



دانشگاه شاهرود

دانشکده فنی مهندسی

گروه مهندسی عمران

راهنمای برنامه

"ترکیب روش اجزای محدود بسط یافته و روش اجزای محدود تطابقی در آنالیز مسائل ترک بوسیله برنامه نویسی در محیط متلب"

تهیه و تنظیم:

کامران مدبر

فهرست

۱.....	مقدمه
۱.....	روش اجزای محدود بسط یافته
۲.....	روش اجزای محدود تطابقی
۳.....	مسیر رشد ترک
۴.....	برنامه متلب
۵.....	مثال عددی

مقدمه

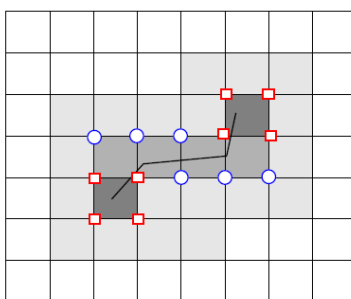
آنالیز مسائل ترک به دلیل پیچیدگی ذاتی آن ها همواره مورد تحقیق و بررسی محققین قرار گرفته است و برای آن ها روش های مختلفی ارائه گشته است. دو روش اجزای محدود تطابقی و روش اجزای محدود بسط یافته در این بین از محبوبیت بیشتری برخوردار هستند. روش اجزای محدود تطابقی بر اساس اصلاح شبکه و بر پایه ی روش اجزای محدود کلاسیک کار میکند و در آن رابطه بین توابع شکل و جابجایی مساله تغییر پیدا نمیکند. اما روش اجزای محدود بسط یافته اساس کارش متفاوت است و در رابطه جابجایی و تغییر شکل توابع دیگری موسوم به توابع غنی سازی اضافه میشوند و به نوعی اساس کار مساله را تغییر میدهند. در این راهنما علاوه بر توضیح مختصری که در ادامه در خصوص نحوه عملکرد این دو روش بیان میشود توضیحاتی نیز در خصوص برنامه نوشته شده بر اساس ترکیب این دو روش و استفاده تواما از این دو روش در مساله بیان میگردد.

روش اجزای محدود بسط یافته

روش اجزای محدود بسط یافته روشی است که با ایجاد تغییرات در رابطه بین توابع شکل و جابجایی سعی در مدل سازی ناپیوستگی در مساله را دارد. در این روش توابعی موسوم به توابع غنی سازی در معادله ایجاد میگردد و بر اساس آن مساله حل خواهد شد. در رابطه زیر این توابع غنی سازی قابل مشاهده میباشد. همچنین در شکل نقاط درگیر توابع غنی سازی مشخص شده است.

$$U = \sum_{i \in N} N_i(x) U_i + \sum_{i \in N_{cut}} N_i(x) H(x) a_i + \sum_{i \in N_{front}} \sum_{\alpha} N_i(x) B_{\alpha}(x) b_{i,\alpha}$$

در روابط فوق N مجموعه ی نقاط موجود در روش اجزا محدود استاندارد می باشد. N_{cut} مجموعه نقاطی هستند که ترک از المان های آن ها عبور کرده است و در اصطلاح آن ها را بریده است این نقاط در شکل با دایره مشخص شده است. N_{front} مجموعه ی نقاطی است که نوک ترک در المان های آن ها قرار گرفته است این نقاط نیز در شکل با علامت مربع مشخص گردیده است.



شکل ۱: نقاط تحت تاثیر توابع عادی غنی سازی و توابع نوک ترک

روش اجزای محدود تطابقی

روش اجزای محدود تطابقی روشی است که در آن معادلات اجزای محدود تغییری نمیکند و تنها پس از آنالیز اولیه مساله خطای مساله برآورد میگردد و در صورتی که خطای مساله بیش از خطای هدف باشد نیاز به شبکه بندی مجدد بر اساس میزان خطای هر گره در مساله می باشد. جهت برآورد خطا نیز از روابط زیر استفاده شده است:

$$\sigma^* = N \bar{\sigma}^*$$

در رابطه فوق، σ^* تنش بهبود یافته، N تابع شکل و $\bar{\sigma}^*$ مقادیر تنش در گره ها میباشد.

از آنجایی که جواب های بهبود یافته دارای تقریب مناسب تری نسبت به جواب های واقعی مساله می باشد، لذا میتوان از اختلاف دو جواب به عنوان خطای تقریب مساله استفاده نمود.

$$e_{\sigma} \approx \sigma^* - \hat{\sigma}$$

پس از محاسبه خطای هر تنش در هر گره برای یکسان سازی یک نرم کلی از آنها میگیریم، رابطه زیر یکی از معروفترین نرمهای خطا، نرم L_2 می باشد که در واقع همان جذر مجموع مربعات، ولی به صورت تابع پیوسته میباشد.

$$\|e\| = \left(\int_{\Omega} e^T e d\Omega \right)^{1/2}$$

به این ترتیب نرم L_2 تابع خطای تنش برابر خواهد بود با:

$$\|e_{\sigma}\| = \|\sigma^* - \hat{\sigma}\| = \left(\int_{\Omega} (\sigma^* - \hat{\sigma})^T (\sigma^* - \hat{\sigma}) d\Omega \right)^{1/2}$$

پس از محاسبه ی خطای هر گره و برآورد خطای کلی مساله در صورت نیاز و عدم رسیدن به جواب مناسب، چگالی جدید در مساله با استفاده از رابطه زیر تشکیل میگردد که اساس اصلاح شبکه نیز می باشد.

$$(h_i)_{new} = \left[\frac{(\|e_{\sigma}\|_i)_{aim}}{\|e_{\sigma}\|_i} \right] (h_i)_{old}$$

مسیر رشد ترک

تعیین و تشخیص مسیر رشد ترک از مباحث بسیار مهم در مباحث مکانیک شکست میباشد. از این رو برای این معیار مقادیر مختلفی ارائه گشته است. معیاری در برنامه نوشته شده فرض بر این است که ترک در هر گام رشد میکند و صرفاً تعیین جهت ترک برای مساله ما مهم خواهد بود. برای شناسایی جهت رشد ترک نیز از معیار حداکثر تنش محیطی بر مبنای فاکتور شدت تنش استفاده مینماییم که برای برآورد فاکتور شدت تنش نیز از روش انتگرال متقابل استفاده مینماییم.

روش انتگرال متقابل یکی از کامل ترین روش ها و بهترین و دقیق ترین روش برای محاسبه فاکتور شدت تنش می باشد. این روش به نوعی روش I انتگرال را ارتقا میدهد و با استفاده از یک سری فیلدهای کمکی میتواند پارامتر J را به خوبی و راحت تر محاسبه نماید.

در این روش باید یک فضای کمکی تنش و کرنش در مساله تعریف گردد. فضای کمکی تنش ها و کرنش ها باید به نحوی انتخاب گردد که معادلات تعادل و شرایط مرزی بدون نیرو بر روی سطوح ترک را در منطقه دامنه معادل A^* ارضا نماید. مساحت معادلی است که انتگرال در آن گرفته میشود. در روش انتگرال متقابل، فضای کمکی تعریف شده و بر فضای اصلی تحمیل می شود به نحوی که مساله مقدار مرزی مورد نظر را ارضا کند. این فضاهای کمکی دقیقاً به نحوی انتخاب می شود تا ارتباط بین فاکتورهای شدت تنش در حالت مد- مرکب و انتگرال متقابل پیدا گردند. لازم به ذکر است که انتگرال M کاملاً منطبق بر انتگرال مستقل از مسیر J می باشد. روابط زیر در برآورد فاکتور شدت تنش به روش انتگرال متقابل به کار میروند:

$$M = \frac{2}{E'} (K_I K_I^{aux} + K_{II} K_{II}^{aux})$$

$$K = \frac{E'}{2} M$$

اینک برای برآورد فاکتور شدت تنش در مود I :

$$K_I^{aux} = 1, \quad K_{II}^{aux} = 0$$

و برای برآورد فاکتور شدت تنش در مود II :

$$K_I^{aux} = 0, \quad K_{II}^{aux} = 1$$

برنامه متلب

در این قسمت به معرفی برنامه نوشته شده و نحوه استفاده از آن میپردازیم. در سایت گیت هاب برنامه بارگذاری شده است. که در فایل matlab_code ، سه فایل دیگر قرار دارد. برنامه نوشته شده در فایل kamran modabber میباشد. و در آنجا نیز فایل modabber نیز برنامه اصلی میباشد که به کمک دیگر توابع mfile نوشته شده دیگر اجرا خواهد شد. برنامه طوری نوشته شده است که ۶ فایل ورودی برای آن نیاز است. ۵ فایل متنی txt و یک فایل اکسل که به معرفی آن ها خواهیم پرداخت.

اولین فایلی که مورد بررسی قرار میگیرد، فایل اکسل میباشد. که ورودی های آن ها به صورت زیر است:

E : مدول الاستیسیته

nu : ضریب پواسون

plane stress/strain(۱/۲): در صورت تنش مسطح عدد ۱ و کرنش مسطح عدد ۲

x_ebteda_tarak: مختصات x ابتدای ترک

y_ebteda_tarak: مختصات y ابتدای ترک

x_enteha_tarak: مختصات x انتهای ترک

y_enteha_tarak: مختصات y انتهای ترک

sigma: تنش یکنواخت وارد بر لبه ها

noe_tarak: تعداد نوک ترک

tedad_jahat_niro: تعداد لبه هایی که تحت تاثیر بار یکنواخت قرار میگیرند.

پس از تعیین مشخصات مکانیکی مساله نوبت به تعیین مشخصات هندسی مساله میرسد. در این بخش نیز ابتدا مشخصات مش بندی اولیه مساله توسط برنامه ایجاد مش GID ساخته میشود و سپس توسط فایل متنی به برنامه متلب معرفی گردد. فایل های ورودی به صورت زیر است:

۱) vorodi: این فایل شامل ۴ ستون میباشد. ستون اول شماره گره، ستون دوم تا چهارم مختصات به ترتیب X و Y و Z نقاط مورد نظر میباشد.

۲) Vorodi: این فایل ارتباط و نحوه اتصال گره ها را بیان میکند. ستون اول شماره المان و ستون های بعدی گره های موجود در آن المان را بیان میدارد.

۳) Vorodi: گره هایی که تحت تنش یکنواخت مساله قرار گرفته اند.

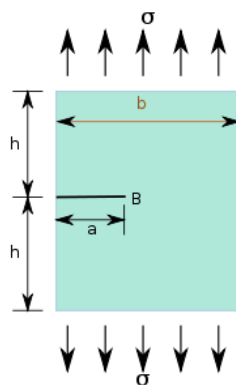
۴) Vorodi: نقاطی که تحت تاثیر اعمال شرایط مرزی قرار میگیرند.

۵) Vorodi: در صورت وجود، لبه ی پایینی هستند که تحت تاثیر تنش یکنواخت قرار میگیرند.

پس از معرفی ورودی های موجود در مساله با ران کردن برنامه مساله مورد نظر آنالیز میگردد و با استفاده از کدی که برای بخش اجزای محدود تطابقی مساله نوشته شده است مساله برآورد خطا میگردد و خطای هدف مساله از کاربر سوال میگردد که در صورتیکه خطای مساله بالا باشد برنامه فایل GID در اختیار کاربر قرار میدهد که در واقع این فایل چگالی اصلاح شده گره ها میباشد که کاربر بایستی آن را در برنامه ایجاد مش ایجاد نماید و سپس دوباره ورودی های جدید را به برنامه معرفی نماید و پس از آن برنامه دوباره آنالیز میگردد و مسیر رشد ترک را به کاربر نشان خواهد داد. در ادامه یک مثال نیز مورد بررسی قرار میگیرد.

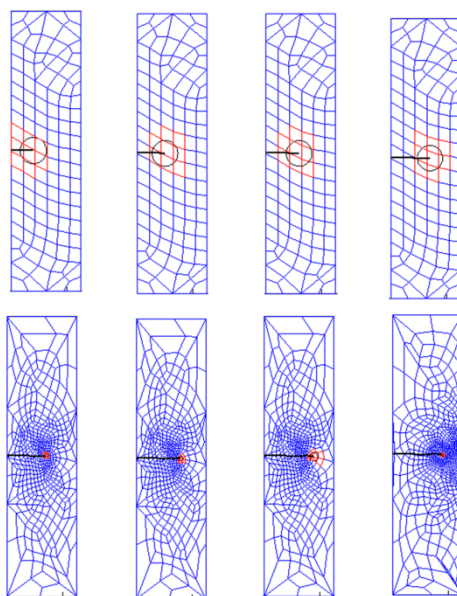
مثال عددی

مثالی که قصد داریم مورد بررسی قرار دهیم مثال ترک لبه ای میباشد. در این مثال طول صفحه $b = 25\text{ Cm}$ و ارتفاع $2h = 100\text{ Cm}$ در نظر گرفته می شود. طول اولیه ی ترک نیز $a = 8\text{ Cm}$ می باشد. نمونه مورد نظر از دو طرف با نیروی گسترده ای به صورت $\sigma = 1\text{ Kg/Cm}$ کشیده می شود. برای رشد ترک نیز در هر مرحله یک گام با طول 2 Cm در نظر میگیریم. سایر پارامتر های مکانیکی نظیر مدول الاستیسیته و ضریب پواسون را به ترتیب برابر $E = 1000\text{ Kg/Cm}^2$ و $\nu = 0.3$ می باشند.



شکل ۲: مثال ترک لبه ای

با آنالیز این مثال و در نظر گرفتن خطای هدف ۱۵ درصد مسیر رشد ترک و اصلاح شبکه بندی مساله به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۳: مسیر رشد ترک و اصلاح شبکه بندی