

T1 magic

因为 $x = \max(a, b)$, $y = \max(a, c)$, 所以 $\max(x, y) = \max(a, b, c)$

同理, $\max(y, z) = \max(x, z) = \max(a, b, c)$

当且仅当 x, y, z 中两两之间最大值都相同时才有答案, 否则输出 NO

不妨设 $a \geq b \geq c$

那么有 $x = a, y = b, z = c$

还有 $x = z \geq y$

也就是说有解必须满足其中有两个数相等, 且这两个数都不小于第三个

60 pts 是 int 范围

100 pts 是 long long 范围

T2 count

枚举 x 的具体权值判定是否是回文数, 复杂度 n 的三次根号。

T3 gcd

30 pts

枚举两个数并判断, $O(n^2 \log n)$

60 pts

根据 xor 的性质, $a \text{ xor } b = c$ 等价于 $a \text{ xor } c = b$

那么有 $\gcd(a, b) = \gcd(a, a \text{ xor } c) = c$

而其中 c 是 a 的约数, 因此我们可以枚举 c , 再枚举 $a = i \times c$, 由于

$\frac{n}{1} + \frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \dots + \frac{n}{n} = O(n \log n)$, 再算上 gcd 的一只 \log , 总复杂度 $O(n \log^2 n)$

100 pts

因为 $a = b$ 是肯定无解, 所以不妨设 $a > b$

那么有 $\gcd(a, b) \leq a - b, a \text{ xor } b \geq a - b$, 很明显有 $c = a - b$ 。那么我们在 60 pts 的算法基础上, 有 $\gcd(a, a - c) = c$, 所以我们只需判断 $a \text{ xor } c = a - c$ 即可, 复杂度 $O(n \log n)$

T4 inverse

20 pts

指数暴力枚举每个机遇选或不选

50 pts

考虑一个 DP

$f(i, j, k)$ 表示经过 i 次机遇后, $a_j > a_k$ 的方案数

如何统计答案?

答案就是所有满足 $i < j$ 的 $f(m, i, j)$ 之和

如何转移?

枚举状态 i, j, k , 设第 i 次机会是交换 a_x 和 a_y

若 x, y 和 j, k 完全不同, 则 $f(i, j, k) = 2 \times f(i-1, j, k)$

若 $x = j, y \neq k$, 则

$$f(i, j, k) = f(i-1, x, k) + f(i-1, y, k), \quad f(i, k, j) = f(i-1, k, x) + f(i-1, k, y)$$

若 $x = j, y = k$, 则 $f(i, j, k) = f(i-1, j, k) + f(i-1, k, j)$

复杂度 $O(n^3)$

100 pts

怎么优化?

第一维可以滚动数组。

注意到, 每次转移只有 $O(n)$ 个位置不是 $\times 2$, 其他 $O(n^2)$ 个位置都是 $\times 2$

那么通过这个观察, 我们能否优化掉这 $O(n^2)$ 个位置的转移呢?

答案是可以的, 我们设

$$g(i, j, k) = \frac{f(i, j, k)}{2^i}, \text{ 这样每次就不需要 } \times 2 \text{ 了, 最终答案 } \times 2^m \text{ 即可}$$

时间复杂度 $O(nm)$