Lab 1 报告

蒋锦豪 2400011785

2025 年 10 月 4 日

Task 1: Image Dithering

Uniform Random

先调用 `random` 库生成均匀分布的随机数, 然后对每个像素点进行处理, 若加上随机数后大于 0.5 则设为黑色, 否则设为白色. 代码实现如下:

```
void DitheringRandomUniform(
    ImageRGB &       output,
    ImageRGB const & input) {
    // your code here:
    std::random_device rd;
    std::mt19937 gen((unsigned int)rd());
    std::uniform_real_distribution<float> dis(-0.5,0.5);
    for (std::size_t x = 0; x < input.GetSizeX(); ++x)
        for (std::size_t y = 0; y < input.GetSizeY(); ++y) {
            glm::vec3 color = input.At(x, y);
            int graysacle = (color.r + dis(gen)) > 0.5 ? 1 : 0;
            output.At(x, y) = { graysacle, graysacle, graysacle, };
        }
}
```

效果图如下:

图 1: Uniform Random Dithering 的运行结果

Blue Noise Random

将 `input` 和 `noise` 两张图像的像素值的平均值与 0.5 进行比较, 若大于 0.5 则设为黑色, 否则设为白色. 实际运算时直接将像素值之和与 1 比较即可. 代码实现如下:

```
void DitheringRandomBlueNoise(
    ImageRGB &       output,
    ImageRGB const & input,
    ImageRGB const & noise) {
    // your code here:
    for (std::size_t x = 0; x < input.GetSizeX(); ++x)
        for (std::size_t y = 0; y < input.GetSizeY(); ++y) {
            glm::vec3 color_input = input.At(x, y);
            glm::vec3 color_noise = noise.At(x, y);
            int       graysacle   = (color_input.r + color_noise.r) > 1 ? 1 : 0;
            output.At(x, y)       = {
                graysacle, graysacle, graysacle, };
        }
}
```

效果图如下:

图 2: Blue Noise Random Dithering 的运行结果

Ordered

将原图的像素值 i 扩大为 $9i$, 于是颜色取值范围变为 $[0, 9]$. 将 $9i$ 与 3×3 的抖动矩阵 `mat` 的每个元素进行比较, 如果大于该元素的值则将对应位置设为黑色, 否则设为白色. 代码实现如下:

```
void DitheringOrdered(
    ImageRGB &       output,
    ImageRGB const & input) {
    // your code here:
    int mat[3][3] = {
        { 6, 8, 4 }, { 1, 0, 3 }, { 5, 2, 7 }
    };
    for (std::size_t x = 0; x < input.GetSizeX(); ++x)
        for (std::size_t y = 0; y < input.GetSizeY(); ++y) {
            glm::vec3 color = input.At(x, y);
            float     color_judge = color.r * 9;
            for (int i = 0; i < 3; i++) {
                for (int j = 0; j < 3; j++) {
                    int color_draw = color_judge >= mat[i][j] ? 1 : 0;
                    output.At(3 * x + i, 3 * y + j) = {
                        color_draw, color_draw, color_draw, };
                }
            }
        }
}
```

效果图如下:

图 3: Ordered Dithering 的运行结果

Error Diffuse

先将 `input` 的像素值存入一个二维数组 `colormat` 中, 然后从左到右, 从上到下遍历每个像素点, 将 `colormat` 存储的像素值与 0.5 比较后将 `output` 对应位置的像素设为黑色或白色, 并计算出误差 `delta`. 按照 Floyd-Steinberg 抖动矩阵和误差值 `delta` 在 `colormat` 中更新右方和下方的像素值; 同时需要注意边界处像素的处理. 代码实现如下:

```
1  void DitheringErrorDiffuse(
2      ImageRGB &       output,
3      ImageRGB const & input) {
4      // your code here:
5      std::size_t                     row = input.GetSizeX(), col = input.GetSizeY();
6      std::vector<std::vector<float>> colormat(row, std::vector<float>(col, 0));
7      for (std::size_t x = 0; x < row; ++x) {
8          for (std::size_t y = 0; y < col; ++y) {
9              glm::vec3 color = input.At(x, y);
10             colormat[x][y]  = color.r;
```

```
        }
    }
    for (std::size_t y = 0; y < col; ++y) {
        for (std::size_t x = 0; x < row; ++x) {
            int color       = colormat[x][y] > 0.5 ? 1 : 0;
            output.At(x, y) = {
                color, color, color, };
            float delta = colormat[x][y] - (colormat[x][y] > 0.5 ? 1 : 0);
            if (x < row - 1) { colormat[x + 1][y] += delta * 7 / 16; }
            if (y < col - 1) {
                colormat[x][y + 1] += delta * 5 / 16;
                if (x > 0) { colormat[x - 1][y + 1] += delta * 3 / 16; }
                if (x < row - 1) { colormat[x + 1][y + 1] += delta * 1 / 16; }
            }
        }
    }
}
```

效果图如下:

图 4: Error Diffuse Dithering 的运行结果

Task 2 Image Filtering

Blur

使用 3×3 的均值滤波器

$$\boldsymbol{K} = \frac{1}{9}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

对图像进行滤波. 具体实现时, 遍历每个像素, 将该像素及其周围 8 个像素的值相加后除以 9 即为滤波后的像素值. 对于图像边缘的像素, 如果越界则不计入求和和计数. 代码实现如下:

```
void Blur(
    ImageRGB &       output,
    ImageRGB const & input) {
    // your code here:
    std::size_t row = input.GetSizeX(), col = input.GetSizeY();
    for (std::size_t x = 0; x < row; ++x)
        for (std::size_t y = 0; y < col; ++y) {
            int ave_counter = 0;
            glm::vec3 color(0.0f, 0.0f, 0.0f);
            for (int i = -1; i <= 1; i++) {
                for (int j = -1; j <= 1; j++) {
                    if (x + i >= 0 && x + i < row && y + j >= 0 && y + j < col) {
                        ave_counter++;
                        color += input.At(x + i, y + j);
                    }
                }
            }
            output.At(x, y) = {
                color.r / ave_counter, color.g / ave_counter, color.b / ave_counter,
            };
        }
}
```

效果图如下:

图 5: Blur(使用 Box Filter) 的运行结果

Edge Detect

使用 Sobel 算子

$$\boldsymbol{K}_x = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \boldsymbol{K}_y = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

对图像进行滤波, 然后以结果的均方根作为输出像素值. 具体实现时, 遍历每个像素, 将该像素及其周围 8 个像素的值与 $\boldsymbol{K}_x$ 和 $\boldsymbol{K}_y$ 对应位置的值相乘后求和, 结果分别记作 `color_x` 和 `color_y`, 再对每个颜色通道分别计算它们的平方和开根号, 结果即滤波后的像素值. 对于图像边缘的像素, 与 **Blur** 的处理方法相同, 如果越界则不计入求和. 代码实现如下:

```
1  void Edge(
2      ImageRGB &       output,
3      ImageRGB const & input) {
4      // your code here:
5      float G_x[3][3] = {
6          { -1.0f, 0.0f, 1.0f },
7          { -2.0f, 0.0f, 2.0f },
8          { -1.0f, 0.0f, 1.0f }
9      };
10     float G_y[3][3] = {
```

```
        {  1.0f,  2.0f,  1.0f },
        {  0.0f,  0.0f,  0.0f },
        { -1.0f, -2.0f, -1.0f }
    };
    std::size_t row = input.GetSizeX(), col = input.GetSizeY();
    for (std::size_t x = 0; x < row; ++x)
        for (std::size_t y = 0; y < col; ++y) {
            glm::vec3 color_x(0.0f, 0.0f, 0.0f);
            glm::vec3 color_y(0.0f, 0.0f, 0.0f);
            for (int i = -1; i <= 1; i++) {
                for (int j = -1; j <= 1; j++) {
                    if (x + i >= 0 && x + i < row && y + j >= 0 && y + j < col) {
                        glm::vec3 color_cur = input.At(x + i, y + j);
                        color_x += color_cur * G_x[i + 1][j + 1];
                        color_y += color_cur * G_y[i + 1][j + 1];
                    }
                }
            }
            output.At(x, y) = {
                sqrt(pow(color_x.r, 2) + pow(color_y.r, 2)),
                sqrt(pow(color_x.g, 2) + pow(color_y.g, 2)),
                sqrt(pow(color_x.b, 2) + pow(color_y.b, 2)),
            };
        }
}
```

效果图如下:

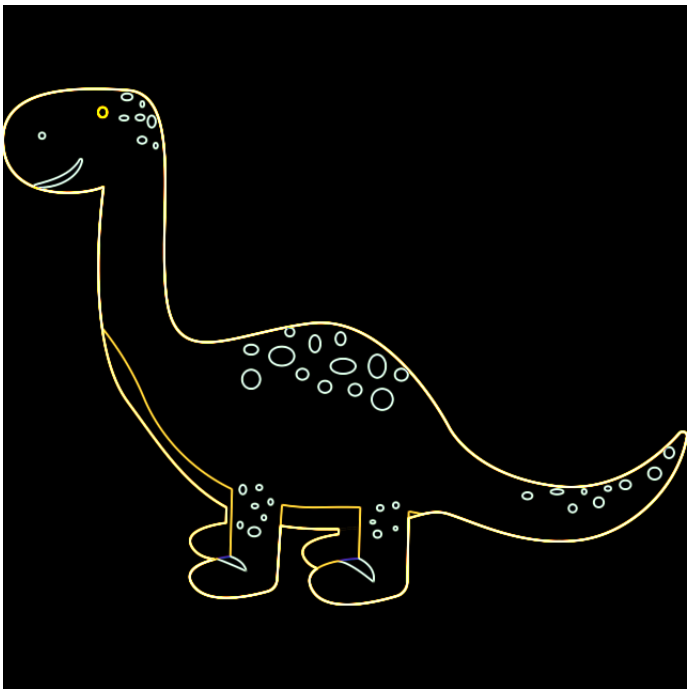


图 6: Edge Detect(使用 Sobel Filter) 的运行结果

Task 3: Inmage Inpainting

采用任务指示中给出的记号, 将修改前的图片记作 $\boldsymbol{f}$, 即传入的参数 `inputFront`, 编辑量记作 $\boldsymbol{g}$, 编辑后的图像记作 $\boldsymbol{f}+\boldsymbol{g}$, 即需要输出的图片 `output` 中对应 `inputFront` 的区域. 于是不难得出

$$\boldsymbol{g} = (\boldsymbol{f}+\boldsymbol{g}) - \boldsymbol{f} = \texttt{output} - \texttt{inputFront}$$

最终要求 $\nabla^2 \boldsymbol{g} = \boldsymbol{0}$. 按照 Poisson Editing 的思路, 需要将设置边界处的 $\boldsymbol{g}$, 使得在边界上总有 `output` 与背景 `inputBack` 相同. 于是边界部分的 $\boldsymbol{g}$ 应当按

$$\boldsymbol{g} = \texttt{output} - \texttt{inputFront} = \texttt{inputBack} - \texttt{inputFront}$$

设置, 该部分代码如下:

```
// set boundary condition
for (std::size_t y = 0; y < height; ++y) {
    // set boundary for (0, y), your code: g[y * width] = ?
    g[y * width] = (glm::vec3) inputBack.At(offset.x, y + offset.y) - (glm::vec3) inputFront.At(0, y
    );
    // set boundary for (width - 1, y), your code: g[y * width + width - 1] = ?
    g[y * width + width - 1] = (glm::vec3) inputBack.At(offset.x + width - 1, y + offset.y) - (glm::
    vec3) inputFront.At(width - 1, y);
```

```
}
for (std::size_t x = 0; x < width; ++x) {
    // set boundary for (x, 0), your code: g[x] = ?
    g[x] = (glm::vec3) inputBack.At(x + offset.x, offset.y) - (glm::vec3) inputFront.At(x, 0);
    // set boundary for (x, height - 1), your code: g[(height - 1) * width + x] = ?
    g[(height - 1) * width + x] = (glm::vec3) inputBack.At(x + offset.x, offset.y + height - 1) - (
    glm::vec3) inputFront.At(x, height - 1);
}
```

效果图如下:

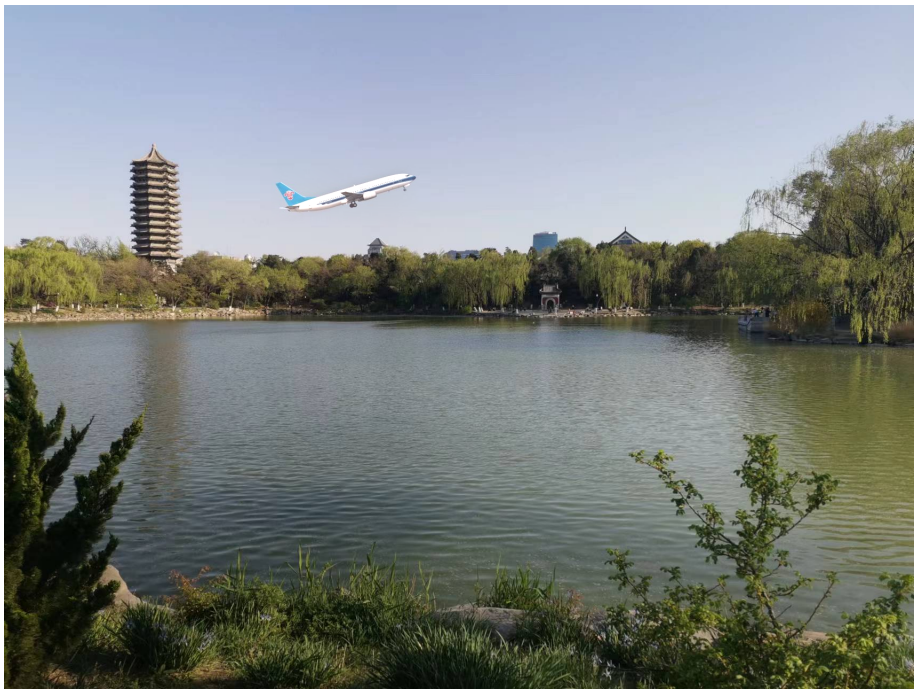


图 7: Image Inpainting 的运行结果

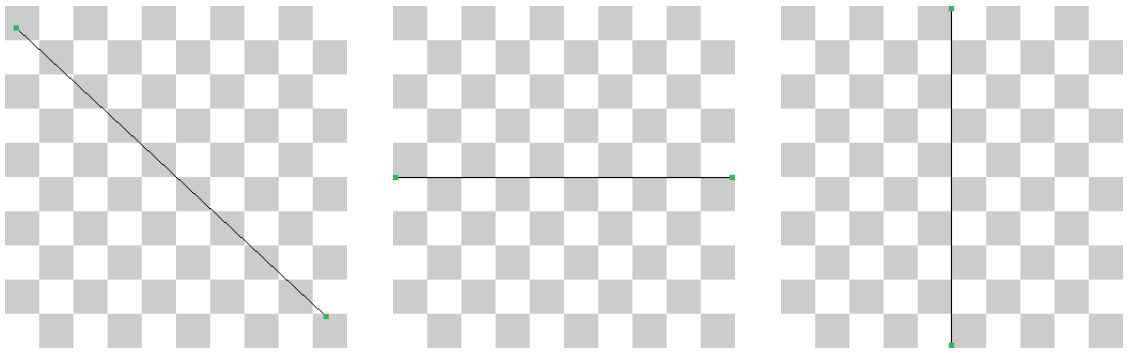
Task 4: Line Drawing

按照 Bresenham 算法实现直线绘制. 具体实现时, 先判断直线的斜率是否大于 1, 若是, 则将 `x0` 与 `y0`, `x1` 与 `y1` 交换, 并**在后续绘制时将横纵坐标互换回来**; 然后保证 `x0` $\leqslant$ `x1`, 若不满足则交换两端点; 接着按照 Bresenham 算法计算 `dx` 和 `dy`, 以及判断函数 `F` 和 `d`; 最后从 `x0` 遍历到 `x1`, 每次根据决策参数 `F` 决定是否需要改变 `y`(对 `y` 的增减取决于直线斜率的正负, 在确定 `x1` $>$ `x0` 的情况下, 如果 `y1` $>$ `y0` 说明斜率为正, 每次将 `y` 加 1; 否则就每次将 `y` 减 1.), 并更新判断函数 `F`. 代码实现如下:

```
    void DrawLine(
    ImageRGB &       canvas,
    glm::vec3 const  color,
```

```
    glm::ivec2 const p0,
    glm::ivec2 const p1) {
    // your code here:
    int x0 = p0.x, y0 = p0.y, x1 = p1.x, y1 = p1.y;
    int x, y, dx, dy, d, F, cx, cy;
    bool f = std::abs(x1 - x0) < std::abs(y1 - y0);
    if (f) { std::swap(x0, y0); std::swap(x1, y1); }
    if (x0 > x1) { std::swap(x0, x1); std::swap(y0, y1); }
    y  = y0;
    dx = 2 * (x1 - x0); dy = 2 * std::abs(y1 - y0);
    d  = dy - dx; F  = dy - dx / 2;
    for (x = x0; x <= x1; x++) {
        cx = f ? y : x; cy = f ? x : y;
        canvas.At(cx, cy) = { color.r, color.g, color.b, };
        if (F < 0) {  F = F + dy; }
        else { y += (y1 > y0) ? 1 : -1; F = F + d; }
    }
}
```

效果图如下:



(a) 直线 1　(b) 直线 2　(c) 直线 3

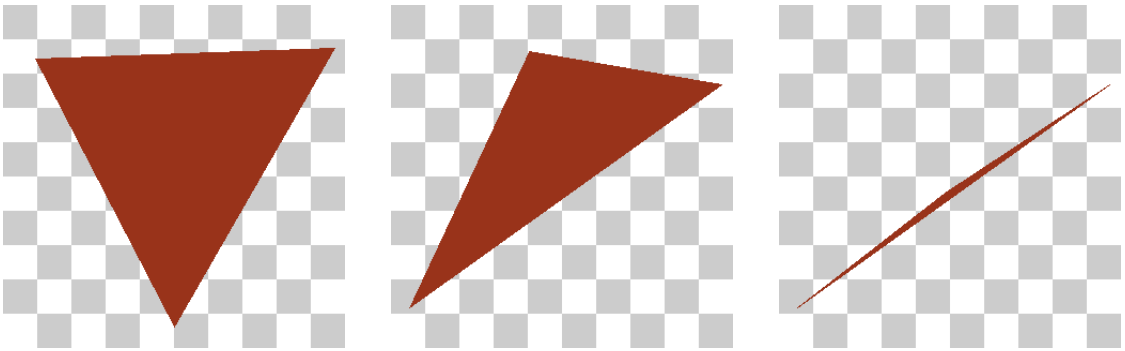
图 8: Line Drawing 的运行结果

Task 5: Triangle Drawing

按照扫描线算法实现三角形填充. 具体实现时, 先将三个顶点按横坐标从小到大排序, 然后以位居中间的点为界分两段处理. 对于左半段, 先计算两条线段的斜率, 然后从左到右遍历每列像素, 按照 DDA 算法更新该列填充的的上下边界 `ymin` 和 `ymax`, 并对该列上在上下边界之间的像素点进行填充; 对于右半段, 同理, 只是从右到左遍历每个像素点. 代码实现如下:

```
    void DrawTriangleFilled(
    ImageRGB &       canvas,
    glm::vec3 const  color,
    glm::ivec2 const p0,
    glm::ivec2 const p1,
    glm::ivec2 const p2) {
    // your code here:
    int        x0 = p0.x, y0 = p0.y, x1 = p1.x, y1 = p1.y, x2 = p2.x, y2 = p2.y;
    float      ymin, ymax;
    float      k1, k2;
    if (x2 < x1) { std::swap(x1, x2); std::swap(y1, y2); }
    if (x1 < x0) { std::swap(x0, x1); std::swap(y0, y1); }
    if (x0 != x1 && x2 != x0) {
        ymin = 1.0 * y0; ymax = 1.0 * y0;
        k1 = 1.0 * (y1 - y0) / (x1 - x0); k2 = 1.0 * (y2 - y0) / (x2 - x0);
        if (k1 > k2) { std::swap(k1, k2); }
        for (int x = x0; x <= std::min(x1, x2); x++) {
            for (int y = std::round(ymin); y < ymax+0.5; y++) {
                canvas.At(x, y) = { color.r, color.g, color.b, };
            }
            ymin += k1; ymax += k2;
        }
    }
    if (x1 != x2 && x2 != x0) {
        ymin = 1.0 * y2; ymax = 1.0 * y2;
        k1 = 1.0 * (y1 - y2) / (x2 - x1); k2 = 1.0 * (y0 - y2) / (x2 - x0);
        if (k1 > k2) { std::swap(k1, k2); }
        for (int x = x2; x >= std::max(x1, x0); x--) {
            for (int y = std::round(ymin); y < ymax+0.5; y++) {
                canvas.At(x, y) = { color.r, color.g, color.b, };
            }
            ymin += k1; ymax += k2;
        }
    }
}
```

效果图如下:



(a) 三角形 1　(b) 三角形 2　(c) 三角形 3

图 9: Triangle Drawing 的运行结果

Task 6: Image Supersampling

使用双线性插值对图像进行放大, 然后对放大的图像进行均值滤波. 具体实现时, 先创建一个二维数组 `colormatrix` 存储放大后的图像的像素值, 然后遍历放大后图像的每个像素点, 计算出其在原图中对应的浮点坐标 `(sx, sy)`, 并找出其周围的 4 个像素点 `(x0, y0)`, `(x1, y0)`, `(x0, y1)`, `(x1, y1)`, 以及它们与 `(sx, sy)` 的距离 `dx` 和 `dy`, 最后按照双线性插值公式计算出该像素点的颜色并存入 `colormatrix`. 接着遍历输出图像的每个像素点, 将 `colormatrix` 中对应的 $r \times r$ 个像素点的颜色值相加后除以 r^2 即为输出图像该像素点的颜色值. 代码实现如下:

```
1  void Supersample(
2      ImageRGB &       output,
3      ImageRGB const & input,
4      int              rate) {
5      int output_row = output.GetSizeX(),
6          output_col = output.GetSizeY(),
7          input_row  = input.GetSizeX(),
8          input_col  = input.GetSizeY();
9      std::vector<std::vector<glm::vec3>> colormatrix(output_row * rate, std::vector<glm::vec3>(
       output_col * rate, { 0.0f, 0.0f, 0.0f }));
10     for (int x = 0; x < output_row * rate; x++) {
11         for (int y = 0; y < output_col * rate; y++) {
12             float     sx = (x + 0.5f) * input_row / (output_row * rate);
13             float     sy = (y + 0.5f) * input_col / (output_col * rate);
14             int       x0 = std::clamp((int) std::floor(sx), 0, input_row - 1);
15             int       y0 = std::clamp((int) std::floor(sy), 0, input_col - 1);
16             int       x1 = std::clamp(x0 + 1, 0, input_row - 1);
17             int       y1 = std::clamp(y0 + 1, 0, input_col - 1);
```

```
            float     dx = sx - x0, dy = sy - y0;
            glm::vec3 color_cur = (1 - dx) * (1 - dy) * (glm::vec3)(input.At(x0, y0))
                + dx * (1 - dy) * (glm::vec3) input.At(x1, y0)
                + dy * (1 - dx) * (glm::vec3) input.At(x0, y1)
                + dx * dy * (glm::vec3) input.At(x1, y1);
            colormatrix[x][y] = color_cur;
        }
    }
    float inv = 1.0f / (rate * rate);
    for (int x = 0; x < output_row; x++) {
        for (int y = 0; y < output_col; y++) {
            glm::vec3 color { 0.0f, 0.0f, 0.0f };
            for (int i = 0; i < rate; i++) {
                for (int j = 0; j < rate; j++) {
                    color += colormatrix[x * rate + i][y * rate + j];
                }
            }
            color *= inv;
            output.At(x, y) = { color.r, color.g, color.b, };
        }
    }
}
```

效果图如下:

(a) 不进行 SSAA　(b) SSAA×2　(c) SSAA×5

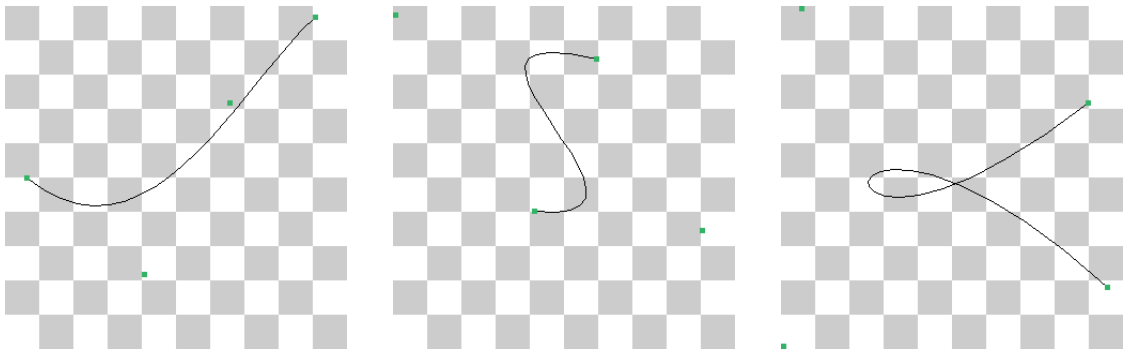
图 10: SSAA 的运行结果

Task 7: Bezier Curve

使用 De Casteljau 算法计算 Bezier 曲线上的点. 具体实现时, 先将传入的 4 个控制点存入一个数组 `p` 中 (传入的 `span` 类型存储的是各个点的地址, 不能直接修改), 然后进行 3 次插值, 每次插值后 `p` 中存储的点数减 1, 直到最后 `p` 中只剩下一个点, 该点即为所求. 代码实现如下:

```
1  glm::vec2 CalculateBezierPoint(
2      std::span<glm::vec2> points,
3      float const          t) {
4      std::vector<glm::vec2> p = { points[0],
5                                   points[1],
6                                   points[2],
7                                   points[3] };
8      for (int i = 1; i <= 3; i++) {
9          for (int j = 3; j >= i; j--) {
10             p[j] = t * p[j] + (1 - t) * p[j - 1];
11         }
12     }
13     return p[3];
14 }
```

效果图如下:



(a) Bezier Curve 1　(b) Bezier Curve 2　(c) Bezier Curve 3

图 11: Bezier Curve 的运行结果