

1 Результаты решения задачи для упругой трубы для одномерного случая

Рассмотрим случай, когда внутреннее давление $p_a = 20$ МПа, внешнее давление $p_b = 0$ МПа. Тогда аналитическое радиальное перемещение считается по формуле :

$$u = \frac{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}{E} \frac{p_a a^2}{b^2 - a^2} r + \frac{1 + \nu}{E} \frac{a^2 b^2}{r} \frac{p_a}{b^2 - a^2}. \quad (1)$$

Вычисление аналитического радиального напряжения производится по формуле :

$$\sigma_{rr} = \frac{p_a a^2}{b^2 - a^2} - \frac{a^2 b^2}{r^2} \frac{p_a}{b^2 - a^2} \quad (2)$$

Вычисление аналитического окружного напряжения производится по формуле :

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{p_a a^2}{b^2 - a^2} + \frac{a^2 b^2}{r^2} \frac{p_a}{b^2 - a^2} \quad (3)$$

Для решения поставленной задачи примем, что материал цилиндра имеет следующие параметры: модуль Юнга $E = 70000$ МПа и коэффициент Пуассона $\nu = 0.34$. Внутренний радиус цилиндра $a = 10$ мм, внешний радиус цилиндра $b = 20$ мм.

Расчёт относительной погрешности произведён по формуле для нормы, являющейся конечномерным аналогом следующих пространства L_2 :

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(u_i^{an} - u_i^{me})^2}{(u_i^{an})^2} \frac{s_i}{\sum s_i}} \quad (4)$$

где u^{an} - аналитическое решение, u^{me} - численное решение, s_i - полусумма двух шагов $\frac{h_i + h_{i+1}}{2}$, $\sum s_i$ - сумма всех шагов на всём отрезке.

Коэффициент относительного захлёста (Overlapping coefficient) - 0.2. Критерий останова - 10^{-4} .

Кол-во подобластей	Критерий останова ε			
	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
2	59	92	124	157
4	205	387	576	765
10	609	1691	3062	4473

Проведена серия расчётов на сетке N=100. Результаты расчётов представлены ниже.

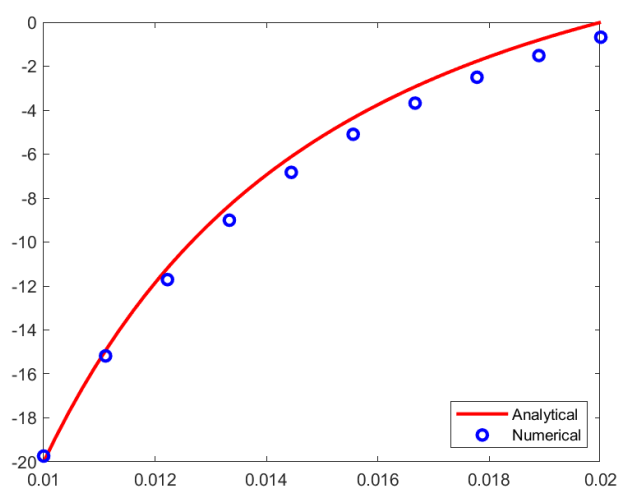


Рис. 1: Зависимость радиальных напряжений от радиуса

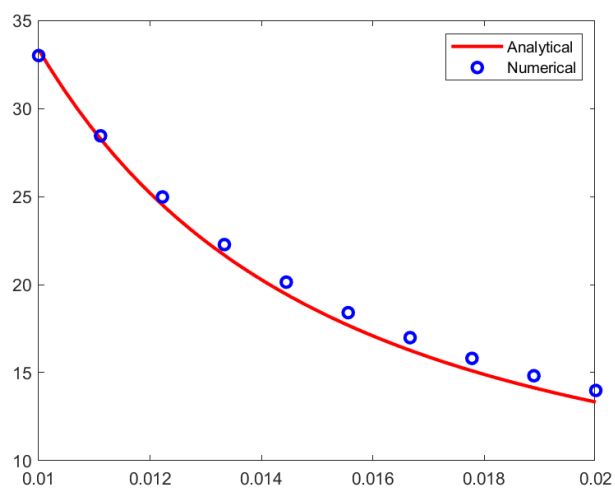


Рис. 2: Зависимость окружных напряжений от радиуса

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Математические модели механики и электродинамики сплошной среды. - М. МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2008.-512 с.
- [2] Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. - М. МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2010.-591 с.
- [3] Сагдеева, Ю.А. Введение в метод конечных элементов: метод.пособие/Ю.А.Сагдеева, С.П.Копысов, А.К.Новиков.-Ижевск:Изд-во "Удмуртский университет".2011. 44с
- [4] Погорелов В.И. Строительная механика тонкостенных конструкций.-СПб.: БХВ-Петербург,2007.-528 с.:ил.
- [5] Алексеев Г.В. Численные методы математической физики.Введение в метод конечных элементов.-Владивосток:Изд-во "Институт прикладной математики ДВО РАН".1999. 125с.
- [6] Князева А.Г. Теплофизические основы современных методов металлообработки.-Томск:Изд-во "Томский политехнический университет".2009.-48 с.
- [7] Князева А.Г. Различные варианты метода прогонки.-Томск:Изд-во "Томский политехнический университет".2006.-8 с.
- [8] Галанин М.П., Савенков Е.Б. Методы численного анализа математических моделей. - М. МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2010.-591 с.
- [9] Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. Учебник для студентов вузов. Изд. 2-е, перераб. и доп. М., «Машиностроение», 1975, 400 с. с ил.
- [10] Писаренко Г. С., Можаровский Н. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. Справочное пособие— Киев: Наук. думка, 1981.— 496 с.
- [11] Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. М.: Мир, 1981. - 216 с.

- [12] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Fox D.D. The finite element method for solid and structural mechanics, 5th Edition. - Elsevier, 2014. — 657 p
- [13] Глизнуцина П.В., Лукин В.В., Родин А.С. Реализация условия механического контакта упругих тел в рамках МКЭ при различном выборе базисных функций: одномерный случай // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. № 90. 25 с.
- [14] Станкевич И.В., Волков С.С. Алгоритмы решения краевых задач МДТТ с учётом деформации ползучести. Математика и математическое моделирование. 2018;(1):1-14.
- [15] В.Л. Рвачев. Геометрические приложения алгебры логики. Изд-во «Техника», Киев, 1967 г.