

7D 反应机理示例

在这一节中,我们将综合运用你的数学与化学知识来推导各种反应的速率方程,并加深你对7C中学习的理论知识的印象与实用的技巧.

Hint.

需要说明的是,一般我们给出的复杂反应的反应机理中的各步骤都是基元反应.因此你可以大胆地将基元反应的性质与速率方程应用于它们.

7D.1 链反应动力学

链反应的基本概念

在化学动力学中有一类特殊的反应,只需用热,光或辐射等方法使反应引发,体系就能通过活性组分(通常是自由基或原子)相继发生一系列的连续反应,像链条一样自动地发展下去.

Definition 7D.1.1 链反应

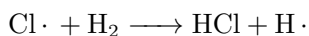
链反应(又称**连锁反应**),是指反应的产物或副产物又可作为其他反应的原料,从而使反应反复发生.在化学中,链反应通常在光,热,辐射或引发剂作用下,反应中交替产生活性中间体(如自由原子或自由基),从而使反应一直进行下去.

按照活性物质数量的变化,链反应主要有三个过程.

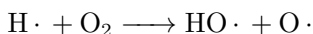
Definition 7D.1.2 链反应的过程

在链反应中,产生活性中间体的过程称为**链引发**,活性中间体与反应物分子反复作用生成产物的过程称为**链增长**或**链传递**,活性中间体最后湮灭的过程称为**链终止**.

一般的链增长过程中,一个活性中间体产生一个新的活性中间体.例如 $\text{Cl}\cdot$ 与 H_2 的反应:



不过,在部分链增长过程中,一个活性中间体也可能产生数个活性中间体.例如 $\text{H}\cdot$ 与 O_2 的反应:



据此,我们可以按照链增长的性质对链反应进行分类.

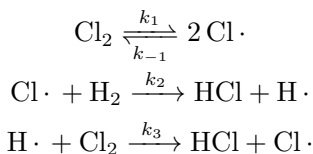
Definition 7D.1.3 直链反应与支链反应

一个活性中间体只能产生一个新的活性中间体的反应称为**直链反应**,可以产生两个或多个新的活性中间体的反应称为**支链反应**.

我们将在接下来对这些链反应的速率方程进行详细地讨论.

简单直链反应——H₂与卤素单质的自由基反应

对中间体与总反应速率的研究表明,H₂与X₂(其中X = Cl, Br)在光照或加热下的化合反应的机理是不同的.我们先从最简单的H₂与Cl₂的反应开始.H₂与Cl₂通过自由基反应生成HCl的反应机理如下.



由于产物HCl十分稳定,因此忽略后两个反应的逆反应.现在我们来推导该体系的反应速率方程.

Derivation.

体系中的不稳定中间体为H·与Cl·,分别对它们稳态近似有

$$\frac{d[\text{H} \cdot]}{dt} = k_2[\text{Cl} \cdot][\text{H}_2] - k_3[\text{H} \cdot][\text{Cl}_2] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d[\text{Cl} \cdot]}{dt} = 2k_1[\text{Cl}_2] - 2k_{-1}[\text{Cl} \cdot]^2 - k_2[\text{Cl} \cdot][\text{H}_2] + k_3[\text{H} \cdot][\text{Cl}_2] = 0 \quad (2)$$

将(2)减去(1)可得

$$2k_1[\text{Cl}_2] - 2k_{-1}[\text{Cl} \cdot]^2 = 0 \quad (3)$$

于是

$$[\text{Cl} \cdot] = \sqrt{\frac{k_1}{k_{-1}}} [\text{Cl}_2] \quad (4)$$

由(1)可得

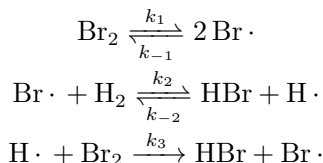
$$\frac{d[\text{HCl}]}{dt} = k_2[\text{Cl} \cdot][\text{H}_2] + k_3[\text{H} \cdot][\text{Cl}_2] = 2k_2[\text{Cl} \cdot][\text{H}_2] \quad (5)$$

将(4)代入(5)可得

$$\frac{d[\text{HCl}]}{dt} = 2k_2[\text{Cl} \cdot][\text{H}_2] = 2k_2 \sqrt{\frac{k_1}{k_{-1}}} [\text{H}_2][\text{Cl}_2]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

因此反应对H₂为一级,对Cl₂为二分之一级.

而H₂与Br₂的反应就略微复杂一些.两者通过自由基反应生成HBr的反应机理如下.



由于HBr相对不那么稳定,并且H·的能量很高,因此相比HCl需要额外考虑HBr与H·的反应.

Derivation.

体系中的不稳定中间体为 $\text{H}\cdot$ 与 $\text{Br}\cdot$,分别对它们稳态近似有

$$\frac{d[\text{H}\cdot]}{dt} = k_2[\text{Br}\cdot][\text{H}_2] - k_{-2}[\text{H}\cdot][\text{HBr}] - k_3[\text{H}\cdot][\text{Br}_2] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d[\text{Br}\cdot]}{dt} = 2k_1[\text{Br}_2] - 2k_{-1}[\text{Br}\cdot]^2 - k_2[\text{Br}\cdot][\text{H}_2] + k_{-2}[\text{H}\cdot][\text{HBr}] + k_3[\text{H}\cdot][\text{Br}_2] = 0 \quad (2)$$

将(2)减去(1)可得

$$2k_1[\text{Br}_2] - 2k_{-1}[\text{Br}\cdot]^2 = 0 \quad (3)$$

于是

$$[\text{Br}\cdot] = \sqrt{\frac{k_1}{k_{-1}}}[\text{Br}_2] \quad (4)$$

将(4)代入(1)可得

$$[\text{H}\cdot] = \frac{k_2[\text{Br}\cdot][\text{H}_2]}{k_{-2}[\text{HBr}] + k_3[\text{Br}_2]} = \frac{k_2\sqrt{\frac{k_1}{k_{-1}}}[\text{H}_2][\text{Br}_2]^{\frac{1}{2}}}{k_{-2}[\text{HBr}] + k_3[\text{Br}_2]} \quad (5)$$

将(4)(5)代入 $\frac{d[\text{HBr}]}{dt}$ 可得

$$\frac{d[\text{HBr}]}{dt} = k_2[\text{Br}\cdot][\text{H}_2] + k_3[\text{H}\cdot][\text{Br}_2] - k_{-2}[\text{HBr}][\text{H}\cdot] = \frac{2k_2k_3\sqrt{\frac{k_1}{k_{-1}}}[\text{H}_2][\text{Br}_2]^{\frac{3}{2}}}{k_3[\text{Br}_2] + k_{-2}[\text{HBr}]} \quad (6)$$

令 $k_a = 2k_3\sqrt{\frac{k_1}{k_{-1}}}$, $k_b = \frac{k_{-2}}{k_2}$,就有

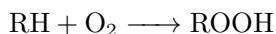
$$\frac{d[\text{HBr}]}{dt} = \frac{k_a[\text{H}_2][\text{Br}_2]^{\frac{3}{2}}}{[\text{Br}_2] + k_b[\text{HBr}]} \quad (7)$$

这就是我们在7A.2中给出的速率方程.

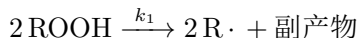
而 H_2 与 F_2 或 I_2 的反应则比较复杂,我们在这里就不叙述了.如果你感兴趣,可以自行查阅相关资料.

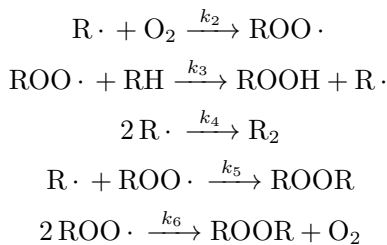
复杂直链反应——自由基氧化

脂类物质的氧化是油脂保存过程中广泛存在的问题.如果反应物记作 RH ,那么总反应方程式如下.



产生的过氧化物 ROOH 可以进一步催化体系中其余 RH 被 O_2 氧化.反应的机理如下.





实验表明有近似关系 $4k_4k_6 = k_5^2$. 现在我们来考察这一自催化体系的速率方程(以 O_2 的消耗速率计). 如果同时考虑三种链终止的方式, 那么这对我们来说有些复杂, 因此我们先从简单的情形入手.

Case I. O_2 浓度较低.

Derivation.

这时, 体系中主要存在的自由基为 $\text{R}\cdot$, 链终止步骤主要为 $2\text{R}\cdot \longrightarrow \text{R}_2$. 对体系中的两种自由基 $\text{R}\cdot$ 和 $\text{ROO}\cdot$ 做稳态近似可得

$$\frac{d[\text{R}\cdot]}{dt} = 2k_1[\text{ROOH}]^2 - k_2[\text{R}\cdot][\text{O}_2] + k_3[\text{ROO}\cdot][\text{RH}] - 2k_4[\text{R}\cdot]^2 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d[\text{ROO}\cdot]}{dt} = k_2[\text{R}\cdot][\text{O}_2] - k_3[\text{ROO}\cdot][\text{RH}] = 0 \quad (2)$$

(1) - (2) 可得

$$2k_1[\text{ROOH}]^2 - 2k_4[\text{R}\cdot]^2 = 0 \quad (3)$$

于是

$$[\text{R}\cdot] = \sqrt{\frac{k_1}{k_4}}[\text{ROOH}] \quad (4)$$

于是

$$-\frac{d[\text{O}_2]}{dt} = k_2[\text{R}\cdot][\text{O}_2] = k_2\sqrt{\frac{k_1}{k_4}}[\text{ROOH}][\text{O}_2] \quad (5)$$

此时, 反应对 ROOH 和 O_2 均为一级. 可以看到, 反应的速率随着产物 ROOH 的增加而增加, 因此随着反应进行, 速率会逐渐加快.

Case II. O_2 浓度较高.

Derivation.

这时, 体系中主要存在的自由基为 $\text{ROO}\cdot$, 链终止步骤主要为 $2\text{ROO}\cdot \longrightarrow \text{ROOR} + \text{O}_2$. 对体系中的两种自由基 $\text{R}\cdot$ 和 $\text{ROO}\cdot$ 做稳态近似可得

$$\frac{d[\text{R}\cdot]}{dt} = 2k_1[\text{ROOH}]^2 - k_2[\text{R}\cdot][\text{O}_2] + k_3[\text{ROO}\cdot][\text{RH}] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d[\text{ROO}\cdot]}{dt} = k_2[\text{R}\cdot][\text{O}_2] - k_3[\text{ROO}\cdot][\text{RH}] - 2k_6[\text{ROO}\cdot]^2 = 0 \quad (2)$$

(1) + (2)可得

$$2k_1[\text{ROOH}]^2 - 2k_6[\text{ROO}\cdot]^2 = 0 \quad (3)$$

于是

$$[\text{ROO}\cdot] = \sqrt{\frac{k_1}{k_6}}[\text{ROOH}] \quad (4)$$

由(2)亦可得

$$-\frac{d[\text{O}_2]}{dt} = k_2[\text{R}\cdot][\text{O}_2] - k_6[\text{ROO}\cdot]^2 = k_3[\text{ROO}\cdot][\text{RH}] + k_6[\text{ROO}\cdot]^2 \quad (5)$$

由于自由基 $\text{ROO}\cdot$ 的浓度很低,链终止的速率远小于链增长的速率,因此可以近似地忽略后一项.于是有

$$-\frac{d[\text{O}_2]}{dt} = k_3\sqrt{\frac{k_1}{k_6}}[\text{ROOH}][\text{RH}] \quad (6)$$

此时,反应对 ROOH 和 RH 均为一级.可以看到,反应的速率同样随着产物 ROOH 的增加而增加,因此随着反应进行,速率会逐渐加快.

在前面两种情况的推导过程中,我们都由稳态近似得出了一个重要的结论.

Theorem 7D.1.4 直链反应的性质

一般而言,如果对反应采取稳态近似处理,那么直链反应中链引发和链终止的速率相等.

这是因为我们总是假设体系内所有自由基的浓度随时间变化都不大,因而自由基的总浓度可以近似看作不变.对于直链反应而言,链转移不改变自由基数目,只有链引发和链终止可以改变,因而这两个反应的速率近似相同.

Case III. 一般情形.

Derivation.

我们仍然对 $\text{R}\cdot$ 和 $\text{ROO}\cdot$ 稳态近似可得

$$\frac{d[\text{R}\cdot]}{dt} = 2k_1[\text{ROOH}]^2 - k_2[\text{R}\cdot][\text{O}_2] + k_3[\text{ROO}\cdot][\text{RH}] - 2k_4[\text{R}\cdot]^2 - k_5[\text{R}\cdot][\text{ROO}\cdot] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d[\text{ROO}\cdot]}{dt} = k_2[\text{R}\cdot][\text{O}_2] - k_3[\text{ROO}\cdot][\text{RH}] - k_5[\text{R}\cdot][\text{ROO}\cdot] - 2k_6[\text{ROO}\cdot]^2 = 0 \quad (2)$$

(1) + (2)可得

$$k_1[\text{ROOH}]^2 = k_4[\text{R}\cdot]^2 + k_5[\text{R}\cdot][\text{ROO}\cdot] + k_6[\text{ROO}\cdot]^2 \quad (3)$$

这也与7D.1.4的结论符合.

体系内的变量仍然太多,因此我们需要进一步做一些合理的近似.考虑到链引发和链终止的

速率应当远小于链转移的速率,于是对于(1)或(2)有

$$k_2[\text{R}\cdot][\text{O}_2] = k_3[\text{ROO}\cdot][\text{RH}] \quad (4)$$

即

$$[\text{ROO}\cdot] = \frac{k_2[\text{O}_2]}{k_3[\text{RH}]}[\text{R}\cdot] \quad (5)$$

将(5)代入(3)可得

$$k_1[\text{ROOH}]^2 = \left(k_4 + \frac{k_2[\text{O}_2]}{k_3[\text{RH}]}k_5 + \left(\frac{k_2[\text{O}_2]}{k_3[\text{RH}]} \right)^2 k_6 \right) [\text{R}\cdot]^2 \quad (6)$$

我们迫切地希望大括号内也是完全平方式,这样就可以将两边开方以极大地化简.考虑该式地形式,将 $k_5 = 2\sqrt{k_4k_6}$ 代入(6)可得

$$k_1[\text{ROOH}]^2 = \left(k_4 + \frac{k_2[\text{O}_2]}{k_3[\text{RH}]}2\sqrt{k_4k_6} + \left(\frac{k_2[\text{O}_2]}{k_3[\text{RH}]} \right)^2 k_6 \right) [\text{R}\cdot]^2 \quad (7)$$

这恰好可以改写为完全平方式,即

$$k_1[\text{ROOH}]^2 = \left(\sqrt{k_4} + \frac{k_2[\text{O}_2]}{k_3[\text{RH}]} \sqrt{k_6} \right)^2 [\text{R}\cdot]^2 \quad (8)$$

开方后整理可得

$$[\text{R}\cdot] = \frac{\sqrt{k_1}[\text{ROOH}]}{\sqrt{k_4} + \frac{k_2[\text{O}_2]}{k_3[\text{RH}]} \sqrt{k_6}} \quad (9)$$

于是消耗 O_2 的速率

$$-\frac{d[\text{O}_2]}{dt} = k_2[\text{R}\cdot][\text{O}_2] = \frac{\sqrt{k_1}k_2[\text{ROOH}][\text{RH}][\text{O}_2]}{\sqrt{k_4} + \frac{k_2[\text{O}_2]}{k_3[\text{RH}]} \sqrt{k_6}} \quad (10)$$

令 $k = k_3\sqrt{\frac{k_1}{k_6}}$, $\lambda = \frac{k_2}{k_3}\sqrt{\frac{k_4}{k_6}}$,就有

$$-\frac{d[\text{O}_2]}{dt} = k[\text{ROOH}] \frac{[\text{O}_2][\text{RH}]}{[\text{O}_2] + \lambda[\text{RH}]} \quad (11)$$

这也与实验测得的速率方程相符合.

7D.2 聚合反应动力学

7D.3 酶促反应动力学

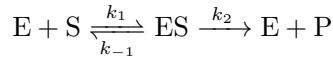
迄今为止,我们还没有系统地讨论有催化剂参与时反应的动力学特征.尽管在前面,我们已经讨论了一类自催化反应,但大多数时候催化剂都是额外加入的,在总反应中不会被消耗的物

质.

我们在本节要讨论的催化剂,酶,就是一种高效专一的生物均相催化剂.关于酶的基本概念与特性,你可以查阅生物化学书.我们在这里主要关注酶催化的反应,即酶促反应的动力学特性.

简单酶促反应与米氏方程

最简单的酶催化反应的机理可由以下基元反应描述.



其中E即参与催化的酶,S为底物(即反应物),ES为酶-底物复合中间体,P为产物.我们现在来推导该反应的速率方程.

Derivation.

对中间体ES做稳态近似可得

$$\frac{d[ES]}{dt} = k_1[E][S] - k_{-1}[ES] - k_2[ES] = 0$$

于是有

$$[ES] = \frac{k_1[E][S]}{k_{-1} + k_2}$$

根据催化剂的物料守恒可得

$$[E] + [ES] = [E]_0$$

于是

$$[E] = \frac{[E]_0}{1 + \frac{k_1[S]}{k_{-1} + k_2}} \quad [ES] = \frac{k_1[E]_0[S]}{k_{-1} + k_2 + k_1[S]}$$

于是反应的速率即为

$$\frac{d[P]}{dt} = k_2[ES] = \frac{k_1 k_2 [E]_0 [S]}{k_{-1} + k_2 + k_1 [S]}$$

为了简化上式,我们不妨定义 $K_M = \frac{k_{-1} + k_2}{k_1}$, 这样就有

$$[ES] = \frac{[E][S]}{K_M}$$

同理,最后可以得出

$$\frac{d[P]}{dt} = \frac{k_2 [E]_0}{1 + \frac{K_M}{[S]}}$$

如果底物S大大过量,那么就有 $\frac{K_M}{[S]} \sim 0$, 于是

$$\frac{d[P]}{dt} = \frac{k_2 [E]_0}{1 + \frac{K_M}{[S]}} \approx k_2 [E]_0$$

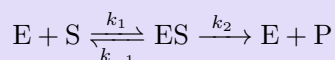
这就是酶的总浓度一定时反应的最大速率,记作 v_{\max} .如此,速率方程亦可以写作

$$v = \frac{v_{\max}}{1 + \frac{K_M}{[S]}}$$

这就是Leonor Michaelis和Maud Menten提出的米氏方程.

Theorem 7D.3.1 米氏方程

对于符合

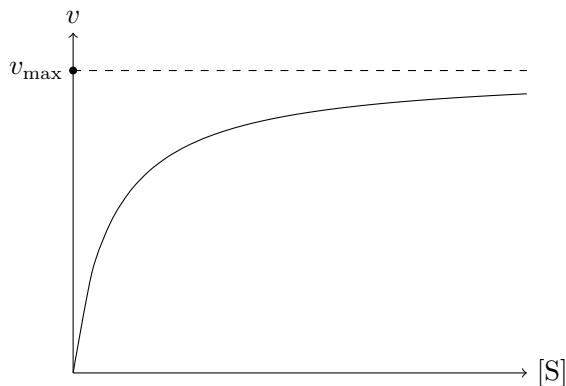


机理的酶促反应,其速率方程为

$$v = \frac{v_{\max}}{1 + \frac{K_M}{[S]}}$$

其中米氏常数 $K_M = \frac{k_{-1} + k_2}{k_1}$. $v_{\max} = k_2[E]_0$,是该反应在酶的总浓度 $[E]_0$ 一定时能达到的最大速率.

以下是 v 对 $[S]$ 作图的结果.可以看出,当 $[S] \ll K_M$ 时近似地有 $v = \frac{v_{\max}}{K_M}[S]$,反应对 S 为准一级.当 $[S] \gg K_M$ 时,反应速率趋近于 v_{\max} ,反应对 $[S]$ 为准零级.



反应速率常数 k_1, k_{-1}, k_2 是较难直接获取的,但米氏方程为我们提供了线性回归测定它们的方式.

Derivation.

将米氏方程变形可得

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_{\max}} + \left(\frac{K_M}{v_{\max}} \right) \frac{1}{[S]}$$

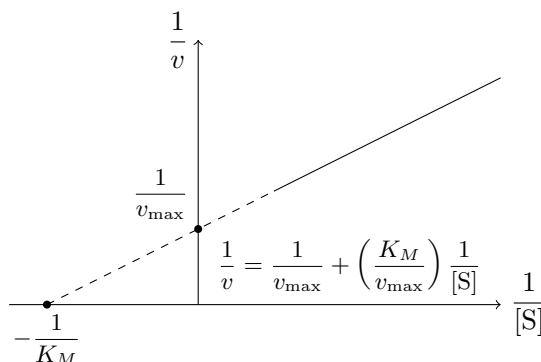
可以看到, $\frac{1}{v}$ 与 $\frac{1}{[S]}$ 成一次函数关系. 测定 S 在不同起始浓度 $[S]_0$ 及其对应的速率 v_0 , 就可以通过线性回归的方式求出斜率 $\frac{K_M}{v_{\max}}$ 和截距 $\frac{1}{v_{\max}}$.

上面的这种方式就是 **Lineweaver-Burk** 作图法.

Theorem 7D.3.2 Lineweaver-Burk 作图法

在符合米氏方程的酶促反应中, 反应速率的倒数 $\frac{1}{v}$ 和底物浓度 $\frac{1}{[S]}$ 成倒数关系, 根据实验数据作图就可以求得米氏常数 K_M . 因此, 这一方法也被称作 **双倒数法**.

下面是由 Lineweaver-Burk 作图法给出 7D.3.1 的图像.



不过, 这一方法仍然不能给出 k_1 和 k_{-1} 的具体值. 我们需要更复杂的手段进行测量, 这里就不再赘述了.

竞争性抑制剂和非竞争性抑制剂

酶对反应体系是敏感的. 一些物质可以与酶发生反应, 进而降低其活性或使其完全失效. 这就是 **抑制剂**.

Definition 7D.3.3 抑制剂

酶抑制剂是一类特异性作用于或影响酶的活性中心或必需基团, 导致酶活性下降或丧失, 进而降低酶促反应速率的物质.

按照抑制剂作用的机理不同, 酶抑制剂可以简单地被分为如下两类.

Definition 7D.3.4 抑制剂的分类

竞争性抑制剂在结构上通常与底物相似. 它和底物不能同时与酶结合, 通常是由于它和底物对酶的同一活性位点都具有亲和力, 故底物和抑制剂竞争结合该位点, 从而使得反应减缓.

非竞争性抑制剂通常与酶的非活性部位结合, 改变酶的结构, 从而降低酶的活性, 但不影响酶

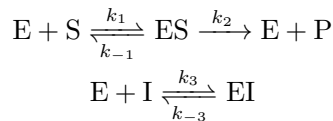
与底物结合.

反竞争性抑制剂仅与酶-底物复合物结合,导致其不能正常发生分解而生成产物.

复合抑制剂可以与酶或酶-底物复合物结合,使得反应的速率减缓.

以上四种抑制剂的结合都是可逆的.不可逆抑制剂通过与酶形成共价键,彻底改变其性质,从而使得反应减缓,并且这一作用是不可逆的.

我们现在来推导竞争性抑制剂存在下反应的速率方程.这一反应的机理可以表述如下.



Derivation.

对ES稳态近似,可知仍然满足米氏方程给出的关系

$$[ES] = \frac{[E][S]}{K_{M,S}}$$

另一方面,对EI稳态近似可得

$$\frac{d[EI]}{dt} = k_3[E][I] - k_{-3}[EI] = 0$$

令 $K_I = \frac{k_3}{k_{-3}}$ 为抑制反应的平衡常数,则有

$$[EI] = \frac{[E][I]}{K_I}$$

由E的物料守恒有

$$\left(1 + \frac{[S]}{K_{M,S}} + \frac{[I]}{K_I}\right) [E] = [E]_0$$

于是反应的速率即为

$$\begin{aligned} v &= \frac{d[P]}{dt} = k_2[ES] = \frac{k_2[E][S]}{K_{M,S}} \\ &= \frac{k_2[S]}{K_{M,S}} \cdot \frac{[E]_0}{1 + \frac{[S]}{K_{M,S}} + \frac{[I]}{K_I}} \\ &= \frac{k_2[E]_0[S]}{[S] + \left(1 + \frac{[I]}{K_I}\right) K_{M,S}} \end{aligned}$$

我们按照Lineweaver-Burk作图法的形式对上式整理可得

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_{\max}} + \frac{K_{M,S}}{v_{\max}} \left(1 + \frac{[I]}{K_I}\right) \frac{1}{[S]}$$

令 $\alpha = 1 + \frac{[I]}{K_I}$, 则上式可以写作

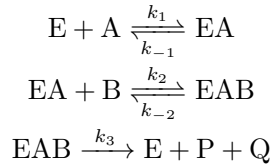
$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_{\max}} + \frac{\alpha K_{M,S}}{v_{\max}} \frac{1}{[S]}$$

可见竞争性抑制剂不改变直线的截距,只改变直线的斜率.这表明它不改变 v_{\max} ,只是使得达到相同速率时S的浓度更高.

多底物酶促反应——单置换反应与双置换反应

实际情况中超过60%的酶促反应都涉及两个及以上的底物.对双底物酶促反应的研究表明有以下几种机理.

如果两种底物A和B需要按照顺序与E结合,然后生成产物,那么这样的机理被称为单置换反应.我们可以将机理表述如下.



现在我们来推导单置换反应的速率方程.

Derivation.

仿照米氏方程的推导方式,对EA和EAB稳态近似可得

$$\frac{d[EA]}{dt} = k_1[E][A] - k_{-1}[EA] - k_2[EA][B] + k_{-2}[EAB] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d[EAB]}{dt} = k_2[EA][B] - k_{-2}[EAB] - k_3[EAB] = 0 \quad (2)$$

不妨令 $K_{M,B} = \frac{k_{-2} + k_3}{k_2}$ 为该反应对B的米氏常数.由(2)可得

$$[EAB] = \frac{k_2[B]}{k_{-2} + k_3} [EA] = \frac{[B]}{K_{M,B}} [EA] \quad (3)$$

由(1)和(3)可得

$$\begin{aligned} [E] &= \frac{(k_{-1} + k_2[B])[EA] - k_{-2}[EAB]}{k_1[A]} \\ &= \frac{k_{-1} + k_2[B] - \frac{k_{-2}[B]}{K_{M,B}}}{k_1[A]} [EA] \\ &= \frac{k_{-1} + \frac{k_3}{K_{M,B}} [B]}{k_1[A]} [EA] \end{aligned} \quad (4)$$

这里由中间量[EA]统一变量可以降低计算的难度.

这样,由(3)和(4),以及E的物料守恒 $[E] + [EA] + [EAB] = [E]_0$ 可得

$$[EA] = \frac{[E]}{[E] + [EA] + [EAB]} [E]_0 = \frac{1}{\frac{k_{-1} + \frac{k_3}{K_{M,B}} [B]}{k_1[A]} + 1 + \frac{[B]}{K_{M,B}}} [E]_0 \quad (5)$$

于是反应的速率即为

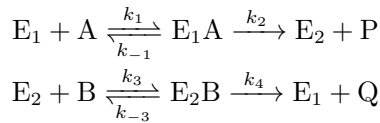
$$\begin{aligned}
 v &= \frac{d[P]}{dt} = k_3[EAB] = \frac{k_2 k_3 [B]}{k_{-2} + k_3} [EA] \\
 &= \frac{1}{\frac{K_{M,B}}{k_3 [B]}} \cdot \frac{[E]_0}{\frac{k_{-1} + \frac{k_3}{K_{M,B}} [B]}{k_1 [A]} + 1 + \frac{[B]}{K_{M,B}}} \\
 &= \frac{[E]_0}{\left(\frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_1 [A]} \right) + \frac{K_{M,B}}{k_3} \left(1 + \frac{k_{-1}}{k_1 [A]} \right) \frac{1}{[B]}}
 \end{aligned} \tag{6}$$

我们按照Lineweaver-Burk作图法的形式对(6)整理可得

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{[E]_0} \left[\left(\frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_1 [A]} \right) + \frac{K_{M,B}}{k_3} \left(1 + \frac{k_{-1}}{k_1 [A]} \right) \frac{1}{[B]} \right] \tag{7}$$

以 $\frac{1}{v}$ 对 $\frac{1}{[B]}$ 作图,将得到斜率为 $\frac{K_{M,B}}{k_3 [E]_0} \left(1 + \frac{k_{-1}}{k_1 [A]} \right)$,截距为 $\frac{1}{[E]_0} \left(\frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_1 [A]} \right)$ 的直线.因此,改变[A],直线的斜率和截距将发生变化.这是单置换反应的特征.

如果底物A与酶 E_1 反应后生成修饰形式的酶 E_2 ,然后与另一种底物B反应生成原先的酶,如此循环往复,那么这样的机理被称为**双置换反应**.我们可以将机理表述如下.



现在我们来推导双置换反应的速率方程.

Derivation.

这一反应由两个相关的米氏反应构成.我们先对 E_1A 和 E_2B 稳态近似可得

$$\frac{d[E_1A]}{dt} = k_1[E_1][A] - (k_{-1} + k_2)[E_1A] = 0 \quad [E_1A] = \frac{[E_1][A]}{K_{M,A}} \tag{1}$$

$$\frac{d[E_2B]}{dt} = k_3[E_2][B] - (k_{-3} + k_4)[E_2B] = 0 \quad [E_2B] = \frac{[E_2][B]}{K_{M,B}} \tag{2}$$

其中 $K_{M,A}$ 和 $K_{M,B}$ 分别为两步的米氏常数.

体系处于稳态时, E_1 和 E_2 的浓度也应当变化不大(否则就不满足 E_1A 和 E_2B 的稳态近似).于是有

$$\frac{d[E_1]}{dt} = k_4[E_2B] + k_{-1}[E_1A] - k_1[E_1][A] \tag{3}$$

(1) + (3)可得

$$k_4[E_2B] = k_2[E_1A] \tag{4}$$

结合(1)(2)和(4)和物料守恒 $[E_1] + [E_1A] + [E_2] + [E_2B] = [E]_0$ 可得

$$[E_1A] = \frac{[E]_0}{\frac{K_{M,A}}{[A]} + 1 + \frac{k_2}{k_4} \left(\frac{K_{M,B}}{[B]} + 1 \right)} \quad (5)$$

于是反应的速率即为

$$v = k_2[E_1A] = \frac{[E]_0}{\frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_4} + \frac{K_{M,A}}{k_2[A]} + \frac{K_{M,B}}{k_4[B]}} \quad (6)$$

我们按照Lineweaver-Burk作图法的形式对(6)整理可得

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{[E]_0} \left[\frac{K_{M,B}}{k_4} \frac{1}{[B]} + \left(\frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_4} + \frac{K_{M,A}}{k_2[A]} \right) \right] \quad (7)$$

以 $\frac{1}{v}$ 对 $\frac{1}{[B]}$ 作图,将得到斜率为 $\frac{K_{M,B}}{k_4[E]_0}$,截距为 $\frac{1}{[E]_0} \left(\frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_4} + \frac{K_{M,A}}{k_2[A]} \right)$ 的一条直线.因此,改变A,直线的斜率不变而截距变化.这是双置换反应的特征.