Eötvös Loránd Tudományegyetem
Informatikai Kar
Numerikus Analízis Tanszék

A Ljapunov-Schmidt-módszer

Dr. Kovács Sándor
Adjunktus

Lipták Bence Gábor
Programtervező Informatikus MSc

Budapest, 2018.

Tartalomjegyzék

1. fejezet

Bevezetés

2. fejezet

Funkcionálanalízis kiegészítés

Ahhoz, hogy a Ljapunov-Schmidt-módszert ismertethessük, szükségünk van a faktorterek és a Fredholm-operátorok fogalmaira.

2.1. Faktorterek

Először is ismertessük a faktorterek definícióját, és az alkalmazásunk szempontjából fontos tulajdonságait, a [1] könyv 4.2 fejezete alapján.

2.1.1. Definíció. *Legyen V egy $\mathbb{K}$ feletti lineáris tér, $U \subset V$ pedig egy altere. A V tér U szerinti faktortere*

$$V/U := \{v + U \mid v \in V\}, \tag{2.1}$$

ahol

$$v + U := \{v + u \mid u \in U\}. \tag{2.2}$$

Így egy lineáris térben egy altér segítségével definiáltunk egy halmazrendszert. A következő állítással megfogalmazzuk, hogy a kapott halmazok és az U altér között mi az összefüggés.

2.1.1. Állítás. *Ha V egy $\mathbb{K}$ feletti lineáris tér, $U \subset V$ egy altere, akkor $\forall v, v' \in V$-re*

$$v + U = v' + U \Leftrightarrow v - v' \in U. \tag{2.3}$$

Ennek segítségével belátható, hogy ha "$v - v' \in U$" feltétellel definiálunk egy relációt V elemein, akkor az egy ekvivalenciareláció és az ekvivalenciaosztályok pedig a V/U faktortér elemei. Ezután definiáljunk műveleteket a faktortéren.

2.1.1. Tétel. *Legyen V egy $\mathbb{K}$ feletti lineáris tér, $U \subset V$ egy altere, ekkor*

- *Megadunk*

$$V/U \times V/U \longrightarrow V/U$$
$$\mathbb{K} \times V/U \longrightarrow V/U$$

leképezéseket a következő módon

$$(v_1 + U) + (v_2 + U) := (v_1 + v_2) + U \tag{2.4}$$
$$\alpha(v + U) := \alpha v + U \tag{2.5}$$

melyek jól definiáltak.

- *A V/U faktortér ezekkel a műveletekkel egy $\mathbb{K}$ feletti lineáris tér.*

- *Az úgynevezett kanonikus π_U leképezés, melyet*

$$\pi_U(v) := v + U \ (v \in V)$$

módon definiálunk lineáris operátor V és V/U között.

Irodalomjegyzék

[1] R. Scharlau, *TODO*. TODO, 2006? TODO.