II. Fill the blanks

1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, 0, $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2). 5×10^{-6}, 10.003, and

3) 2.367, 0.15.

4) $\begin{bmatrix}1 & \\ 2 & 1\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}2 & 1\\ & 2\end{bmatrix}$.

5) $-\frac{(x-1)(x-4)}{2}$, $\frac{(x-2)(x-4)}{3}$, $\frac{(x-2)(x-1)}{6}$.

III. (1). $x_n=4x_{n-1}+3=4(4x_{n-2}+3)+3=\cdots=4^n x_0+3+3\times4+\cdots+3\times4^{n-1}$

$\therefore$ the rounding error at x_n is $4^n\varepsilon$.

同理，$x_n=\frac{1}{6}x_{n-1}+5$ 的 rounding error at x_n 是 $\frac{1}{6^n}\cdot\varepsilon$.

(2). $x_n=\frac{1}{6}x_{n-1}+5$ 更稳定，因为它不会扩大误差，第一种公式会使误差放大.

IV. 解：

$f(x)=1$ 时，$\int_0^1 x\,dx=\frac{1}{2}=A+B+C$

$f(x)=x$ 时，$\int_0^1 x^2\,dx=\frac{1}{3}=B+0.5C$

$f(x)=x^2$ 时，$\int_0^1 x^3\,dx=\frac{1}{4}=B+0.25C$.

解得 $\begin{cases}A=0\\ B=\frac{1}{6}\\ C=\frac{1}{3}\end{cases}$ $\therefore A=0,\ B=\frac{1}{6},\ C=\frac{1}{3}$

V. 解：

(1). $X^{(k)}=(A\omega+I)X^{(k-1)}-\omega\vec{b}$

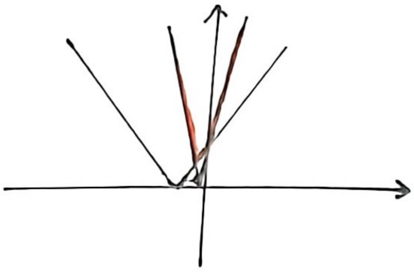
令 $H=A\omega+I=\begin{bmatrix}6\omega+1 & 2\omega\\ 0 & 4\omega+1\end{bmatrix}$ 则 $\rho(H)<1$ 为收敛的充要条件.

$\therefore (6\omega+1-\lambda)(4\omega+1-\lambda)=0$ 即 $\lambda_1=4\omega+1$ $\lambda_2=6\omega+1$.

由上述条件知 $\begin{cases}|4\omega+1|<1\\ |6\omega+1|<1\end{cases}$ $\therefore$ 解得 $\omega\in(-\frac{1}{3},0)$

$\therefore \omega$ 在 $(-\frac{1}{3},0)$ 区间内收敛. (第(2)问见下一页纸).

(2). w 取谱半径最大值的最小值处时收敛最快



由线性规划知．$4w+1=-6w-1$ 时满足条件．

解得 $w=-\frac{1}{5}$ 满足第一问收敛区间．

$\therefore w=-\frac{1}{5}$ 时收敛最快．

VI. 解：由题，$\log_2 y = ax+b$．令 $z=\log_2 y$．

x	0	1	4
z	0	1	3
w	1	1	1

得到方程：$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 17 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 13 \end{bmatrix}$

解得 $\begin{cases} a=\frac{19}{26} \\ b=\frac{3}{26} \end{cases}$　　$\therefore y = 2^{\frac{19}{26}x+\frac{3}{26}}$

VII 解：由题得如下式子：设 $\begin{cases} S_0(x)=Ax+Bx^2+Cx^3, & \text{if } 0\le x<1 \\ S_1(x)=1+D(x-1)+E(x-1)^2+F(x-1)^3, & \text{if } 1\le x\le 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} S_1(2)=y(2) \\ S_0(1)=y(1) \\ S_0'(1)=S_1'(1) \\ S_0''(1)=S_1''(1) \\ S_0'(0)=0 \\ S_1'(2)=0 \end{cases}$$

即：
$$\begin{cases} 1+D+E+F=6 \\ A+B+C=1 \\ 3C+2B+A=D \\ 6C+2B=2E \\ A=0 \\ D+2E+3F=0 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} A=0 \\ B=-\frac{3}{2} \\ C=\frac{5}{2} \\ D=\frac{9}{2} \\ E=6 \\ F=-\frac{11}{2} \end{cases}$$

$\therefore S_0(x) = -\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{2}x^3,\ 0\le x<1.$

$S_1(x) = 1+\frac{9}{2}(x-1)+6(x-1)^2+(-\frac{11}{2})(x-1)^3,\ 1\le x\le 2$

即 $S(x)=\begin{cases} -\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{2}x^3, & 0\le x<1 \\ 1+\frac{9}{2}(x-1)+6(x-1)^2-\frac{11}{2}(x-1)^3, & 1\le x\le 2 \end{cases}$