

TU WIEN

MASCHINEN UND ANTRIEBE

VO 370.015

WS 2015

---

# Aufgabensammlung

---

*Lizenz:*

GNU GPLv3

6. Februar 2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Formelübersicht</b>	<b>4</b>
1.1	Gleichstrommaschine . . . . .	4
1.1.1	Permanentmagneterregt . . . . .	5
1.1.2	Fremderregt . . . . .	6
1.2	Permanentmagneterregte Synchronmaschine . . . . .	7
1.2.1	Wechselstrombetrieb . . . . .	7
1.2.2	BLDC-Betrieb . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Prüfungen</b>	<b>10</b>
2.1	PM-Synchronmaschine . . . . .	10
	Lösung 1. . . . .	10
	Lösung 2. . . . .	10
	Lösung 3. . . . .	12
	Lösung 4. . . . .	13
	Lösung 5. . . . .	15
	Lösung 6. . . . .	16
	Lösung 7. . . . .	18
	Lösung 8. . . . .	20
	Lösung 9. . . . .	22
	Lösung 10. . . . .	24
2.2	Gleichstrommaschine . . . . .	28
	Lösung 11. . . . .	28
	Lösung 12. . . . .	28
	Lösung 13. . . . .	29
	Lösung 14. . . . .	30
	Lösung 15. . . . .	31
	Lösung 16. . . . .	33
	Lösung 17. . . . .	34
	Lösung 18. . . . .	36
	Lösung 19. . . . .	37
	Lösung 20. . . . .	38
	Lösung 21. . . . .	39

Lösung 22. . . . .	41
--------------------	----

Werter Student!

Diese Unterlagen werden dir **kostenlos** zur Verfügung gestellt, damit Sie dir im Studium behilflich sind. Sie wurden von vielen Studierenden zusammengetragen, digitalisiert und aufgearbeitet. Ohne der Arbeit von den Studierenden wären diese Unterlagen nicht entstanden und du müsstest dir jetzt alles selber zusammensuchen und von schlecht eingescannten oder abfotografierten Seiten lernen. Zu den Beispielen gibt es verschiedene Lösungen, welche du dir auch erst mühsamst rausuchen und überprüfen müsstest. Die Zeit die du in deine Suche und recherche investierst wäre für nachfolgende Studenten verloren. Diese Unterlagen leben von der Gemeinschaft die sie betreuen. Hilf auch du mit und erweitere diese Unterlagen mit deinem Wissen, damit sie auch von nachfolgenden Studierenden genutzt werden können. Geh dazu bitte auf <https://github.com/Painkilla/VO-370.015-Maschinen-und-Antriebe/issues> und schau dir in der TODO Liste an was du beitragen möchtest. Selbst das Ausbessern von Tippfehlern oder Rechtschreibung ist ein wertvoller Beitrag für das Projekt. Nütze auch die Möglichkeit zur Einsichtnahme von Prüfungen zu gehen und die Angaben anderen zur Verfügung zu stellen, damit die Qualität der Unterlagen stetig besser wird.  $\text{\LaTeX}$  und Git sind nicht schwer zu lernen und haben auch einen Mehrwert für das Studium und das spätere Berufsleben. Sämtliche Seminar oder Bachelorarbeiten sind mit  $\text{\LaTeX}$  zu schreiben. Git ist ideal um gemeinsam an einem Projekt zu arbeiten und es voran zu bringen. Als Student kann man auf GitHub übrigens kostenlos unbegrenzt private Projekte hosten.

Mit dem Befehl:

```
$ git clone https://github.com/Painkilla/VO-370.015-Maschinen-und-Antriebe.git
```

erstellst du eine lokale Kopie des Repositorium. Du kannst dann die Dateien mit einem  $\text{\LaTeX}$ -Editor deiner Wahl bearbeiten und dir das Ergebniss ansehen. Bist du auf GitHub registriert, kannst du einen Fork(engl:Ableger) erstellen und mit den Befehlen:

```
$ git commit -m "Dein Kommentar zu den Änderungen"
$ git push
```

werden deine Ergänzungen auf deinen Ableger am Server gesendet. Damit deine Ergänzungen auch in das zentrale Repositorium gelangen und allen Studierenden zur Verfügung steht musst du nur noch einen Pull-Request erstellen.

# 1 Formelübersicht

## 1.1 Gleichstrommaschine

$I_A$	Ankerstrom	$[A]$
$U_A$	Ankerspannung	$[V]$
$R_A$	Ankerwiderstand	$[\Omega]$
$L_A$	Ankerinduktivität	$[H]$
$\Psi_A$	Ankerfluss	$[Vs]$
$I_F$	Feldstrom	$[A]$
$U_F$	Feldspannung	$[V]$
$R_F$	Feldwiderstand	$[R]$
$L_F$	Feldinduktivität	$[H]$
$\Psi_F$	Feldfluss	$[Vs]$
$U_i$	Induzierte Spannung	$[V]$
$\Psi_M$	Permanentmagnetfluss	$[Vs]$
$k' \phi$	Spannungskonstante	$[Vs]$
$\Omega_m$	Winkelgeschwindigkeit Motor	$[1/s]$
$\Omega_{m,0}$	Leerlauf Winkelgeschwindigkeit Motor	$[1/s]$
$\Omega_{m,N}$	Nennwinkelgeschwindigkeit Motor	$[1/s]$
$\Theta_m$	Trägheitsmoment Motor	$[kg\ m^2]$
$M_m$	Moment Motor	$[N\ m]$
$M_L$	Moment Last	$[N\ m]$
$A_M$	Fläche Magnet	$[m^2]$
$A_L$	Fläche Luftspalt	$[m^2]$
$l_M$	Länge Magnet	$[m]$
$l_L$	Länge Luftspalt	$[m]$
$B_M$	Flußdichte Magnet	$[T]$
$B_r$	Remanenzflußdichte Magnet	$[T]$
$B_L$	Flußdichte Luftspalt	$[T]$
$\mu_0$	magnetische Feldkonstante	$[V\ s/(A\ m)]$

### 1.1.1 Permanentmagneterregt

Ankerfluss

$$\Psi_A = \Psi_M + L_A \cdot I_A \quad (1.1.1)$$

Induzierte Spannung

$$U_i = k' \phi \cdot \Omega_m \quad (1.1.2)$$

Permanentmagnet

$$\Psi_L = \Psi_M \quad (1.1.3)$$

$$B_L \cdot A_L = B_M \cdot A_M \quad (1.1.4)$$

$$B_L = \mu_0 \cdot H_L = B_M \frac{A_M}{A_L} \quad (1.1.5)$$

$$2 \cdot H_L \cdot l_L = 2 \cdot H_M \cdot l_M \quad (1.1.6)$$

$$H_M = H_L \cdot \frac{l_L}{l_M} \quad (1.1.7)$$

$$B_M = B_r + \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_M \quad (1.1.8)$$

$$B_M = B_r + \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_L \cdot \frac{l_L}{l_M} \quad (1.1.9)$$

$$B_M = B_r + \mu_r \cdot B_M \frac{A_M}{A_L} \cdot \frac{l_L}{l_M} \quad (1.1.10)$$

$$B_M = \frac{B_r}{1 - \mu_r \frac{A_M}{A_L} \cdot \frac{l_L}{l_M}} \quad (1.1.11)$$

Ankerspannungsgleichung

$$U_A = R_A I_A + \frac{\partial \Psi_A}{\partial t} \quad (1.1.12)$$

$$= R_A I_A + \frac{\partial \Psi_M + L_A I_A}{\partial t} \quad (1.1.13)$$

$$= R_A I_A + L_A \frac{\partial I_A}{\partial t} + k' \phi \cdot \Omega_m \quad (1.1.14)$$

Moment des Motors

$$M_m = k' \phi \cdot I_A \quad (1.1.15)$$

Mechanische Gleichung

$$\Theta_m \frac{\partial \Omega_m}{\partial t} = M_m - M_L \quad (1.1.16)$$

$$\Theta_m \frac{\partial \Omega_m}{\partial t} = k' \phi \cdot I_A - M_L \quad (1.1.17)$$

Mechanische Leistung

$$P_{mech} = M_m \cdot \Omega_m = k' \phi \cdot I_A \cdot \Omega_m \quad (1.1.18)$$

Wirkungsgrad

$$\eta_N = \frac{\Omega_N M_N}{U_N I_N} \quad (1.1.19)$$

Laplace Bereich

$$U_A(s) = R_A I_A(s) + L_A I_A(s)s + k' \phi \cdot \Omega_m(s) \quad (1.1.20)$$

$$\Theta_m \Omega_m(s)s = M_m - M_L = k' \phi \cdot I_A(s) - k_L \cdot \Omega_m(s) \quad (1.1.21)$$

$$\frac{\Omega_m(s)}{U_A(s)} = \frac{k' \phi}{s^2 L_A \Theta_m + s R_A \Theta_m + (k' \phi)^2} \quad (1.1.22)$$

$$\frac{\Omega_m(s)}{M_L(s)} = \frac{R_A + s L_A}{s^2 L_A \Theta_m + s R_A \Theta_m + (k' \phi)^2} \quad (1.1.23)$$

$$\frac{\Omega_m(s)}{I_A(s)} = \frac{k' \phi}{s \Theta_m + k_L} \quad (1.1.24)$$

Im Stationären Fall gilt folgendes:

$$\frac{\partial \Omega_m}{\partial t} = \frac{\partial I_A}{\partial t} = 0 \quad (1.1.25)$$

### 1.1.2 Fremderregt

$$U_F = I_F R_F + \frac{\partial \Psi_F}{\partial t} \quad (1.1.26)$$

$$\Psi_F = L_F(I_F) I_F \quad (1.1.27)$$

## 1.2 Permanentmagnetenerregte Synchronmaschine

$\underline{i}_s$	bezogener Statorstrom statorfest	[1]
$\underline{i}_{sdq}$	bezogener Statorstrom rotorfest	[1]
$\underline{u}_s$	bezogene Statorspannung statorfest	[1]
$\underline{u}_{sdq}$	bezogene Statorspannung rotorfest	[1]
$r_s$	bezogener Statorwiderstand	[1]
$\omega_K$	bezogenes Rotierendes Koordinatensystem	[1]
$\omega_m$	bezogene Winkelgeschwindigkeit Motor	[1]
$l_s$	bezogene Statorinduktivität	[1]
$U_i$	bezogene Induzierte Spannung	[1]
$\underline{\Psi}_M$	bezogener Permanentmagnetfluss	[1]
$\underline{\Psi}_s$	bezogene Statorflußverkettung	[1]
$\tau$	bezogene Zeit	[1]
$\tau_m$	bezogenes Trägheitsmoment Motor	[1]
$m_R$	bezogenes Moment Rotor	[1]
$m_L$	bezogenes Moment Last	[1]

### 1.2.1 Wechselstrombetrieb

Statorinduktivität

$$l_s = \frac{3}{2} \cdot l_{strang} \quad (1.2.1)$$

Statorflußverkettungsgleichung

$$\underline{\Psi}_s = l_s \cdot \underline{i}_s + \underline{\Psi}_M = l_s \cdot \underline{i}_s + |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau} \quad (1.2.2)$$

Rotorstrom

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) \quad (1.2.3)$$

$$\underline{i}_{sdq} = |\underline{i}_s| \cdot e^{j\arg(\underline{i}_{sdq})} \quad (1.2.4)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) \quad (1.2.5)$$

$$\underline{i}_{sq} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \sin(\arg(\underline{i}_{sdq})) \quad (1.2.6)$$

$$(1.2.7)$$

Statorstrom

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} \quad (1.2.8)$$



Statorspannungsgleichung

$$\underline{u}_s(\tau) = \underline{i}_s \cdot r_s + \frac{\partial \underline{\Psi}_s}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot \underline{\Psi}_s \quad (1.2.9)$$

Statorspannungsgleichung im rotorfesten Koordinatensystem

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (1.2.10)$$

$$\frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} = 0 \quad (1.2.11)$$

$$\omega_K = \omega_m \quad (1.2.12)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + j\omega_m \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_m \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (1.2.13)$$

Stromzeiger im rotorfesten Koordinatensystem bei Kurzschluss im stationären Fall

$$0 = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_m \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_m \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (1.2.14)$$

$$\underline{i}_{sdq} \cdot (r_s + j\omega_m \cdot l_s) = -j\omega_m \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (1.2.15)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{-j\omega_m \cdot |\underline{\Psi}_M|}{(r_s + j\omega_m \cdot l_s)} \quad (1.2.16)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{-j\omega_m \cdot |\underline{\Psi}_M|}{(r_s + j\omega_m \cdot l_s)} \cdot \frac{(r_s - j\omega_m \cdot l_s)}{(r_s - j\omega_m \cdot l_s)} \quad (1.2.17)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{-\omega^2 |\underline{\Psi}_M| l_s}{r_s^2 + (\omega l_s)^2} - j \frac{\omega |\underline{\Psi}_M| r_s}{r_s^2 + (\omega l_s)^2} \quad (1.2.18)$$

Im rotorfesten Koordinatensystem ist die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses vom Permanentmagneten null Glg.(1.2.11), weil sich der Magnet mit dem Koordinatensystem bewegt. Das Koordinatensystem bewegt sich mit der Geschwindigkeit des Motors. Glg.(1.2.12)

Statorspannungsgleichung im statorfesten Koordinatensystem

$$\arg(\underline{i}_s) = \arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M) \quad (1.2.19)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j\arg(\underline{i}_s)} \quad (1.2.20)$$

$$\underline{u}_s(\tau) = \underline{i}_s \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_s}{\partial \tau} + \frac{\partial \underline{\Psi}_M}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_s + j\omega_K \cdot \underline{\Psi}_M \quad (1.2.21)$$

$$\omega_K = 0 \quad (1.2.22)$$

$$\frac{\partial \underline{\Psi}_M}{\partial \tau} = \frac{\partial |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau}}{\partial \tau} = j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau} \quad (1.2.23)$$

$$\underline{u}_s(\tau) = \underline{i}_s \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_s}{\partial \tau} + j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau} \quad (1.2.24)$$

Tabelle 1: Stromzeiger im BLDC Betrieb

Name	$i_1$	$i_2$	$i_3$	Winkel [°]
A	+	-	0	-30
B	+	0	-	30
C	0	+	-	90
D	-	+	0	150
E	-	0	+	210
F	0	-	+	270

Statorstromzeigers im statorfesten Koordinatensystem bei Kurzschluss im stationären Fall

$$0 = \underline{i}_s \cdot r_s + j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau} \quad (1.2.25)$$

$$\underline{i}_s = \frac{j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau}}{r_s} \quad (1.2.26)$$

Drehmomentgleichung

$$m_R(\tau) = -Im(\underline{i}_s^* \cdot \underline{\Psi}_s) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (1.2.27)$$

Mechanische Gleichung

$$\tau_m \cdot \frac{\partial \omega_m}{\partial \tau} = m_R - m_L = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| - m_L \quad (1.2.28)$$

Strangströme

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = |\underline{i}_s| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_s)) \quad (1.2.29)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = |\underline{i}_s| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_s) - 120) \quad (1.2.30)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = |\underline{i}_s| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_s) + 120) \quad (1.2.31)$$

### 1.2.2 BLDC-Betrieb

Stromraumzeiger

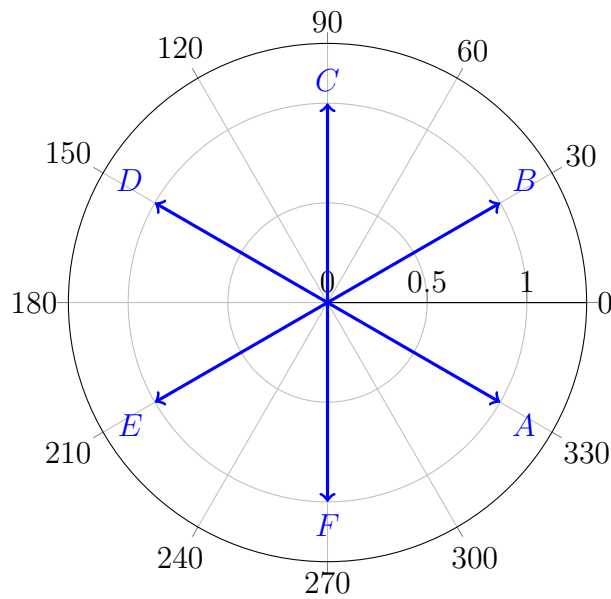


Abbildung 1: Stromzeiger graphisch dargestellt

$$\underline{i}_s = \frac{2}{3} \cdot [i_1 + i_2 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} + i_3 \cdot e^{j \cdot 240^\circ}] \quad (1.2.32)$$

Für den Fall A, also wenn der Stromzeiger bei  $-30^\circ$  steht, wird in die Glg.(1.2.32) für  $i_1 = 1$ ,  $i_2 = -1$  und  $i_3 = 0$  eingesetzt.

## 2 Prüfungen

### 2.1 PM-Synchronmaschine

#### Lösung 1.

**Hinweis:** Diese Prüfung ist noch aus dem Masterstudium und ist nicht repräsentativ für den Prüfungsstoff im Bachelorstudium.

#### Lösung 2.

1. Das motorische Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = 1$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $-15^\circ$  bei  $90^\circ$  der Fall C. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den

Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = 1 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.1)$$

$$1 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.2)$$

$$\underline{i}_{sq} = 1 \quad (2.1.3)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = 105^\circ \quad (2.1.4)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 1,0353 \quad (2.1.5)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,267 \quad (2.1.6)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} \quad (2.1.7)$$

$$= 1,0353 \cdot e^{j(105 + (-15))} \quad (2.1.8)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0 \quad (2.1.9)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,897 \quad (2.1.10)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,897 \quad (2.1.11)$$

Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall A  $i_2 = -i_3$  sein und  $i_1 = 0$  gelten.

2. TikZ Grafik hier.

3. Da wir uns im Sinus-Betrieb befinden ist der Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sq}$ , welche das optimale Bezugsdrehmoment liefert, gleich dem Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sdq}$ . Der Winkel liegt somit exakt bei  $\arg(\underline{i}_{sdq}) = 90^\circ$  zu  $\underline{\Psi}_M$ .

$$m_m = 1 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.12)$$

$$1 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.13)$$

$$\underline{i}_{sq} = 1 = \underline{i}_{sdq} \quad (2.1.14)$$

$$\underline{i}_{sd} = 0 \quad (2.1.15)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 1 \cdot e^{j(90 - 15)} \quad (2.1.16)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j \cdot 0^\circ}\} = 0,259 \quad (2.1.17)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j \cdot 120^\circ}\} = 0,707 \quad (2.1.18)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j \cdot 120^\circ}\} = -0,966 \quad (2.1.19)$$

4. TikZ Grafik hier.

### Lösung 3.

1. Das halbe generatorische Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = -0,5$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $-40^\circ$  bei  $-30^\circ$  der Fall A. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = -0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.20)$$

$$-0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.21)$$

$$\underline{i}_{sq} = -0,5 \quad (2.1.22)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = -80^\circ \quad (2.1.23)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 0,507 \quad (2.1.24)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,088 \quad (2.1.25)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,507 \cdot e^{j(-80 + (50))} \quad (2.1.26)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j \cdot 0^\circ}\} = 0,44 \quad (2.1.27)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j \cdot 120^\circ}\} = -0,44 \quad (2.1.28)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j \cdot 120^\circ}\} = 0 \quad (2.1.29)$$

Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall A  $i_1 = -i_2$  sein und  $i_3 = 0$  gelten.

2. Da wir uns im Sinus-Betrieb befinden ist der Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sq}$ , welche das optimale Bezugsdrehmoment liefert, gleich dem Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sdq}$ .

Der Winkel liegt somit exakt bei  $\arg(\underline{i}_{sdq}) = -90^\circ$  zu  $\underline{\Psi}_M$ .

$$m_m = -0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.30)$$

$$-0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.31)$$

$$\underline{i}_{sq} = -0,5 = \underline{i}_{sdq} \quad (2.1.32)$$

$$\underline{i}_{sd} = 0 \quad (2.1.33)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,5 \cdot e^{j(-90+50)} \quad (2.1.34)$$

### 3. TikZ Grafik

4. Der Spannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.10), wobei die partiellen Terme wegfallen, weil wir uns im stationären Fall befinden. Für  $\underline{i}_{sdq} = -0,5j$  einsetzen.

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.35)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.36)$$

$$= -0,5j \cdot 0,05 + j0,1 \cdot 0,25 \cdot -0,5j + j0,1 \cdot 1 \quad (2.1.37)$$

$$= 0,076 \cdot e^{j80,53^\circ} \quad (2.1.38)$$

5. Der Strom wird durch die Spule gehalten, deshalb ist  $\partial \frac{\underline{i}_s}{\partial \tau} = \frac{m}{\partial \tau} = 0$

6. Die Herleitung zu Glg.(1.2.18) durchführen und dann in Glg.(1.2.27) einsetzen.

$$\underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| = -\frac{\omega |\underline{\Psi}_M|^2 r_s}{r_s^2 + (\omega l_s)^2} \quad (2.1.39)$$

### Lösung 4.

1. Das motorische Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = 1$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $-15^\circ$  bei  $90^\circ$  der Fall C. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den

Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = 1 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.40)$$

$$1 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.41)$$

$$\underline{i}_{sq} = 1 \quad (2.1.42)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = 105^\circ \quad (2.1.43)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 1,0353 \quad (2.1.44)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,267 \quad (2.1.45)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 1,0353 \cdot e^{j(105 + (-15))} \quad (2.1.46)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0 \quad (2.1.47)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,897 \quad (2.1.48)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,897 \quad (2.1.49)$$

Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall C  $i_2 = -i_3$  sein und  $i_1 = 0$  gelten.

## 2. TikZ Grafik

- Da wir uns im Sinus-Betrieb befinden ist der Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sq}$ , welche das optimale Bezugsdrehmoment liefert, gleich dem Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sdq}$ . Der Winkel liegt somit exakt bei  $\arg(\underline{i}_{sdq}) = 90^\circ$  zu  $\underline{\Psi}_M$ .

$$m_m = 1 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.50)$$

$$1 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.51)$$

$$\underline{i}_{sq} = 1 = \underline{i}_{sdq} \quad (2.1.52)$$

$$\underline{i}_{sd} = 0 \quad (2.1.53)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,5 \cdot e^{j(90 - 15)} \quad (2.1.54)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0,259 \quad (2.1.55)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,707 \quad (2.1.56)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,966 \quad (2.1.57)$$

#### 4. TikZ Grafik

### Lösung 5.

1.

$$i_1 = \frac{-3,088}{12} = -0,257 \quad (2.1.58)$$

$$i_2 = \frac{8,891}{12} = 0,741 \quad (2.1.59)$$

$$i_3 = \frac{-5,803}{12} = -0,484 \quad (2.1.60)$$

$$\underline{i}_s = \frac{2}{3} \cdot (i_1 + i_2 \cdot e^{j120^\circ} + i_3 \cdot e^{j240^\circ}) = 0,752 \cdot e^{j110^\circ} \quad (2.1.61)$$

2. TikZ Grafik

3. Das **halbe motorische** Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = 0,5$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $40^\circ$  bei  $150^\circ$  der Fall D. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = 0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.62)$$

$$0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.63)$$

$$\underline{i}_{sq} = 0,5 \quad (2.1.64)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = 110^\circ \quad (2.1.65)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 0,532 \quad (2.1.66)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,182 \quad (2.1.67)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,532 \cdot e^{j(110+40)} \quad (2.1.68)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = -0,461 \quad (2.1.69)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,461 \quad (2.1.70)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = 0 \quad (2.1.71)$$



Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall A  $i_1 = -i_2$  sein und  $i_3 = 0$  gelten.

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,461 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = 7,82 \text{ A} \quad (2.1.72)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0,461 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = 7,82 \text{ A} \quad (2.1.73)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = 0 \text{ A} \quad (2.1.74)$$

#### 4. TikZ Grafik

5. Der Spannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.10), wobei die partiellen Terme wegfallen, weil wir uns im stationären Fall befinden. Für  $\underline{i}_{sdq} = 0,752e^{j70^\circ}$  einsetzen.

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.75)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.76)$$

$$= 0,752e^{j70^\circ} \cdot 0,05 + j0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,752e^{j70^\circ} + j0,2 \cdot 1 \quad (2.1.77)$$

$$= 0,258 \cdot e^{j92,5^\circ} \quad (2.1.78)$$

### Lösung 6.

1. Da zum Zeitpunkt  $\tau_0$  der Rotorverkettungsfluss dem Stromraumzeiger nach-eilt, kann es sich in diesem Beispiel nur um ein linksdrehenden Motor oder um einen rechtsdrehenden Generator handeln. In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = -0,171 \quad (2.1.79)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,492 \quad (2.1.80)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,321 \quad (2.1.81)$$

Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,171 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = -2,902 \text{ A} \quad (2.1.82)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0,492 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = 8,356 \text{ A} \quad (2.1.83)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,321 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = -5,454 \text{ A} \quad (2.1.84)$$

2. Im Rotorfesten Koordinatensystem ist der Stromzeiger um  $40^\circ$  in negativer Drehrichtung verschoben. Der Statorstrom wird auch gleich in seine Komponenten  $\underline{i}_{sq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aufgeteilt. Dann wird  $\underline{i}_{sq}$  und  $\Psi_M$  in Glg.(1.2.27) eingesetzt.

$$\underline{i}_{sdq} = \underline{i}_s \cdot e^{-j40^\circ} = 0,5 \cdot e^{j110^\circ} \cdot e^{-j40^\circ} = 0,5 \cdot e^{-j70^\circ} \quad (2.1.85)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,5 \cdot \cos(70) = 0,171 \quad (2.1.86)$$

$$\underline{i}_{sq} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \sin(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,5 \cdot \sin(70) = 0,47 \quad (2.1.87)$$

$$m_R(\tau) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| = 0,47 \cdot 1 = 0,47 \quad (2.1.88)$$

Da das Moment positiv ist, ist hier ersichtlich, dass es sich um einen motorischen linksbetrieb handelt. TikZ Grafik hier.

3. Das **halbe motorische** Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = 0,5$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $40^\circ$  bei  $150^\circ$  der Fall D. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = 0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.89)$$

$$0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.90)$$

$$\underline{i}_{sq} = 0,5 \quad (2.1.91)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = 110^\circ \quad (2.1.92)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 0,532 \quad (2.1.93)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,182 \quad (2.1.94)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,532 \cdot e^{j(110 + (40))} \quad (2.1.95)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = -0,461 \quad (2.1.96)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,461 \quad (2.1.97)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = 0 \quad (2.1.98)$$

Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall D  $i_1 = -i_2$  sein und  $i_3 = 0$  gelten.

4. TikZ Grafik

5. Der Spannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.10), wobei die partiellen Terme wegfallen, weil wir uns im stationären Fall befinden. Für  $\underline{i}_{sdq} = 0,5e^{j70^\circ}$  einsetzen.

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.99)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.100)$$

$$= 0,5e^{j70^\circ} \cdot 0,07 + j0,2 \cdot 0,25 \cdot 0,5e^{j70^\circ} + j0,2 \cdot 1 \quad (2.1.101)$$

$$= 0,2 \cdot e^{j90,47^\circ} \quad (2.1.102)$$

## Lösung 7.

1.

$$i_1 = 0 \quad (2.1.103)$$

$$i_2 = \frac{1,9}{\sqrt{2} \cdot 4} = 0,335 \quad (2.1.104)$$

$$i_3 = \frac{-1,9}{\sqrt{2} \cdot 4} = -0,335 \quad (2.1.105)$$

$$\underline{i}_s = \frac{2}{3} (i_1 + i_2 \cdot e^{j120^\circ} + i_3 \cdot e^{j240^\circ}) = 0,387j \quad (2.1.106)$$

2. Im Rotorfesten Koordinatensystem ist der Stromzeiger um  $20^\circ$  in negativer Drehrichtung verschoben. Der Statorstrom wird auch gleich in seine Komponenten  $\underline{i}_{sq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aufgeteilt. Dann wird  $\underline{i}_{sq}$  und  $\underline{\Psi}_M$  in Glg.(1.2.27) eingesetzt.

$$\underline{i}_{sdq} = \underline{i}_s \cdot e^{-j20^\circ} = 0,387 \cdot e^{j90^\circ} \cdot e^{-j20^\circ} = 0,387 \cdot e^{j70^\circ} \quad (2.1.107)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,387 \cdot \cos(70) = 0,132 \quad (2.1.108)$$

$$\underline{i}_{sq} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \sin(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,387 \cdot \sin(70) = 0,364 \quad (2.1.109)$$

$$m_R(\tau) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| = 0,364 \cdot 1 = 0,364 \quad (2.1.110)$$

Da das Moment positiv ist, ist hier ersichtlich, dass es sich um einen motorischen Linksbetrieb handelt.

TikZ Grafik hier.

3. Da wir uns im motorischen linksdrehenden Sinus-Betrieb befinden ist der Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sq}$ , welche das optimale **halbe** Bezugsdrehmoment liefert, gleich dem Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sdq}$ . Der Winkel liegt somit exakt bei  $\arg(\underline{i}_{sdq}) = 90^\circ$  zu  $\underline{\Psi}_M$ .

$$m_m = 0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.111)$$

$$0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.112)$$

$$\underline{i}_{sq} = 0,5 = \underline{i}_{sdq} \quad (2.1.113)$$

$$\underline{i}_{sd} = 0 \quad (2.1.114)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,5 \cdot e^{j(90+20)} \quad (2.1.115)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = -0,171 \quad (2.1.116)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,492 \quad (2.1.117)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,321 \quad (2.1.118)$$

Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,171 \cdot 4A \cdot \sqrt{2} = -0,967 \text{ A} \quad (2.1.119)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0,492 \cdot 4A \cdot \sqrt{2} = 2,785 \text{ A} \quad (2.1.120)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,321 \cdot 4A \cdot \sqrt{2} = -1,818 \text{ A} \quad (2.1.121)$$

#### 4. TikZ Grafik hier.

5. Der Spannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.10), wobei die partiellen Terme wegfallen, weil wir uns im stationären Fall befinden. Für  $\underline{i}_{sdq} = 0,5j$  einsetzen.

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.122)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.123)$$

$$= 0,5j \cdot 0,07 + j0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,5j + j0,5 \cdot 1 \quad (2.1.124)$$

$$= 0,544 \cdot e^{j100,59^\circ} \quad (2.1.125)$$

## Lösung 8.

1. Das **halbe** generatorische Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = -0,5$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $80^\circ$  bei  $-30^\circ$  der Fall A. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = -0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.126)$$

$$-0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.127)$$

$$\underline{i}_{sq} = -0,5 \quad (2.1.128)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = -110^\circ \quad (2.1.129)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 0,532 \quad (2.1.130)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,181 \quad (2.1.131)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,532 \cdot e^{j(-110^\circ + (80^\circ))} \quad (2.1.132)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0,46 \quad (2.1.133)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = -0,46 \quad (2.1.134)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = 0 \quad (2.1.135)$$

Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall A  $i_1 = -i_2$  sein und  $i_3 = 0$  gelten. Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0,46 \cdot 10A \cdot \sqrt{2} = 6,517 \text{ A} \quad (2.1.136)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,46 \cdot 10A \cdot \sqrt{2} = -6,517 \text{ A} \quad (2.1.137)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0 \cdot 10A \cdot \sqrt{2} = 0 \text{ A} \quad (2.1.138)$$

2. Da wir uns im generatorischen linksdrehenden Sinus-Betrieb befinden ist der Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sq}$ , welche das optimale **halbe** Bezugsdrehmoment liefert, gleich dem Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sdq}$ . Der Winkel liegt somit exakt bei  $\arg(\underline{i}_{sdq}) =$

$-90^\circ$  zu  $\underline{\Psi}_M$ .

$$m_m = -0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.139)$$

$$-0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.140)$$

$$\underline{i}_{sq} = -0,5 = \underline{i}_{sdq} \quad (2.1.141)$$

$$\underline{i}_{sd} = 0 \quad (2.1.142)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = -0,5 \cdot e^{j(-90+80)} \quad (2.1.143)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0,492 \quad (2.1.144)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = -0,321 \quad (2.1.145)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,171 \quad (2.1.146)$$

Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 6,958 \text{ A} \quad (2.1.147)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -4,545 \text{ A} \quad (2.1.148)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -2,418 \text{ A} \quad (2.1.149)$$

Das Verhältnis der Strombelags ist der Betrag  $I_n/I_{ZK}$ , wobei  $I_{ZK}$  gleich dem Strom im BLDC ist.

$$\alpha_1 = \frac{|I_1|}{|I_{ZK}|} = 1,068 \quad (2.1.150)$$

$$\alpha_2 = \frac{|I_2|}{|I_{ZK}|} = 0,697 \quad (2.1.151)$$

$$\alpha_3 = \frac{|I_3|}{|I_{ZK}|} = 0,371 \quad (2.1.152)$$

3. TikZ Grafik hier.

4. Der Spannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.10), wobei die partiellen Terme wegfallen, weil wir uns im sta-

tionären Fall befinden. Für  $\underline{i}_{sdq} = 0,5e^{j-90^\circ}$  einsetzen.

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.153)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.154)$$

$$= 0,5e^{j-90^\circ} \cdot 0,08 + j0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,5e^{-j90^\circ} + j0,3 \cdot 1 \quad (2.1.155)$$

$$= 0,264 \cdot e^{j80,18^\circ} \quad (2.1.156)$$

Der Spannungsraumzeiger im statorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.24). Für  $\underline{i}_s = 0,5e^{j-10^\circ+\omega\tau}$  einsetzen. Da  $\tau_0 = 0$  ist, fällt der zweite teil weg.

$$\underline{u}_s(\tau) = \underline{i}_s \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_s}{\partial \tau} + j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma+j\omega\tau} \quad (2.1.157)$$

$$\underline{u}_s(\tau) = \underline{i}_s \cdot r_s + j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma} = 0,26 \cdot e^{j169,6^\circ} \quad (2.1.158)$$

5. In Glg.(1.2.27) wird der Imaginärteil von Glg.(1.2.18) eingesetzt.

$$m_m(\omega_m) = \frac{\omega |\underline{\Psi}_M|^2 r_s}{r_s^2 + (\omega l_s)^2} = \frac{0,888 \cdot \omega}{\omega^2 + 0,0711} \quad (2.1.159)$$

TikZ Grafik hier.

## Lösung 9.

1. In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0,591 \quad (2.1.160)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = -0,386 \quad (2.1.161)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,205 \quad (2.1.162)$$

Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 20,89 \text{ A} \quad (2.1.163)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -13,65 \text{ A} \quad (2.1.164)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -7,24 \text{ A} \quad (2.1.165)$$

2. Im Rotorfesten Koordinatensystem ist der Stromzeiger um  $85^\circ$  in positiver Drehrichtung verschoben. Der Statorstrom wird auch gleich in seine Komponenten  $\underline{i}_{sq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aufgeteilt. Dann wird  $\underline{i}_{sq}$  und  $\Psi_M$  in Glg.(1.2.27) eingesetzt.

$$\underline{i}_{sdq} = \underline{i}_s \cdot e^{-j20^\circ} = 0,6 \cdot e^{-j10^\circ} \cdot e^{j85^\circ} = 0,6 \cdot e^{j75^\circ} \quad (2.1.166)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,6 \cdot \cos(70) = 0,155 \quad (2.1.167)$$

$$\underline{i}_{sq} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \sin(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,6 \cdot \sin(70) = 0,58 \quad (2.1.168)$$

$$m_R(\tau) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| = 0,58 \cdot 1 = 0,58 \quad (2.1.169)$$

Da das Moment positiv ist, ist hier ersichtlich, dass es sich um einen motorischen Linksbetrieb handelt.

TikZ Grafik hier.

3. Das **halbe** motorische Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = 0,5$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $-85^\circ$  bei  $30^\circ$  der Fall B. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = 0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.170)$$

$$0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.171)$$

$$\underline{i}_{sq} = 0,5 \quad (2.1.172)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = 115^\circ \quad (2.1.173)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 0,552 \quad (2.1.174)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,233 \quad (2.1.175)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,552 \cdot e^{j(115 + (-85))} \quad (2.1.176)$$

4. TikZ Grafik hier.

5. In Glg.(1.2.27) wird der Imaginärteil von Glg.(1.2.18) eingesetzt.

$$m_m(\omega_m) = \frac{\omega |\underline{\Psi}_M|^2 r_s}{r_s^2 + (\omega l_s)^2} = \frac{0,571 \cdot \omega}{\omega^2 + 0,040} \quad (2.1.177)$$

TikZ Grafik hier.



## Lösung 10.

1. Da zum Zeitpunkt  $\tau_0$  der Rotorverkettungsfluss dem Stromraumzeiger voreilt, kann es sich in diesem Beispiel nur um ein linksdrehenden Generator oder um einen rechtsdrehenden Motor handeln. Zuerst wird der Statorstrom in Polarkoordinaten gebracht.

$$|\underline{i}_s| = \sqrt{0,15^2 + 0,9^2} = 0,912 \quad (2.1.178)$$

$$\arg(\underline{i}_s) = -90 - \arctan\left(\frac{0,15}{0,9}\right) = -99,46 \quad (2.1.179)$$

$$\underline{i}_s = 0,912 \cdot e^{-j99,46^\circ} \quad (2.1.180)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = -0,15 \quad (2.1.181)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = -0,709 \quad (2.1.182)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = 0,851 \quad (2.1.183)$$

Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,15 \cdot 15A \cdot \sqrt{2} = -3,18 A \quad (2.1.184)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,709 \cdot 15A \cdot \sqrt{2} = -15,04 A \quad (2.1.185)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0,851 \cdot 15A \cdot \sqrt{2} = 18,05 A \quad (2.1.186)$$

2. Im Rotorfesten Koordinatensystem ist der Stromzeiger um  $20^\circ$  in positiver Drehrichtung verschoben. Der Statorstrom wird auch gleich in seine Komponenten  $\underline{i}_{sq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aufgeteilt. Dann wird  $\underline{i}_{sq}$  und  $\Psi_M$  in Glg.(1.2.27) eingesetzt.

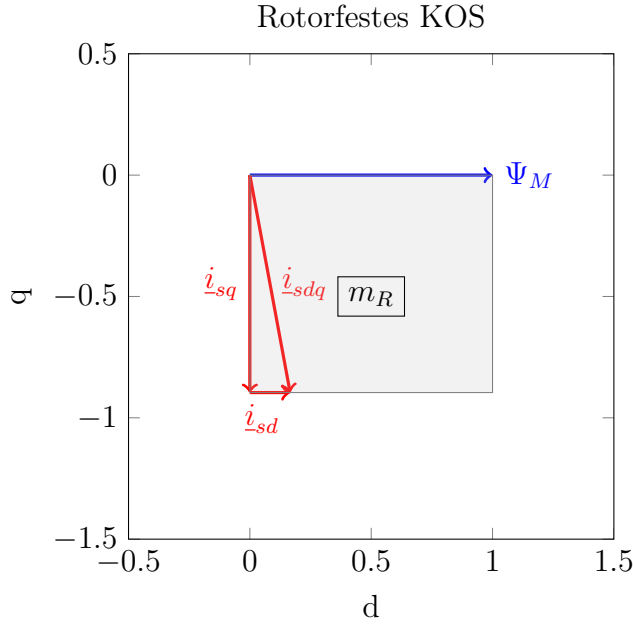
$$\underline{i}_{sdq} = \underline{i}_s \cdot e^{j20^\circ} = 0,912 \cdot e^{-j99,46^\circ} \cdot e^{j20^\circ} = 0,912 \cdot e^{-j79,46^\circ} \quad (2.1.187)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,912 \cdot \cos(-79,46) = 0,166 \quad (2.1.188)$$

$$\underline{i}_{sq} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \sin(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,912 \cdot \sin(-79,46) = -0,896 \quad (2.1.189)$$

$$m_R(\tau) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| = -0,896 \cdot 1 = -0,896 \quad (2.1.190)$$

Da das Moment negativ ist, ist hier ersichtlich, dass es sich um einen generatorischen linksbetrieb handelt.



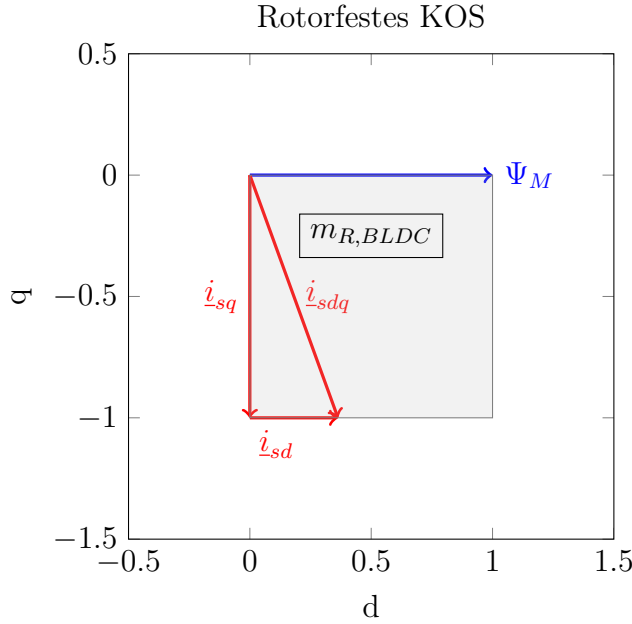
3. Der optimalste Stromvektor steht normal auf den Rotorverkettungsfluss. Der nächstgelegene Stromraumzeiger zu  $e^{-j110^\circ}$  ist Fall F bei  $-90^\circ$ . Generatorisches Bezugsmoment heißt, dass  $m_R = -1$  sein muss. Optimale Drehmomentausbeute bedeutet, dass  $i_{sq} = -1$  sein muss. (Negativ weil generatorisch)

$$m_{R,BLDC}(\tau) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.191)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = -90 - (-20) = -70^\circ \quad (2.1.192)$$

$$|\underline{i}_{sdq}| = \frac{i_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = \frac{-1}{-0,939} = 1,064 \quad (2.1.193)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 1,064 \cdot \cos(-70) = 0,363 \quad (2.1.194)$$



4.

5. Zuerst wird die Zeit berechnet, welche eine ganze Umdrehung braucht. Anschließend werden die Funktionen für die einzelnen Fälle berechnet. Da in der Angabe steht, dass hier nur skizziert werden soll, sind die Schritte von (2.1.195) bis (2.1.206) nicht notwendig.  $t_X$  für  $X=A,B,C,D$  sind die Zeiten, welche notwendig sind, um den Sinus in den richtigen Bereich zu verschieben. Mit  $-90^\circ$  wird, für die Zeiten A und B, der Sinus auf  $0^\circ$  verschoben. bzw. mit  $90^\circ$  bei D und E. Die  $20^\circ$  stehen für die anfängliche Verschiebung von  $\Psi_M$  gegenüber der x-Achse. Die nächsten  $30^\circ$  sind die Differenz bis zum nächsten Stromzeigersegment, welches in diesem Fall A ist und bei  $300^\circ$  beginnt. (Generatorischer Linksbetrieb)  $\Psi_M$  eilt dem Strom voraus! Die letzten  $30^\circ$  sind dazu da den Sinus in die Mitte des Segments A zu legen. Der Strom steigt an den Rändern von den Bereichen an, weil das Moment konstant ist, und somit  $i_{sq}$  konstant sein muss. Weil sich  $i_{sq}$  weiterdreht und konstant ist, muss  $i_{sdq}$  immer größer werden. Im Fall B,D und E wird zwischen den beiden  $30^\circ$  Termen vielfache von  $60^\circ$  eingefügt, um den Sinus entsprechend

verschieben zu können. Die Aufteilung entspricht Tab.1

$$t_o = \frac{1}{\frac{n_N}{60} \cdot 2\pi \cdot \frac{\omega_m}{2\pi}} = 400 \text{ ms} \quad (2.1.195)$$

$$I_1(t)|_X = \sqrt{2} \cdot I_N \cdot \frac{m_{R,BLDC}}{|\Psi_M|} \cdot \frac{1}{\sin\left(\frac{360 \cdot \frac{n_N}{60} \cdot \omega_m}{1000} \cdot (t - t_X)\right)} \quad (2.1.196)$$

$$t_A = t_o \cdot \frac{-90 + 20 + 30 + 30}{360} = -11,11 \text{ ms} \quad (2.1.197)$$

$$t_B = t_o \cdot \frac{-90 + 20 + 30 + 60 + 30}{360} = 55,55 \text{ ms} \quad (2.1.198)$$

$$t_D = t_o \cdot \frac{90 + 20 + 30 + 60 + 60 + 60 + 30}{360} = 255,55 \text{ ms} \quad (2.1.199)$$

$$t_E = t_o \cdot \frac{90 + 20 + 30 + 60 + 60 + 60 + 60 + 30}{360} = 455,55 \text{ ms} \quad (2.1.200)$$

$$t_{FA} = t_o \cdot \frac{20 + 30}{360} = 55,55 \text{ ms} \quad (2.1.201)$$

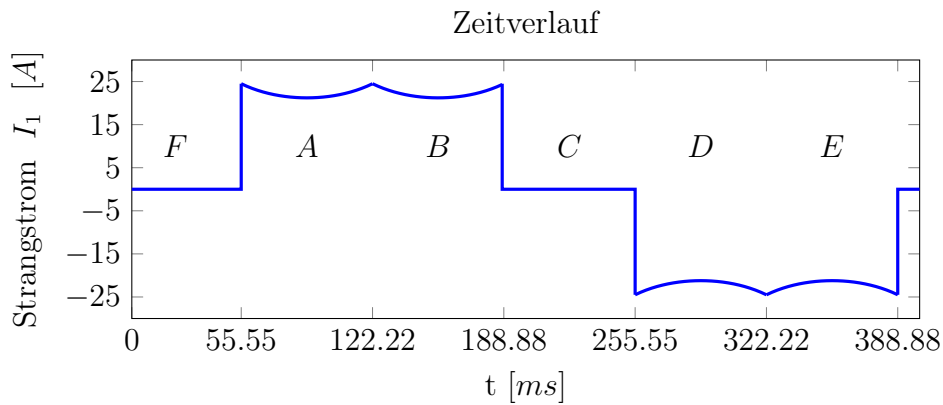
$$t_{AB} = t_o \cdot \frac{20 + 30 + 60}{360} = 122,22 \text{ ms} \quad (2.1.202)$$

$$t_{BC} = t_o \cdot \frac{20 + 30 + 60 + 60}{360} = 188,88 \text{ ms} \quad (2.1.203)$$

$$t_{CD} = t_o \cdot \frac{20 + 30 + 60 + 60 + 60}{360} = 255,55 \text{ ms} \quad (2.1.204)$$

$$t_{DE} = t_o \cdot \frac{20 + 30 + 60 + 60 + 60 + 60}{360} = 322,22 \text{ ms} \quad (2.1.205)$$

$$t_{EF} = t_o \cdot \frac{20 + 30 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60}{360} = 388,88 \text{ ms} \quad (2.1.206)$$



## 2.2 Gleichstrommaschine

### Lösung 11.

**Hinweis:** Diese Prüfung ist noch aus dem Masterstudium und ist nicht repräsentativ für den Prüfungsstoff im Bachelorstudium.

### Lösung 12.

1. Um den Ankerwiderstand berechnen zu können wird die Ankernennspannung benötigt. Diese errechnet sich aus der Spannungskonstante mit der Leerlaufdrehzahl. Anschließend wird mit (1.1.14) der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.

$$U_{A,N} = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{2000}{60} 2\pi = 500 \text{ V} \quad (2.2.1)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 50 \text{ m}\Omega \quad (2.2.2)$$

$$k'\Phi = \frac{k\Phi}{2\pi} \quad (2.2.3)$$

2. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 477,46 \text{ Nm} \quad (2.2.4)$$

3. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 2000 - 0,0837 \cdot M_i \quad (2.2.5)$$

4. TikZ Grafik hier bitte.

5. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15), wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird.

$$M_{\frac{N}{2}} = \frac{k'\Phi}{2} I_A = 238,73 \text{ Nm} \quad (2.2.6)$$

6. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt, wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird

und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{2M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot 2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 2400 - 0,0559 \cdot M_i \quad (2.2.7)$$

7. TikZ Grafik hier bitte.

8. In (1.1.19) einsetzen. Es ergeben sich drei Wirkungsgrade. (Nennwirkungsgrad, Wirkungsgrad bei 300 V und Nennmoment, Wirkungsgrad bei 300 V und halben Moment)

$$\eta_N = \frac{M_N \Omega_N}{U_{A,N} I_A} = 0,98 \quad (2.2.8)$$

$$\eta_1 = \frac{M_N \Omega_{M_N}}{300 \cdot I_A} = 0,967 \quad (2.2.9)$$

$$\eta_2 = \frac{M_{N/2} \Omega_{M_N}}{300 \cdot I_A} = 0,963 \quad (2.2.10)$$

### Lösung 13.

1. Um den Ankerwiderstand berechnen zu können wird die Ankernennspannung benötigt. Diese errechnet sich aus der Spannungskonstante mit der Leerlaufdrehzahl. Anschließend wird mit (1.1.14) der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.

$$U_{A,N} = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{2000}{60} 2\pi = 500 \text{ V} \quad (2.2.11)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 50 \text{ m}\Omega \quad (2.2.12)$$

$$k'\Phi = \frac{k\Phi}{2\pi} \quad (2.2.13)$$

2. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 477,46 \text{ Nm} \quad (2.2.14)$$

3. In (1.1.19) einsetzen.

$$\eta_N = \frac{M_N \Omega_N}{U_{A,N} I_A} = 0,98 \quad (2.2.15)$$

4. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{M_i}{k' \Phi}}{k' \Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 2000 - 0,0838 \cdot M_i \quad (2.2.16)$$

5. TikZ Grafik

6. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15), wobei die Hälfte der Erregung  $k' \Phi$  eingesetzt wird.

$$M_{\frac{N}{2}} = \frac{k' \Phi}{2} I_A = 238,73 \text{ Nm} \quad (2.2.17)$$

7. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt, wobei die Hälfte der Erregung  $k' \Phi$  eingesetzt wird und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{2M_i}{k' \Phi}}{k' \Phi} \cdot 2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 2400 - 0,335 \cdot M_i \quad (2.2.18)$$

#### Lösung 14.

1. Im Leerlauf ist der Ankerstrom Null und mittels Glg.(1.1.14) lässt sich die Spannungskonstante errechnen.

$$U_{A,N} = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} \cdot \frac{4000}{60} \cdot 2\pi \quad (2.2.19)$$

$$k_1 \cdot \phi = 0,72 \text{ Vs} \quad (2.2.20)$$

$$k' \cdot \phi = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} = 0,144 \text{ Vs} \quad (2.2.21)$$

$$M_N = \frac{k_1 \cdot \phi_N}{2\pi} \cdot I_A = 1,145 \text{ Nm} \quad (2.2.22)$$

2. Die Glg.(1.1.14) wird auf  $R_A$  umgeformt. Für die Berechnung der Nenndrehzahl wird in Glg.(1.1.14) die Nennwerte eingesetzt und auf  $\Omega_N$  umgeformt. Um auf  $n_N$  zu kommen wird noch mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert. Der Wirkungsgrad

errechnet sich nach Glg.(1.1.19).

$$U_{A,N} = R_A I_A + k' \cdot \phi \cdot \frac{n_0 2\pi}{60} \quad (2.2.23)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - k' \cdot \phi \cdot \frac{n_0 2\pi}{60}}{I_A} = 300 \text{ m}\Omega \quad (2.2.24)$$

$$\Omega_N = \frac{U_{A,N} - R_A I_A}{k' \cdot \phi} \quad (2.2.25)$$

$$n_N = \frac{U_{A,N} - R_A I_A}{k' \cdot \phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 3750 \text{ U/min} \quad (2.2.26)$$

$$\eta_N = \frac{\Omega_N M_N}{U_N I_N} = 0,938 \quad (2.2.27)$$

3. In Glg.(1.1.18) wird Glg.(1.1.14) auf  $I_A$  umgeformt und eingesetzt. Anschließend wird auf  $\delta$  umgeformt.

$$P_{mech} = M_m \cdot \Omega_m = k' \phi \cdot I_A \cdot \Omega_m \quad (2.2.28)$$

$$= k' \phi \cdot \frac{U_B \delta - k' \phi \Omega}{R_A} \cdot \Omega \quad (2.2.29)$$

$$\delta = \frac{\frac{P_{mech}}{\Omega} \cdot R_A + (k' \phi)^2 \Omega}{k' \phi U_B} = 0,552 \quad (2.2.30)$$

4. Da die Spannungskonstante wird über den Dauermagneten beschrieben.

$$k_1 \cdot \phi_{N,50^\circ C} = k_1 \phi_N \cdot (1 - 0,002 \cdot 50) = 0,648 \quad (2.2.31)$$

$$R_{A,50^\circ C} = 0,3 \cdot (1 + 0,00393 \cdot 50) = 359 \text{ m}\Omega \quad (2.2.32)$$

$$n_{N,50^\circ C} = \frac{U_A - R_{A,50^\circ C} \cdot I_A}{k_1 \cdot \phi_{N,50^\circ C}} \cdot \frac{60}{2\pi} = 4112 \text{ U/min} \quad (2.2.33)$$

### Lösung 15.

1. Um den Ankerwiderstand berechnen zu können wird die Ankernennspannung benötigt. Diese errechnet sich aus der Spannungskonstante mit der Leerlaufdrehzahl. Anschließend wird mit (1.1.14) der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.



$$U_{A,N} = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{2000}{60} 2\pi = 500 \text{ V} \quad (2.2.34)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 50 \text{ m}\Omega \quad (2.2.35)$$

$$k'\Phi = \frac{k\Phi}{2\pi} \quad (2.2.36)$$

2. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 477,46 \text{ Nm} \quad (2.2.37)$$

3. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 1200 - 0,0838 \cdot M_i \quad (2.2.38)$$

4. TikZ Grafik

5. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15), wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird.

$$M_{\frac{N}{2}} = \frac{k'\Phi}{2} I_A = 238,73 \text{ Nm} \quad (2.2.39)$$

6. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt, wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{2M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot 2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 2400 - 0,335 \cdot M_i \quad (2.2.40)$$

7. TikZ Grafik

8. In (1.1.19) einsetzen.

$$\eta_N = \frac{M_N \Omega_N}{U_{A,N} I_A} = 0,98 \quad (2.2.41)$$

### Lösung 16.

1. Im Leerlauf ist der Ankerstrom Null und mittels Glg.(1.1.14) lässt sich die Spannungskonstante errechnen.

$$U_{A,N} = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} \cdot \frac{n_0}{60} \cdot 2\pi \quad (2.2.42)$$

$$k_1 \cdot \phi = 8 \text{ Vs} \quad (2.2.43)$$

$$k' \cdot \phi = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} = 1,273 \text{ Vs} \quad (2.2.44)$$

$$M_N = \frac{k_1 \cdot \phi_N}{2\pi} \cdot I_A = 1,145 \text{ Nm} \quad (2.2.45)$$

Um den Ankerwiderstand berechnen zu können wird die Ankernennspannung benötigt. Diese errechnet sich aus der Spannungskonstante mit der Leerlaufdrehzahl. Anschließend wird mit (1.1.14) der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.

$$U_{A,N} = \frac{k_1 \Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_0}{60} 2\pi = 400 \text{ V} \quad (2.2.46)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 80 \text{ m}\Omega \quad (2.2.47)$$

$$(2.2.48)$$

2. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 127,3 \text{ Nm} \quad (2.2.49)$$

3. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt, wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{2M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot 2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 6000 - 0,197 \cdot M_i \quad (2.2.50)$$

TikZ Grafik hier bitte.

4. TikZ Grafik für Nebenschlussgenerator. Da die Spannungskonstante von dem Erregerstrom abhängig ist, kann hier kein konstanter Wert eingesetzt werden.

Es wird die Steigung  $k' \phi / I_E$  ermittelt, welche dann als Linie in Abb.(??) eingezeichnet wird. Bei der Berechnung wird von Glg.(1.1.14) ausgegangen und auf  $k' \phi / I_E$  umgeformt.

$$U_A = (R_E + R_A)I_A + k' \phi \cdot \Omega_m \quad (2.2.51)$$

$$\frac{k_1 \phi}{I_E} = \frac{R_E + R_A}{\Omega_N} \cdot 2\pi = 0,901 \quad (2.2.52)$$

Eine Gerade mit der Steigung 0,901 einzeichnen und bei dem Schnittpunkt ablesen.  $I_E = 7,4 \text{ A}$  und  $R_E \cdot I_E = 315 \text{ V}$ .

### Lösung 17.

1. TikZ Grafik für Gleichstrommaschine mit Tiefsetzsteller.
2. Da der Ankerwiderstand null ist, ist die Ankerspannung gleich der Induzierten Spannung bei Nenndrehzahl. Mittels Glg.(1.1.14) lässt sich die Spannungskonstante errechnen.

$$U_{A,N} = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} \cdot 2\pi \quad (2.2.53)$$

$$k_1 \cdot \phi = 0,597 \text{ Vs} \quad (2.2.54)$$

$$k' \cdot \phi = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} = 0,095 \text{ Vs} \quad (2.2.55)$$

$$(2.2.56)$$

Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 1,432 \text{ Nm} \quad (2.2.57)$$

3. Ausgehend von Glg.(1.1.14) wird für  $U_{A,N} = \delta \cdot 12 \text{ V}$  und für die die Drehzahl die Hälfte eingesetzt.

$$\delta \cdot U_{ZK} = k' \phi \cdot \frac{n_N}{2 \cdot 60} \cdot 2\pi \quad (2.2.58)$$

$$\delta = 0,416 \quad (2.2.59)$$

$$t_{on} = \frac{1}{8 \text{ kHz}} \cdot 0,416 = 52,08 \text{ } \mu\text{s} \quad (2.2.60)$$

$$t_{off} = \frac{1}{8 \text{ kHz}} \cdot (1 - 0,416) = 72,92 \text{ } \mu\text{s} \quad (2.2.61)$$

4. TikZ Grafik hier.

Für die Berechnung des Stromrippels gehen wir von Glg.(1.1.14) aus, welche auf  $I_A$  umgeformt werden, wobei wir die differentiellen Anteile nicht vernachlässigen dürfen, da es sich hier um dynamische Prozesse handelt. Es muss zwischen den zwei Zuständen S,Offen und S,Zu (S ... Schalter) unterschieden werden. Der Term mit  $R_A \cdot I_A$  fällt weg, da  $R_A = 0 \Omega$  ist.

$$\text{S,Offen } 0 = L_A \frac{\partial I_A}{\partial t} + k' \phi \cdot \Omega_{N/2} \quad (2.2.62)$$

$$\text{S,Zu } U_{ZK} = L_A \frac{\partial I_A}{\partial t} + k' \phi \cdot \Omega_{N/2} \quad (2.2.63)$$

$$\text{S,Offen } I_{A,Offen} = -\frac{1}{L_A} \int_0^{t_{off}} k' \phi \cdot \Omega_{N/2} \partial t = -2,014 \text{ A} \quad (2.2.64)$$

$$\text{S,Zu } I_{A,Zu} = -\frac{1}{L_A} \int_0^{t_{on}} U_{ZK} - k' \phi \cdot \Omega_{N/2} \partial t = -2,025 \text{ A} \quad (2.2.65)$$

5. Die Amplitude ist die Differenz zwischen den beiden Werten.

$$|I_{A,Zu} - I_{A,Offen}| = 11,45 \text{ mA} \quad (2.2.66)$$

$$|M_\delta| = |(I_{A,Zu} - I_{A,Offen})| \cdot k' \phi = 1,08 \text{ mNm} \quad (2.2.67)$$

6. Zur Berechnung der Auslaufzeit wird die Glg.(1.1.17) einmal integriert. Anschließend werden die Anfangsbedingungen eingesetzt und die Zeit ermittelt. Der Strom  $I_A = 0$ , da die Maschine abgeschaltet wird!

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi} = M_m - M_L \quad (2.2.68)$$

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi} = k' \phi \cdot I_A - M_N \cdot 0,05 \quad (2.2.69)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{-0,05 \cdot M_N \cdot t}{\Theta} + C \quad (2.2.70)$$

$$\Omega_{N/2} = \frac{-0,05 \cdot M_N \cdot 0}{\Theta} + C \quad (2.2.71)$$

$$C = \Omega_{N/2} \quad (2.2.72)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{-0,05 \cdot M_N \cdot t}{\Theta} + \Omega_{N/2} \quad (2.2.73)$$

$$0 = \frac{-0,05 \cdot M_N \cdot t}{\Theta} + \Omega_{N/2} \quad (2.2.74)$$

$$t = 1,462 \text{ s} \quad (2.2.75)$$

### Lösung 18.

1. Um den Ankerwiderstand berechnen zu können wird die Ankernennspannung benötigt. Diese errechnet sich aus der Spannungskonstante mit der Leerlaufdrehzahl. Anschließend wird mit (1.1.14) der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.

$$U_{A,N} = \frac{k_1 \Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_0}{60} 2\pi = 500 \text{ V} \quad (2.2.76)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 75 \text{ m}\Omega \quad (2.2.77)$$

$$(2.2.78)$$

2. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 477,46 \text{ Nm} \quad (2.2.79)$$

3. Der Wirkungsgrad errechnet sich über Glg.(1.1.19).

$$\eta_N = \frac{M_N \cdot \Omega_N}{U_N \cdot I_N} = 0,98 \quad (2.2.80)$$

4. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 1200 - 0,125 \cdot M_i \quad (2.2.81)$$

TikZ Grafik.

5. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt, wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{2M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot 2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 2400 - 0,502 \cdot M_i \quad (2.2.82)$$

Es wird der doppelte Strom benötigt.

$$M_N = \frac{k' \phi}{2} \cdot I_A \quad (2.2.83)$$

$$I_A = \frac{2 \cdot M_N}{k' \phi} \quad (2.2.84)$$

TikZ Grafik.

### Lösung 19.

1. Da es sich hier um eine **Reihenschluss**-Gleichstrommaschine handelt, ist der Strom, welcher durch die Erregerwicklung geht gleich dem Strom durch den Anker  $I_A = I_E$ . Aus der Abb.?? wird bei  $I_A = 280 \text{ A}$  die Induzierte Spannung  $U_i = 190 \text{ V}$  abgelesen. Das Moment errechnet sich nach Glg.(1.2.27).

$$U_i = k' \Phi \cdot \Omega \quad (2.2.85)$$

$$k' \Phi = \frac{U_i}{\Omega} = 2,267 \text{ Vs} \quad (2.2.86)$$

$$M_N = k' \Phi \cdot I_N = 635 \text{ Nm} \quad (2.2.87)$$

$$P_N = U_N \cdot I_N = 84 \text{ kW} \quad (2.2.88)$$

2. Mit Glg.(1.1.14) wird der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.

$$U_{A,N} = \frac{k_1 \Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_0}{60} 2\pi \quad (2.2.89)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 54 \text{ m}\Omega \quad (2.2.90)$$

$$(2.2.91)$$

3. Der Wirkungsgrad errechnet sich über Glg.(1.1.19). Hier müssen aber die Verluste über die Erregerwicklung berücksichtigt werden.

$$\eta_N = \frac{M_N \cdot \Omega_N}{U_N \cdot I_N} = 0,95 \quad (2.2.92)$$

4. Bei einem geänderten Ankerstrom wird auch eine andere Spannung induziert, wodurch  $k_1 \Phi$  neu bestimmt werden muss. Aus der Abb.?? wird bei  $I_A =$

140 A die Induzierte Spannung  $U_i = 140 \text{ V}$  abgelesen. Das Moment errechnet sich nach Glg.(1.2.27).

$$U_i = k' \Phi \cdot \Omega \quad (2.2.93)$$

$$k' \Phi = \frac{U_i}{\Omega} = 1,79 \text{ Vs} \quad (2.2.94)$$

$$M_N = k' \Phi \cdot I_N = 250 \text{ Nm} \quad (2.2.95)$$

$$(2.2.96)$$

Mit Glg.(1.1.14) wird die Drehzahl durch umformen und multiplizieren mit  $\frac{60}{2\pi}$  berechnet.

$$n = \frac{U_A - R_A I_A}{k' \Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 1029 \text{ U/min} \quad (2.2.97)$$

Keine Ahnung, wie bei einer Reihenschlussmaschine die Drehzahlkennlinie aufgenommen werden kann.

5. Da ein anderer Ankerstrom fließt als in den oberen Punkten, muss wieder ein neues  $k_1 \Phi$  bestimmt werden.

$$k' \Phi = \frac{U_i}{\Omega} = 2,029 \text{ Vs} \quad (2.2.98)$$

$$U_A = R_A \cdot I_A + k' \Phi \Omega \quad (2.2.99)$$

$$R_L \cdot I_A = R_A \cdot I_A + k' \Phi \Omega \quad (2.2.100)$$

$$R_L = \frac{R_A \cdot I_A + k' \Phi \Omega}{I_A} = 585 \text{ m}\Omega \quad (2.2.101)$$

$$M = k' \Phi \cdot I_A = 405,8 \text{ Nm} \quad (2.2.102)$$

## Lösung 20.

1. TikZ Grafik für Nebenschlussmaschine.
2. **Hinweis:** In der Original Angabe ist die x-Achse des Diagramms nicht sichtbar, die Skalen auf der x-Achse sind somit geschätzt und es können unerwartete Ergebnisse auftreten.

### Lösung 21.

1. Kann hier jemand mit TikZ die Schaltung programmieren und hier reinstellen?
2. Die Spannungskonstante im Nennpunkt errechnet sich über Glg.(1.1.2). Dazu wird über das Diagramm die Induzierte Spannung bei  $I_E$  abgelesen. Einsetzen und auf  $k' \Phi$  umformen.

$$I_E = \frac{U_{A,N}}{R_E} = \frac{40}{2,5} = 16 \text{ A} \quad (2.2.103)$$

$$\Omega_{1000} = \frac{1000 \cdot 2\pi}{60} = 104,71 \text{ 1/s} \quad (2.2.104)$$

$$\Omega_N = \frac{2000 \cdot 2\pi}{60} = 209,43 \text{ 1/s} \quad (2.2.105)$$

$$k' \Phi = \frac{U_i}{\Omega_{1000}} = \frac{19,5V}{104,71} = 0,186 \text{ Vs} \quad (2.2.106)$$

$$k_1 \phi_N = k' \Phi \cdot 2\pi = 1,17 \text{ Vs} \quad (2.2.107)$$

$$M_N = k' \Phi \cdot I_A = 0,186 \cdot 200 = 37,242 \text{ Nm} \quad (2.2.108)$$

$$P_N = M_N \cdot \Omega_N = 37,242 \cdot 209,43 = 7,8 \text{ kW} \quad (2.2.109)$$

$$(2.2.110)$$

3. Der Ankerwiderstand errechnet sich über Glg.(1.1.14).

$$U_{A,N} = k' \phi_N \cdot \Omega_0 = k' \phi_N \cdot \frac{n_0}{60} \cdot 2\pi \quad (2.2.111)$$

$$n_0 = \frac{U_{A,N} \cdot 60}{k' \phi_N \cdot 2\pi} = \frac{40 \cdot 60}{0,186 \cdot 2\pi} = 2053,61 \text{ U/min} \quad (2.2.112)$$

$$\Omega_0 = \frac{n_0 \cdot 2\pi}{60} = \frac{2053,61 \cdot 2\pi}{60} = 215,05 \text{ 1/s} \quad (2.2.113)$$

$$R_A = \frac{k' \phi_N \cdot (\Omega_0 - \Omega_N)}{I_N} = \frac{0,186 \cdot (215,05 - 209,43)}{200} = 5,22 \text{ m}\Omega \quad (2.2.114)$$

4. Der Wirkungsgrad errechnet sich über Glg.(1.1.19). Hier müssen aber die Verluste über die Erregerwicklung berücksichtigt werden.

$$\eta_N = \frac{M_N \cdot \Omega_N}{U_N \cdot (I_N + I_E)} = \frac{37,242 \text{ Nm} \cdot 209,43 \text{ 1/s}}{40 \cdot (200 + 16)} = 0,903 \quad (2.2.115)$$



5. Hier bitte ein Bild von der Schaltung. Der Strom  $I_A$  ist jetzt negativ, weil wir uns im Generatorbetrieb befinden. Als Startgleichung wird hier Glg.(1.1.14) verwendet. Die Glg wird auf eine Form  $U_i(I_E)/I_E$  umgeformt, was einer Steigung entspricht, und dann der Schnittpunkt mit der Linie im Diagramm abgelesen. Da die Drehzahl im Diagramm bei 1000  $U/min$  aufgenommen wurde, wir aber mit 2000  $U/min$  arbeiten, ist für die induzierte Spannung ein Faktor 2 vorzusehen.

$$I_A \cdot R_A + I_L \cdot R_L = k' \Phi \cdot \frac{2000}{60} \cdot 2\pi \quad (2.2.116)$$

$$(I_L + I_E)R_A + I_E \cdot R_E = U_i(I_E) \cdot 2 \quad (2.2.117)$$

$$\left( \frac{I_E \cdot R_E}{R_L} + I_E \right) R_A + I_E R_E = U_i(I_E) \cdot 2 \quad (2.2.118)$$

$$R_A I_E \left( \frac{R_E}{R_L} + 1 \right) + I_E R_E = U_i(I_E) \cdot 2 \quad (2.2.119)$$

$$I_E \left( R_E + R_A \left( 1 + \frac{R_E}{R_L} \right) \right) = U_i(I_E) \cdot 2 \quad (2.2.120)$$

$$\frac{U_i(I_E)}{I_E} = \frac{R_E + R_A \left( 1 + \frac{R_E}{R_L} \right)}{2} \quad (2.2.121)$$

$$\frac{U_i(I_E)}{I_E} \Big|_{R_L=0,01} = 1,91 \quad (2.2.122)$$

$$\frac{U_i(I_E)}{I_E} \Big|_{R_L=0,02} = 1,58 \quad (2.2.123)$$

$$\frac{U_i(I_E)}{I_E} \Big|_{R_L=0,05} = 1,38 \quad (2.2.124)$$

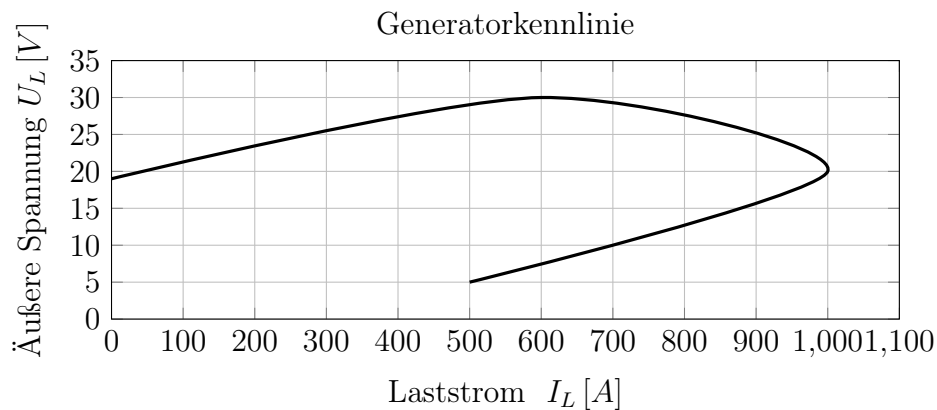
$$\frac{U_i(I_E)}{I_E} \Big|_{R_L=\infty} = 1,25 \quad (2.2.125)$$

Die Steigungen werden in Abb.?? eingezeichnet und bei dem Schnittpunkt mit der Kurve der Erregerstrom und die induzierte Spannung abgelesen. Der Laststrom und die Lastspannung ergeben sich wie folgt:

$$I_L = \frac{I_E \cdot R_E}{R_L} \quad (2.2.126)$$

$$U_L = I_E \cdot R_E \quad (2.2.127)$$

$R_L$	$I_E$ [A]	$U_i$ [V]	$I_L$ [A]	$U_L$ [V]
0,01	2	4	500	5
0,02	8	16	1000	20
0,05	12	18	600	30
$\infty$	14	19	0	19



### Lösung 22.

1. TikZ Grafik hier.
2. Die Spannungskonstante errechnet sich durch umformen der Glg.(1.1.18). Durch umformen der Glg.(1.1.14) auf  $\Omega$  und anschließend dem multiplizieren mir  $\frac{60}{2\pi}$  erhalten wir die Leerlaufdrehzahl. Die Ankerspannung ist dabei  $\frac{P_{mech}}{0,9I_{A,N}}$

$$P_{mech} = M_m \cdot \Omega_m = k' \phi \cdot I_A \cdot \Omega_m \quad (2.2.128)$$

$$k' \phi = \frac{P_{mech}}{I_A \cdot \Omega_m} = 1,718 \text{ Vs} \quad (2.2.129)$$

$$M_N = k' \phi \cdot I_A = 386,75 \text{ Nm} \quad (2.2.130)$$

$$U_{A,N} = \frac{P_{mech}}{0,9I_{A,N}} = 400 \text{ V} \quad (2.2.131)$$

$$n_0 = \frac{U_{A,N}}{k' \phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 2222 \text{ U/min} \quad (2.2.132)$$

3. Ankerspannung ist im vorherigen Unterpunkt schon berechnet worden. Die Widerstände errechnen sich aus Glg.(1.1.14) durch umformen und einsetzen

der Widerstandsbeziehung.

$$U_{A,N} = (R_E + R_A) \cdot I_A + k' \phi \cdot \Omega_N \quad (2.2.133)$$

$$U_{A,N} = \left(\frac{2}{5} + 1\right) \cdot R_A \cdot I_A + k' \phi \cdot \Omega_N \quad (2.2.134)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - k' \phi \cdot \Omega_N}{I_A \cdot \left(\frac{2}{5} + 1\right)} = 126,98 \text{ m}\Omega \quad (2.2.135)$$

$$R_E = \frac{2}{5} \cdot R_A = 50,79 \text{ m}\Omega \quad (2.2.136)$$

4. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - (R_A + R_E) \frac{M_i}{k' \Phi}}{k' \Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 2222 - 0,575 \cdot M_i \quad (2.2.137)$$

TikZ Grafik.

5. Für  $n$  wird 0 eingesetzt, da die Maschine steht.

$$U_A = I_A(R_V + R_E + R_A) + k' \phi \Omega_m \quad (2.2.138)$$

$$M_m = k' \phi \frac{I_A^2}{I_N} \quad (2.2.139)$$

$$I_A = \sqrt{\frac{1,5 M_n \cdot I_N}{k' \phi}} = 275,588 \text{ A} \quad (2.2.140)$$

$$k' \phi = \frac{1,5 M_n}{I_A} = 2,1052 \text{ Vs} \quad (2.2.141)$$

$$U_A = I_A(R_V + R_E + R_A) + k' \phi \cdot n \cdot \frac{2\pi}{60} \quad (2.2.142)$$

$$R_V = \frac{U_A}{I_A} - R_E - R_A = 1,274 \text{ }\Omega \quad (2.2.143)$$

6.

$$M_m = \frac{k' \phi}{2} \cdot I_A = 96,694 \text{ Nm} \quad (2.2.144)$$

$$\Theta_{GM} \frac{\partial \Omega_m}{\partial \tau} = M_m - M_R \quad (2.2.145)$$

$$\Theta_{GM} \Omega_m = (M_m - M_R) \cdot \tau + C \quad (2.2.146)$$

$$n = \frac{60}{2\pi} \frac{M_m - M_R}{\Theta_{GM}} \cdot t + C \quad (2.2.147)$$

$$n = 73,86 \cdot t + 2000 \quad (2.2.148)$$

$$U_A = (R_A + R_E) \cdot I_A + \frac{k' \phi}{2} \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot 73,86 \cdot t + 2000 \quad (2.2.149)$$

$$73,86 \cdot t + 2000 = \frac{U_A - I_A(R_E + R_A)}{\frac{k' \phi}{2} \cdot \frac{2\pi}{60}} \quad (2.2.150)$$

$$t = 39,105 \text{ s} \quad (2.2.151)$$