一、解：先将车票按照时间顺序从小到大排序，依次连一条单向边，最开始设一个虚拟点 u，无意义。

每条边的权重 $W_{i,i+1} = P_{i+1}$

然后考虑买票，买票后在 T 天内降价，则对于每一个 V_i，假设在 V_i 时买票，找到有效时间范围最远的点 V_j，在 V_i 与 V_j 上连一条边，

这条边的权重 $W_{ij} = \beta(P_{i+1}+P_{i+2}+\cdots+P_j)+C$

V_n 连接 w 点，$W_{V_n,w}=0$

此时，问题等价于寻找从 u 到 w 的最短路。

二、解：

(1) 令状态变化为 $(V_L^k, V_R^k, b^k) \xrightarrow{B_k} (V_L^{k+1}, V_R^{k+1}, b^{k+1})$，$B_k$ 为船中载物。

则初始状态为 $V_L^0 = V$，$V_R^0 = \emptyset$，$b^0 =$ 左

结束状态为 $V_L^n = \emptyset$　$V_R^n = V$，$b^n =$ 右

$|B_k| \leq k$。

$b^k =$ 左，则 $B_{k-1} \cup V_L^{k-1} = V_L^k \cup B_k$，　$V_R^k = V_R^{k-1}$

$b^k =$ 右，则 $B_{k-1} \cup V_R^{k-1} = V_R^k \cup B_k$，　$V_L^k = V_L^{k-1}$

(2) 若 $k^* < \beta(G)$，则在第一次运输中，必有 $v_1, v_2 \in V_L^1$ 且 $(v_1, v_2) \in E$，运送失败。

若 $k^* = \beta(G)+1$，则每次运输均带 $\tau(G)$ 和任一其他 V 到对岸即可，则运送总能成功　$\therefore k^* \leq \beta(G)+1$

综上所述，$\beta(G) \leq k^* \leq \beta(G)+1$。

(3) ① 把 X 留在左边，带上 Y 到右边，然后将 Y_2 带回来，即 $X|Y-Y_1|Y_1$

② 现在船上有 Y_1 或更多个位置，将 X_1 分为最大为 Y_1 的部分并带过去 $X_2, X_3|Y-Y_1|X_1, Y_1$

③ $X_2, X_{32}|Y-Y_1, X_{31}|X_1, Y_1$　　$X_2, X_{32}|Y|X_1, X_{31}$

$X_2, Y_2 | Y - Y_2, X_{32} | X_1, X_{31}$　$X_2, Y_2 | Y - Y_2 | X_1, X_3$

④ 现在船上有至少 Y_2 个位置，用来运输 X_2。$Y_2 | Y - Y_2 | X$

⑤ 将 Y_2 运到对岸。$\emptyset | Y | X$.

总长度 $L \le 2 + 2\left\lceil \frac{|X_3|}{|Y_1|} \right\rceil + 4 + 2 + \left\lceil \frac{|X_1|}{|Y_1|} \right\rceil + 1 \le 2|V| - 2|X_3| + 5$.

若 $|X_3| \ge 2$，则最长为 $2|V|+1$.

若 $|X_3| = 1$，则 ② 可以用 $X_2, X_3 | Y | X_1$ 替代

③ 用 $X_2, Y_2 | Y - Y_2, Y_3 | X_1$ 和 $X_2, Y_2 | Y - Y_2 | X_1, X_3$ 替代

若 $|X_3| = 0$，② 用 $X_2 | Y | X_1$ 替代，不用进行③，在第一次进行④时将 Y_2 留在左边

综上所述，运输次数不超过 $2|V|+1$.