

leftleftrightcenter

TU WIEN

MASCHINEN UND ANTRIEBE

VO 370.015

WS 2015

---

# Aufgabensammlung

---

*Lizenz:*

GNU GPLv3

7. November 2016

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Formelübersicht</b>	<b>4</b>
1.1	Gleichstrommaschine . . . . .	4
1.1.1	Permanentmagneterregt . . . . .	5
1.1.2	Fremderregt . . . . .	6
1.2	Permanentmagneterregte Synchronmaschine . . . . .	7
1.2.1	Wechselstrombetrieb . . . . .	7
1.2.2	BLDC-Betrieb . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Prüfungen</b>	<b>10</b>
2.1	PM-Synchronmaschine . . . . .	10
	Aufgabe 1 . . . . .	10
	Aufgabe 2 . . . . .	11
	Aufgabe 3 . . . . .	13
	Aufgabe 4 . . . . .	16
	Aufgabe 5 . . . . .	18
	Aufgabe 6 . . . . .	20
	Aufgabe 7 . . . . .	23
	Aufgabe 8 . . . . .	26
	Aufgabe 9 . . . . .	29
	Aufgabe 10 . . . . .	31
2.2	Gleichstrommaschine . . . . .	36
	Aufgabe 11 . . . . .	36
	Aufgabe 12 . . . . .	37
	Aufgabe 13 . . . . .	39
	Aufgabe 14 . . . . .	41
	Aufgabe 15 . . . . .	43
	Aufgabe 16 . . . . .	45
	Aufgabe 17 . . . . .	48
	Aufgabe 18 . . . . .	51
	Aufgabe 19 . . . . .	53
	Aufgabe 20 . . . . .	56
	Aufgabe 21 . . . . .	57

Aufgabe 22 . . . . .	62
----------------------	----

Werter Student!

Diese Unterlagen werden dir **kostenlos** zur Verfügung gestellt, damit Sie dir im Studium behilflich sind. Sie wurden von vielen Studierenden zusammengetragen, digitalisiert und aufgearbeitet. Ohne der Arbeit von den Studierenden wären diese Unterlagen nicht entstanden und du müsstest dir jetzt alles selber zusammensuchen und von schlecht eingescannten oder abfotografierten Seiten lernen. Zu den Beispielen gibt es verschiedene Lösungen, welche du dir auch erst mühsamst rausuchen und überprüfen müsstest. Die Zeit die du in deine Suche und recherche investierst wäre für nachfolgende Studenten verloren. Diese Unterlagen leben von der Gemeinschaft die sie betreuen. Hilf auch du mit und erweitere diese Unterlagen mit deinem Wissen, damit sie auch von nachfolgenden Studierenden genutzt werden können. Geh dazu bitte auf <https://github.com/Painkilla/VO-370.015-Maschinen-und-Antriebe/issues> und schau dir in der TODO Liste an was du beitragen möchtest. Selbst das Ausbessern von Tippfehlern oder Rechtschreibung ist ein wertvoller Beitrag für das Projekt. Nütze auch die Möglichkeit zur Einsichtnahme von Prüfungen zu gehen und die Angaben anderen zur Verfügung zu stellen, damit die Qualität der Unterlagen stetig besser wird.  $\text{\LaTeX}$  und Git sind nicht schwer zu lernen und haben auch einen Mehrwert für das Studium und das spätere Berufsleben. Sämtliche Seminar oder Bachelorarbeiten sind mit  $\text{\LaTeX}$  zu schreiben. Git ist ideal um gemeinsam an einem Projekt zu arbeiten und es voran zu bringen. Als Student kann man auf GitHub übrigens kostenlos unbegrenzt private Projekte hosten.

Mit dem Befehl:

```
$ git clone https://github.com/Painkilla/VO-370.015-Maschinen-und-Antriebe.git
```

erstellst du eine lokale Kopie des Repositorium. Du kannst dann die Dateien mit einem  $\text{\LaTeX}$ -Editor deiner Wahl bearbeiten und dir das Ergebniss ansehen. Bist du auf GitHub registriert, kannst du einen Fork(engl:Ableger) erstellen und mit den Befehlen:

```
$ git commit -m "Dein Kommentar zu den Änderungen"
$ git push
```

werden deine Ergänzungen auf deinen Ableger am Server gesendet. Damit deine Ergänzungen auch in das zentrale Repositorium gelangen und allen Studierenden zur Verfügung steht musst du nur noch einen Pull-Request erstellen.

# 1 Formelübersicht

## 1.1 Gleichstrommaschine

$I_A$	Ankerstrom	$[A]$
$U_A$	Ankerspannung	$[V]$
$R_A$	Ankerwiderstand	$[\Omega]$
$L_A$	Ankerinduktivität	$[H]$
$\Psi_A$	Ankerfluss	$[Vs]$
$I_F$	Feldstrom	$[A]$
$U_F$	Feldspannung	$[V]$
$R_F$	Feldwiderstand	$[R]$
$L_F$	Feldinduktivität	$[H]$
$\Psi_F$	Feldfluss	$[Vs]$
$U_i$	Induzierte Spannung	$[V]$
$\Psi_M$	Permanentmagnetfluss	$[Vs]$
$k' \phi$	Spannungskonstante	$[Vs]$
$\Omega_m$	Winkelgeschwindigkeit Motor	$[1/s]$
$\Omega_{m,0}$	Leerlauf Winkelgeschwindigkeit Motor	$[1/s]$
$\Omega_{m,N}$	Nennwinkelgeschwindigkeit Motor	$[1/s]$
$\Theta_m$	Trägheitsmoment Motor	$[kg\ m^2]$
$M_m$	Moment Motor	$[N\ m]$
$M_L$	Moment Last	$[N\ m]$
$A_M$	Fläche Magnet	$[m^2]$
$A_L$	Fläche Luftspalt	$[m^2]$
$l_M$	Länge Magnet	$[m]$
$l_L$	Länge Luftspalt	$[m]$
$B_M$	Flußdichte Magnet	$[T]$
$B_r$	Remanenzflußdichte Magnet	$[T]$
$B_L$	Flußdichte Luftspalt	$[T]$
$\mu_0$	magnetische Feldkonstante	$[V\ s/(A\ m)]$

### 1.1.1 Permanentmagneterregt

Ankerfluss

$$\Psi_A = \Psi_M + L_A \cdot I_A \quad (1.1.1)$$

Induzierte Spannung

$$U_i = k' \phi \cdot \Omega_m \quad (1.1.2)$$

Permanentmagnet

$$\Psi_L = \Psi_M \quad (1.1.3)$$

$$B_L \cdot A_L = B_M \cdot A_M \quad (1.1.4)$$

$$B_L = \mu_0 \cdot H_L = B_M \frac{A_M}{A_L} \quad (1.1.5)$$

$$2 \cdot H_L \cdot l_L = 2 \cdot H_M \cdot l_M \quad (1.1.6)$$

$$H_M = H_L \cdot \frac{l_L}{l_M} \quad (1.1.7)$$

$$B_M = B_r + \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_M \quad (1.1.8)$$

$$B_M = B_r + \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_L \cdot \frac{l_L}{l_M} \quad (1.1.9)$$

$$B_M = B_r + \mu_r \cdot B_M \frac{A_M}{A_L} \cdot \frac{l_L}{l_M} \quad (1.1.10)$$

$$B_M = \frac{B_r}{1 - \mu_r \frac{A_M}{A_L} \cdot \frac{l_L}{l_M}} \quad (1.1.11)$$

Ankerspannungsgleichung

$$U_A = R_A I_A + \frac{\partial \Psi_A}{\partial t} \quad (1.1.12)$$

$$= R_A I_A + \frac{\partial \Psi_M + L_A I_A}{\partial t} \quad (1.1.13)$$

$$= R_A I_A + L_A \frac{\partial I_A}{\partial t} + k' \phi \cdot \Omega_m \quad (1.1.14)$$

Moment des Motors

$$M_m = k' \phi \cdot I_A \quad (1.1.15)$$

Mechanische Gleichung

$$\Theta_m \frac{\partial \Omega_m}{\partial t} = M_m - M_L \quad (1.1.16)$$

$$\Theta_m \frac{\partial \Omega_m}{\partial t} = k' \phi \cdot I_A - M_L \quad (1.1.17)$$

Mechanische Leistung

$$P_{mech} = M_m \cdot \Omega_m = k' \phi \cdot I_A \cdot \Omega_m \quad (1.1.18)$$

Wirkungsgrad

$$\eta_N = \frac{\Omega_N M_N}{U_N I_N} \quad (1.1.19)$$

Laplace Bereich

$$U_A(s) = R_A I_A(s) + L_A I_A(s)s + k' \phi \cdot \Omega_m(s) \quad (1.1.20)$$

$$\Theta_m \Omega_m(s)s = M_m - M_L = k' \phi \cdot I_A(s) - k_L \cdot \Omega_m(s) \quad (1.1.21)$$

$$\frac{\Omega_m(s)}{U_A(s)} = \frac{k' \phi}{s^2 L_A \Theta_m + s R_A \Theta_m + (k' \phi)^2} \quad (1.1.22)$$

$$\frac{\Omega_m(s)}{M_L(s)} = \frac{R_A + s L_A}{s^2 L_A \Theta_m + s R_A \Theta_m + (k' \phi)^2} \quad (1.1.23)$$

$$\frac{\Omega_m(s)}{I_A(s)} = \frac{k' \phi}{s \Theta_m + k_L} \quad (1.1.24)$$

Im Stationären Fall gilt folgendes:

$$\frac{\partial \Omega_m}{\partial t} = \frac{\partial I_A}{\partial t} = 0 \quad (1.1.25)$$

### 1.1.2 Fremderregt

$$U_F = I_F R_F + \frac{\partial \Psi_F}{\partial t} \quad (1.1.26)$$

$$\Psi_F = L_F(I_F) I_F \quad (1.1.27)$$



## 1.2 Permanentmagnetenerregte Synchronmaschine

$\underline{i}_s$	bezogener Statorstrom statorfest	[1]
$\underline{i}_{sdq}$	bezogener Statorstrom rotorfest	[1]
$\underline{u}_s$	bezogene Statorspannung statorfest	[1]
$\underline{u}_{sdq}$	bezogene Statorspannung rotorfest	[1]
$r_s$	bezogener Statorwiderstand	[1]
$\omega_K$	bezogenes Rotierendes Koordinatensystem	[1]
$\omega_m$	bezogene Winkelgeschwindigkeit Motor	[1]
$l_s$	bezogene Statorinduktivität	[1]
$U_i$	bezogene Induzierte Spannung	[1]
$\underline{\Psi}_M$	bezogener Permanentmagnetfluss	[1]
$\underline{\Psi}_s$	bezogene Statorflußverkettung	[1]
$\tau$	bezogene Zeit	[1]
$\tau_m$	bezogenes Trägheitsmoment Motor	[1]
$m_R$	bezogenes Moment Rotor	[1]
$m_L$	bezogenes Moment Last	[1]

### 1.2.1 Wechselstrombetrieb

Statorinduktivität

$$l_s = \frac{3}{2} \cdot l_{strang} \quad (1.2.1)$$

Statorflußverkettungsgleichung

$$\underline{\Psi}_s = l_s \cdot \underline{i}_s + \underline{\Psi}_M = l_s \cdot \underline{i}_s + |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau} \quad (1.2.2)$$

Rotorstrom

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) \quad (1.2.3)$$

$$\underline{i}_{sdq} = |\underline{i}_s| \cdot e^{j\arg(\underline{i}_{sdq})} \quad (1.2.4)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) \quad (1.2.5)$$

$$\underline{i}_{sq} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \sin(\arg(\underline{i}_{sdq})) \quad (1.2.6)$$

$$(1.2.7)$$

Statorstrom

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} \quad (1.2.8)$$

Statorspannungsgleichung

$$\underline{u}_s(\tau) = \underline{i}_s \cdot r_s + \frac{\partial \underline{\Psi}_s}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot \underline{\Psi}_s \quad (1.2.9)$$

Statorspannungsgleichung im rotorfesten Koordinatensystem

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (1.2.10)$$

$$\frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} = 0 \quad (1.2.11)$$

$$\omega_K = \omega_m \quad (1.2.12)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + j\omega_m \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_m \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (1.2.13)$$

Stromzeiger im rotorfesten Koordinatensystem bei Kurzschluss im stationären Fall

$$0 = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot j\omega_m \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_m \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (1.2.14)$$

$$\underline{i}_{sdq} \cdot (r_s + j\omega_m \cdot l_s) = -j\omega_m \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (1.2.15)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{-j\omega_m \cdot |\underline{\Psi}_M|}{(r_s + j\omega_m \cdot l_s)} \quad (1.2.16)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{-j\omega_m \cdot |\underline{\Psi}_M|}{(r_s + j\omega_m \cdot l_s)} \cdot \frac{(r_s - j\omega_m \cdot l_s)}{(r_s - j\omega_m \cdot l_s)} \quad (1.2.17)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{-\omega^2 |\underline{\Psi}_M| l_s}{r_s^2 + (\omega l_s)^2} - j \frac{\omega |\underline{\Psi}_M| r_s}{r_s^2 + (\omega l_s)^2} \quad (1.2.18)$$

Im rotorfesten Koordinatensystem ist die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses vom Permanentmagneten null Glg.(1.2.11), weil sich der Magnet mit dem Koordinatensystem bewegt. Das Koordinatensystem bewegt sich mit der Geschwindigkeit des Motors. Glg.(1.2.12)

Statorspannungsgleichung im statorfesten Koordinatensystem

$$\arg(\underline{i}_s) = \arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M) \quad (1.2.19)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j\arg(\underline{i}_s)} \quad (1.2.20)$$

$$\underline{u}_s(\tau) = \underline{i}_s \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_s}{\partial \tau} + \frac{\partial \underline{\Psi}_M}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_s + j\omega_K \cdot \underline{\Psi}_M \quad (1.2.21)$$

$$\omega_K = 0 \quad (1.2.22)$$

$$\frac{\partial \underline{\Psi}_M}{\partial \tau} = \frac{\partial |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau}}{\partial \tau} = j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau} \quad (1.2.23)$$

$$\underline{u}_s(\tau) = \underline{i}_s \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_s}{\partial \tau} + j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau} \quad (1.2.24)$$

Tabelle 1: Stromzeiger im BLDC Betrieb

Name	$i_1$	$i_2$	$i_3$	Winkel [°]
A	+	-	0	-30
B	+	0	-	30
C	0	+	-	90
D	-	+	0	150
E	-	0	+	210
F	0	-	+	270

Statorstromzeigers im statorfesten Koordinatensystem bei Kurzschluss im stationären Fall

$$0 = \underline{i}_s \cdot r_s + j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau} \quad (1.2.25)$$

$$\underline{i}_s = \frac{j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau}}{r_s} \quad (1.2.26)$$

Drehmomentgleichung

$$m_R(\tau) = -Im(\underline{i}_s^* \cdot \underline{\Psi}_s) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (1.2.27)$$

Mechanische Gleichung

$$\tau_m \cdot \frac{\partial \omega_m}{\partial \tau} = m_R - m_L = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| - m_L \quad (1.2.28)$$

Strangströme

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = |\underline{i}_s| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_s)) \quad (1.2.29)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = |\underline{i}_s| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_s) - 120) \quad (1.2.30)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = |\underline{i}_s| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_s) + 120) \quad (1.2.31)$$

### 1.2.2 BLDC-Betrieb

Stromraumzeiger

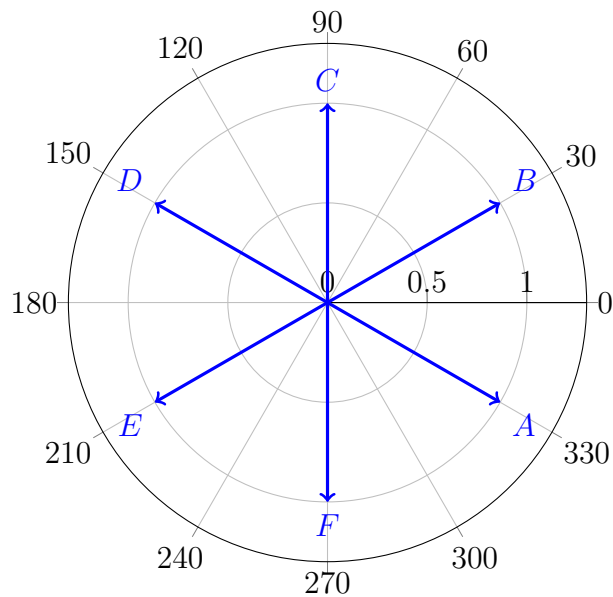


Abbildung 1: Stromzeiger graphisch dargestellt

$$\underline{i}_s = \frac{2}{3} \cdot [i_1 + i_2 \cdot e^{j \cdot 120^\circ} + i_3 \cdot e^{j \cdot 240^\circ}] \quad (1.2.32)$$

Für den Fall A, also wenn der Stromzeiger bei  $-30^\circ$  steht, wird in die Glg.(1.2.32) für  $i_1 = 1$ ,  $i_2 = -1$  und  $i_3 = 0$  eingesetzt.

## 2 Prüfungen

### 2.1 PM-Synchronmaschine

#### Aufgabe 1

Eine kurzgeschlossene permanentmagneterregte Synchronmaschine wird schlagartig an eine sich mit konstanter Drehzahl drehende Welle gekuppelt  $n_{m,t=0} = 0$ ,  $n_{w,t=0} = \omega_w$ . Die Maschine war vor dem Kuppelvorgang stromlos.

1. Geben Sie die Gleichungen für die Raumzeiger der Statorspannung und des Statorverkettungsflusses an. (2 P.)
2. Um den Verlauf des Statorstromzeigers Berechnen zu können, geben Sie zuerst die Übertragungsfunktion des Statorstromraumzeigers an (Statorfest).

*Hinweis:* Als anregende Spannung wirkt die Induzierte Spannung, wobei Sie den Lagewinkel  $e^{j\gamma}$  durch  $e^{j\gamma} \cdot e^{j\omega t}$  ausdrücken können. (4 P.)

3. Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf des Statorstromraumzeigers im statorfesten Koordinatensystem. (2 P.)
4. Skizzieren Sie den Verlauf des Statorstromraumzeigers (statorfestes Koordinatensystem) in der Stromraumzeigerebene für eine elektrische Umdrehung, einmal unmittelbar nach dem Kurzschluss und einmal für den eingeschwungenen Zustand. (2 P.)

### Lösung 1

**Hinweis:** Diese Prüfung ist noch aus dem Masterstudium und ist nicht repräsentativ für den Prüfungsstoff im Bachelorstudium.

### Aufgabe 2

Eine dreisträngige symmetrische aufgebaute permanentmagneterregte Synchronmaschine habe zu dem betrachteten Zeitpunkt einen normierten Rotorverkettungsfluss von  $\underline{\Psi}_M = 1 \cdot e^{-j15^\circ}$ . Folgende Berechnungen sollen unter optimaler Drehmomentausbeute erfolgen.

1. Berechnen Sie für einen BLDC-Betrieb jenen normierten Stromzeiger, welcher das motorische Bezugsmoment bei positiver Drehrichtung ergibt. Geben Sie ebenfalls die bezogenen Ströme in den Motorzuleitungen an. (3 P.)
2. Skizzieren Sie  $\underline{\Psi}_M$ ,  $\underline{i}_s$  und die Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse “U” liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (1 P.)
3. Berechnen Sie für einen Sinus-Betrieb jenen normierten Stromraumzeiger, welcher das motorische Bezugsmoment bei positiver Drehrichtung ergibt. Geben Sie ebenfalls die bezogenen Ströme in den Motorzuleitungen an. (3 P.)
4. Skizzieren Sie  $\underline{\Psi}_M$ ,  $\underline{i}_s$  und die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse “U” liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (1 P.)

## Lösung 2

1. Das motorische Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = 1$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $-15^\circ$  bei  $90^\circ$  der Fall C. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = 1 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.1)$$

$$1 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.2)$$

$$\underline{i}_{sq} = 1 \quad (2.1.3)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = 105^\circ \quad (2.1.4)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 1,0353 \quad (2.1.5)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,267 \quad (2.1.6)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} \quad (2.1.7)$$

$$= 1,0353 \cdot e^{j(105 + (-15))} \quad (2.1.8)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0 \quad (2.1.9)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,897 \quad (2.1.10)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,897 \quad (2.1.11)$$

Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall A  $i_2 = -i_3$  sein und  $i_1 = 0$  gelten.

2. TikZ Grafik hier.
3. Da wir uns im Sinus-Betrieb befinden ist der Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sq}$ , welche das optimale Bezugsdrehmoment liefert, gleich dem Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sdq}$ .

Der Winkel liegt somit exakt bei  $\arg(\underline{i}_{sdq}) = 90^\circ$  zu  $\underline{\Psi}_M$ .

$$m_m = 1 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.12)$$

$$1 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.13)$$

$$\underline{i}_{sq} = 1 = \underline{i}_{sdq} \quad (2.1.14)$$

$$\underline{i}_{sd} = 0 \quad (2.1.15)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,5 \cdot e^{j(90-15)} \quad (2.1.16)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0,259 \quad (2.1.17)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,707 \quad (2.1.18)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,966 \quad (2.1.19)$$

4. TikZ Grafik hier.

### Aufgabe 3

Eine dreisträngige symmetrisch aufgebaute permanentmagneterregte Synchronmaschine läuft mit eingepprägter positiver Drehzahl von 10% der Bezugsdrehzahl. Zum Zeitpunkt  $\tau_0$  ist der normierte statorfeste Rotorverkettungsfluss  $\Psi_M = 1 \cdot e^{j50^\circ}$ .

1. Berechnen Sie für einen BLDC-Betrieb jenen günstigen normierten Stromraumzeiger zum Zeitpunkt  $\tau_0$ , welcher das halbe generatorische Bezugsmoment bei positiver Drehrichtung ergibt. Geben Sie ebenfalls die bezogenen Ströme in den Motorzuleitungen an. (2 P.)
2. Berechnen Sie für einen Sinus-Betrieb jenen normierten Stromraumzeiger, welcher das gleiche Drehmoment unter optimaler Drehmomentausnutzung bei positiver Drehrichtung ergibt. Wie groß ist das Verhältnis des Strombetrags zum BLDC Betrieb für diesen Zeitpunkt  $\tau_0$ ? (2 P.)
3. Skizzieren Sie  $\underline{\Psi}_M, \underline{i}_s$  und die dem Drehmoment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse „U“ liegt in der reellen Achse) für beide obigen Betriebspunkte. (2 P.)

4. Berechnen Sie für den stationären Sinus-Betrieb den bezogenen Statorspannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem zum Zeitpunkt  $\tau_0$  mit den Maschinendaten  $r_s = 0,05$  und  $l_s = 0,25$ . (1 P.)
5. Ausgehend vom Sinusbetrieb wird zum Zeitpunkt  $\tau_0$  bei eingepprägter Drehzahl vom Spannungszwischenkreisumrichter ein Klemmenkurzschluss angelegt. Berechnen Sie für den Zeitpunkt  $\tau_0$  die bezogene Stromänderung  $\partial \underline{i}_s / \partial \tau$  sowie die Momentenänderung  $\partial m / \partial \tau$ . (2 P.)
6. Berechnen Sie den stationären Stromraumzeiger  $\tau \rightarrow \infty$  im rotorfesten Koordinatensystem für die kurzgeschlossene Maschine bei konstanter Drehzahl, sowie das stationäre Drehmoment. (3 P.)

### Lösung 3

1. Das halbe generatorische Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = -0,5$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $-40^\circ$  bei  $-30^\circ$  der Fall A. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = -0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.20)$$

$$-0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.21)$$

$$\underline{i}_{sq} = -0,5 \quad (2.1.22)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = -80^\circ \quad (2.1.23)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 0,507 \quad (2.1.24)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,088 \quad (2.1.25)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,507 \cdot e^{j(-80 + (50))} \quad (2.1.26)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0,44 \quad (2.1.27)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = -0,44 \quad (2.1.28)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = 0 \quad (2.1.29)$$



Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall A  $i_1 = -i_2$  sein und  $i_3 = 0$  gelten.

2. Da wir uns im Sinus-Betrieb befinden ist der Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sq}$ , welche das optimale Bezugsdrehmoment liefert, gleich dem Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sdq}$ . Der Winkel liegt somit exakt bei  $\arg(\underline{i}_{sdq}) = -90^\circ$  zu  $\underline{\Psi}_M$ .

$$m_m = -0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.30)$$

$$-0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.31)$$

$$\underline{i}_{sq} = -0,5 = \underline{i}_{sdq} \quad (2.1.32)$$

$$\underline{i}_{sd} = 0 \quad (2.1.33)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,5 \cdot e^{j(-90+50)} \quad (2.1.34)$$

### 3. TikZ Grafik

4. Der Spannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.10), wobei die partiellen Terme wegfallen, weil wir uns im stationären Fall befinden. Für  $\underline{i}_{sdq} = -0,5j$  einsetzen.

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.35)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.36)$$

$$= -0,5j \cdot 0,05 + j0,1 \cdot 0,25 \cdot -0,5j + j0,1 \cdot 1 \quad (2.1.37)$$

$$= 0,076 \cdot e^{j99,46^\circ} \quad (2.1.38)$$

5. Der Strom wird durch die Spule gehalten, deshalb ist  $\frac{\partial \underline{i}_s}{\partial \tau} = \frac{m}{\partial \tau} = 0$
6. Die Herleitung zu Glg.(1.2.18) durchführen und dann in Glg.(1.2.27) einsetzen.

$$\underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| = -\frac{\omega |\underline{\Psi}_M|^2 r_s}{r_s^2 + (\omega l_s)^2} \quad (2.1.39)$$

#### Aufgabe 4

Eine dreisträngige symmetrische aufgebaute permanentmagneterregte Synchronmaschine habe zu dem betrachteten Zeitpunkt einen normierten Rotorverkettungsfluss von  $\underline{\Psi}_M = 1 \cdot e^{-j15^\circ}$ . Folgende Berechnungen sollen unter optimaler Drehmomentausbeute erfolgen.

1. Berechnen Sie für einen BLDC-Betrieb jenen normierten Stromanzeiger im statorfesten Koordinatensystem, welcher das motorische Bezugsmoment bei positiver Drehrichtung ergibt. Geben Sie ebenfalls die bezogenen Ströme  $i_1$ ,  $i_2$  und  $i_3$  in den Motorzuleitungen an. (3 P.)
2. Skizzieren Sie  $\underline{\Psi}_M$ ,  $\underline{i}_s$  und die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse "U" liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (1 P.)
3. Berechnen Sie für einen Sinus-Betrieb jenen normierten Stromraumzeiger im statorfesten Koordinatensystem, welcher das motorische Bezugsmoment bei positiver Drehrichtung ergibt. Geben Sie ebenfalls die bezogenen Ströme  $i_1$ ,  $i_2$  und  $i_3$  in den Motorzuleitungen an. (3 P.)
4. Skizzieren Sie  $\underline{\Psi}_M$ ,  $\underline{i}_s$  und die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse "U" liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (1 P.)

#### Lösung 4

1. Das motorische Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = 1$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $-15^\circ$  bei  $90^\circ$  der Fall C. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den

Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = 1 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.40)$$

$$1 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.41)$$

$$\underline{i}_{sq} = 1 \quad (2.1.42)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = 105^\circ \quad (2.1.43)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 1,0353 \quad (2.1.44)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,267 \quad (2.1.45)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 1,0353 \cdot e^{j(105 + (-15))} \quad (2.1.46)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0 \quad (2.1.47)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,897 \quad (2.1.48)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,897 \quad (2.1.49)$$

Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall C  $i_2 = -i_3$  sein und  $i_1 = 0$  gelten.

## 2. TikZ Grafik

- Da wir uns im Sinus-Betrieb befinden ist der Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sq}$ , welche das optimale Bezugsdrehmoment liefert, gleich dem Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sdq}$ . Der Winkel liegt somit exakt bei  $\arg(\underline{i}_{sdq}) = 90^\circ$  zu  $\underline{\Psi}_M$ .

$$m_m = 1 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.50)$$

$$1 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.51)$$

$$\underline{i}_{sq} = 1 = \underline{i}_{sdq} \quad (2.1.52)$$

$$\underline{i}_{sd} = 0 \quad (2.1.53)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,5 \cdot e^{j(90 - 15)} \quad (2.1.54)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0,259 \quad (2.1.55)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,707 \quad (2.1.56)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,966 \quad (2.1.57)$$

#### 4. TikZ Grafik

### Aufgabe 5

Eine dreisträngige symmetrisch aufgebaute permanentmagneterregte Synchronmaschine in Y-Schaltung mit  $I_N = 12 \text{ A}$  (Effektivwert) habe zu dem betrachteten Zeitpunkt  $\tau_0$  einen normierten Rotorverkettungsfluss von  $\underline{\Psi}_M = 1 \cdot e^{j40^\circ}$ . Zu diesem Zeitpunkt  $\tau_0$  die Strangströme  $I_1 = -3,088 \text{ A}$ ,  $I_2 = 8,891 \text{ A}$  und  $I_3 = -5,803 \text{ A}$ .

1. Berechnen Sie für diesen Zeitpunkt  $\tau_0$  den normierten Stromraumzeiger im statorfesten Koordinatensystem und das bezogene Drehmoment der Maschine. Geben Sie ebenfalls die bezogenen Ströme  $i_1$ ,  $i_2$  und  $i_3$  an. (3 P.)
2. Skizzieren Sie die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M$  und  $\underline{i}_s$  sowie die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse “U” liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (1 P.)
3. Berechnen Sie für einen BLDC-Betrieb zu diesem Zeitpunkt jenen normierten Stromraumzeiger im statorfesten Koordinatensystem, welcher das **halbe motorische** Bezugsmoment bei positiver Drehrichtung ergibt. (Die Berechnung soll unter optimaler Drehmomentenausbeute erfolgen). Geben Sie ebenfalls die bezogenen Ströme  $i_1$ ,  $i_2$  und  $i_3$  und die nicht bezogenen Ströme  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$  in den Motorzuleitungen an. (3 P.)
4. Skizzieren Sie die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M$  und  $\underline{i}_s$  sowie die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse “U” liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (1 P.)
5. Berechnen Sie den bezogenen rotorfesten Spannungsraumzeiger für den Sinus-Betrieb (entsprechend dem Punkt 1.) zum Zeitpunkt  $\tau_0$ , wenn die Maschine gerade mit 20% der Bezugsdrehzahl rotiert. Verwenden Sie dazu die Maschinenparameter  $r_s = 0,05$  und  $l_s = 0,3$ . (2 P.)

## Lösung 5

1.

$$i_1 = \frac{-3,088}{12} = -0,257 \quad (2.1.58)$$

$$i_2 = \frac{8,891}{12} = 0,741 \quad (2.1.59)$$

$$i_3 = \frac{-5,803}{12} = -0,484 \quad (2.1.60)$$

$$\underline{i}_s = \frac{2}{3} \cdot (i_1 + i_2 \cdot e^{j120^\circ} + i_3 \cdot e^{j240^\circ}) = 0,752 \cdot e^{j110^\circ} \quad (2.1.61)$$

2. TikZ Grafik

3. Das **halbe motorische** Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = 0,5$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $40^\circ$  bei  $150^\circ$  der Fall D. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = 0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.62)$$

$$0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.63)$$

$$\underline{i}_{sq} = 0,5 \quad (2.1.64)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = 110^\circ \quad (2.1.65)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 0,532 \quad (2.1.66)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,182 \quad (2.1.67)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,5 \cdot e^{j(110+40)} \quad (2.1.68)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = -0,433 \quad (2.1.69)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,433 \quad (2.1.70)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = 0 \quad (2.1.71)$$

Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall A  $i_1 = -i_2$  sein und  $i_3 = 0$

gelten.

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,433 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = 7,35 \text{ A} \quad (2.1.72)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0,433 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = 7,35 \text{ A} \quad (2.1.73)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = 0 \text{ A} \quad (2.1.74)$$

#### 4. TikZ Grafik

5. Der Spannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.10), wobei die partiellen Terme wegfällen, weil wir uns im stationären Fall befinden. Für  $\underline{i}_{sdq} = 0,752e^{j70^\circ}$  einsetzen.

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.75)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.76)$$

$$= 0,752e^{j70^\circ} \cdot 0,05 + j0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,752e^{j70^\circ} + j0,2 \cdot 1 \quad (2.1.77)$$

$$= 0,143 \cdot e^{j93,34^\circ} \quad (2.1.78)$$

### Aufgabe 6

Eine dreisträngige symmetrisch aufgebaute permanentmagneterregte Synchronmaschine in Y-Schaltung mit  $I_N = 12 \text{ A}$  (Effektivwert) habe zu dem betrachteten Zeitpunkt  $\tau_0$  einen normierten Rotorverkettungsfluss von  $\underline{\Psi}_M = 1 \cdot e^{j40^\circ}$ . Zu diesem Zeitpunkt  $\tau_0$  ist der normierte statorfeste Stromraumzeiger  $\underline{i}_s = 0,5 \cdot e^{j110^\circ}$ .

1. Berechnen Sie für diesen Zeitpunkt  $\tau_0$  die bezogenen Strangströme  $i_1, i_2$  und  $i_3$  sowie die nicht bezogenen Ströme  $I_1, I_2$  und  $I_3$ . (2 P.)
2. Berechnen Sie für den Zeitpunkt  $\tau_0$  den normierten Stromraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem und das bezogene Drehmoment der Maschine. Skizzieren Sie die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M$  und  $\underline{i}_s$  sowie die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse “U” liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (2 P.)
3. Berechnen Sie alternativ für den BLDC-Betrieb zum Zeitpunkt  $\tau_0$  jenen normierten Stromraumzeiger im statorfesten Koordinatensystem, welcher das

**halbe motorische** Bezugsmoment bei positiver Drehrichtung ergibt. (Die Berechnung soll unter optimaler Drehmomentenausbeute erfolgen). Geben Sie ebenfalls die bezogenen Ströme  $i_1$ ,  $i_2$  und  $i_3$  in den Motorzuleitungen an. (3 P.)

4. Skizzieren Sie die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M$  und  $\underline{i}_s$  sowie die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse “U” liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (1 P.)
5. Berechnen Sie den bezogenen rotorfesten Spannungsraumzeiger für den Sinus-Betrieb (entsprechend dem Punkt 1.) zum Zeitpunkt  $\tau_0$ , wenn die Maschine gerade mit 20% der der Bezugsdrehzahl rotiert. Verwenden Sie dazu die Maschinenparameter  $r_s = 0,07$  und  $l_s = 0,25$ . (2 P.)

## Lösung 6

1. Da zum Zeitpunkt  $\tau_0$  der Rotorverkettungsfluss dem Stromraumzeiger nach-eilt, kann es sich in diesem Beispiel nur um ein linksdrehenden Motor oder um einen rechtsdrehenden Generator handeln. In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j \cdot 0^\circ}\} = -0,171 \quad (2.1.79)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j \cdot 120^\circ}\} = 0,492 \quad (2.1.80)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j \cdot 120^\circ}\} = -0,321 \quad (2.1.81)$$

Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,171 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = -2,902 \text{ A} \quad (2.1.82)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0,492 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = 8,356 \text{ A} \quad (2.1.83)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,321 \cdot 12A \cdot \sqrt{2} = -5,454 \text{ A} \quad (2.1.84)$$

2. Im Rotorfesten Koordinatensystem ist der Stromzeiger um  $40^\circ$  in negativer Drehrichtung verschoben. Der Statorstrom wird auch gleich in seine kompo-

nenten  $\underline{i}_{sq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aufgeteilt. Dann wird  $\underline{i}_{sq}$  und  $\Psi_M$  in Glg.(1.2.27) eingesetzt.

$$\underline{i}_{sdq} = \underline{i}_s \cdot e^{-j40^\circ} = 0,5 \cdot e^{j110^\circ} \cdot e^{-j40^\circ} = 0,5 \cdot e^{-j70^\circ} \quad (2.1.85)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,5 \cdot \cos(70) = 0,171 \quad (2.1.86)$$

$$\underline{i}_{sq} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \sin(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,5 \cdot \sin(70) = 0,47 \quad (2.1.87)$$

$$m_R(\tau) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| = 0,47 \cdot 1 = 0,47 \quad (2.1.88)$$

Da das Moment positiv ist, ist hier ersichtlich, dass es sich um einen motorischen linksbetrieb handelt. TikZ Grafik hier.

3. Das **halbe motorische** Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = 0,5$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $40^\circ$  bei  $150^\circ$  der Fall D. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = 0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.89)$$

$$0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.90)$$

$$\underline{i}_{sq} = 0,5 \quad (2.1.91)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = 110^\circ \quad (2.1.92)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 0,532 \quad (2.1.93)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,182 \quad (2.1.94)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,532 \cdot e^{j(110 + (40))} \quad (2.1.95)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = -0,461 \quad (2.1.96)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,461 \quad (2.1.97)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = 0 \quad (2.1.98)$$

Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall D  $i_1 = -i_2$  sein und  $i_3 = 0$  gelten.

4. TikZ Grafik



5. Der Spannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.10), wobei die partiellen Terme wegfallen, weil wir uns im stationären Fall befinden. Für  $\underline{i}_{sdq} = 0,5e^{j70^\circ}$  einsetzen.

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.99)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.100)$$

$$= 0,5e^{j70^\circ} \cdot 0,07 + j0,2 \cdot 0,25 \cdot 0,5e^{j70^\circ} + j0,2 \cdot 1 \quad (2.1.101)$$

$$= 0,2 \cdot e^{j90,47^\circ} \quad (2.1.102)$$

### Aufgabe 7

Eine dreisträngige symmetrisch aufgebaute permanentmagneterregte Synchronmaschine in Y-Schaltung mit  $I_N = 4 \text{ A}$  (Effektivwert) habe zu dem betrachteten Zeitpunkt  $\tau_0$  einen normierten Rotorverkettungsfluss von  $\underline{\Psi}_M = 1 \cdot e^{j20^\circ}$ . Die Maschine wird im BLDC-Modus betrieben und hat zu diesem Zeitpunkt  $\tau_0$  die Strangströme  $I_1 = 0 \text{ A}$ ,  $I_2 = 1,9 \text{ A}$  und  $I_3 = -1,9 \text{ A}$ .

1. Berechnen Sie für diesen Zeitpunkt  $\tau_0$  die bezogenen Strangströme  $i_1$ ,  $i_2$  und  $i_3$  sowie den normierten statorfesten Stromraumzeiger  $\underline{i}_s$ . (2 P.)
2. Berechnen Sie für den Zeitpunkt  $\tau_0$  den normierten Stromraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem und das bezogene Drehmoment der Maschine. Skizzieren Sie die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M$  und  $\underline{i}_s$  sowie die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse “U” liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (2 P.)
3. Berechnen Sie alternativ für einen Sinus-Betrieb zum Zeitpunkt  $\tau_0$  jenen optimalen normierten Stromraumzeiger im rotorfesten und statorfesten Koordinatensystem, welcher das halbe motorische Bezugsmoment bei positiver Drehrichtung ergibt. (Die Berechnung soll unter optimaler Drehmomentenausbeute erfolgen). Geben Sie ebenfalls die bezogenen Ströme  $i_1$ ,  $i_2$  und  $i_3$  sowie die nicht bezogenen Ströme  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$  in den Motorzuleitungen an. (3 P.)

4. Skizzieren Sie die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M$  und  $\underline{i}_s$  sowie die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse “U” liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (1 P.)
5. Berechnen Sie den bezogenen rotorfesten Spannungsraumzeiger für den Sinus-Betrieb (entsprechend dem Punkt 3.) und Punkt 4.)) zum Zeitpunkt  $\tau_0$ , wenn die Maschine gerade stationär mit konstantem Moment bei 50% der Bezugsdrehzahl rotiert. Verwenden Sie dazu die Maschinenparameter  $r_s = 0,07$  und  $l_s = 0,4$ . (2 P.)

## Lösung 7

1.

$$i_1 = 0 \quad (2.1.103)$$

$$i_2 = \frac{1,9}{\sqrt{2} \cdot 4} = 0,335 \quad (2.1.104)$$

$$i_3 = \frac{-1,9}{\sqrt{2} \cdot 4} = -0,335 \quad (2.1.105)$$

$$\underline{i}_s = \frac{2}{3} (i_1 + i_2 \cdot e^{j120^\circ} + i_3 \cdot e^{j240^\circ}) = 0,387j \quad (2.1.106)$$

2. Im Rotorfesten Koordinatensystem ist der Stromzeiger um  $20^\circ$  in negativer Drehrichtung verschoben. Der Statorstrom wird auch gleich in seine Komponenten  $\underline{i}_{sq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aufgeteilt. Dann wird  $\underline{i}_{sq}$  und  $\underline{\Psi}_M$  in Glg.(1.2.27) eingesetzt.

$$\underline{i}_{sdq} = \underline{i}_s \cdot e^{-j20^\circ} = 0,387 \cdot e^{j90^\circ} \cdot e^{-j20^\circ} = 0,387 \cdot e^{-j70^\circ} \quad (2.1.107)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,387 \cdot \cos(70) = 0,132 \quad (2.1.108)$$

$$\underline{i}_{sq} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \sin(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,387 \cdot \sin(70) = 0,364 \quad (2.1.109)$$

$$m_R(\tau) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| = 0,364 \cdot 1 = 0,364 \quad (2.1.110)$$

Da das Moment positiv ist, ist hier ersichtlich, dass es sich um einen motorischen linksbetrieb handelt.

TikZ Grafik hier.

3. Da wir uns im motorischen linksdrehenden Sinus-Betrieb befinden ist der Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sq}$ , welche das optimale **halbe** Bezugsdrehmoment liefert,

gleich dem Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sdq}$ . Der Winkel liegt somit exakt bei  $\arg(\underline{i}_{sdq}) = 90^\circ$  zu  $\underline{\Psi}_M$ .

$$m_m = 0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.111)$$

$$0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.112)$$

$$\underline{i}_{sq} = 0,5 = \underline{i}_{sdq} \quad (2.1.113)$$

$$\underline{i}_{sd} = 0 \quad (2.1.114)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,5 \cdot e^{j(90+20)} \quad (2.1.115)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = -0,171 \quad (2.1.116)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = 0,492 \quad (2.1.117)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,321 \quad (2.1.118)$$

Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,171 \cdot 4A \cdot \sqrt{2} = -0,967 \text{ A} \quad (2.1.119)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0,492 \cdot 4A \cdot \sqrt{2} = 2,785 \text{ A} \quad (2.1.120)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,321 \cdot 4A \cdot \sqrt{2} = -1,818 \text{ A} \quad (2.1.121)$$

4. TikZ Grafik hier.

5. Der Spannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.10), wobei die partiellen Terme wegfallen, weil wir uns im stationären Fall befinden. Für  $\underline{i}_{sdq} = 0,5e^{j110^\circ}$  einsetzen.

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.122)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.123)$$

$$= 0,5e^{j110^\circ} \cdot 0,07 + j0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,5e^{j110^\circ} + j0,5 \cdot 1 \quad (2.1.124)$$

$$= 0,508 \cdot e^{j101,91^\circ} \quad (2.1.125)$$

### Aufgabe 8

Eine dreisträngige symmetrische aufgebaute permanentmagneterregte Synchronmaschine in Sternschaltung ohne Mittelpunktleiter ( $I_N = 10 \text{ A}$ ,  $U_N = 230 \text{ V}$ ) läuft mit eingepprägter positiver Drehzahl von **30% der Bezugsdrehzahl**. Zum Zeitpunkt  $\tau_0$  ist der normierte statorfeste Rotorverkettungsfluss  $\underline{\Psi}_M = 1 \cdot e^{j80^\circ}$ .

1. Berechnen Sie für einen BLDC-Betrieb jenen günstigen normierten Stromraumzeiger, welche das **halbe generatorische** Bezugsmoment bei positiver Drehzahl ergibt. Geben Sie ebenfalls die bezogenen und nicht bezogenen Ströme in den Motorzuleitungen an. (2 P.)
2. Berechnen Sie für einen Sinus-Betrieb jenen normierten Stromraumzeiger, welcher das gleiche (**halbe generatorische**) Drehmoment unter optimaler Drehmomentausnutzung bei positiver Drehrichtung ergibt. Wie groß ist das Verhältnis der Strombetrags zum BLDC-Betrieb für diesen Zeitpunkt? (2 P.)
3. Skizzieren Sie jeweils die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M, \underline{i}_s$  und die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse "U" liegt in der reellen Achse) für beide obigen Betriebspunkte. (1 P. +1 P. Skizze)
4. Berechnen Sie für den stationären Sinus-Betrieb (siehe Punkt 2.) den bezogenen Statorspannungsraumzeiger im rotorfesten und statorfesten Koordinatensystem zum Zeitpunkt  $\tau_0$  mit den Maschinendaten  $r_s = 0,08$  und  $l_s = 0,3$ . (2 P.)
5. Berechnen Sie für die Maschinendaten  $r_s = 0,08$  und  $l_s = 0,3$  den Verlauf des stationären Kurzschlussmoments  $m(\omega_m)$  in Abhängigkeit der Drehzahl  $\omega_m$  für einen kurzgeschlossenen Stator und skizzieren Sie den Verlauf. (2 P.)

### Lösung 8

1. Das **halbe** generatorische Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = -0,5$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $80^\circ$  bei  $-30^\circ$  der Fall A. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in

den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = -0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.126)$$

$$-0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.127)$$

$$\underline{i}_{sq} = -0,5 \quad (2.1.128)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = -110^\circ \quad (2.1.129)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 0,532 \quad (2.1.130)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,181 \quad (2.1.131)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,532 \cdot e^{j(-110+80)} \quad (2.1.132)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0,46 \quad (2.1.133)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = -0,46 \quad (2.1.134)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = 0 \quad (2.1.135)$$

Wie in Tab.(1) ersichtlich muss für den Fall A  $i_1 = -i_2$  sein und  $i_3 = 0$  gelten. Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0,46 \cdot 10A \cdot \sqrt{2} = 6,517 \text{ A} \quad (2.1.136)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,46 \cdot 10A \cdot \sqrt{2} = -6,517 \text{ A} \quad (2.1.137)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0 \cdot 10A \cdot \sqrt{2} = 0 \text{ A} \quad (2.1.138)$$

2. Da wir uns im generatorischen linksdrehenden Sinus-Betrieb befinden ist der Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sq}$ , welche das optimale **halbe** Bezugsdrehmoment liefert, gleich dem Stromraumzeiger  $\underline{i}_{sdq}$ . Der Winkel liegt somit exakt bei  $\arg(\underline{i}_{sdq}) = -90^\circ$  zu  $\underline{\Psi}_M$ .

$$m_m = -0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.139)$$

$$-0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.140)$$

$$\underline{i}_{sq} = -0,5 = \underline{i}_{sdq} \quad (2.1.141)$$

$$\underline{i}_{sd} = 0 \quad (2.1.142)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = -0,5 \cdot e^{j(-90+80)} \quad (2.1.143)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j \cdot 0^\circ}\} = 0,492 \quad (2.1.144)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j \cdot 120^\circ}\} = -0,321 \quad (2.1.145)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j \cdot 120^\circ}\} = -0,171 \quad (2.1.146)$$

Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 6,958 \text{ A} \quad (2.1.147)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -4,545 \text{ A} \quad (2.1.148)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -2,418 \text{ A} \quad (2.1.149)$$

Das Verhältnis der Strombelags ist der Betrag  $I_n/I_{ZK}$ , wobei  $I_{ZK}$  gleich dem Strom im BLDC ist.

$$\alpha_1 = \frac{|I_1|}{|I_{ZK}|} = 1,068 \quad (2.1.150)$$

$$\alpha_2 = \frac{|I_2|}{|I_{ZK}|} = 0,697 \quad (2.1.151)$$

$$\alpha_3 = \frac{|I_3|}{|I_{ZK}|} = 0,371 \quad (2.1.152)$$

3. TikZ Grafik hier.

4. Der Spannungsraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.10), wobei die partiellen Terme wegfällen, weil wir uns im stationären Fall befinden. Für  $\underline{i}_{sdq} = 0,5e^{j \cdot 90^\circ}$  einsetzen.

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_{sdq}}{\partial \tau} + \frac{\partial |\underline{\Psi}_M|}{\partial \tau} + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.153)$$

$$\underline{u}_{sdq}(\tau) = \underline{i}_{sdq} \cdot r_s + j\omega_K \cdot l_s \cdot \underline{i}_{sdq} + j\omega_K \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.154)$$

$$= 0,5e^{j \cdot 90^\circ} \cdot 0,08 + j0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,5e^{-j \cdot 90^\circ} + j0,3 \cdot 1 \quad (2.1.155)$$

$$= 0,264 \cdot e^{j \cdot 80,18^\circ} \quad (2.1.156)$$

Der Spannungsraumzeiger im statorfesten Koordinatensystem errechnet sich nach Glg.(1.2.24). Für  $\underline{i}_s = 0,5e^{j-10^\circ + j\omega\tau}$  einsetzen. Da  $\tau_0 = 0$  ist, fällt der zweite teil weg.

$$\underline{u}_s(\tau) = \underline{i}_s \cdot r_s + l_s \cdot \frac{\partial \underline{i}_s}{\partial \tau} + j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma + j\omega\tau} \quad (2.1.157)$$

$$\underline{u}_s(\tau) = \underline{i}_s \cdot r_s + j\omega \cdot |\underline{\Psi}_M| \cdot e^{j\gamma} = 0,26 \cdot e^{j169,6^\circ} \quad (2.1.158)$$

5. In Glg.(1.2.27) wird der Imaginärteil von Glg.(1.2.18) eingesetzt.

$$m_m(\omega_m) = \frac{\omega |\underline{\Psi}_M|^2 r_s}{r_s^2 + (\omega l_s)^2} = \frac{0,888 \cdot \omega}{\omega^2 + 0,0711} \quad (2.1.159)$$

TikZ Grafik hier.

## Aufgabe 9

Eine dreisträngige symmetrisch aufgebaute permanentmagneterregte Synchronmaschine in Y-Schaltung mit  $I_N = 25 \text{ A}$  (Effektivwert) habe zu dem betrachteten Zeitpunkt  $\tau_0$  einen normierten Rotorverkettungsfluss von  $\underline{\Psi}_M = 1 \cdot e^{j275^\circ}$ . Zu diesem Zeitpunkt  $\tau_0$  ist der normierte statorfeste Stromraumzeiger  $\underline{i}_s = 0,6 \cdot e^{j350^\circ}$ .

1. Berechnen Sie für diesen Zeitpunkt  $\tau_0$  die bezogenen Strangströme  $i_1$ ,  $i_2$  und  $i_3$  sowie die nicht bezogenen Ströme  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$ . (2 P.)
2. Berechnen Sie für den Zeitpunkt  $\tau_0$  den normierten Stromraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem und das bezogene Drehmoment der Maschine. Skizzieren Sie die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M$  und  $\underline{i}_s$  sowie die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse "U" liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (2 P.)
3. Berechnen Sie alternativ für den BLDC-Betrieb zum Zeitpunkt  $\tau_0$  jenen normierten Stromraumzeiger im statorfesten Koordinatensystem, welcher das **halbe motorische** Bezugsmoment bei positiver Drehrichtung ergibt. (Die Berechnung soll unter optimaler Drehmomentenausbeute erfolgen). Geben Sie ebenfalls die d- und q- Stromkomponenten für diesen an. (3 P.)
4. Skizzieren Sie die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M$  und  $\underline{i}_s$  sowie die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse "U" liegt in der reellen Achse) des obigen BLDC-Betriebspunktes. (1 P.)

5. Berechnen Sie für die Maschinendaten  $r_S = 0,07$  und  $l_S = 0,35$  den Verlauf des stationären Kurzschlussmoments  $m(\omega_m)$  in Abhängigkeit der Drehzahl  $\omega_m$  für einen kurzgeschlossenen Stator ( $\underline{u}_s = 0$ ) und skizzieren Sie den Verlauf im Bereich  $\omega_m = [0 \dots 1]$ . (2 P.)

### Lösung 9

1. In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = 0,591 \quad (2.1.160)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{-j120^\circ}\} = -0,386 \quad (2.1.161)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = -0,205 \quad (2.1.162)$$

Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert umrechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 20,89 \text{ A} \quad (2.1.163)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -13,65 \text{ A} \quad (2.1.164)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -7,24 \text{ A} \quad (2.1.165)$$

2. Im Rotorfesten Koordinatensystem ist der Stromzeiger um  $85^\circ$  in positiver Drehrichtung verschoben. Der Statorstrom wird auch gleich in seine Komponenten  $\underline{i}_{sq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aufgeteilt. Dann wird  $\underline{i}_{sq}$  und  $\Psi_M$  in Glg.(1.2.27) eingesetzt.

$$\underline{i}_{sdq} = \underline{i}_s \cdot e^{-j20^\circ} = 0,6 \cdot e^{-j10^\circ} \cdot e^{j85^\circ} = 0,6 \cdot e^{j75^\circ} \quad (2.1.166)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,6 \cdot \cos(70) = 0,155 \quad (2.1.167)$$

$$\underline{i}_{sq} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \sin(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,6 \cdot \sin(70) = 0,58 \quad (2.1.168)$$

$$m_R(\tau) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| = 0,58 \cdot 1 = 0,58 \quad (2.1.169)$$

Da das Moment positiv ist, ist hier ersichtlich, dass es sich um einen motorischen Linksbetrieb handelt.

TikZ Grafik hier.

3. Das **halbe** motorische Bezugsmoment bei positiver Drehzahl bedeutet  $m_m = 0,5$ . Im BLDC Betrieb ist der nächste Stromzeiger gem Abb.(1) zu  $-85^\circ$  bei



30° der Fall B. Über die Dreiecksbeziehungen werden  $\underline{i}_{sdq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aus  $\underline{i}_{sq}$  berechnet. Anschließend wird  $\underline{i}_{sdq}$  auf  $\underline{i}_s$  umgeformt um die Ströme in den Motorzuleitungen zu berechnen.

$$m_m = 0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_m| \quad (2.1.170)$$

$$0,5 = \underline{i}_{sq} \cdot 1 \quad (2.1.171)$$

$$\underline{i}_{sq} = 0,5 \quad (2.1.172)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = 115^\circ \quad (2.1.173)$$

$$\underline{i}_{sdq} = \frac{\underline{i}_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = 0,552 \quad (2.1.174)$$

$$\underline{i}_{sd} = \underline{i}_{sdq} \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = -0,233 \quad (2.1.175)$$

$$\underline{i}_s = |\underline{i}_{sdq}| \cdot e^{j(\arg(\underline{i}_{sdq}) + \arg(\underline{\Psi}_M))} = 0,552 \cdot e^{j(115 + (-85))} \quad (2.1.176)$$

4. TikZ Grafik hier.

5. In Glg.(1.2.27) wird der Imaginärteil von Glg.(1.2.18) eingesetzt.

$$m_m(\omega_m) = \frac{\omega |\underline{\Psi}_M|^2 r_s}{r_s^2 + (\omega l_s)^2} = \frac{0,571 \cdot \omega}{\omega^2 + 0,040} \quad (2.1.177)$$

TikZ Grafik hier.

## Aufgabe 10

Eine dreisträngige symmetrisch aufgebaute 4-polige (p=2) permanentmagneterregte Synchronmaschine in Y-Schaltung mit  $I_N = 15 \text{ A}$  (Effektivwert) und  $n_N = 1500 \text{ U/min}$  habe zu dem betrachteten Zeitpunkt  $\tau_0$  einen normierten Rotorverkettingsfluss von  $\underline{\Psi}_M = 1 \cdot e^{-j20^\circ}$ . Zu diesem Zeitpunkt  $\tau_0$  ist der normierte statorfeste Stromraumzeiger  $\underline{i}_s = -0,15 - j0,9$ .

1. Berechnen Sie für diesen Zeitpunkt  $\tau_0$  die bezogenen Strangströme  $i_1$ ,  $i_2$  und  $i_3$  sowie die nicht bezogenen Ströme  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$ . (2 P.)
2. Berechnen Sie für den Zeitpunkt  $\tau_0$  den normierten Stromraumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem und das bezogene Drehmoment der Maschine. Skizzieren Sie die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M$  und  $\underline{i}_s$  sowie die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse "U" liegt in der reellen Achse) des obigen Betriebspunktes. (2 P.)

3. Berechnen Sie alternativ für den BLDC-Betrieb zum Zeitpunkt  $\tau_0$  jenen normierten Stromraumzeiger im statorfesten Koordinatensystem, welcher das **generatorische** Bezugsmoment bei positiver Drehrichtung ergibt. (Die Berechnung soll unter optimaler Drehmomentenausbeute erfolgen). Geben Sie ebenfalls die d- und q- Stromkomponenten für diesen an. (3 P.)
4. Skizzieren Sie die Raumzeiger  $\underline{\Psi}_M$  und  $\underline{i}_s$  sowie die dem Moment entsprechende Fläche in der komplexen Raumzeigerebene (Strangachse "U" liegt in der reellen Achse) des obigen BLDC-Betriebpunktes. (1 P.)
5. Skizzieren Sie den Zeitverlauf des nicht bezogenen Strangstroms  $I_1(t)$  [A] in Abhängigkeit der Zeit  $t$  [ms] ab dem Zeitpunkt  $t_0$  entsprechend Frage 3.) für den BLDC-Betrieb, wenn die PSM mit einer positiven Drehzahl von  $\omega_m = 0,1$  bei **konstantem generatorischem Bezugsmoment** läuft. (2 P.)

### Lösung 10

1. Da zum Zeitpunkt  $\tau_0$  der Rotorverkettungsfluss dem Stromraumzeiger vorgeeilt, kann es sich in diesem Beispiel nur um einen linksdrehenden Generator oder um einen rechtsdrehenden Motor handeln. Zuerst wird der Statorstrom in Polarkoordinaten gebracht.

$$|\underline{i}_s| = \sqrt{0,15^2 + 0,9^2} = 0,912 \quad (2.1.178)$$

$$\arg(\underline{i}_s) = -90 - \arctan\left(\frac{0,15}{0,9}\right) = -99,46 \quad (2.1.179)$$

$$\underline{i}_s = 0,912 \cdot e^{-j99,46^\circ} \quad (2.1.180)$$

In die Glg.(1.2.29),(1.2.30) und (1.2.31) wird der Statorstrom  $\underline{i}_s$  eingesetzt.

$$i_1 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j0^\circ}\} = -0,15 \quad (2.1.181)$$

$$i_2 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j120^\circ}\} = 0,851 \quad (2.1.182)$$

$$i_3 = \Re\{\underline{i}_s \cdot e^{j240^\circ}\} = -0,709 \quad (2.1.183)$$

Um die nicht bezogenen Ströme zu erhalten werden die bezogenen Ströme mit dem Bezugswert  $I_N \cdot \sqrt{2}$  multipliziert. (Effektivwert auf Spitzenwert um-

rechnen)

$$I_1 = i_1 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,15 \cdot 15A \cdot \sqrt{2} = -3,18 A \quad (2.1.184)$$

$$I_2 = i_2 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = 0,851 \cdot 15A \cdot \sqrt{2} = 18,05 A \quad (2.1.185)$$

$$I_3 = i_3 \cdot I_N \cdot \sqrt{2} = -0,709 \cdot 15A \cdot \sqrt{2} = -15,04 A \quad (2.1.186)$$

2. Im Rotorfesten Koordinatensystem ist der Stromzeiger um  $20^\circ$  in positiver Drehrichtung verschoben. Der Statorstrom wird auch gleich in seine Komponenten  $\underline{i}_{sq}$  und  $\underline{i}_{sd}$  aufgeteilt. Dann wird  $\underline{i}_{sq}$  und  $\Psi_M$  in Glg.(1.2.27) eingesetzt.

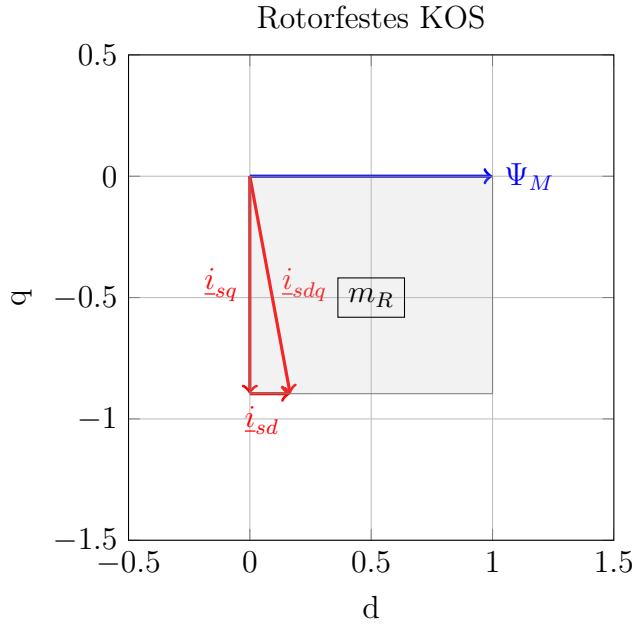
$$\underline{i}_{sdq} = \underline{i}_s \cdot e^{j20^\circ} = 0,912 \cdot e^{-j99,46^\circ} \cdot e^{j20^\circ} = 0,912 \cdot e^{-j79,46^\circ} \quad (2.1.187)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,912 \cdot \cos(-79,46) = 0,166 \quad (2.1.188)$$

$$\underline{i}_{sq} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \sin(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 0,912 \cdot \sin(-79,46) = -0,896 \quad (2.1.189)$$

$$m_R(\tau) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| = -0,896 \cdot 1 = -0,896 \quad (2.1.190)$$

Da das Moment negativ ist, ist hier ersichtlich, dass es sich um einen generatorischen linksbetrieb handelt.



3. Der optimalste Stromvektor steht normal auf den Rotorverkettungsfluss. Der nächstgelegene Stromraumzeiger zu  $e^{-j110^\circ}$  ist Fall F bei  $-90^\circ$ . Generatori-

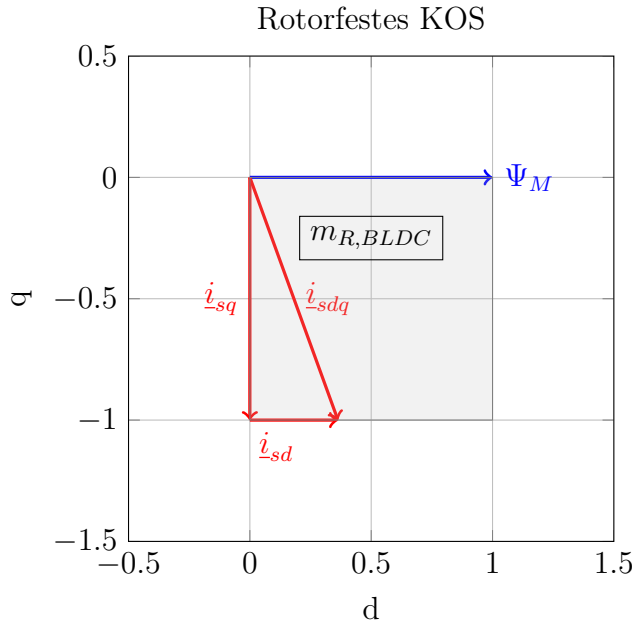
sches Bezugsmoment heißt, dass  $m_R = -1$  sein muss. Optimale Drehmomentausbeute bedeutet, dass  $\underline{i}_{sq} = -1$  sein muss. (Negativ weil generatorisch)

$$m_{R,BLDC}(\tau) = i_{sq} \cdot |\underline{\Psi}_M| \quad (2.1.191)$$

$$\arg(\underline{i}_{sdq}) = \arg(\underline{i}_s) - \arg(\underline{\Psi}_M) = -90 - (-20) = -70^\circ \quad (2.1.192)$$

$$|\underline{i}_{sdq}| = \frac{i_{sq}}{\sin(\arg(\underline{i}_{sdq}))} = \frac{-1}{-0,939} = 1,064 \quad (2.1.193)$$

$$\underline{i}_{sd} = |\underline{i}_{sdq}| \cdot \cos(\arg(\underline{i}_{sdq})) = 1,064 \cdot \cos(-70) = 0,363 \quad (2.1.194)$$



4.

5. Zuerst wird die Zeit berechnet, welche eine ganze Umdrehung braucht. Anschließend werden die Funktionen für die einzelnen Fälle berechnet. Da in der Angabe steht, dass hier nur skizziert werden soll, sind die Schritte von (2.1.195) bis (2.1.206) nicht notwendig.  $t_X$  für  $X=A,B,C,D$  sind die Zeiten, welche notwendig sind, um den Sinus in den richtigen Bereich zu verschieben. Mit  $-90^\circ$  wird, für die Zeiten A und B, der Sinus auf  $0^\circ$  verschoben. bzw. mit  $90^\circ$  bei D und E. Die  $20^\circ$  stehen für die anfängliche Verschiebung von  $\Psi_M$  gegenüber der x-Achse. Die nächsten  $30^\circ$  sind die Differenz bis zum nächsten Stromzeigersegment, welches in diesem Fall A ist und bei  $300^\circ$  beginnt.

(Generatorischer Linksbetrieb)  $\Psi_M$  eilt dem Strom vorraus! Die letzten  $30^\circ$  sind dazu da den Sinus in die Mitte des Segments A zu legen. Der Strom steigt an den Rändern von den Bereichen an, weil das Moment konstant ist, und somit  $i_{sq}$  konstant sein muss. Weil sich  $i_{sq}$  weiterdreht und konstant ist, muss  $i_{sdq}$  immer größer werden. Im Fall B,D und E wird zwischen den beiden  $30^\circ$  Termen vielfache von  $60^\circ$  eingefügt, um den Sinus entsprechend verschieben zu können. Die Aufteilung entspricht Tab.1

$$t_o = \frac{1}{\frac{n_N}{60} \cdot 2\pi \cdot \frac{\omega_m}{2\pi}} = 400 \text{ ms} \quad (2.1.195)$$

$$I_1(t)|_X = \sqrt{2} \cdot I_N \cdot \frac{m_{R,BLDC}}{|\Psi_M|} \cdot \frac{1}{\sin\left(\frac{360 \cdot \frac{n_N}{60} \cdot \omega_m}{1000} \cdot (t - t_X)\right)} \quad (2.1.196)$$

$$t_A = t_o \cdot \frac{-90 + 20 + 30 + 30}{360} = -11,11 \text{ ms} \quad (2.1.197)$$

$$t_B = t_o \cdot \frac{-90 + 20 + 30 + 60 + 30}{360} = 55,55 \text{ ms} \quad (2.1.198)$$

$$t_D = t_o \cdot \frac{90 + 20 + 30 + 60 + 60 + 60 + 30}{360} = 255,55 \text{ ms} \quad (2.1.199)$$

$$t_E = t_o \cdot \frac{90 + 20 + 30 + 60 + 60 + 60 + 60 + 30}{360} = 455,55 \text{ ms} \quad (2.1.200)$$

$$t_{FA} = t_o \cdot \frac{20 + 30}{360} = 55,55 \text{ ms} \quad (2.1.201)$$

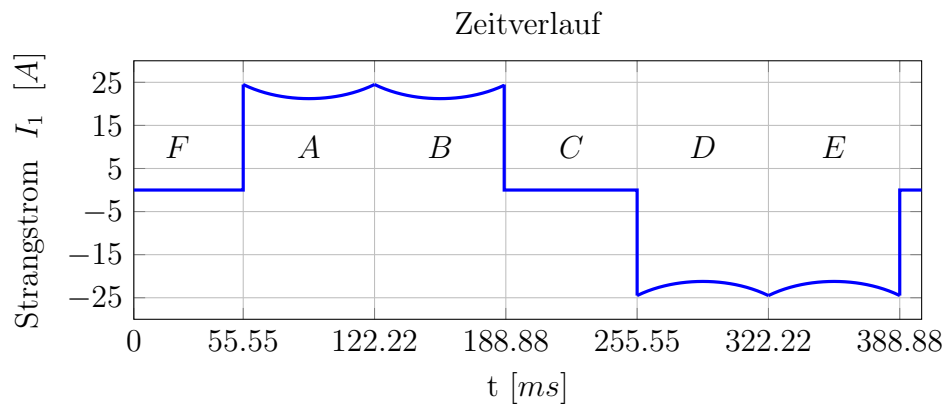
$$t_{AB} = t_o \cdot \frac{20 + 30 + 60}{360} = 122,22 \text{ ms} \quad (2.1.202)$$

$$t_{BC} = t_o \cdot \frac{20 + 30 + 60 + 60}{360} = 188,88 \text{ ms} \quad (2.1.203)$$

$$t_{CD} = t_o \cdot \frac{20 + 30 + 60 + 60 + 60}{360} = 255,55 \text{ ms} \quad (2.1.204)$$

$$t_{DE} = t_o \cdot \frac{20 + 30 + 60 + 60 + 60 + 60}{360} = 322,22 \text{ ms} \quad (2.1.205)$$

$$t_{EF} = t_o \cdot \frac{20 + 30 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60}{360} = 388,88 \text{ ms} \quad (2.1.206)$$



## 2.2 Gleichstrommaschine

### Aufgabe 11

Eine Maschine ist über ein Getriebe an die Seiltrommel eines Krans gekuppelt. Das Übersetzungsverhältnis beträgt 100:1, die Seiltrommel hat einen Radius von 75 cm. Die maximale Last des Krans beträgt 5 t. Die Fremderregte Gleichstrommaschine hat folgende Daten.

$I_N$	.....	200 A
$k\phi_N$	.....	15 Vs
$n_N$	.....	1960 $\frac{U}{min}$
$n_0$	.....	2000 $\frac{U}{min}$

1. Berechnen Sie den Ankerwiderstand der Gleichstrommaschine. (2 P.)
2. Der Motor wird mit einer konstanten Spannung von 500 V versorgt. Wie groß ist ein Vorwiderstand  $R_V$  zu wählen, damit die vorerst ruhende Last mit der Mindestbeschleunigung  $1 \text{ m/s}^2$  gehoben wird? (3 P.)
3. Welche maximale Geschwindigkeit der Last ist mit diesem Vorwiderstand erreichbar? (3 P.)
4. Zeichnen Sie schematisch den zeitlichen Verlauf des Ankerstromes sowie der Geschwindigkeit der Last über die Zeit. (2 P.)

## Lösung 11

**Hinweis:** Diese Prüfung ist noch aus dem Masterstudium und ist nicht repräsentativ für den Prüfungsstoff im Bachelorstudium.

## Aufgabe 12

Eine fremderregte Gleichstrommaschine hat folgende Daten.

$I_N$	.....	200 A
$k_1 \phi_N$	.....	15 Vs
$n_N$	.....	1960 $\frac{U}{min}$
$n_0$	.....	2000 $\frac{U}{min}$

1. Berechnen Sie den Ankerwiderstand der Gleichstrommaschine. (2 P.)
2. Wie groß ist das Nennmoment der Gleichstrommaschine. (1 P.)
3. Die Gleichstrommaschine wird mit konstanter Ankerspannung  $U_A = 300 V$  versorgt, es liegt Nennerregung an. Berechnen Sie die Drehzahl in Abhängigkeit des Moments  $n = f(M_i)$ . (3 P.)
4. Skizzieren Sie für den gegebenen Motor diesen Verlauf im Bereich  $\pm M_N$ . (1 P.)
5. Das Feld wird nun auf die Hälfte der Nennerregung eingestellt. Wie groß ist nun das mit Nennstrom maximal erreichbare Drehmoment. (1 P.)
6. Die Gleichstrommaschine wird mit konstanter Ankerspannung  $U_A = 300 V$  versorgt, jedoch mit halber Nennerregung. Berechnen Sie die Drehzahl in Abhängigkeit des Moments  $n = f(M_i)$ . (2 P.)
7. Skizzieren Sie diesen Verlauf im Bereich  $\pm M_N$ . (1 P.)
8. Berechnen Sie den Wirkungsgrad der Gleichstrommaschine. (1 P.)

## Lösung 12

1. Um den Ankerwiderstand berechnen zu können wird die Ankernennspannung benötigt. Diese errechnet sich aus der Spannungskonstante mit der Leerlaufdrehzahl. Anschließend wird mit (1.1.14) der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.

$$U_{A,N} = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{2000}{60} 2\pi = 500 \text{ V} \quad (2.2.1)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 50 \text{ m}\Omega \quad (2.2.2)$$

$$k'\Phi = \frac{k\Phi}{2\pi} \quad (2.2.3)$$

2. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 477,46 \text{ Nm} \quad (2.2.4)$$

3. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 2000 - 0,0837 \cdot M_i \quad (2.2.5)$$

4. TikZ Grafik hier bitte.

5. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15), wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird.

$$M_{\frac{N}{2}} = \frac{k'\Phi}{2} I_A = 238,73 \text{ Nm} \quad (2.2.6)$$

6. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt, wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{2M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot 2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 2400 - 0,0559 \cdot M_i \quad (2.2.7)$$

7. TikZ Grafik hier bitte.



8. In (1.1.19) einsetzen. Es ergeben sich drei Wirkungsgrade. (Nennwirkungsgrad, Wirkungsgrad bei 300 V und Nennmoment, Wirkungsgrad bei 300 V und halben Moment)

$$\eta_N = \frac{M_N \Omega_N}{U_{A,N} I_A} = 0,98 \quad (2.2.8)$$

$$\eta_1 = \frac{M_N \Omega_{M_N}}{300 \cdot I_A} = 0,967 \quad (2.2.9)$$

$$\eta_2 = \frac{M_{N/2} \Omega_{M_N}}{300 \cdot I_A} = 0,963 \quad (2.2.10)$$

### Aufgabe 13

Eine fremderregte Gleichstrommaschine hat folgende Daten.

$I_N$	.....	200 A
$k_1 \phi_N$	.....	15 Vs
$n_N$	.....	1960 $\frac{U}{min}$
$n_0$	.....	2000 $\frac{U}{min}$

1. Berechnen Sie den Ankerwiderstand der Gleichstrommaschine. (2 P.)
2. Wie groß ist das Nennmoment der Gleichstrommaschine. (1 P.)
3. Berechnen Sie den Wirkungsgrad der Gleichstrommaschine. (1 P.)
4. Die Gleichstrommaschine wird mit konstanter Ankerspannung  $U_A = 500 V$  versorgt, es liegt Nennerregung an. Berechnen Sie die Drehzahl in Abhängigkeit des Moments  $n = f(M_i)$ . (2 P.)
5. Skizzieren Sie für den gegebenen Motor diesen Verlauf im Bereich  $\pm M_N$ . (1 P.)
6. Das Feld wird nun auf die Hälfte der Nennerregung eingestellt. Wie groß ist nun das mit Nennstrom maximal erreichbare Drehmoment. (1 P.)
7. Die Gleichstrommaschine wird mit konstanter Ankerspannung  $U_A = 300 V$  versorgt, jedoch mit halber Nennerregung. Berechnen Sie die Drehzahl in Abhängigkeit des Moments  $n = f(M_i)$ . (2 P.)

### Lösung 13

1. Um den Ankerwiderstand berechnen zu können wird die Ankernennspannung benötigt. Diese errechnet sich aus der Spannungskonstante mit der Leerlaufdrehzahl. Anschließend wird mit (1.1.14) der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.

$$U_{A,N} = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{2000}{60} 2\pi = 500 \text{ V} \quad (2.2.11)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 50 \text{ m}\Omega \quad (2.2.12)$$

$$k'\Phi = \frac{k\Phi}{2\pi} \quad (2.2.13)$$

2. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 477,46 \text{ Nm} \quad (2.2.14)$$

3. In (1.1.19) einsetzen.

$$\eta_N = \frac{M_N \Omega_N}{U_{A,N} I_A} = 0,98 \quad (2.2.15)$$

4. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 2000 - 0,0838 \cdot M_i \quad (2.2.16)$$

5. TikZ Grafik

6. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15), wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird.

$$M_{\frac{N}{2}} = \frac{k'\Phi}{2} I_A = 238,73 \text{ Nm} \quad (2.2.17)$$

7. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt, wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{2M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot 2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 2400 - 0,335 \cdot M_i \quad (2.2.18)$$

### Aufgabe 14

Eine permanentmagneterregte Gleichstrommaschine hat folgende Daten.

$I_{A,N}$	.....	10 A
$U_{A,N}$	.....	48 V
$n_0$	.....	4000 $\frac{U}{min}$

1. Wie groß ist die Spannungskonstante  $k_1 \cdot \phi$  und das Nennmoment  $M_N$  der Gleichstrommaschine? (2 P.)
2. Berechnen Sie den Ankerwiderstand  $R_A$  der Gleichstrommaschine, wenn durch eine Messung bei  $U_A = 12 \text{ V}$  unter Belastung mit Nennstrom  $I_{A,N}$  eine Drehzahl  $n = 750 \text{ U/min}$  ermittelt wurde. Berechnen Sie weiters die Nenndrehzahl  $n_N$  und den Wirkungsgrad der Gleichstrommaschine im Nennpunkt ( $M_N, n_N$ ). (2 P.)
3. Die Gleichstrommaschine (Ankerspannung  $U_A$ ) wird mittels eines idealen Tiefsetzstellers von einer Batterie  $U_B = 48 \text{ V}$  versorgt. Wie groß ist das Tastverhältnis  $\delta = U_A/U_B$  zu wählen, damit bei halber Leerlaufdrehzahl eine mechanische Leistung von  $P_{mech} = 200 \text{ W}$  abgegeben wird? (2 P.)
4. Aufgrund einer Erwärmung der Gleichstrommaschine um  $50 \text{ }^\circ\text{C}$  kommt es zur Veränderung des Erregerflusses sowie des Ankerwiderstandes ausgehend von den angegebenen Nenndaten. Die Temperaturabhängigkeit des Ankerwiderstands wird mit  $R_T = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0))$  und einem Temperaturkoeffizient  $\alpha = 0,00393 \text{ K}^{-1}$  berücksichtigt. Im Datenblatt des eingebauten Permanentmagneten wird der Temperaturkoeffizient der Remanenzflussdichte  $B_r$  mit  $-0,2\%/K$  angegeben welche gleichermaßen für die Beschreibung der Temperaturabhängigkeit des Erregerflusses  $\phi(T)$  verwendet werden soll. Berechnen Sie für die erhöhte Temperatur die Spannungskonstante, den Ankerwiderstand, sowie die Nenndrehzahl und Nennleistung bei unverändertem Nennstrom und einer Ankerspannung  $U_A = 48 \text{ V}$ . (2 P.)

## Lösung 14

1. Im Leerlauf ist der Ankerstrom Null und mittels Glg.(1.1.14) lässt sich die Spannungskonstante errechnen.

$$U_{A,N} = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} \cdot \frac{4000}{60} \cdot 2\pi \quad (2.2.19)$$

$$k_1 \cdot \phi = 0,72 \text{ Vs} \quad (2.2.20)$$

$$k' \cdot \phi = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} = 0,144 \text{ Vs} \quad (2.2.21)$$

$$M_N = \frac{k_1 \cdot \phi_N}{2\pi} \cdot I_A = 1,145 \text{ Nm} \quad (2.2.22)$$

2. Die Glg.(1.1.14) wird auf  $R_A$  umgeformt. Für die Berechnung der Nenndrehzahl wird in Glg.(1.1.14) die Nennwerte eingesetzt und auf  $\Omega_N$  umgeformt. Um auf  $n_N$  zu kommen wird noch mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert. Der Wirkungsgrad errechnet sich nach Glg.(1.1.19).

$$U_{A,N} = R_A I_A + k' \cdot \phi \cdot \frac{n_0 2\pi}{60} \quad (2.2.23)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - k' \cdot \phi \cdot \frac{n_0 2\pi}{60}}{I_A} = 300 \text{ m}\Omega \quad (2.2.24)$$

$$\Omega_N = \frac{U_{A,N} - R_A I_A}{k' \cdot \phi} \quad (2.2.25)$$

$$n_N = \frac{U_{A,N} - R_A I_A}{k' \cdot \phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 3750 \text{ U/min} \quad (2.2.26)$$

$$\eta_N = \frac{\Omega_N M_N}{U_N I_N} = 0,938 \quad (2.2.27)$$

3. In Glg.(1.1.18) wird Glg.(1.1.14) auf  $I_A$  umgeformt und eingesetzt. Anschließend wird auf  $\delta$  umgeformt.

$$P_{mech} = M_m \cdot \Omega_m = k' \phi \cdot I_A \cdot \Omega_m \quad (2.2.28)$$

$$= k' \phi \cdot \frac{U_B \delta - k' \phi \Omega}{R_A} \cdot \Omega \quad (2.2.29)$$

$$\delta = \frac{\frac{P_{mech}}{\Omega} \cdot R_A + (k' \phi)^2 \Omega}{k' \phi U_B} = 0,552 \quad (2.2.30)$$

4. Da die Spannungskonstante wird über den Dauermagneten beschrieben.

$$k_1 \cdot \phi_{N,50^\circ C} = k_1 \phi_N \cdot (1 - 0,002 \cdot 50) = 0,648 \quad (2.2.31)$$

$$R_{A,50^\circ C} = 0,3 \cdot (1 + 0,00393 \cdot 50) = 359 \text{ m}\Omega \quad (2.2.32)$$

$$n_{N,50^\circ C} = \frac{U_A - R_{A,50^\circ C} \cdot I_A}{k_1 \cdot \phi_{N,50^\circ C}} \cdot \frac{60}{2\pi} = 4112 \text{ U/min} \quad (2.2.33)$$

### Aufgabe 15

Eine fremderregte Gleichstrommaschine hat folgende Daten.

$$I_N \dots\dots\dots 200 \text{ A}$$

$$k\phi_N \dots\dots\dots 15 \text{ Vs}$$

$$n_N \dots\dots\dots 1960 \frac{\text{U}}{\text{min}}$$

$$n_0 \dots\dots\dots 2000 \frac{\text{U}}{\text{min}}$$

1. Berechnen Sie den Ankerwiderstand der Gleichstrommaschine. (2 P.)
2. Wie groß ist das Nennmoment der Gleichstrommaschine. (1 P.)
3. Die Gleichstrommaschine wird mit konstanter Ankerspannung  $U_A = 300\text{V}$  versorgt, es liegt Nennerregung an. Berechnen Sie die Drehzahl in Abhängigkeit des Moments  $n = f(M_i)$ . (3 P.)
4. Skizzieren Sie für den gegebenen Motor diesen Verlauf im Bereich  $\pm M_N$ . (1 P.)
5. Das Feld wird nun auf die Hälfte der Nennerregung eingestellt. Wie groß ist nun das mit Nennstrom maximal erreichbare Drehmoment. (1 P.)
6. Die Gleichstrommaschine wird mit konstanter Ankerspannung  $U_A = 300\text{V}$  versorgt, jedoch mit halber Nennerregung. Berechnen Sie die Drehzahl in Abhängigkeit des Moments  $n = f(M_i)$ . (2 P.)
7. Skizzieren Sie diesen Verlauf im Bereich  $\pm M_N$ . (1 P.)
8. Berechnen Sie den Wirkungsgrad der Gleichstrommaschine. (1 P.)

## Lösung 15

1. Um den Ankerwiderstand berechnen zu können wird die Ankernennspannung benötigt. Diese errechnet sich aus der Spannungskonstante mit der Leerlaufdrehzahl. Anschließend wird mit (1.1.14) der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.

$$U_{A,N} = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{2000}{60} 2\pi = 500 \text{ V} \quad (2.2.34)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 50 \text{ m}\Omega \quad (2.2.35)$$

$$k'\Phi = \frac{k\Phi}{2\pi} \quad (2.2.36)$$

2. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 477,46 \text{ Nm} \quad (2.2.37)$$

3. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 1200 - 0,0838 \cdot M_i \quad (2.2.38)$$

4. TikZ Grafik

5. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15), wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird.

$$M_{\frac{N}{2}} = \frac{k'\Phi}{2} I_A = 238,73 \text{ Nm} \quad (2.2.39)$$

6. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt, wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{2M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot 2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 2400 - 0,335 \cdot M_i \quad (2.2.40)$$

7. TikZ Grafik

8. In (1.1.19) einsetzen.

$$\eta_N = \frac{M_N \Omega_N}{U_{A,N} I_A} = 0,98 \quad (2.2.41)$$

### Aufgabe 16

Eine fremderregte Gleichstrommaschine hat folgende Daten. Generatorkennlinie ist gegeben (siehe Abb.2)

$I_N$	.....	100 A
$U_{A,N}$	.....	400 V
$n_N$	.....	2940 $\frac{U}{min}$
$n_0$	.....	3000 $\frac{U}{min}$

1. Berechnen Sie den Ankerwiderstand  $R_A$  der Gleichstrommaschine und die Spannungskonstante  $k_1 \phi_N$  im Nennpunkt der Maschine. (2 P.)
2. Wie groß ist das Nennmoment  $M_N$  der Gleichstrommaschine. (1 P.)
3. Die Gleichstrommaschine wird mit konstanter Ankerspannung  $U_A = 400V$  versorgt, es liegt halbe Nennerregung an. Berechnen Sie die Drehzahl in Abhängigkeit des Moments  $n = f(M_i)$  und skizzieren Sie diesen Verlauf im Bereich  $\pm M_N/2$ . (3 P.)
4. Die Maschine wird nun als Nebenschlussgenerator betrieben. Skizzieren Sie das Ersatzschaltbild des Generators. Der Gesamtwiderstand im Erregerkreis ist konstant und beträgt  $R_E = 45 \Omega$  (Summe aus Spulen und Vorwiderstand). Aus dem Leerlaufversuch konnte folgende Kennlinie des Erregerflusses ermittelt werden. Ermitteln Sie bei konstanter Drehzahl  $n = 3000 U/min$  die Ankerspannung  $U_A$  sowie den Erregerstrom  $I_E$  für den leerlaufenden Generator. (4 P.)

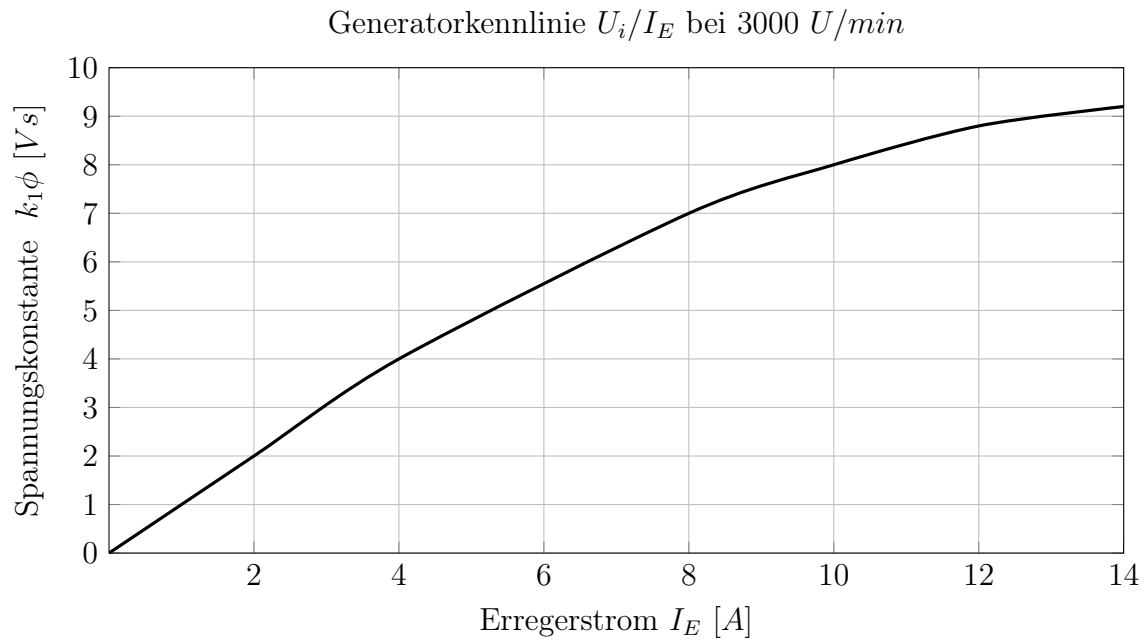


Abbildung 2: Generatorkennlinie

### Lösung 16

1. Im Leerlauf ist der Ankerstrom Null und mittels Glg.(1.1.14) lässt sich die Spannungskonstante errechnen.

$$U_{A,N} = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} \cdot \frac{n_0}{60} \cdot 2\pi \quad (2.2.42)$$

$$k_1 \cdot \phi = 8 \text{ Vs} \quad (2.2.43)$$

$$k' \cdot \phi = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} = 1,273 \text{ Vs} \quad (2.2.44)$$

$$M_N = \frac{k_1 \cdot \phi_N}{2\pi} \cdot I_A = 1,145 \text{ Nm} \quad (2.2.45)$$

Um den Ankerwiderstand berechnen zu können wird die Ankernennspannung benötigt. Diese errechnet sich aus der Spannungskonstante mit der Leerlaufdrehzahl. Anschließend wird mit (1.1.14) der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.



$$U_{A,N} = \frac{k_1 \Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_0}{60} 2\pi = 400 \text{ V} \quad (2.2.46)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k_1 \Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 80 \text{ m}\Omega \quad (2.2.47)$$

$$(2.2.48)$$

2. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 127,3 \text{ Nm} \quad (2.2.49)$$

3. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt, wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{2M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot 2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 6000 - 0,197 \cdot M_i \quad (2.2.50)$$

TikZ Grafik hier bitte.

4. TikZ Grafik für Nebenschlussgenerator. Da die Spannungskonstante von dem Erregerstrom abhängig ist, kann hier kein konstanter Wert eingesetzt werden. Es wird die Steigung  $k'\phi/I_E$  ermittelt, welche dann als Linie in Abb.(2) eingezeichnet wird. Bei der Berechnung wird von Glg.(1.1.14) ausgegangen und auf  $k'\phi/I_E$  umgeformt.

$$U_A = (R_E + R_A)I_A + k'\phi \cdot \Omega_m \quad (2.2.51)$$

$$\frac{k_1 \phi}{I_E} = \frac{R_E + R_A}{\Omega_N} \cdot 2\pi = 0,901 \quad (2.2.52)$$

Eine Gerade mit der Steigung 0,901 einzeichnen und bei dem Schnittpunkt ablesen.  $I_E = 7,4 \text{ A}$  und  $R_E \cdot I_E = 315 \text{ V}$ .

### Aufgabe 17

Eine Permanentmagnet erregte Gleichstrommaschine wird an einem Stromrichter (Tiefsetzsteller) betrieben. Die Drehzahl wird durch einen Drehzahlregler auf halbe Nenndrehzahl geregelt. Der Umrichter besitzt eine konstante Zwischenkreisspannung von  $12\text{ V}$  und hat eine Schaltfrequenz von  $8\text{ kHz}$ . Die Gleichstrommaschine hat folgende Daten:

$I_{A,N}$	.....	$15\text{ A}$
$U_{A,N}$	.....	$10\text{ V}$
$n_N$	.....	$1000\frac{\text{U}}{\text{min}}$
$L_A$	.....	$180\text{ }\mu\text{H}$
$\Theta_m$	.....	$0,002\text{ kg m}^2$
$R_A$	.....	$0\text{ }\Omega$

1. Zeichnen Sie das Blockschaltbild des 1Q-Stellers inkl. Motor ab dem Zwischenkreiskondensator. (1 P.)
2. Wie groß ist das Nennmoment des Motors? (1 P.)
3. Berechnen Sie unter der Annahme einer konstanten Drehzahl des Motors den Mittelwert der nötigen Ankerspannung und das daraus resultierende Tastverhältnis  $\alpha = T_{on}/T_{PWM}$  des Tiefsetzsteller im eingeschwungenen Zustand für halbes Nennmoment des Motors sowie halber Nenndrehzahl. (2 P.)
4. Berechnen und skizzieren Sie die Amplitude des Stromrippels zufolge des Schaltens des Umrichters. *Hinweis:* Die Differenz von Umrichterspannung und innerer Spannung wirkt als anregende Spannung, wenn der Schalter des Tiefsetzsteller geschlossen ist. (2 P. +1 P. Skizze)
5. Wie groß ist die Amplitude des daraus resultierenden Momentenrippels? (1 P.)
6. Berechnen Sie die Auslaufzeit des Antriebs nach Abschalten des Ankerstroms von halber Nenndrehzahl bis auf Stillstand, wenn kein äußeres Lastmoment anliegt aber ein konstantes Reibmoment von 5% des Nennmoments angenommen wird. (2 P.)

## Lösung 17

1. TikZ Grafik für Gleichstrommaschine mit Tiefsetzsteller.
2. Da der Ankerwiderstand null ist, ist die Ankerspannung gleich der Induzierten Spannung bei Nenndrehzahl. Mittels Glg.(1.1.14) lässt sich die Spannungskonstante errechnen.

$$U_{A,N} = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} \cdot 2\pi \quad (2.2.53)$$

$$k_1 \cdot \phi = 0,597 \text{ Vs} \quad (2.2.54)$$

$$k' \cdot \phi = \frac{k_1 \cdot \phi}{2\pi} = 0,095 \text{ Vs} \quad (2.2.55)$$

$$(2.2.56)$$

Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 1,432 \text{ Nm} \quad (2.2.57)$$

3. Ausgehend von Glg.(1.1.14) wird für  $U_{A,N} = \delta \cdot 12V$  und für die die Drehzahl die Hälfte eingesetzt.

$$\delta \cdot U_{ZK} = k' \phi \cdot \frac{n_N}{2 \cdot 60} \cdot 2\pi \quad (2.2.58)$$

$$\delta = 0,416 \quad (2.2.59)$$

$$t_{on} = \frac{1}{8 \text{ kHz}} \cdot 0,416 = 52,08 \text{ } \mu s \quad (2.2.60)$$

$$t_{off} = \frac{1}{8 \text{ kHz}} \cdot (1 - 0,416) = 72,92 \text{ } \mu s \quad (2.2.61)$$

4. TikZ Grafik hier.

Für die Berechnung des Stromrippels gehen wir von Glg.(1.1.14) aus, welche auf  $I_A$  umgeformt werden, wobei wir die differentiellen Anteile nicht vernachlässigen dürfen, da es sich hier um dynamische Prozesse handelt. Es muss zwischen den zwei Zuständen S,Offen und S,Zu (S ... Schalter) unterschieden

werden. Der Term mit  $R_A \cdot I_A$  fällt weg, da  $R_A = 0 \Omega$  ist.

$$S, \text{Offen} \quad 0 = L_A \frac{\partial I_A}{\partial t} + k' \phi \cdot \Omega_{N/2} \quad (2.2.62)$$

$$S, \text{Zu} \quad U_{ZK} = L_A \frac{\partial I_A}{\partial t} + k' \phi \cdot \Omega_{N/2} \quad (2.2.63)$$

$$S, \text{Offen} \quad I_{A, \text{Offen}} = -\frac{1}{L_A} \int_0^{t_{off}} k' \phi \cdot \Omega_{N/2} \partial t = -2,014 \text{ A} \quad (2.2.64)$$

$$S, \text{Zu} \quad I_{A, \text{Zu}} = -\frac{1}{L_A} \int_0^{t_{on}} U_{ZK} - k' \phi \cdot \Omega_{N/2} \partial t = -2,025 \text{ A} \quad (2.2.65)$$

5. Die Amplitude ist die Differenz zwischen den beiden Werten.

$$I_{A, \text{Zu}} - I_{A, \text{Offen}} = 11,45 \text{ mA} \quad (2.2.66)$$

$$M_\delta = (I_{A, \text{Zu}} - I_{A, \text{Offen}}) \cdot k' \phi = 1,08 \text{ mNm} \quad (2.2.67)$$

6. Zur Berechnung der Auslaufzeit wird die Glg.(1.1.17) einmal integriert. Anschließend werden die Anfangsbedingungen eingesetzt und die Zeit ermittelt. Der Strom  $I_A = 0$ , da die Maschine abgeschaltet wird!

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi} = M_m - M_L \quad (2.2.68)$$

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi} = k' \phi \cdot I_A - M_N \cdot 0,05 \quad (2.2.69)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{-0,05 \cdot M_N \cdot t}{\Theta} + C \quad (2.2.70)$$

$$\Omega_{N/2} = \frac{-0,05 \cdot M_N \cdot 0}{\Theta} + C \quad (2.2.71)$$

$$C = \Omega_{N/2} \quad (2.2.72)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{-0,05 \cdot M_N \cdot t}{\Theta} + \Omega_{N/2} \quad (2.2.73)$$

$$0 = \frac{-0,05 \cdot M_N \cdot t}{\Theta} + \Omega_{N/2} \quad (2.2.74)$$

$$t = 1,462 \text{ s} \quad (2.2.75)$$

### Aufgabe 18

Eine fremderregte Gleichstrommaschine hat folgende Daten.

$$I_N \dots\dots 200 \text{ A}$$

$$k_1 \phi_N \dots\dots 15 \text{ Vs}$$

$$n_N \dots\dots 1940 \frac{\text{U}}{\text{min}}$$

$$n_0 \dots\dots 2000 \frac{\text{U}}{\text{min}}$$

1. Berechnen Sie den Ankerwiderstand  $R_A$  der Gleichstrommaschine und die Ankernennspannung. (2 P.)
2. Wie groß ist das Nennmoment  $M_N$  der Gleichstrommaschine. (1 P.)
3. Berechnen Sie den Wirkungsgrad der Gleichstrommaschine im Nennpunkt. (1 P.)
4. Die Gleichstrommaschine wird mit konstanter Ankerspannung  $U_A = 300 \text{ V}$  versorgt, es liegt Nennerregung an. Berechnen Sie die Drehzahl in Abhängigkeit des Moments  $n = f(M_i)$  und Skizzieren Sie diesen Verlauf im Bereich  $\pm M_N$ . (3 P.)
5. Das Feld wird nun auf die Hälfte der Nennerregung eingestellt und die Gleichstrommaschine wird mit konstanter Ankerspannung  $U_A = 300 \text{ V}$  versorgt, jedoch nun mit halber Nennerregung. Berechnen Sie die Drehzahl in Abhängigkeit des Moments  $n = f(M_i)$  und skizzieren Sie diesen Verlauf im Bereich  $\pm M_N$ . Wie groß ist der benötigte Ankerstrom  $I_A$  damit Nennmoment  $M_N$  bei halber Nennerregung erzeugt wird? (3 P.)

### Lösung 18

1. Um den Ankerwiderstand berechnen zu können wird die Ankernennspannung benötigt. Diese errechnet sich aus der Spannungskonstante mit der Leerlaufdrehzahl. Anschließend wird mit (1.1.14) der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.

$$U_{A,N} = \frac{k_1 \Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_0}{60} 2\pi = 500 \text{ V} \quad (2.2.76)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 75 \text{ m}\Omega \quad (2.2.77)$$

$$(2.2.78)$$

2. Das Moment errechnet sich mit (1.1.15).

$$M_N = \frac{k\Phi}{2\pi} \cdot I_N = 477,46 \text{ Nm} \quad (2.2.79)$$

3. Der Wirkungsgrad errechnet sich über Glg.(1.1.19).

$$\eta_N = \frac{M_N \cdot \Omega_N}{U_N \cdot I_N} = 0,98 \quad (2.2.80)$$

4. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 1200 - 0,125 \cdot M_i \quad (2.2.81)$$

TikZ Grafik.

5. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt, wobei die Hälfte der Erregung  $k'\Phi$  eingesetzt wird und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert wird um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - R_A \frac{2M_i}{k'\Phi}}{k'\Phi} \cdot 2 \cdot \frac{60}{2\pi} = 2400 - 0,502 \cdot M_i \quad (2.2.82)$$

Es wird der doppelte Strom benötigt.

$$M_N = \frac{k'\phi}{2} \cdot I_A \quad (2.2.83)$$

$$I_A = \frac{2 \cdot M_N}{k'\phi} \quad (2.2.84)$$

TikZ Grafik.

### Aufgabe 19

Eine kompensierte Reihenschluss-Gleichstrommaschine hat folgende Daten.

Eine Leerlaufkennlinie  $\frac{U_i}{I_E}$  bei  $n = 800 \frac{U}{min}$  ist gegeben (siehe Abb.3).

$I_{A,N}$	.....	280 A
$U_{A,N}$	.....	300 V
$n_N$	.....	1200 $\frac{U}{min}$

1. Wie groß ist die Spannungskonstante  $k_1\phi_N$  im Nennpunkt, das Nennmoment  $M_N$  und die Nennleistung  $P_N$  der Gleichstrommaschine? (2 P.)
2. Berechnen Sie den Innenwiderstand  $R_i$  (= Ankerwiderstand  $R_A$  + Erregerwiderstand  $R_E$ ) und den Wirkungsgrad  $\eta_N$  im Nennpunkt. (2 P.)
3. Bestimmen Sie die Drehzahl  $n$  und das Drehmoment  $M$  für eine Ankerspannung  $U_A = 200 \text{ V}$  und  $I_A = 140 \text{ A}$ . (1 P.)
4. Skizzieren Sie die Drehzahl-Drehmoment Kennlinie ( $M/n$ ) bei Nennspannung  $U_{A,N} = 300 \text{ V}$  im Bereich ca.  $0,2M_N$  bis  $M_N$ . (2 P.)
5. Die Maschine wird bei  $n = 500 \text{ U/min}$  auf einen Widerstand  $R_L$  gebremst. Dimensionieren Sie den Bremswiderstand  $R_L$  so, dass ein anfänglicher Bremsstrom von  $200 \text{ A}$  fließt und geben Sie die Ankerspannung  $U_A$  an den Maschinenklemmen und das Bremsmoment zu Beginn der Bremsung an. (3 P.)

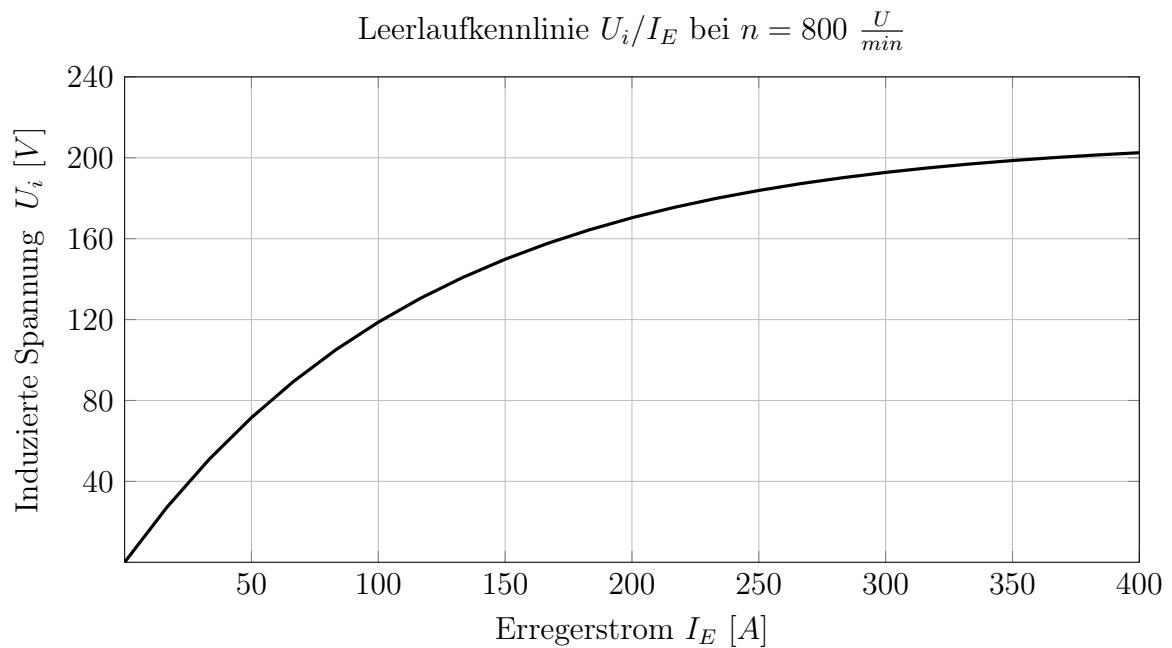


Abbildung 3: Leerlaufkennlinie

### Lösung 19

- Da es sich hier um eine **Reihenschluss**-Gleichstrommaschine handelt, ist der Strom, welcher durch die Erregerwicklung geht gleich dem Strom durch den Anker  $I_A = I_E$ . Aus der Abb.3 wird bei  $I_A = 280 \text{ A}$  die Induzierte Spannung  $U_i = 190 \text{ V}$  abgelesen. Das Moment errechnet sich nach Glg.(1.2.27).

$$U_i = k' \Phi \cdot \Omega \quad (2.2.85)$$

$$k' \Phi = \frac{U_i}{\Omega} = 2,267 \text{ Vs} \quad (2.2.86)$$

$$M_N = k' \Phi \cdot I_N = 635 \text{ Nm} \quad (2.2.87)$$

$$P_N = U_N \cdot I_N = 84 \text{ kW} \quad (2.2.88)$$

- Mit Glg.(1.1.14) wird der Ankerwiderstand durch umformen errechnet.



$$U_{A,N} = \frac{k_1 \Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_0}{60} 2\pi \quad (2.2.89)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - \frac{k_1 \Phi}{2\pi} \cdot \frac{n_N}{60} 2\pi}{I_A} = 54 \text{ m}\Omega \quad (2.2.90)$$

$$(2.2.91)$$

3. Der Wirkungsgrad errechnet sich über Glg.(1.1.19). Hier müssen aber die Verluste über die Erregerwicklung berücksichtigt werden.

$$\eta_N = \frac{M_N \cdot \Omega_N}{U_N \cdot I_N} = 0,95 \quad (2.2.92)$$

4. Bei einem geänderten Ankerstrom wird auch eine andere Spannung induziert, wodurch  $k_1 \Phi$  neu bestimmt werden muss. Aus der Abb.3 wird bei  $I_A = 140 \text{ A}$  die Induzierte Spannung  $U_i = 140 \text{ V}$  abgelesen. Das Moment errechnet sich nach Glg.(1.2.27).

$$U_i = k' \Phi \cdot \Omega \quad (2.2.93)$$

$$k' \Phi = \frac{U_i}{\Omega} = 1,79 \text{ Vs} \quad (2.2.94)$$

$$M_N = k' \Phi \cdot I_N = 250 \text{ Nm} \quad (2.2.95)$$

$$(2.2.96)$$

Mit Glg.(1.1.14) wird die Drehzahl durch umformen und multiplizieren mit  $\frac{60}{2\pi}$  berechnet.

$$n = \frac{U_A - R_A I_A}{k' \Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 1029 \text{ U/min} \quad (2.2.97)$$

Keine Ahnung, wie bei einer Reihenschlussmaschine die Drehzahlkennlinie aufgenommen werden kann.

5. Da ein anderer Ankerstrom fließt als in den oberen Punkten, muss wieder

ein neues  $k_1\Phi$  bestimmt werden.

$$k' \Phi = \frac{U_i}{\Omega} = 2,029 \text{ Vs} \quad (2.2.98)$$

$$U_A = R_A \cdot I_A + k' \Phi \Omega \quad (2.2.99)$$

$$R_L \cdot I_A = R_A \cdot I_A + k' \Phi \Omega \quad (2.2.100)$$

$$R_L = \frac{R_A \cdot I_A + k' \Phi \Omega}{I_A} = 585 \text{ m}\Omega \quad (2.2.101)$$

$$M = k' \Phi \cdot I_A = 405,8 \text{ Nm} \quad (2.2.102)$$

## Aufgabe 20

**Hinweis:** In der Original Angabe ist die x-Achse des Diagramms nicht sichtbar, die Skalen auf der x-Achse sind somit geschätzt und es können unerwartete Ergebnisse auftreten.

Eine kompensierte **Nebenschluss-Gleichstrommaschine** hat folgende Daten. Eine Leerlaufkennlinie  $U_i = f(I_E)$  bei  $n = 800 \text{ U/min}$  ist gegeben (siehe Abb.4).

$$I_{A,N} \dots\dots 300 \text{ A}$$

$$U_{A,N} \dots\dots 250 \text{ V}$$

$$n_N \dots\dots 1000 \frac{\text{U}}{\text{min}}$$

1. Skizzieren Sie die Schaltung der Nebenschlussmaschine am Gleichspannungsnetz. (1 P.)
2. Wie groß ist die Spannungskonstante  $k_1\phi_N$  im Nennpunkt, das Nennmoment  $M_N$  und die mechanische Nennleistung  $P_N$  der Gleichstrommaschine, wenn ein Erregerwiderstand  $R_E = 15,6 \text{ }\Omega$  verwendet wird? (3 P.)
3. Wie groß ist dabei die Leerlaufdrehzahl  $n_0$  und der Ankerwiderstand  $R_A$  (2 P.)
4. Berechnen Sie den Wirkungsgrad  $\eta_N$  im Nennpunkt der Maschine unter Berücksichtigung des Ankerwiderstand  $R_A$  und des Erregerwiderstands  $R_E = 15,6 \text{ }\Omega$ . Die mechanischen Verluste, Bürstenverluste und Eisenverluste werden vernachlässigt. (1 P.)
5. Die Maschine wird bei einer konstanten Drehzahl  $n = 800 \text{ U/min}$  als Generator mit  $R_E = 15,6 \text{ }\Omega$  eingesetzt und mit einem umschaltbaren Lastwiderstand  $R_L = 0,1 / 0,5 / 1 \text{ }\Omega$  belastet. Berechnen und Skizzieren Sie die

(äussere) Generatorkennlinie  $U_A = f(I_L)$  für die unterschiedlichen Belastungen inklusive Leerlauf des Generators mit  $I_L = 0$  A. (3 P.)

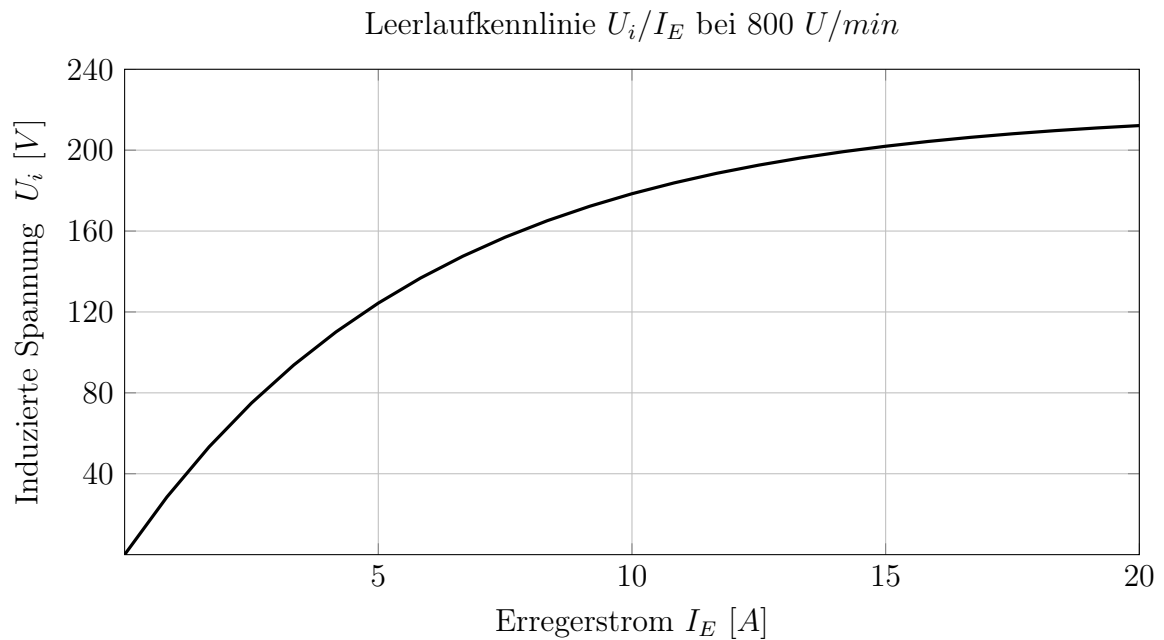


Abbildung 4: Leerlaufkennlinie

### Lösung 20

1. TikZ Grafik für Nebenschlussmaschine.
2. **Hinweis:** In der Original Angabe ist die x-Achse des Diagramms nicht sichtbar, die Skalen auf der x-Achse sind somit geschätzt und es können unerwartete Ergebnisse auftreten.

### Aufgabe 21

Eine kompensierte **Nebenschluss-Gleichstrommaschine** hat folgende Daten. Eine Leerlaufkennlinie  $U_i = f(I_E)$  **bei**  $n = 1000$  U/min ist gegeben (siehe Abb.5).

$I_{A,N}$	.....	200 A
$U_{A,N}$	.....	40 V
$n_N$	.....	2000 $\frac{U}{min}$

1. Skizzieren Sie die Schaltung der Nebenschlussmaschine am Gleichspannungsnetz. (1 P.)
2. Wie groß ist bei Nennspannung  $U_{A,N}$  im motorischen Betrieb die Spannungskonstante  $k_1 \phi_N$  im Nennpunkt, das Nennmoment  $M_N$  und die mechanische Nennleistung  $P_N$  der Gleichstrommaschine, wenn ein Erregerwiderstand  $R_E = 2,5 \, \Omega$  verwendet wird? (3 P.)
3. Wie groß ist dabei die Leerlaufdrehzahl  $n_0$  bei Nennspannung  $U_{A,N}$  und wie groß ist der Ankerwiderstand  $R_A$  (2 P.)
4. Berechnen Sie den Wirkungsgrad  $\eta_N$  im Nennpunkt der Maschine unter Berücksichtigung des Ankerwiderstand  $R_A$  und des Erregerwiderstands  $R_E = 2,5 \, \Omega$ . Die mechanischen Verluste, Bürstenverluste und Eisenverluste werden vernachlässigt. (1 P.)
5. Die Maschine wird bei einer konstanten Drehzahl  $n = 2000 \, U/min$  als Generator mit  $R_E = 2,5 \, \Omega$  eingesetzt und mit einem umschaltbaren Lastwiderstand  $R_L = 0,01 / 0,02 / 0,05 \, \Omega$  belastet. Berechnen Sie jeweils den Laststrom und den Erregerstrom und skizzieren Sie die (äussere) Generatorkennlinie  $U_A = f(I_L)$  für die unterschiedlichen Belastungen inklusive Leerlauf des Generators mit  $I_L = 0$ . (3 P.)

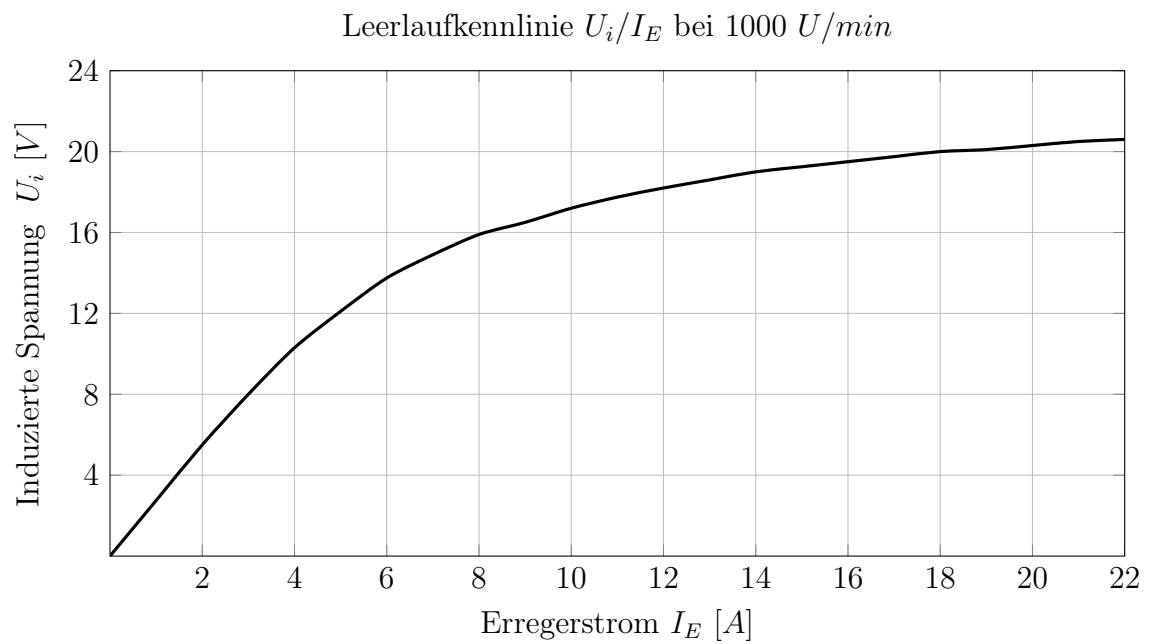


Abbildung 5: Leerlaufkennlinie

### Lösung 21

1. Kann hier jemand mit TikZ die Schaltung programmieren und hier reinstellen?
2. Die Spannungskonstante im Nennpunkt errechnet sich über Glg.(1.1.2). Dazu wird über das Diagramm die Induzierte Spannung bei  $I_E$  abgelesen. Einset-

zen und auf  $k' \Phi$  umformen.

$$I_E = \frac{U_{A,N}}{R_E} = \frac{40}{2,5} = 16 \text{ A} \quad (2.2.103)$$

$$\Omega_{1000} = \frac{1000 \cdot 2\pi}{60} = 104,71 \text{ 1/s} \quad (2.2.104)$$

$$\Omega_N = \frac{2000 \cdot 2\pi}{60} = 209,43 \text{ 1/s} \quad (2.2.105)$$

$$k' \Phi = \frac{U_i}{\Omega_{1000}} = \frac{19,5V}{104,71} = 0,186 \text{ Vs} \quad (2.2.106)$$

$$k_1 \phi_N = k' \Phi \cdot 2\pi = 1,17 \text{ Vs} \quad (2.2.107)$$

$$M_N = k' \Phi \cdot I_A = 0,186 \cdot 200 = 37,242 \text{ Nm} \quad (2.2.108)$$

$$P_N = M_N \cdot \Omega_N = 37,242 \cdot 209,43 = 7,8 \text{ kW} \quad (2.2.109)$$

$$(2.2.110)$$

3. Der Ankerwiderstand errechnet sich über Glg.(1.1.14).

$$U_{A,N} = k' \phi_N \cdot \Omega_0 = k' \phi_N \cdot \frac{n_0}{60} \cdot 2\pi \quad (2.2.111)$$

$$n_0 = \frac{U_{A,N} \cdot 60}{k' \phi_N \cdot 2\pi} = \frac{40 \cdot 60}{0,186 \cdot 2\pi} = 2053,61 \text{ U/min} \quad (2.2.112)$$

$$\Omega_0 = \frac{n_0 \cdot 2\pi}{60} = \frac{2053,61 \cdot 2\pi}{60} = 215,05 \text{ 1/s} \quad (2.2.113)$$

$$R_A = \frac{k' \phi_N \cdot (\Omega_0 - \Omega_N)}{I_N} = \frac{0,186 \cdot (215,05 - 209,43)}{200} = 5,22 \text{ m}\Omega \quad (2.2.114)$$

4. Der Wirkungsgrad errechnet sich über Glg.(1.1.19). Hier müssen aber die Verluste über die Erregerwicklung berücksichtigt werden.

$$\eta_N = \frac{M_N \cdot \Omega_N}{U_N \cdot I_N} = \frac{37,242 \text{ Nm} \cdot 209,431/s}{40 \cdot (200 + 16)} = 0,903 \quad (2.2.115)$$

5. Hier bitte ein Bild von der Schaltung. Der Strom  $I_A$  ist jetzt negativ, weil wir uns im Generatorbetrieb befinden. Als Startgleichung wird hier Glg.(1.1.14) verwendet. Die Glg wird auf eine Form  $U_i(I_E)/I_E$  umgeformt, was einer Steigung entspricht, und dann der Schnittpunkt mit der Linie im Diagramm abgelesen. Da die Drehzahl im Diagramm bei 1000 U/min aufgenommen

wurde, wir aber mit 2000  $U/min$  arbeiten, ist für die induzierte Spannung ein Faktor 2 vorzusehen.

$$I_A \cdot R_A + I_L \cdot R_L = k' \Phi \cdot \frac{2000}{60} \cdot 2\pi \quad (2.2.116)$$

$$(I_L + I_E)R_A + I_E \cdot R_E = U_i(I_E) \cdot 2 \quad (2.2.117)$$

$$\left( \frac{I_E \cdot R_E}{R_L} + I_E \right) R_A + I_E R_E = U_i(I_E) \cdot 2 \quad (2.2.118)$$

$$R_A I_E \left( \frac{R_E}{R_L} + 1 \right) + I_E R_E = U_i(I_E) \cdot 2 \quad (2.2.119)$$

$$I_E \left( R_E + R_A \left( 1 + \frac{R_E}{R_L} \right) \right) = U_i(I_E) \cdot 2 \quad (2.2.120)$$

$$\frac{U_i(I_E)}{I_E} = \frac{R_E + R_A \left( 1 + \frac{R_E}{R_L} \right)}{2} \quad (2.2.121)$$

$$\frac{U_i(I_E)}{I_E} \Big|_{R_L=0,01} = 1,91 \quad (2.2.122)$$

$$\frac{U_i(I_E)}{I_E} \Big|_{R_L=0,02} = 1,58 \quad (2.2.123)$$

$$\frac{U_i(I_E)}{I_E} \Big|_{R_L=0,05} = 1,38 \quad (2.2.124)$$

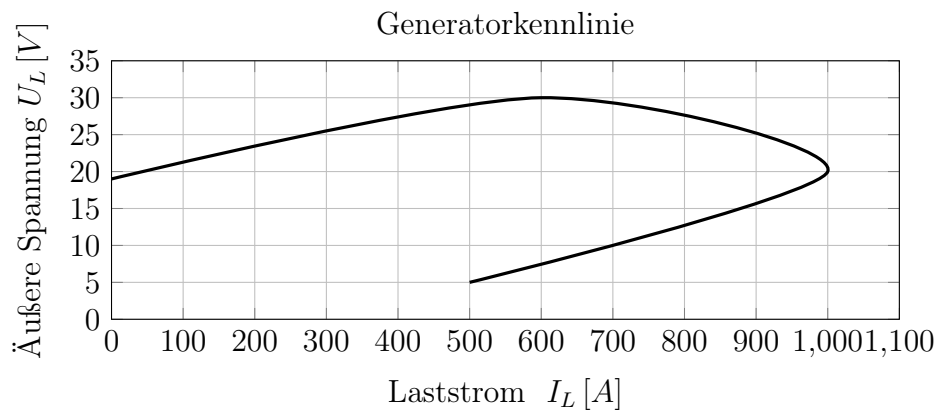
$$\frac{U_i(I_E)}{I_E} \Big|_{R_L=\infty} = 1,25 \quad (2.2.125)$$

Die Steigungen werden in Abb.5 eingezeichnet und bei dem Schnittpunkt mit der Kurve der Erregerstrom und die induzierte Spannung abgelesen. Der Laststrom und die Lastspannung ergeben sich wie folgt:

$$I_L = \frac{I_E \cdot R_E}{R_L} \quad (2.2.126)$$

$$U_L = I_E \cdot R_E \quad (2.2.127)$$

$R_L$	$I_E$ [A]	$U_i$ [V]	$I_L$ [A]	$U_L$ [V]
0,01	2	4	500	5
0,02	8	16	1000	20
0,05	12	18	600	30
$\infty$	14	19	0	19



## Aufgabe 22

Eine kompensierte **Reihenschluss-Gleichstrommaschine** hat folgende Daten. Die Maschine ist im Nennpunkt nicht gesättigt ( $\Phi \sim I_A$ ). Die Maschine hat nur ohmsche Verluste, Reibungsverluste und Eisenverluste sind vernachlässigbar.

$I_{A,N}$	.....	225 A
$P_{N,mech}$	..	81 kW
$n_N$	.....	2000 $\frac{U}{min}$
$\eta_N$	.....	90%

1. Skizzieren Sie die Schaltung der Reihenschlussmaschine am Gleichspannungsnetz inkl. aller Widerstände und Induktivitäten der Maschine. (1 P.)
2. Wie groß ist das Nennmoment  $M_N$  und die Spannungskonstante  $k_1 \cdot \phi_N$  im Nennpunkt im motorischen Betrieb? Wie groß ist die Leerlaufdrehzahl  $n_0$ ? (2 P.)
3. Wie groß ist die Nennspannung  $U_N$  und wie groß ist der Ankerwiderstand  $R_A$  und der Erregerwiderstand  $R_E$ , wenn sich der Erregerwiderstand  $R_E$  zum Ankerwiderstand  $R_E : R_A = 2 : 5$  verhält? (2 P.)
4. Skizzieren Sie maßstäblich die Drehzahl-Drehmoment Kennlinie (M/n) bei Nennspannung im Bereich ca.  $0,2 \cdot M_N$  bis  $1,5 \cdot M_N$ . (2 P.)
5. Berechnen Sie den benötigten Vorwiderstand  $R_V$  wenn die Maschine bei Nennspannung  $U_N$  mit  $M = 1,5 \cdot M_N$  aus dem Stillstand angefahren werden soll. (1 P.)



6. Die Gleichstrommaschine wird von einem Stromrichter mit konstantem, halben Nennstrom bei  $n = 2000 \text{ U/min}$  als Motor betrieben. Berechnen und Skizzieren Sie den Drehzahlverlauf  $n(t)$ , wenn die Last schlagartig abgekuppelt wird. Der Stromrichter liefert dabei weiterhin den konstanten Strom und schaltet die Gleichstrommaschine erst bei Erreichen einer Spannung von  $U = 460 \text{ V}$  ab. Wie lange dauert es bis zum Abschalten und welche Enddrehzahl wird erreicht? Das Trägheitsmoment der Gleichstrommaschine ist  $\Theta_{GM} = 12 \text{ kg m}^2$  und das Reibungsmoment beträgt konstant 1% des Nennmoments. (2 P.)

## Lösung 22

1. TikZ Grafik hier.
2. Die Spannungskonstante errechnet sich durch umformen der Glg.(1.1.18). Durch umformen der Glg.(1.1.14) auf  $\Omega$  und anschließend dem multiplizieren mit  $\frac{60}{2\pi}$  erhalten wir die Leerlaufdrehzahl. Die Ankerspannung ist dabei  $\frac{P_{mech}}{0,9I_{A,N}}$

$$P_{mech} = M_m \cdot \Omega_m = k' \phi \cdot I_A \cdot \Omega_m \quad (2.2.128)$$

$$k' \phi = \frac{P_{mech}}{I_A \cdot \Omega_m} = 1,718 \text{ Vs} \quad (2.2.129)$$

$$M_N = k' \phi \cdot I_A = 386,75 \text{ Nm} \quad (2.2.130)$$

$$U_{A,N} = \frac{P_{mech}}{0,9I_{A,N}} = 400 \text{ V} \quad (2.2.131)$$

$$n_0 = \frac{U_{A,N}}{k' \phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 2222 \text{ U/min} \quad (2.2.132)$$

3. Ankerspannung ist im vorherigen Unterpunkt schon berechnet worden. Die Widerstände errechnen sich aus Glg.(1.1.14) durch umformen und einsetzen

der Widerstandsbeziehung.

$$U_{A,N} = (R_E + R_A) \cdot I_A + k' \phi \cdot \Omega_N \quad (2.2.133)$$

$$U_{A,N} = \left( \frac{2}{5} + 1 \right) \cdot R_A \cdot I_A + k' \phi \cdot \Omega_N \quad (2.2.134)$$

$$R_A = \frac{U_{A,N} - k' \phi \cdot \Omega_N}{I_A \cdot \left( \frac{2}{5} + 1 \right)} = 126,98 \text{ m}\Omega \quad (2.2.135)$$

$$R_E = \frac{2}{5} \cdot R_A = 50,79 \text{ m}\Omega \quad (2.2.136)$$

4. Das Ankermoment (1.1.15) wird auf  $I_A$  umgeformt und in (1.1.14) eingesetzt und auf  $\Omega$  umgeformt und Anschließend mit  $\frac{60}{2\pi}$  multipliziert um auf  $n$  zu kommen.

$$n(M_i) = \frac{U_A - (R_A + R_E) \frac{M_i}{k' \Phi}}{k' \Phi} \cdot \frac{60}{2\pi} = 2222 - 0,575 \cdot M_i \quad (2.2.137)$$

TikZ Grafik.

5. Keine Ahnung.

6. Keine Ahnung.