T1 舞蹈机器人 (dance)

最简单的方法是找规律。对于机器人的移动而言,因为第二次移动的方向必须是在第一次的基础上进行旋转,所以对于整个机器人的移动过程而言,每两次移动就相当于是在正方形的对角线上移动了一次(即斜着走了一步)。那么,当 n 为偶数时,经过模拟可以发现,最终能够到达的所有点构成了边长为n/2+1 的正方形,即答案就为 $(n/2+1)^2$ 。对于奇数点而言,最终得到的图形就是两个长为 n/2+2,宽为 n/2+1 的长方形,因此答案就为 $2\times(n/2+1)\times(n/2+2)$ 。

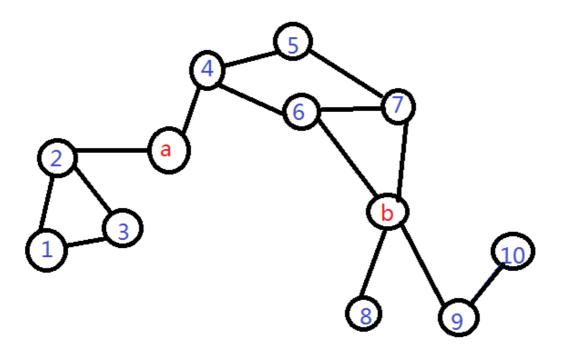
T2 狗是啥呀 (dog)

对于这个问题而言, 假设我们要用最少的次数去击败它, 有这样几种情况, 讨论由易到难:

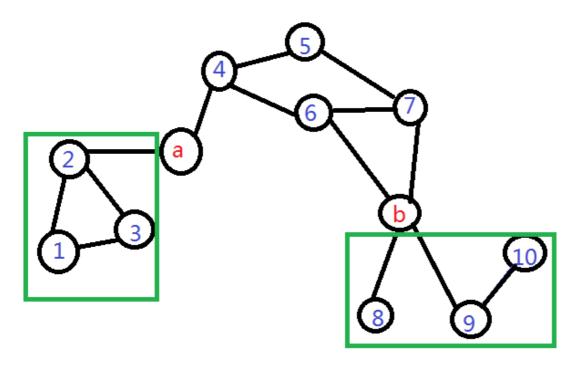
- 一个武器使用一次直接砍掉所有的头,直接输出 1。
- 这种生物永远杀不死,即所有武器能砍掉头的数量都小于等于生长出来的数量,此时,若不能使用一次武器砍掉所有的头,则输出—1。
- 考虑完以上两种情况,我们有一个一般性的流程。先使用若干次武器砍头再长头,最后一次砍掉之后直接击败这种生物。有点类似于蜗牛爬葡萄树的过程。从贪心的角度来看,最后一次所选择的武器应该满足 d_i 最大。对于前期砍头再长头的过程,我们则应该选择这样使用一次武器后头减少最多的一种,即 d_i-h_i 最大的。最后的答案即为先使用若干次 $\max(d_i-h_i)$ 对应的武器再使用一次 $\max(d_i)$ 对应的武器所得到的结果。

T3 枢纽 (junction)

我们先给一个图。

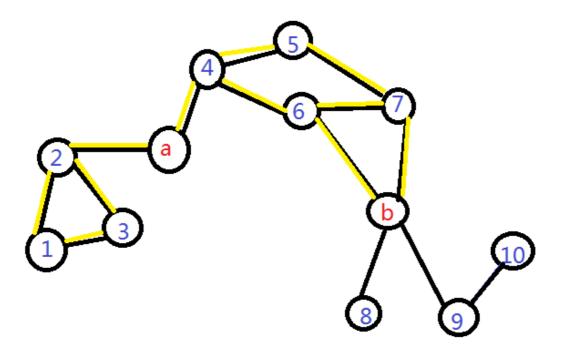


由图可知有 (1,8), (1,9), (1,10), (2,8), (2,9), (2,10), (3,8), (3,9), (3,10) 这几对点满足题意要求。 通过观察可以发现 a 与 b 之间的节点所通向的路径,无论是通向 a 的左边,还是通向 b 的右边,都不会包含 a 或 b。 假设以节点序号较小为起点,较大为终点,我们可以得到:以a 左边的节点为起点,以b 右边的节点为终点,所构成的路径一定包含a 与b。



显然,一个节点把图分为两边,那么图的左边除了经过该节点,没有可以不经过该节点而到达图的右边的路径。也就是,这个节点无可避免地经过 a 和 b,无法绕路。而最后 (u,v) 的数量,就是 a 左边的节点数量 \times b 右边的节点数量。

考虑搜索。我们先假定起点为 a , 终点为 b 。从 a 出发开始搜,到 b 为止,没有搜到的点就是 b 右边的点。(参见下图)



黄线为以 a 为起点会搜到的路径,只要给搜到的点打上标记,就可以知道 b 右边点的数量。同理,我们以 b 为起点,也可以搜出 a 左边的点。两边的答案相乘,就可以得到题目的答案。

那么如何实现呢?

- 设一个记录访问的数组 fl。
- 给终点 (a 或 b) 先打上标记, 搜到那里时就停。

• 只要碰到没有搜过的,就继续搜下去。因为终点已经打上标记的,而且是联通图,所以没搜到的点 就一定是 a 左边或 b 右边。

这样, 我们很容易使用 bfs 或 dfs 解决此题。

T4 魔法药水 (potion)

选取 s 个材料,不难想到如果想有解,就需要选取的 s 个材料魔力之和 sum 满足以下条件

$$m = sum \bmod s$$

若想要达到 m 的时间尽可能短,那么在固定 s 的情况下,若有多种方案能够满足条件,一定是 sum 越大越好,这样时间时最短的。因此,我们枚举每一个 s,在 s 固定的情况下,定义 $f_{i,j,k}$ 来进行 dp,其中:

i 表示现在考虑在前 i 种材料中选择,j 表示已选材料的数量,k 表示余数,f 中记录最大的 sum 值。 即 $f_{i,j,k}$ 表示前 i 个材料中选择 j 个材料,使得选择的材料的魔力之和 sum 取余数量 s 的值为 k 的最大的 sum 值。

转移方程如下:

$$f_{i,j,k} = \max(f_{i-1,j,k}, f_{i-1,j-1,(k+s-a_i\%s)\%s} + a_i)$$

值得注意的是: \max 中第二项转移的前提是 $f_{i-1,j-1,(k+s-a_i\%s)\%s}$ 可行,所以初始赋值时要注意。

最后答案统计就是

$$\min_{1 \leq s \leq n} (m - f_{n,s,m\%s})/s$$

时间复杂度 $O(n^4)$ 。