一、解：

(1). $V_{n+1}=0$. 终止时的状态.

递归关系：$V_i = \alpha_i \max(U_i, V_{i+1}) + (1-\alpha_i) V_{i+1}$

(2). $y_i = \begin{cases} 1 & \text{，如果车位空闲就停.} \\ 0 & \text{，跳过该车位.} \end{cases}$

$x_i = \alpha_i \max(U_i - V_{i+1}, 0)$.

目标函数：$\min \sum_{i=1}^{n} x_i$

限制条件：$\begin{cases} x_i \geq 0 \\ x_i \geq \alpha_i (U_i - \sum_{j=i+1}^{n} x_i) \\ x_i (1-y_i) = 0. \end{cases}$

二、解：

(1) 速度为 V_0，则 $V_0 \leq V_k$.

∵ 使巡逻间隙小，∴ $V_0 = V_k$.

∴ 巡逻间隙为 $\frac{1}{kV_k}$

(2) 证明：机器人 i 连续两次经过的时间差为 $\Delta T = \frac{1}{V_i} = \frac{i}{V}$

这段时间有 l 个机器人经过，则共有 $l+1$ 个巡逻间隙.

记巡逻间隙的最大值为 T_m，则 $(T_m)_{min} = \frac{\Delta T}{l+1}$ ∵ $i \geq l+1$

又 ∵ $\Delta T = \frac{i}{V}$ ∴ $(T_m)_{min} = \frac{1}{V} \cdot \frac{i}{l+1} \geq \frac{1}{V}$

∴ 巡逻间隙不会小于 $\frac{1}{V}$