

# 0A 极限与导数

极限论是研究微积分的基本工具.

## 0A.1 函数与极限

### 函数

想必你已经与函数这一概念打过不少交道了.我们在此再一次地给出函数的定义,以开始我们对高等数学的学习.

#### Definition 0A.1.1 函数

设 $x$ 与 $y$ 两个变量分别在集合 $X$ 与 $Y$ 中取值.如果有一种规则 $f$ ,使得对于每个 $x \in X$ 都有唯一确定的 $y \in Y$ 与之对应,那么我们称 $f$ 是一个**函数**(有时也称为**映射**),记作 $f : X \rightarrow Y$ ,并称 $X$ 为 $f$ 的**定义域**,所有 $x$ 能对应的 $y$ 构成的集合称为 $f$ 的**值域**.

如果这样的对应关系能用关于 $x$ 的表达式表示出来,那么这个表达式就是 $f$ 的解析式.我们可以把它写成 $y = f(x)$ 的形式.

在我们的学习中,大部分的物理量之间都有良好的函数关系(至少大部分时候它们的定义域都是一个区间而非分散的点集,更多时候是正实数集 $\mathbb{R}^*$ ).因此你不必为这个看起来比较严格而奇怪的定义伤脑筋,而大可以用你早先就知道的函数的定义. **极限**

微积分中的两个基本概念,即导数(微商)和定积分,都是建立在极限的概念的基础之上的.尽管我们在以后的学习中主要用到的是微积分的知识,而且并不需要像理论数学一样进行严格的证明,但是简单地学习极限论以了解微积分的基本思想却是必要的.