T1 评估 (assess)

题目中所求解的 $|a_i - a_j|^2 = (a_i - a_j)^2$,这样我们可以不考虑绝对值。

对于 40% 的数据,由于此时 n 较小,我们可以根据题意进行模拟,枚举 i,j 后直接求得答案,时间复杂度 $O(n^2)$ 。

对于 100% 的数据, 我们给出两种解法。

解法一: $(a_i - a_j)^2 = a_i^2 + a_j^2 - 2 \times a_i \times a_j$ 。于是我们将所求的答案拆分为 $a_i^2 + a_j^2$ 与 $-2 \times a_i \times a_j$ 两部分。前一部分 i 与 j 独立,我们只需要对每一个 i 求出它的贡献,即

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n a_i^2 + a_j^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 imes (n-1)^n$$

对于后一部分

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} -2 imes a_i imes a_j = \sum_{i=1}^{n-1} -2 imes a_i imes \sum_{j=i+1}^{n} a_j$$

j 求和的部分可以用前缀和求解,总时间复杂度 O(n)。

解法二:注意到 a_i 的值域较小,我们用桶记录每一个值出现的次数,接着考虑不同的桶之间相互的贡献。不妨设 i 出现的次数为 c_i ,最后桶 i,j 之间的贡献为 $(i-j)^2 \times c_i \times c_j$ 。时间复杂度 $O(m^2)$ (m表示 a_i 的值域大小)。

T2 拆分数字 (split)

容易发现,对于所有 n 都一定能表示(指用 m_1, m_2, \ldots),不过不一定是 k 个数。那我们可以求出最少和最多用多少个数表示,再看看能否累加或减少到 k 个。

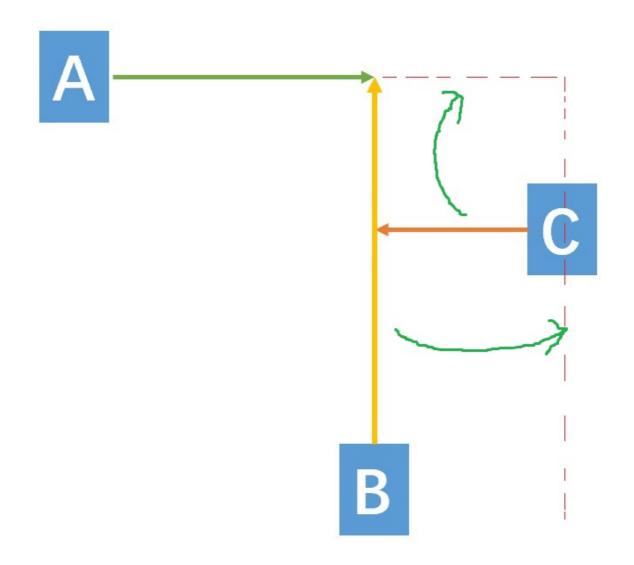
首先最多一定是 $n=3^0 \times n$,最少则是 n 在三进制下的非零数的个数,不妨设其为 m。如果 m>k,一定无解,m=k 有解。m< k 则需要尝试拆分调整。

观察到我们可以进行这样的拆分: $3^i=3^{i-1}+3^{i-1}+3^{i-1}$,即进行这样的一次拆分可以使原本的 m 增加 2。而 $n\geq k$,所有 m 一直拆分下去,一定有一个时刻 $\geq k$ 。只需要判断 m,k 的奇偶性是否相同即可。

T3 露营 (camp)

这是一道贪心题。假如这是一个数轴而非平面上的问题,最少的清除个数即为最远的两点中间的所有小方格。

但若在平面上,我们可以分为 x,y 轴,合理猜想,答案为 x 方向上的答案加上 y 方向上的答案。



即类似上图的关系,我们可以通过适当的平移,将红虚线部分移至橙线与黄线部分。

T4 寻宝 (treasure)

首先考虑没有法术的情况,那么很显然,直接从左上角起点开始往右和下找,每次都取当前次字典序更小的那个字母,如果有多个相同的,就全部考虑进去,在下一步中将所有的这些点当作起点一起考虑。 其实就是类似使用 [BFS] 处理的分层最短路。

当我们使用里法术之后呢?很显然,为了使最终的答案字典序最小,肯定将从起点开始,将经过的所有非字母 a 的字母全部变为字母 a,这样得到的字典序最小。那么,我们将使用 k 次法术最远能够到的地方全部计算出来,再用 BFS 的方法后半部分内容,也能找到对应的答案,具体如下。

如何统计使用 k 次法术能到达的最远地方? 我们可以使用 dp 。 定义 $f_{i,j}$ 表示从起点开始,到坐标 (i,j) 的路径上,最少非 a 字母数量。转移为 $f_{i,j} = \min(f_{i-1,j},f_{i,j-1}) + [(i,j) \neq' a']$ 。

那么,只要 $f_{i,j} \leq k$,我们就能使从起点开始到 (i,j) 的路径上最后所有的小写字母均为 a。而我们要字典序最小,就需要找出符合要求的答案里边的值 i+j 最大的那一些(即路径最长,前缀 a 最多)。再从这些满足最大值的点开始进行 BFS 分层处理,就能找出最终字典序最小的序列。