# 一、

解：

(1) 每位市民可以选择参与维修或者不参与维修

假设xi表示市民的策略，$x_i$={0,1}，0表示不维修，1表示维修

$w_i = v\sum x - cx_i$

v>c，所以Nash均衡为当且仅当存在一个$x_i = 1$，其余为0

总共n种。

(2) 第1, 2 ,...,n-1位市民均采用策略(p,q)，第n位市民采用纯策略“参与维修”时，第n位市民的期望收益是v-c。第1, 2 ,...,n-1位市民均采用策略(p,q)，第n位市民采用纯策略“视而不见”时，第n位市民的期望收益是$v*(1-q^{n-1})$。

(3) 显然，当所有市民都采取策略"参与维修"时是一个对称Nash均衡。

对于混合策略意义下的对称Nash均衡，我们可以假设所有市民采取的混合策略均相同，即(p,1-p)。

则有：

$p*v+(1-p)*v*[1-(1-p)^{n-2}] = p*(v-c)+(1-p)*(v-c)$

解得$p = 1-\sqrt[n-1]{\frac{c}{v}}$

因此，所有市民采取视而不见时是一个混合策略意义下的对称Nash均衡。

这表明每个人利益最大不一定集体利益最大化。

# 二、

解：

(1) 根据题意，我们可以构造出机构的收益矩阵如下：

| | **机构检查** | **机构不检查** |
|---|---|---|
| 企业排放 | 1 | -1 |
| 企业不排放 | V(m-1,n-1) | V(m,n-1) |

(2) V(m,n)满足的递推关系为：

第一天企业排放的概率为p，

$V(m,n) = \frac{V(m,n-1)+V(m-1,n-1)}{2+V(m,n-1)-V(m-1,n-1)}$

初始条件：

V(0,n)=-1

V(n,n)=1

(3)

$V(1,n) = \frac{V(1,n-1)+V(0,n-1)}{2+V(1,n)-V(0,n)} = \frac{V(1,n-1)-1}{V(1,n-1)+3}$

$a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 3}$

$a_1 = 1$

所以$a_{n+1} = V(1, n) = \frac{2}{n} - 1$