T1 染色 (paint)

数据范围很小,而且所涉及到的端点全都是整数,所以我们可以直接枚举i,判断[i,i+1)这一段是否即涂蓝又涂红,实则是一个区间包含关系的判断。

但是也不用这么麻烦,翻译题意后,我们要求的是两个区间的交。我们可以先判断两个区间是否有交集,若存在交集,答案为 $\min(R_1,R_2) - \max(L_1,L_2)$,否则答案为 0。

T2 石头称重 (stone)

最暴力的方式是将所有可能的重量都求出来,排序后选择第k小的。那么该如何优化解法呢?

题目中有一个非常重要的性质:编号为i的石头比所有编号小于i的石头加起来的重量还要重。意思就是无论在所有编号小于i的石头怎么选重量都不如直接选i得到的重量重。

这其实与二进制有相同的性质,对于二进制的第 i 位,一定比 $0\sim i-1$ 位之和更大。于是我们利用二进制的方式解决此题。

如果 k 的二进制下第 0 位为 1,则选择第 1 块石头;第 1 位为 1,则选择第 2 块石头;依次类推,最终我们就得到了所选的石头的集合,将重量相加即可。

T3 字符串 (string)

首先来进行分析,上面情况下字符串满足规则。题意中的规则过于复杂,我们从简单的情况来进行分析。首先对于长度为 2 的连续子串,只要两个字符不同就满足。对于长度为 3 的,要求三个字符各不相同。当考虑长度大于 3 的连续子串时,我们发现只要其内部没有不合法的长度为 3 的子串,它就一定合法。例如 abaca 是不合法的子串,那么其内部一定有长度为 3 的不合法子串,如 aba。

有了上述性质,我们尝试使用动态规划解决该题。设 $f_{i,j,k}$ 表示前 i 个字符中,第 i-1 个字符为 j,第 i 个字符为 k,且到第 i 个字符为止的串合法。转移时保证下一个字符与前两个字符不同即可。

T4 喵喵 (meow)

首先能看出这是一道最短路题目。由于最终所有的流浪猫都要聚集到点 1,我们运用 Dijkstra 算法求出每个点到点 1 的最短路径改如何走(这里要注意字典序)。

然后来考虑如何求解总时间。先假设不增加捷径。由于所有流浪猫走向点 1 的路径最后会形成一棵树, 也就是所谓的最短路径树,我们可以直接建出这棵树,在树上来求解总时间。

求解总时间有两种方法。一是对于每一个点,求从这个点到点 1 的距离,再求和。二是考虑最短路径树上的一条边,求出经过这条边的总猫猫数量,也即是子树内的猫猫数量。

此处使用第二种方式更利于后续分析。现在我们思考如何增加捷径。沿用上文的第二种方法,当子树i内的所有猫猫都汇聚在点i,我们在1,i之间建立一条捷径后,每只猫猫会少走 dis_i-t ,其中 dis_i 表示点i到点1的最短距离。于是,枚举所有点求出节省时间最大值即可。