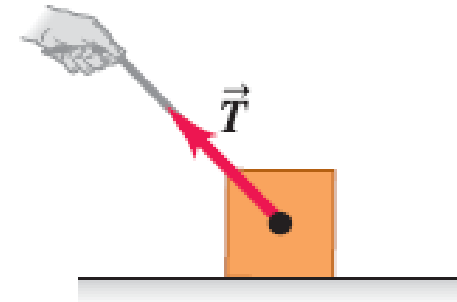


La caja se desliza con rapidez constante.  
Fricción cinética:

# Ejemplos de fuerzas

## Tensión

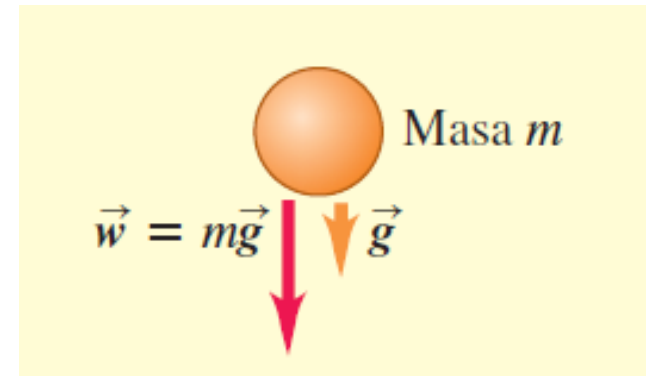
c) La **fuerza de tensión** es la fuerza de tirón ejercida por una cuerda o por un cordón estirado sobre un objeto al cual se ata.



## Fuerzas de largo alcance: Peso

- La fuerza de atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre un cuerpo se llama **peso** del cuerpo. (Si usted estuviera en otro planeta, su peso sería la fuerza gravitacional que ese planeta ejerce sobre usted).
- El peso es una **cantidad vectorial**. La magnitud del peso de un cuerpo en un lugar dado es igual al producto de su masa  $m$  y la magnitud de la aceleración debida a la gravedad  $g$  en ese lugar:

$$w = mg \quad (\text{magnitud del peso de un cuerpo de masa } m)$$



Dirección: vertical  
Sentido: hacia el  
centro de la tierra

- La masa y el peso están relacionados: los cuerpos con masa grande tienen un peso grande.
- El peso de un cuerpo actúa en todo momento, esté en caída libre o no.

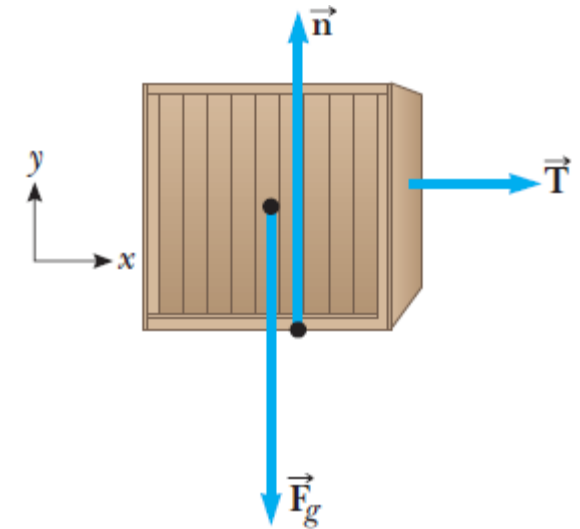


¿El peso de un cuerpo es siempre constante?

# Diagramas de cuerpo libre

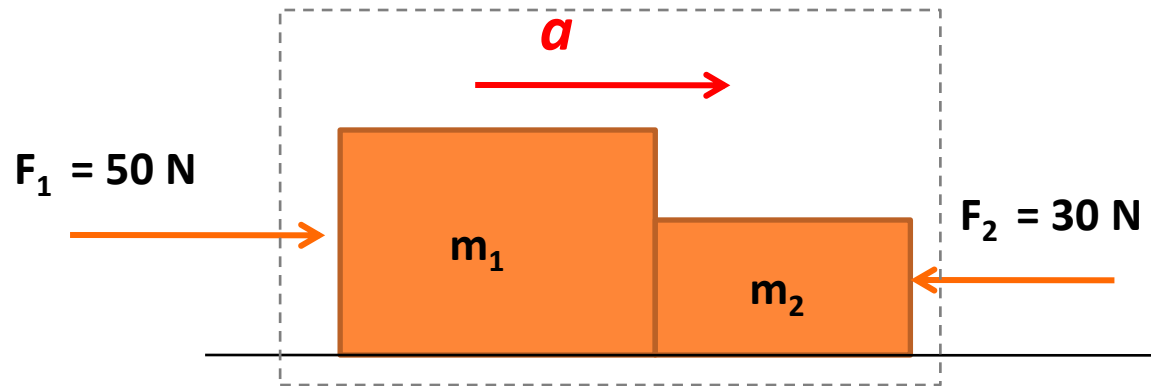
Las tres leyes del movimiento de Newton contienen todos los principios básicos que necesitamos para resolver una amplia variedad de problemas de mecánica. Estas leyes tienen un planteamiento sencillo, pero es necesario tener las siguientes consideraciones:

1. Las leyes primera y segunda de Newton se refieren a un cuerpo específico.
2. Sólo importan las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Por lo tanto, una vez que se haya elegido el cuerpo que se analizará, habrá que identificar todas las fuerzas que actúan sobre él.
3. Un diagrama de cuerpo libre es un diagrama que muestra el cuerpo elegido solo, “libre” de su entorno, con vectores que muestren las magnitudes y direcciones de todas las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo por todos los cuerpos que interactúan con él. Se deben incluir **todas las fuerzas que actúen sobre el cuerpo**, y **no incluir fuerzas que el cuerpo ejerza sobre otro cuerpo**. En particular, las dos fuerzas de un par acción - reacción nunca deben aparecer en el mismo diagrama de cuerpo libre, porque nunca actúan sobre el mismo cuerpo. Tampoco se incluyen las fuerzas que un cuerpo ejerce sobre sí mismo, ya que éstas no pueden afectar su movimiento.
4. Si en un problema intervienen dos o más cuerpos, hay que descomponer el problema y dibujar un diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo.



# Diagramas de cuerpo libre

**Ejemplo:** Calcular el módulo de la fuerza de interacción entre los bloques de masas  $m_1 = 3 \text{ kg}$  y  $m_2 = 2 \text{ kg}$ . Considerar rozamiento despreciable.



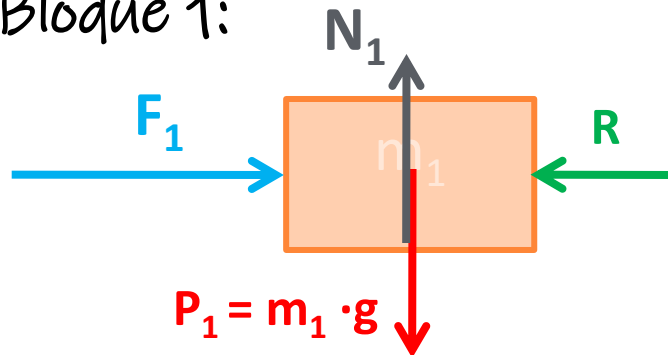
$$\sum F_x = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$F_1 - F_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$\frac{50 \text{ N} - 30 \text{ N}}{5 \text{ kg}} = a$$

$$4 \text{ m/s}^2 = a$$

Bloque 1:

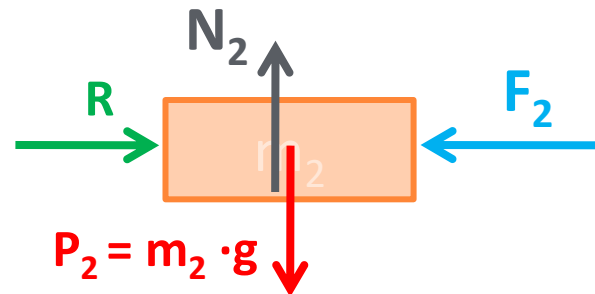


$$F_1 - R = m_1 \cdot a$$

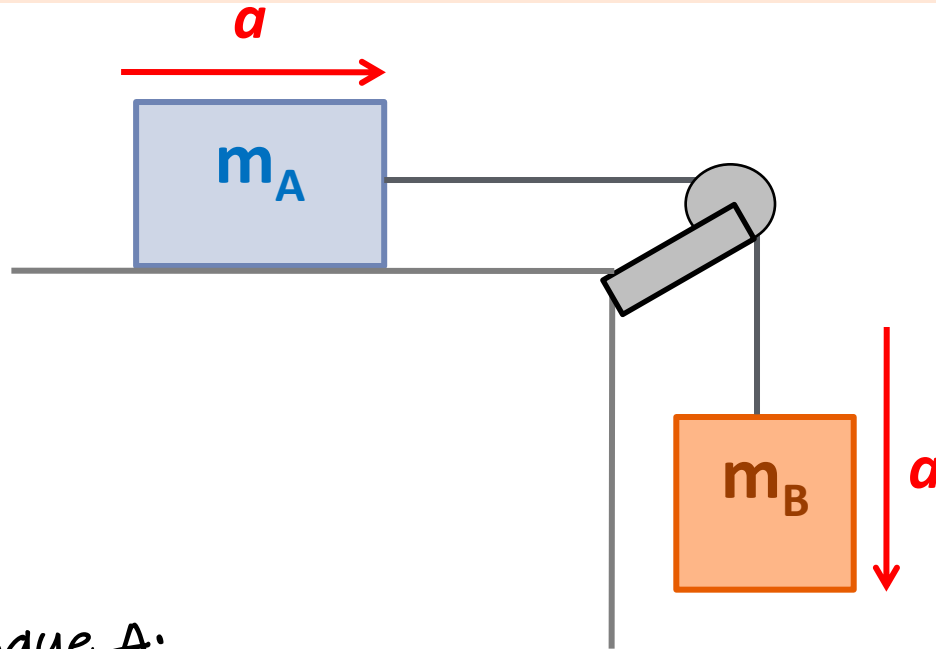
$$F_1 - m_1 \cdot a = R$$

$$38 \text{ N} = R$$

Bloque 2:



**Ejercicio 11.** En la figura, el **coeficiente de fricción** cinética entre el bloque "A" y la mesa es 0,20. Se conoce que  $m_A = 25 \text{ kg}$  y  $m_B = 15 \text{ kg}$ . Se pide: ¿Cuánto bajará el cuerpo "B", en los primeros 3 s después de liberar el sistema?



**Datos:**  $m_A = 25 \text{ kg}$

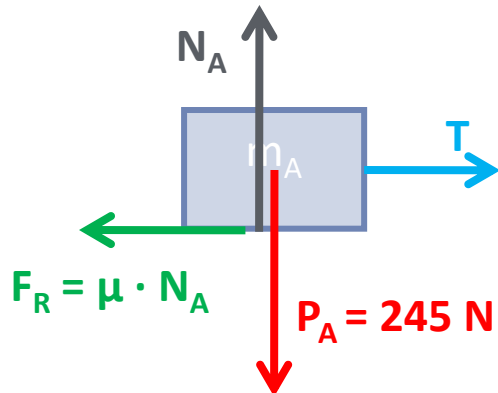
$m_B = 15 \text{ kg}$

$\mu = 0,2$

**Debemos indicar el sentido de movimiento:**

- El bloque  $m_A$  se mueve hacia la derecha (aceleración positiva)
- El bloque  $m_B$  se mueve hacia abajo (aceleración negativa)

**Bloque A:**



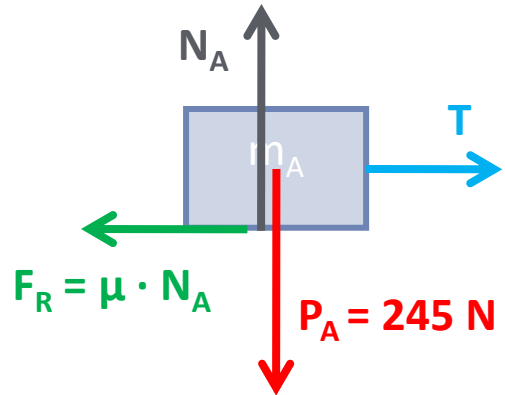
Como hay fricción comenzamos planteando suma de fuerzas en y, para determinar la normal y con la normal calcular la fricción:

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ N_{Ay} + P_{Ay} &= 0 \\ N_A \cdot \sin 90 + P_A \cdot \sin 270 &= 0 \\ N_A - 245 \text{ N} &= 0 \\ N_A &= 245 \text{ N}\end{aligned}$$

$$F_R = \mu \cdot N_A$$

$$F_R = 0,2 \cdot 245 \text{ N} = 49 \text{ N}$$

Bloque A:



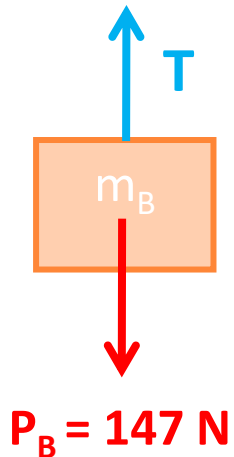
$$\sum F_x = m_A \cdot a$$

$$T_x + F_{Rx} = m_A \cdot a$$

$$T \cdot \cos 0 + F_R \cdot \cos 180 = m_A \cdot a$$

$$T - F_R = m_A \cdot a \quad (1)$$

Bloque B:



Como el bloque se mueve en dirección vertical planteamos suma de fuerzas en y (con aceleración negativa porque desciende):

$$\sum F_y = - m_B \cdot a$$

$$T_y + P_{By} = - m_B \cdot a$$

$$T \cdot \sin 90 + P_B \cdot \sin 270 = - m_B \cdot a$$

$$T - P_B = - m_B \cdot a \quad (2)$$



Con las ecuaciones (1) y (2) resolvemos el **sistema de ecuaciones** para obtener el valor de la aceleración y la tensión en la cuerda.

Otra opción de resolución es combinar las ecuaciones (1) y (2) mediante una suma o una resta, según corresponda, para eliminar T:

$$T - F_R = m_A \cdot a$$

$$- \quad T - P_B = - m_B \cdot a$$

Como T tiene el mismo signo en ambas ecuaciones, convendrá restarlas. **CUIDADO!** El signo menos cambia el signo de **TODOS LOS TÉRMINOS DE LA ECUACIÓN (2)**

---

$$T - F_R - T + P_B = m_A \cdot a + m_B \cdot a$$

$$-F_R + P_B = (m_A + m_B) \cdot a$$

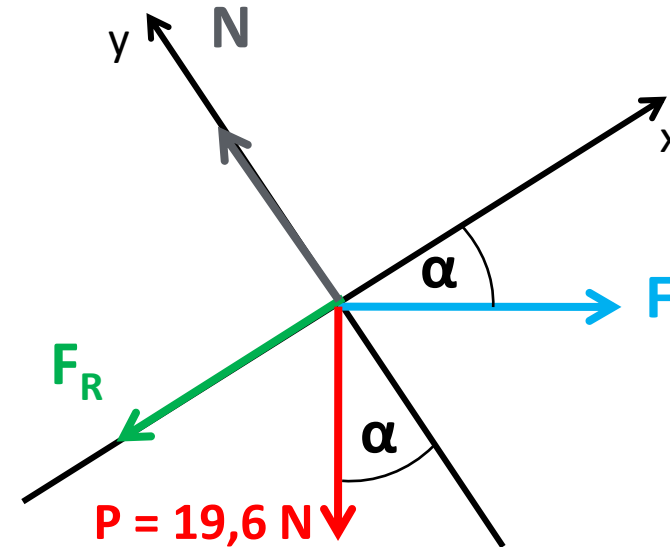
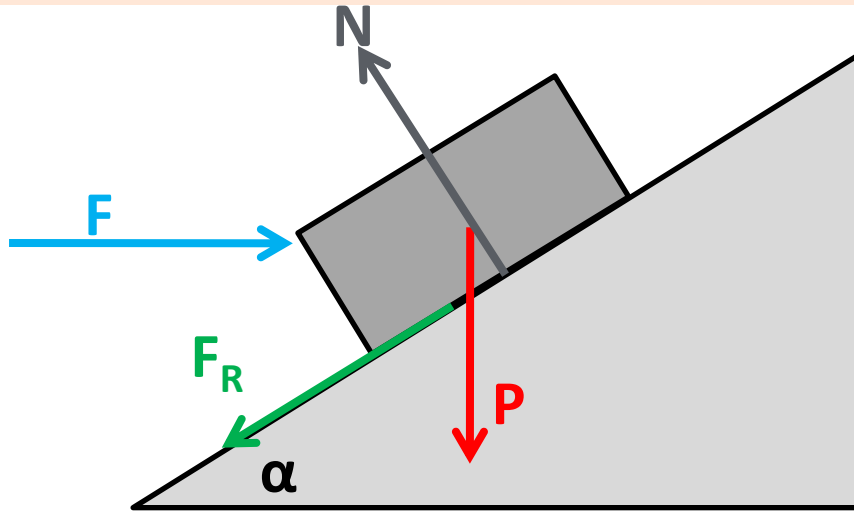
$$\frac{-49 \text{ N} + 147 \text{ N}}{(25 \text{ kg} + 15 \text{ kg})} = a$$

$$2,45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = a$$

Con la aceleración calculamos el desplazamiento vertical del bloque B, suponemos que parte del reposo desde la posición inicial  $y = 0$ :

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0 + 0 - \frac{1}{2} \cdot 2,45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3 \text{ s})^2 = -11 \text{ m}$$

**Ejercicio 12.** Un bloque de masa  $m = 2 \text{ kg}$ , es empujado hacia arriba sobre un plano inclinado a  $30^\circ$ , mediante una fuerza horizontal de módulo  $F = 25 \text{ N}$ , con una aceleración de valor  $a = 2,5 \text{ m/s}^2$ . Determinar: a) El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano. b) La fuerza de rozamiento.



Cuando hay fricción comenzamos planteando suma de fuerzas en “y” para calcular la normal:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_y + P_y + N_y = 0$$

$$F \cdot \sin(360 - 30) + P \cdot \sin(270 - 30) + N \cdot \sin 90 = 0$$

$$-29,47 \text{ N} + N \cdot \sin 90 = 0$$

$$N = 29,47 \text{ N}$$

**Ejercicio 12.** Un bloque de masa  $m = 2 \text{ kg}$ , es empujado hacia arriba sobre un plano inclinado a  $30^\circ$ , mediante una fuerza horizontal de módulo  $F = 25 \text{ N}$ , con una aceleración de valor  $a = 2,5 \text{ m/s}^2$ . Determinar: a) El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano. b) La fuerza de rozamiento.

$$\sum F_x = m \cdot a$$

$$F_x + P_x + F_{Rx} = 2 \text{ kg} \cdot 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$25 \text{ N} \cdot \cos 330 + 19,6 \text{ N} \cdot \cos 240 + F_R \cdot \cos 180 = 5 \text{ N}$$

$$11,85 \text{ N} + F_R \cdot (-1) = 5 \text{ N}$$

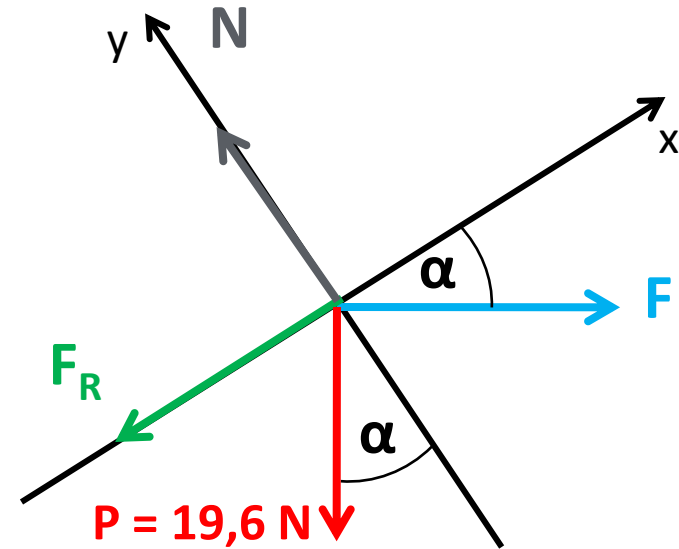
$$F_R = 6,85 \text{ N}$$

**Despejamos el valor del coeficiente de rozamiento:**

$$F_R = \mu \cdot N$$

$$\mu = \frac{F_R}{N} = \frac{6,85 \text{ N}}{29,47 \text{ N}}$$

$$\mu = 0,23$$



# Dinámica del movimiento circular

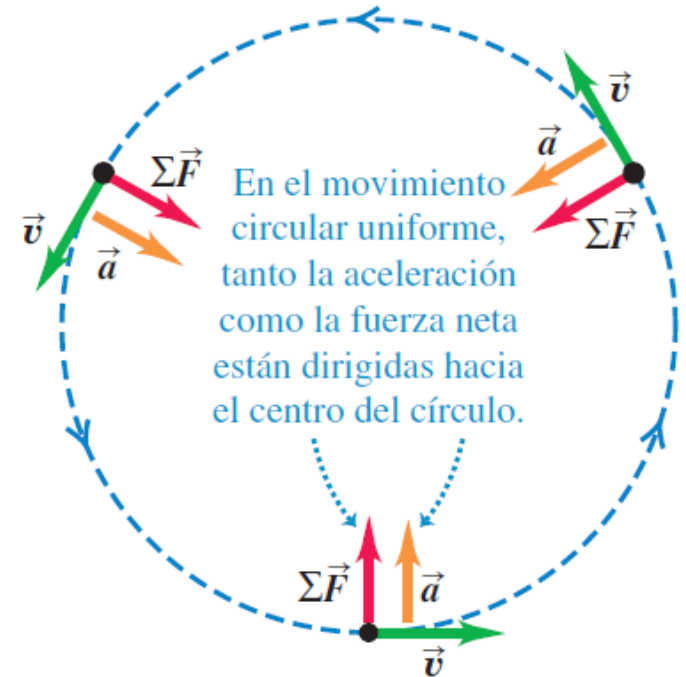
En el movimiento circular uniforme vimos que, cuando una partícula se mueve en un círculo con rapidez constante, su aceleración siempre es hacia el centro del círculo (perpendicular a la velocidad instantánea). La magnitud de la aceleración radial o centrípeta es constante y está dada en términos de la rapidez  $v$  y el radio  $R$  del círculo:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

El movimiento circular uniforme, como todos los movimientos de una partícula, se rige por la segunda ley de Newton. Para hacer que la partícula acelere hacia el centro del círculo, la fuerza neta sobre la partícula **debe estar dirigida siempre hacia el centro**. La magnitud de la aceleración es constante, así que la magnitud de la fuerza neta también debe ser constante.

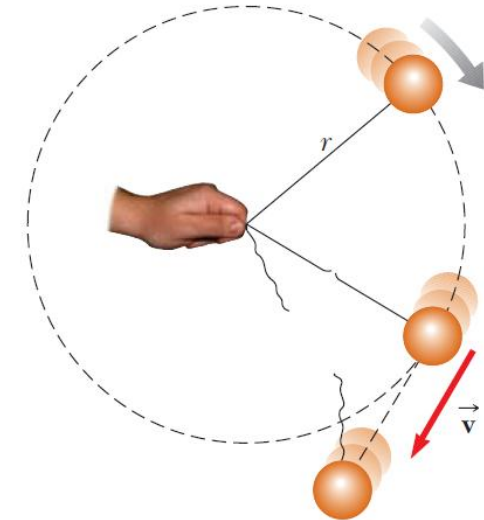
Si se aplica la **segunda ley de Newton** a lo largo de la dirección radial, la fuerza neta que causa la aceleración centrípeta se relaciona con la aceleración del modo siguiente:

$$\sum F = ma_c = m \frac{v^2}{r}$$



# Dinámica del movimiento circular

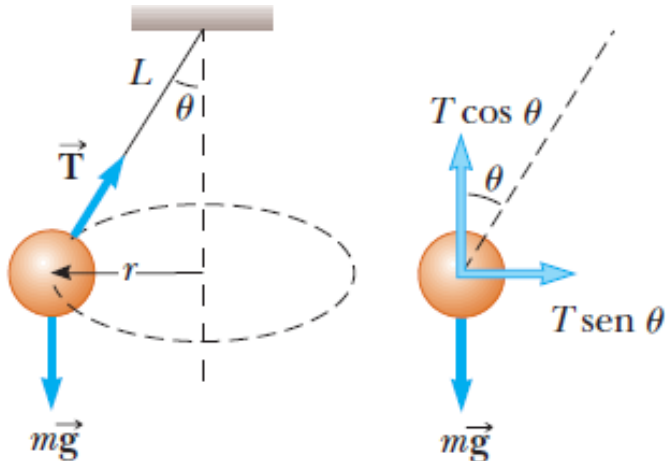
Si deja de actuar la fuerza neta hacia adentro, la partícula ya no se movería en su trayectoria circular; en vez de ello, se movería a lo largo de una trayectoria en línea recta tangente al círculo. Esta idea se ilustra en la figura para la bola que gira al final de una cuerda en un plano horizontal. Si la cuerda se rompe en algún instante, la bola se mueve a lo largo de la trayectoria en línea recta que es tangente al círculo en la posición de la bola en ese instante.



## El péndulo cónico

Una pequeña bola de masa  $m$  se suspende de una cuerda de longitud  $L$ . La bola da vueltas con rapidez constante  $v$  en un círculo horizontal de radio  $r$ .

Sea  $\theta$  la representación del ángulo entre la cuerda y la vertical. En el diagrama de cuerpo libre que se muestra en la figura, la fuerza tensión que ejerce la cuerda se resuelve en una componente vertical  $T_y = T \cdot \cos \theta$  y una componente horizontal  $T_x = T \cdot \sin \theta$  que actúa hacia el centro de la trayectoria circular.



$$\sum F_y = T \cos \theta - mg = 0$$

$$1) \quad T \cos \theta = mg$$

$$2) \quad \sum F_x = T \sin \theta = ma_c = \frac{mv^2}{r}$$