1 矩阵的运算

1.1 矩阵的加法, 数乘和乘法

定义 1.1 矩阵的加法 设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$, $\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{m\times n}$, 令

$$\boldsymbol{C}=(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$$

则称 $\boldsymbol{C}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的和, 记作 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$.

定义 1.2 矩阵的数乘 设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$, 对于 $k\in K$, 令

$$\boldsymbol{A}=(k_ij)_{m\times n}$$

则称 $\boldsymbol{M}$ 是 k 与矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的数量积, 记作 $\boldsymbol{M}=k\boldsymbol{A}$.

定义 1.3 矩阵的乘法 设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{s\times n}$, $\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{n\times m}$, 令

$$\boldsymbol{C}=(c_{ij})_{m\times n}$$

其中

$$c_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj}$$

则称 $\boldsymbol{C}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的积, 记作 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}$.

矩阵乘法满足结合律, 但不满足交换律.

定义 1.4 恒等矩阵 对角线元素为 1, 其余元素均为 0 的 $n\times n$ 级矩阵称作 n 阶恒等矩阵, 记作 $\boldsymbol{I}_n$.

定义 1.5 可交换矩阵 如果 n 级方阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 满足

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{A}$$

则称 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 是可交换的.

1.2 特殊矩阵

1.2.1 对角矩阵

定义 1.6 对角矩阵 除主对角线上的元素以外, 其它元素均为 0 的矩阵称作对角矩阵, 记作 $\mathrm{diag}\{a_1, \cdots, a_n\}$, 其中 $a_1, \cdots, a_n$ 为对角线上的元素.