TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN
Vienna University of Technology

ESEA

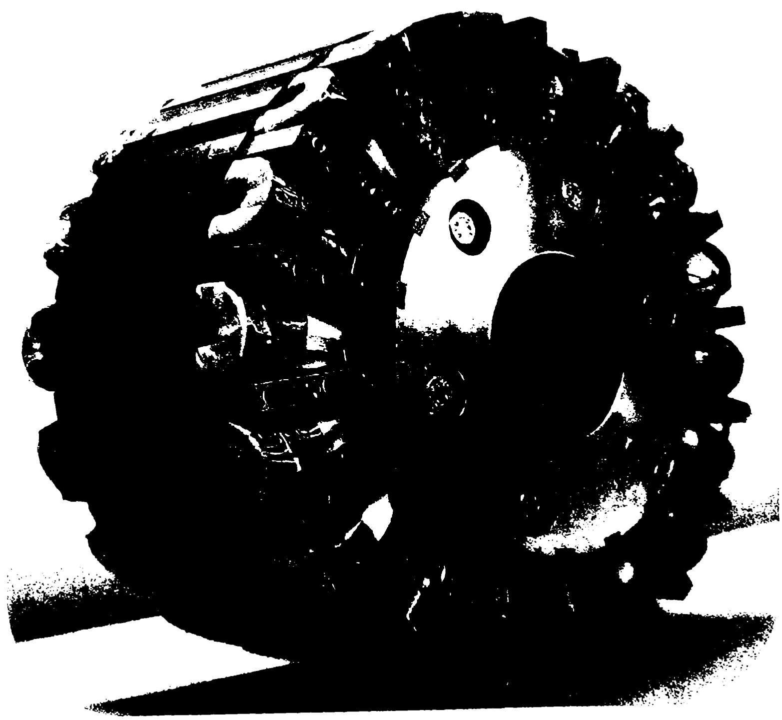
LVA: VO372.015

Übungsbeispiele und Lösungen

Elektrische Antriebe und Maschinen

von

Univ.Prof. Dr. M. Schrödl



Übungsaufgabe 1:
Welchen Winkel überstreicht diese 100π-rad/s-Uhr während
- *1 Sekunde?*
- *1 Millisekunde?*
- *Wie groß ist also 1 Sekunde (1 Millisekunde) in bezogenen Größen bei dieser Bezugsgrößenwahl?*

Für die Bezugs-Winkelgeschwindigkeit gilt:

$$\Omega_{Bezug} = 2\pi \cdot 50 rad/s$$

Für die bezogene Zeit τ gilt:

$$\tau = \Omega_{Bezug} \cdot t$$

Welchen Winkel überstreicht diese Uhr in einer Sekunde?

$$t = 1s$$

$$\tau = 100\pi \frac{rad}{s} \cdot 1s = \underline{\underline{314 rad}}$$

Welchen Winkel überstreicht diese Uhr in einer Millisekunde?

$$t = 1ms$$

$$\tau = 100\pi \frac{rad}{s} \cdot \frac{1}{1000} s = \underline{\underline{0{,}314 rad}}$$

Bei dieser Bezugsgrößenwahl ist eine Sekunde gleich ***314rad***, eine Millisekunde ist gleich ***0,314rad***.

Übungsaufgabe 2:
Normieren Sie die Spannungsgleichung eines Maschinenstranges unter Verwendung obiger Bezugsgrößen

$$U(t) = R \cdot I(t) + \frac{d\Psi(t)}{dt}$$

Wie lautet die normierte Gleichung?

Einführung der bezogenen Spannung U_{Bezug} und des bezogenen Stromes I_{Bezug}:

$$U(t) = R \cdot I(t) + \frac{d\Psi(t)}{dt} \qquad \Big| : U_{Bezug}$$

$$u(\tau) = R \cdot \frac{I_{Bezug}}{I_{Bezug}} \cdot I(t) \cdot \frac{1}{U_{Bezug}} + \frac{1}{U_{Bezug}} \cdot \frac{d\Psi(t)}{dt}$$

mit dem Bezugswiderstand $R_{Bezug} = \frac{U_{Bezug}}{I_{Bezug}}$ erhält man

$$u(\tau) = r \cdot i(\tau) + \frac{1}{U_{Bezug}} \cdot \frac{t_{Bezug}}{t_{Bezug}} \cdot \frac{d\Psi(t)}{dt}.$$

Aus $t = \tau \cdot t_{Bezug}$ folgt durch Differenzieren $\frac{dt}{d\tau} = t_{Bezug}$, es ergibt sich damit und mit der Bezugs-Flussverkettung $\Psi_{Bezug} = U_{Bezug} \cdot t_{Bezug}$

$$u(\tau) = r \cdot i(\tau) + \frac{t_{Bezug}}{\Psi_{Bezug}} \cdot \frac{d\Psi(t)}{dt}$$

$$\underline{\underline{u(\tau) = r \cdot i(\tau) + \frac{d\psi(\tau)}{d\tau}}}$$

Übungsaufgabe 3:
Normieren Sie die Flussverkettungsbeziehung einer Zweiwicklungsanordnung
$\Psi_1(t) = L_{11}I_1(t) + L_{12}I_2(t)$

Erweitern mit der Bezugs-Winkelgeschwindigkeit Ω_{Bezug} und der Bezugsspannung U_{Bezug}

$$\Psi_1(t) = L_{11}I_1(t) + L_{12}I_2(t) \qquad \left| \cdot \frac{\Omega_{Bezug}}{U_{Bezug}} \right.$$

und Einbeziehen des Bezugsstromes I_{Bezug} ergibt

$$\frac{\Psi_1(t)\cdot\Omega_{Bezug}}{U_{Bezug}} = L_{11}I_1(t)\cdot\frac{\Omega_{Bezug}}{U_{Bezug}}\cdot\frac{I_{Bezug}}{I_{Bezug}} + L_{12}I_2(t)\cdot\frac{\Omega_{Bezug}}{U_{Bezug}}\cdot\frac{I_{Bezug}}{I_{Bezug}}.$$

Mit

$$i(\tau) = \frac{I(t)}{I_{Bezug}} \qquad \text{und} \qquad l = L\cdot\Omega_{Bezug}\cdot I_{Bezug}/U_{Bezug}$$

sowie mit

$$\Psi_{Bezug} = \frac{U_{Bezug}}{\Omega_{Bezug}} \qquad \text{und} \qquad \psi(\tau) = \frac{\Psi(t)}{\Psi_{Bezug}}$$

ergibt sich

$$\underline{\underline{\psi_1(\tau) = l_{11}i_1(\tau) + l_{12}i_2(\tau)}}.$$

Übungsaufgabe 4:
Das Leistungsschild einer Asynchronmaschine weise unter anderem folgende Daten auf:

$U_{N,eff} = 3x380\ V,\ I_{N,eff} = 22\ A$, *Sternschaltung.*

Eine Widerstandsmessung zwischen zwei Klemmen ergab 0.88Ω
Welchen bezogenen Wert hat der Statorwiderstand?

Für den bezogenen Statorwiderstand gilt:

$$r = R_{Strang} \cdot \frac{I_{Bezug}}{U_{Bezug}}$$

Bei Sternschaltung wird bei Widerstandsmessung zwischen zwei Klemmen die Summe zweier Strangwiderstände gemessen. Unter der Voraussetzung gleich großer Widerstände in allen drei Strängen gilt daher:

$$R_{Strang} = \frac{R}{2} = 0{,}44\Omega$$

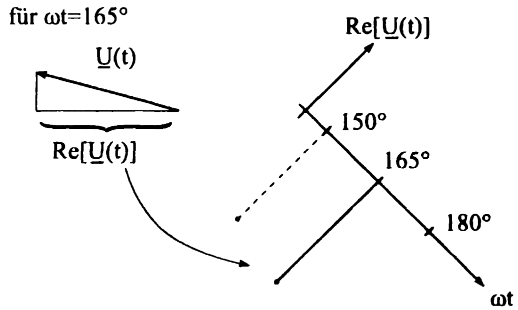
die Bezugswerte von Spannung und Strom ergeben sich zu:

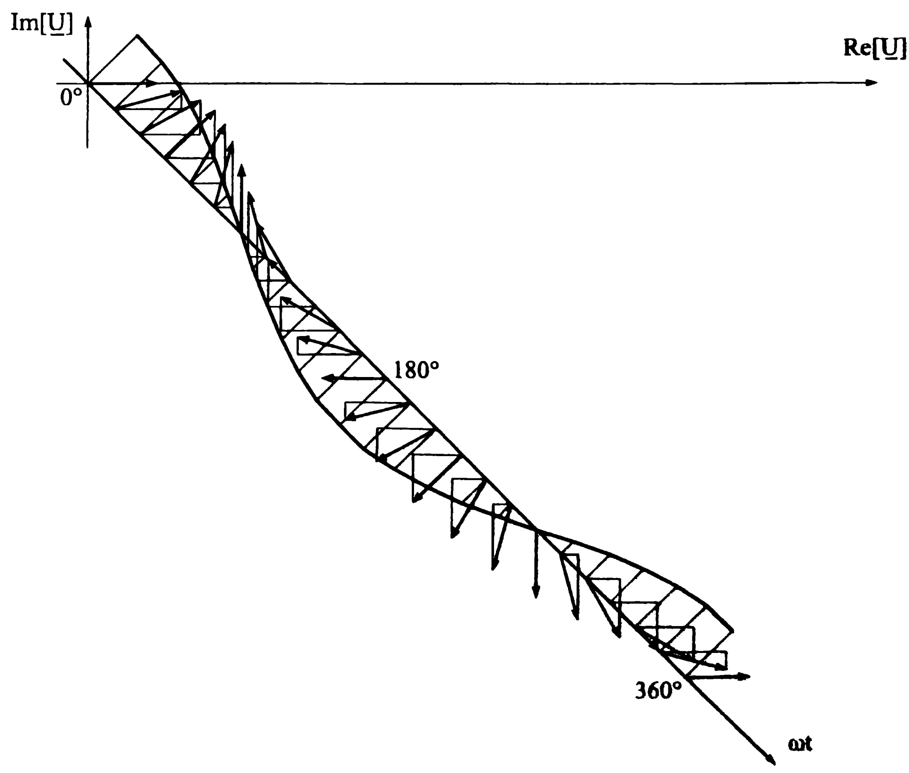
$$I_{Bezug} = 22A \cdot \sqrt{2}$$
$$U_{Bezug} = \frac{380V}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2}$$

Damit ergibt sich für den bezogenen Statorwiderstand:

$$r = 0{,}44\Omega \cdot \frac{22A \cdot \sqrt{2}}{\frac{380V}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2}} = 0{,}044$$

Übungsaufgabe 5:
Stellen Sie in axionometrischer (dreidimensionaler) Darstellung den zeitlichen Verlauf des obigen komplexen Spannungszeitzeigers $\underline{U}(t)$ sowie dessen Projektion $U(t)=Re[\underline{U}(t)]$ auf die reelle Achse, also den zeitlichen Verlauf der Spannung dar. Wählen Sie die reelle Achse der Gauß'schen Zahlenebene nach rechts, die imaginäre Achse nach oben und die Zeitachse „aus dem Bild heraus" (dargestellt nach rechts unten mit einem Winkel von –45Grad im Bild). Zeichnen Sie die Punkte des Zeigers mit ihren Re-, Im- und t-Koordinaten im Abstand von 15 Grad.





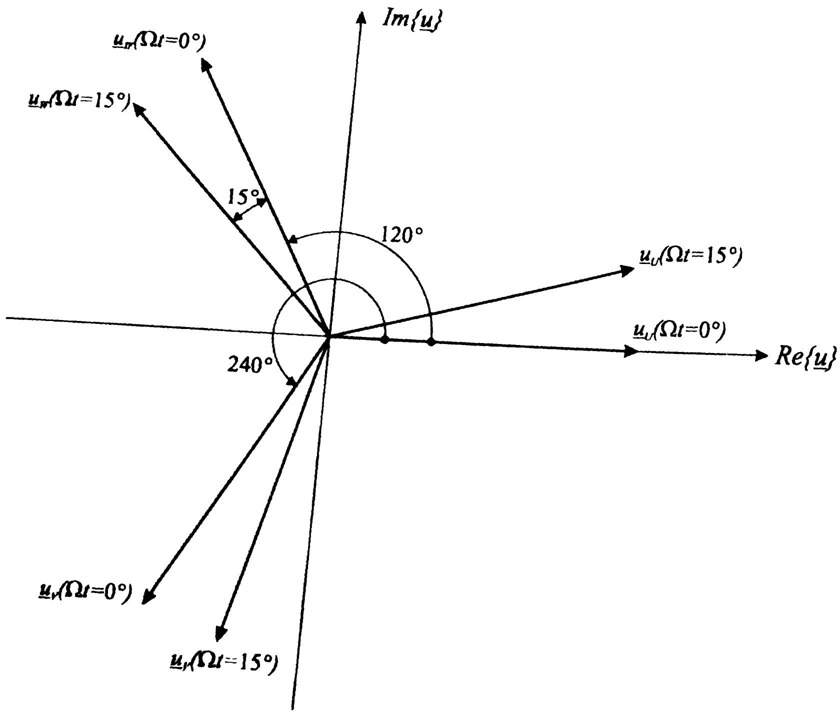
Übungsaufgabe 6:
Stellen Sie in der komplexen Ebene die Spannungs-Zeitzeiger eines Dreiphasensystems dar, das gegenüber dem Mittelpunktspotential folgende Spannungsverläufe aufweist:

$U_U = U \cdot \cos(\Omega t)$

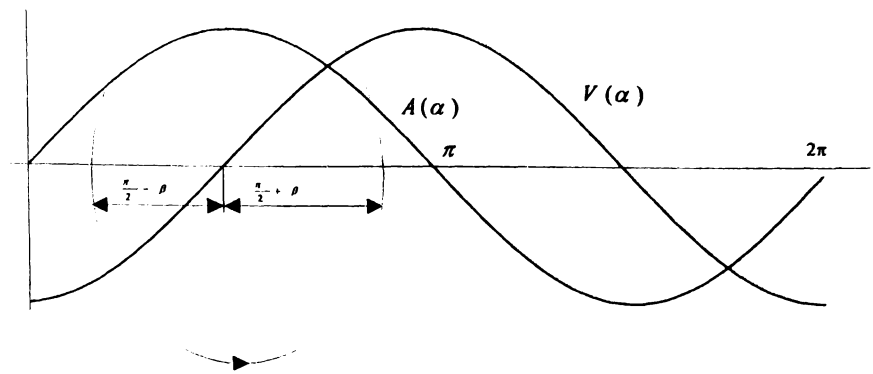
$U_V = U \cdot \cos(\Omega t - 120°)$

$U_W = U \cdot \cos(\Omega t - 240°)$

Zeichnen Sie die Zeiger für $t = 0$ und für $\Omega t = 15°$.



Übungsaufgabe 7:
Leiten Sie mit Hilfe des Durchflutungssatzes die magnetische Spannungsverteilung im Luftspalt her, die von einem über den Umfang sinusförmig verlaufenden Strombelag hervorgerufen wird.



Durchflutungssatz: $\oint \vec{H}\, d\vec{s} = \Theta$

Die Gleichung für einen über den Umfang sinusförmig verlaufenden Strombelag A lautet

$$A(\alpha) = \hat{A}\sin\alpha \,.$$

Für die Durchflutung $\Theta(\delta)$ gilt:

$$\Theta(\delta) - \Theta(0) = \int_0^{\delta} \hat{A}\sin\alpha \, d\alpha = \hat{A}(1-\cos\delta)\,.$$

Der Durchflutungssatz liefert für einen geschlossenen Weg um den Winkel $\pi/2$ im Abstand des Winkels β

$$\oint \vec{H}\, d\vec{s} = -H(\frac{\pi}{2}-\beta)\,d + H(\frac{\pi}{2}+\beta)\,d\,.$$

Für diesen bezüglich des Winkels $\pi/2$ symmetrischen Fall gilt

$$\left|H(\frac{\pi}{2}-\beta)\right| = \left|H(\frac{\pi}{2}+\beta)\right| = |H|\,.$$

Damit ergibt sich aus dem Durchflutungssatz mit $\cos(\frac{\pi}{2}\pm\beta) = \mp\sin\beta$

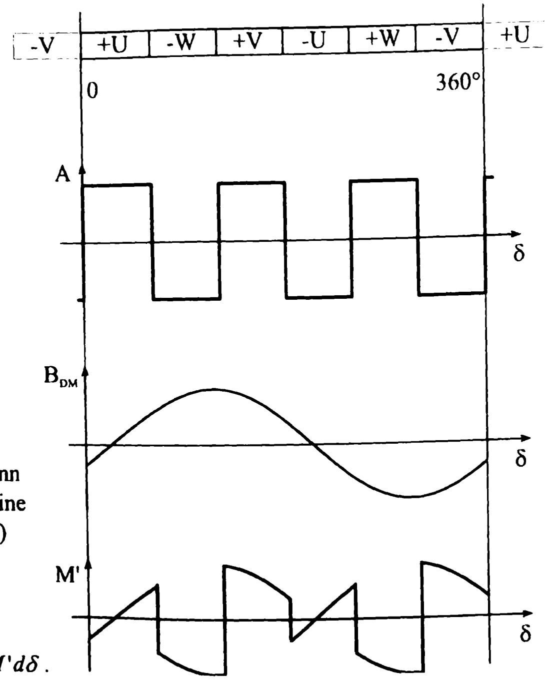
$$\oint \vec{H}\, d\vec{s} = 2|H|d = 2V = \Theta(\frac{\pi}{2}+\beta) - \Theta(\frac{\pi}{2}-\beta) = \hat{A}[1-\cos(\tfrac{\pi}{2}+\beta) - (1-\cos(\tfrac{\pi}{2}-\beta))] =$$

$$= \hat{A}(-(\cos\tfrac{\pi}{2}\cos\beta - \sin\tfrac{\pi}{2}\sin\beta) + (\cos\tfrac{\pi}{2}\cos\beta + \sin\tfrac{\pi}{2}\sin\beta)) = 2\hat{A}\sin\beta.$$

Mit $\beta = \alpha - \frac{\pi}{2}$ ergibt sich mit $\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = -\cos\alpha$ für die magentische Spannung V entlang des Umfangs:

$$\underline{\underline{V = -\hat{A}\cos\alpha}}\,.$$

Übungsaufgabe 8:
Zeichnen Sie für eine einfache zweipolige dreisträngige Einschicht-Drehstromwicklung (vgl. später) den Strombelagsverlauf zufolge einer Strom-Nullgröße.
Wie sieht der zeitliche Verlauf dieser räumlichen Verteilung bei sinusförmigem zeitlichen Verlauf des Nullstroms aus?
Wie sieht der prinzipielle zeitliche Drehmomentverlauf bei konstanter Nullgröße und Drehung des Rotors aus, wenn der Rotor durch Dauermagneterregung im Luftspalt eine sinusförmige Induktionsverteilung hervorruft?



Einfache, zweipolige dreisträngige Einschicht-Drehstromwicklung:

Strombelag A zufolge eines Nullstromes i_0:

Zeitlicher Verlauf der räumlichen Verteilung bei $i_0=\hat{I}_0\cdot\sin(\omega t)$: Räumlich stillstehende Rechteckfunktion deren Amplitude mit $\sin(\omega t)$ moduliert ist.

Sinusförmige Induktionsverteilung B_{DM} im Luftspalt zufolge Dauermagneterregung:
(Bei allgemeiner Lage des Rotors kann das Feld $B_{DM}(\delta)$ in eine $\cos(\delta)$ und eine $\sin(\delta)$ –Komponente zerlegt werden)

Das Drehmoment ergibt sich zu:

$$M(t)=\int_0^{2\pi} r\cdot A(\delta)\cdot B_{DM}(\delta)d\delta=\int_0^{2\pi} M'd\delta\ .$$

Der Verlauf des Strombelages A kann in eine Grundwelle $A_1\cdot\sin(3\delta)$ und in Oberwellen $A_n\cdot\sin(3n\delta)$ (n=2,3,...) zerlegt werden.

Laut Mathematik (Dirschmid) gilt:

$$\int_0^{2\pi}\sin x\cdot\sin(nx)dx=0 \quad \text{für} \quad n>1$$

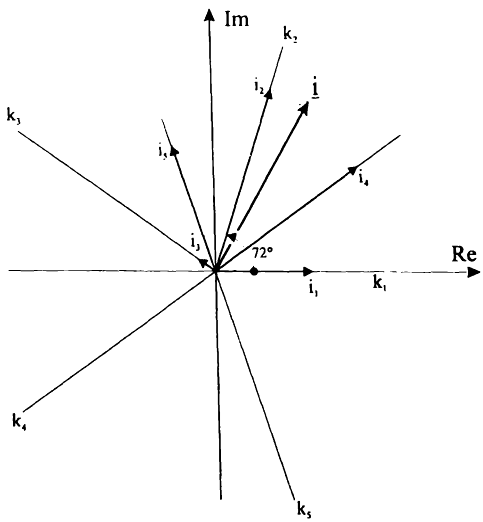
$$\int_0^{2\pi}\cos x\cdot\cos(nx)dx=0 \quad \text{für} \quad n>1$$

$$\int_0^{2\pi}\sin(mx)\cdot\cos(nx)dx=0\quad .$$

Somit folgt $\underline{\underline{M(t)=0}}$. Das resultierende Drehmoment zufolge einer Nullgröße in den Phasenströmen ist Null. Es treten nur interne Schub- und Zugkräfte auf, welche im Mittel gleich Null sind und somit an der Welle nicht wirksam sind.

Übungsaufgabe 9:
a) Konstruieren Sie für eine 5-strängige Maschine ohne Mittelpunktsleiter ausgehend von einem allgemeinen gewünschten Stromraumzeiger die Strangströme.
b) Konstruieren Sie für diese Maschine unter Verwendung von 3 Strängen eine Stromverteilung, die den Raumzeiger Null liefert.
c) Superponieren Sie die Strangströme von a) und b), die den gleichen Raumzeiger wie a) liefern.

a) Bei einer fünfsträngigen Maschine sind die Strangachsen $k_1 ... k_5$ um $\varphi = 2\pi / 5 = 72°$ gegeneinander verschoben. Die Strangströme i_i ergeben sich aus einem gewünschten Stromraumzeiger $\underline{i}$ durch Projektion auf die Strangachsen k_i.



b) Der Stromraumzeiger $\underline{i}$ berechnet sich aus den Strangströmen gemäß

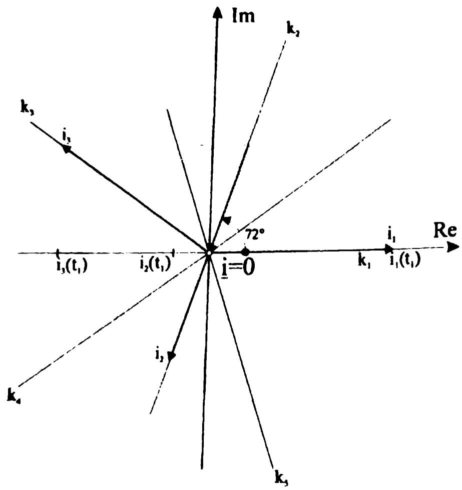
$$i = \frac{2}{5}(i_1 + \underline{a} \cdot i_2 + \underline{a}^2 \cdot i_3 + \underline{a}^3 \cdot i_4 + \underline{a}^4 \cdot i_5) \qquad \text{mit} \qquad \underline{a} = 1 \cdot e^{j72°}.$$

Wählt man z.B. $i_1 = i_3 = 1$ und $i_2 = -2 \cdot \cos(72°) = -0{,}618$ sowie $i_4 = i_5 = 0$ erhält man für Stromraumzeiger

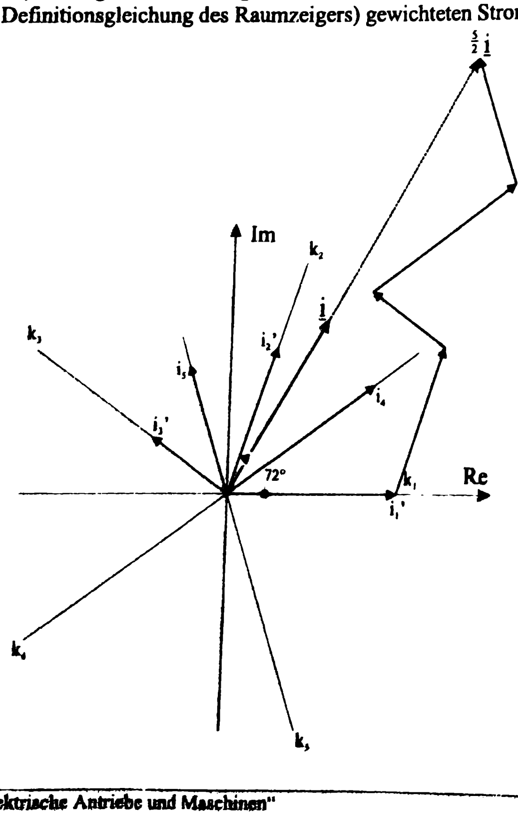
$$\underline{i} = \frac{2}{5}(1 + (-0{,}618) \cdot e^{j72°} + 1 \cdot e^{j144°}) = 0,$$

vgl. untenstehende Zeichnung!
Die durch den nicht vorhandenen Mittelpunktsleiter gegebene Bedingung (Summe der Ströme = 0) ist ebenfalls erfüllt,

$$i_1(t_1) + i_2(t_1) + i_3(t_1) = 1 + (-0{,}618) \cdot \cos(72°) + 1 \cdot \cos(144°) = 0.$$



c) Die Superposition zeigt, dass die bei b) gewählte Stromverteilung mit $\underline{i} = 0$ keinen Einfluss auf den bei a) gewählten Stromraumzeiger hat (vgl. untenstehende Zeichnung, der Maßstab wurde ggü. b) geändert!). Die gestrichenen Größen kennzeichnen die aus Punkt a) und b) überlagerten Stromzeiger. Durch Addition erhält man den mit dem Faktor 5/2 (aus der Definitionsgleichung des Raumzeigers) gewichteten Stromraumzeiger $\underline{i}$.



Übungsaufgabe 10:
Eine dreiphasige Drehstrommaschine ohne Mittelpunktsleiter weise folgende Momentanströme auf:

$i_1 = 1, i_2 = -0{,}5, i_3$.

a) Berechnen Sie den Stromraumzeiger im statorfesten KOS in Polardarstellung.

b) Berechnen Sie die rotorfesten Raumzeigerkomponenten d, q, wenn der Rotor gegenüber dem Stator um $\gamma_M = +30°$ verdreht ist.

a) Berechnen Sie den Stromraumzeiger im statorfesten KOS in Polardarstellung:
Da kein Mittelpunktsleiter angeschlossen ist, gilt $I_1(t)+i_2(t)+i_3(t)=0$.
Damit folgt $i_3=-0{,}5$.

Für den Stromraumzeiger $\underline{i}$ gilt

$$\underline{i} = \frac{2}{3}(i_1 + i_2\, e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_3\, e^{j\frac{4\pi}{3}}).$$

$$\underline{i} = \frac{2}{3}(1 - 0{,}5e^{j\frac{2\pi}{3}} - 0{,}5e^{j\frac{4\pi}{3}}) = \frac{2}{3}[1 - \frac{1}{2}(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}) - \frac{1}{2}(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2})] = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2} = \underline{\underline{1}}$$

b) Berechnen Sie die rotorfesten Raumzeigerkomponenten d,q, wenn der Rotor gegenüber dem Stator um $\gamma_M = +30°$ verdreht ist.

Mit dem Winkel $\gamma_m=30°$ und der Beziehung $\underline{i}_R=\underline{i}_S e^{-j\gamma}$ wird

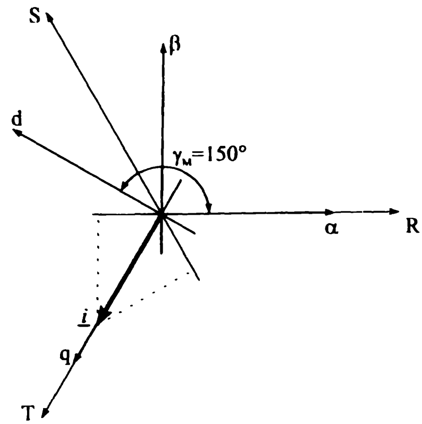
$$\underline{i}_R = 1.e^{-j30°} = \frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} = i_{Rd} + j i_{Rq}$$

Raumzeigerkomponente $\underline{\underline{i_{Rd} = \frac{\sqrt{3}}{2}}}$,

Raumzeigerkomponente $\underline{\underline{i_{Rq} = -\frac{1}{2}}}$.

Übungsaufgabe 11:
Ein Regelalgorithmus für eine dreisträngige elektrische Maschine (Nennstromeffektivwert 10 A) gebe im Rotor-KOS folgende Sollkomponenten des Stromraumzeigers vor:
id = 0, iq = 0.8.
Der Rotor habe im Moment bezüglich des Stators eine Position von $\gamma_M = +150°$.

Berechnen Sie die Soll-Strangströme in Ampere.



$\gamma_M = 150° = \frac{5\pi}{6}$
$i_d = 0$
$i_q = 0.8$

Bezogener Stromraumzeiger in d,q-Koordinatensystem:

$$\underline{i}_{(d,q-KOS)} = i_d + j \cdot i_q = 0 + j \cdot 0.8 = 0.8 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$$

Transformation in α,β-Koordinatensystem:

$$\underline{i}_{(\alpha,\beta-KOS)} = \underline{i}_{(d,q-KOS)} \cdot e^{j\gamma_M} =$$
$$= 0.8 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\frac{5\pi}{6}} = 0.8 \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} = 0.8 \cdot \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Projektion des Stromraumzeigers liefert für Strang 1(R):

$$i_1 = \Re e\left[\underline{i}_{(\alpha,\beta-KOS)}\right] = \Re e\left[0.8 \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}}\right] = 0.8 \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -0.4.$$

Mit dem Spitzenwert des Nennstromes als Bezugs-Strom:

$$I_{Bezug} = 10A \cdot \sqrt{2} = 14.14A,$$
$$\underline{\underline{I_1}} = i_1 \cdot I_{Bezug} = -0.4 \cdot 14.14A = \underline{\underline{-5.65A}}.$$

Strang 2(S):

$$i_2 = \Re e\left[\underline{i}_{(\alpha,\beta-KOS)} \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}}\right] = \Re e\left[0.8 \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}}\right] = \Re e\left[0.8 \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}\right] = 0.8 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -0.4,$$
$$\underline{\underline{I_2}} = i_2 \cdot I_{Bezug} = -0.4 \cdot 14.14A = \underline{\underline{-5.65A}}.$$

Strang 3(T):

$$i_3 = \Re e\left[\underline{i}_{(\alpha,\beta-KOS)} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}\right] = \Re e\left[0.8 \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}\right] = \Re e\left[0.8 \cdot e^{j0}\right] = 0.8,$$
$$\underline{\underline{I_3}} = i_3 \cdot I_{Bezug} = 0.8 \cdot 14.14A = \underline{\underline{11.3A}}.$$

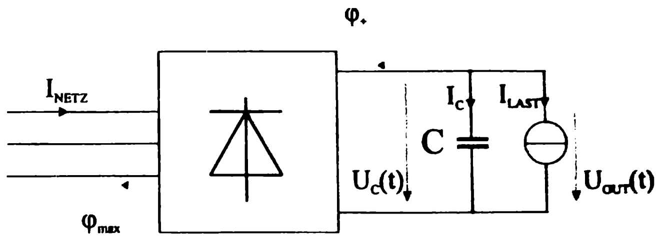
Übungsaufgabe 12:
Berechnen Sie für einen Kondensator C = 330 µF parallel zu U_{OUT} und einer Spannungsänderungsgeschwindigkeit dU_C/dt = – 20V/ms während des Gleichrichter-Sperrzustandes den Laststrom sowie den Verlauf des Netzstroms I_{NETZ}

Das Potential φ_+ auf der Ausgangsseite des Gleichrichters ist höher als das höchste Zuleitungspotential φ_{max}, der Gleichrichter befindet sich im Sperrzustand, für die Last ist der Gleichrichter daher „nicht vorhanden". Der Kondensator wird entladen, der Entladestrom i_C ist

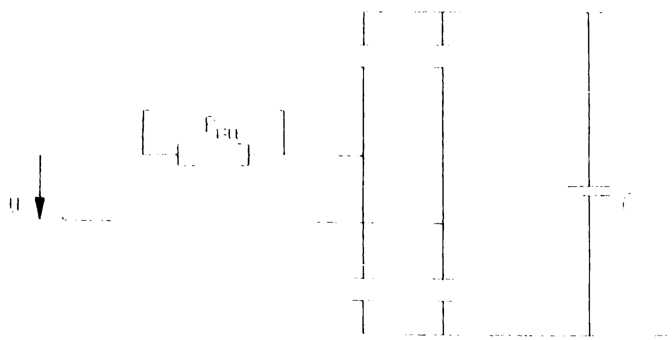
$$\underline{\underline{I_C}} = -I_{Last} = C\frac{dU_C}{dt} = 330\mu F \cdot \left(-20\frac{V}{ms}\right) = \underline{\underline{-6{,}6A}}.$$

Da sich der Gleichrichter im Sperrzustand befindet (alle Dioden werden in Sperrichtung betrieben) ist kein Stromfluss vom Netz her möglich,

$$\underline{\underline{I_{Netz} = 0}}.$$



Übungsaufgabe 13:
Dimensionieren Sie für einen Einphasen-Gleichrichter mit Ausgangskondensator C=330 µF einen Ladewiderstand, sodass der maximale Ladestrom (Spitzenwert) 5 A nicht übersteigt. Welche Spitzenleistung wird im Ladewiderstand während des Ladevorganges umgesetzt?

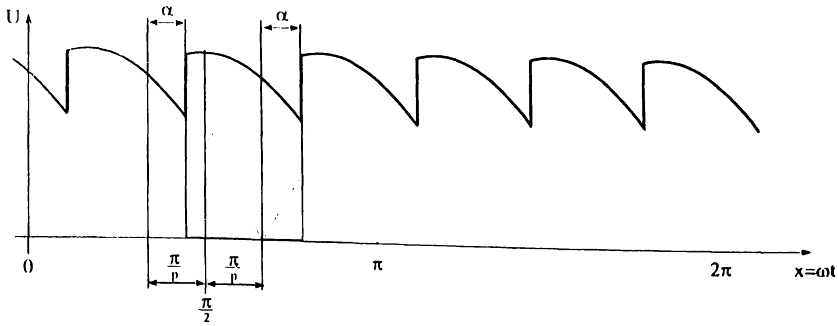


Beim Einschalten (t=0) wirkt der Kondensator wie ein Kurzschluss!

$$R = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{230\sqrt{2}V}{5A} = 65{,}05\,\Omega$$

$$P_{\max} = \hat{I}^2 . R = (5A)^2 . \frac{230\sqrt{2}\,V}{5A} = 1626{,}35\,W$$

Übungsaufgabe 14:
Leiten Sie den Zusammenhang $U_{OUT} = f(\alpha_{ZÜND})$ *unter Annahme konstanter Stromentnahme (ideale große Induktivität als Last) her!*



Die Mittelung der Ausgangsspannung über das Intervall $\left[\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{p}+\alpha \;..\; \frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{p}+\alpha\right]$ liefert:

$$U_{OUT}(\alpha) = \frac{p}{2\pi}\cdot\int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{p}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{p}+\alpha} \hat{U}\cdot\sin(x)dx = \frac{p\cdot\hat{U}}{2\pi}\cdot(-\cos(x))\Big|_{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{p}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{p}+\alpha} =$$

$$= \frac{p\cdot\hat{U}}{2\pi}\cdot\left[-\cos(\tfrac{\pi}{2}+\tfrac{\pi}{p}+\alpha)+\cos(\tfrac{\pi}{2}-\tfrac{\pi}{p}+\alpha)\right] =$$

$$= \frac{p\cdot\hat{U}}{2\pi}\cdot\left[\cos(\tfrac{\pi}{2}-(\tfrac{\pi}{p}-\alpha))-\cos(\tfrac{\pi}{2}+(\tfrac{\pi}{p}+\alpha))\right] =$$

mit $\cos(\frac{\pi}{2}-x)=\sin x$

und $\cos(\frac{\pi}{2}+x)=-\sin x$

$$= \frac{p\cdot\hat{U}}{2\pi}\cdot\left[\sin(\tfrac{\pi}{p}-\alpha)+\sin(\tfrac{\pi}{p}+\alpha)\right] =$$

mit $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin(\alpha)\cdot\cos(\beta)\pm\cos(\alpha)\cdot\sin(\beta)$

$$= \frac{p\cdot\hat{U}}{2\pi}\cdot\left[\sin(\tfrac{\pi}{p})\cdot\cos(\alpha)-\cos(\tfrac{\pi}{p})\cdot\sin(\alpha)+\sin(\tfrac{\pi}{p})\cdot\cos(\alpha)+\cos(\tfrac{\pi}{p})\cdot\sin(\alpha))\right] =$$

$$= \frac{p\cdot\hat{U}}{\pi}\cdot\sin(\tfrac{\pi}{p})\cdot\cos(\alpha) = \underline{\underline{U_{di0}\cdot\cos(\alpha)}} \qquad \text{mit } U_{di0} = \frac{\hat{U}\cdot p}{\pi}\cdot\sin(\tfrac{\pi}{p})$$

Für B6-Thyristorbrücke ist p=6:

$$\underline{U_{OUT}} = \frac{\hat{U}\cdot 6}{\pi}\cdot\sin(\tfrac{\pi}{6})\cdot\cos(\alpha) = \underline{\hat{U}\frac{3}{\pi}\cdot\cos(\alpha)}$$

Übungsaufgabe 16:
Zeichnen Sie die Ortskurve des Spannungsraumzeigers der Netzspannung.(Bezogene Raumzeigerlänge 1, also System unter Bezugsspannung, Netzfrequenz 50 Hz). Der Raumzeiger starte mit maximaler Phasenspannung am Strang R (Startzeit 0).

a) Welche Punkte in der komplexen Raumzeigerebene kann der Stromrichter nach dem passiven Hochladen darstellen?

b) Anschließend wird die Zwischenkreisspannung auf den doppelten Wert hochgesetzt. Zeichnen Sie die nun möglichen Stromrichter-Spannungsraumzeiger ein!

c) Zeichnen Sie für die Zeit t = (Startzeit + 1/12 der Netzperiode) nun den aktuellen Netzspannungsraumzeiger und die möglichen Differenzspannungsraumzeiger ein, die an der Dreiphasen-Zuleitungsdrossel auftreten.

d) Wie schauen die möglichen Stromänderungs-Raumzeiger für die verschiedenen Umrichter-Schalterstellungen aus? (maßstäblich, Maßstab frei wählbar).

Mit

$$U_0 = \sqrt{3}.\sqrt{2}.U_{N,Phase}$$

ergibt sich mit

$$\underline{u} = \frac{2}{3}(u_1 + \underline{a}.u_2 + \underline{a}^2.u_3)$$

$$|\underline{U}| = \frac{2}{\sqrt{3}}.U_{Bezug}\text{, also gilt: } |\underline{u}_{Bezug}| = \frac{2}{\sqrt{3}},$$

wobei u_1, u_2, u_3 auf die negative Anschlussschiene bezogen werden (eine Nullspannung hat keinen Einfluss auf die Bildung des Spannungsraumzeigers, der Bezugspunkt kann daher frei gewählt werden!)

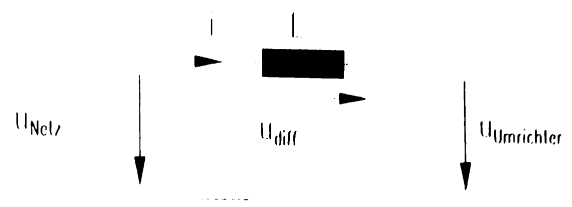
Erklärung zum folgenden Diagramm:

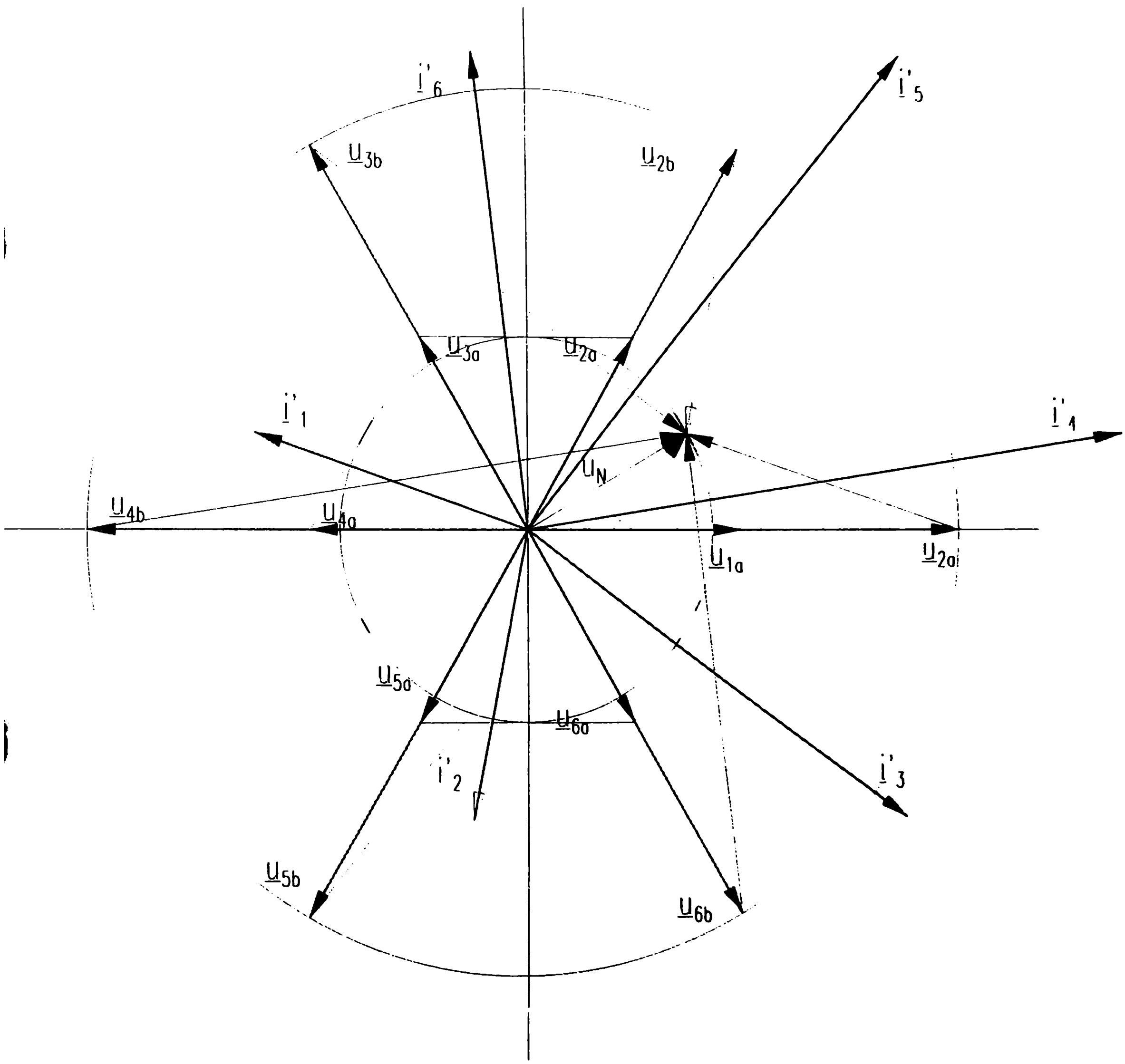
Die Raumzeiger sind mit den obigen Punkten entsprechenden Indizes gekennzeichnet!

Wie aus dem eingezeichneten Sechseck zu erkennen ist, erfolgt eine passive Nachladung immer zu den Zeitpunkten $e^{j(\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{3})\tau}$.

Für die Stromänderungsraumzeiger gilt:

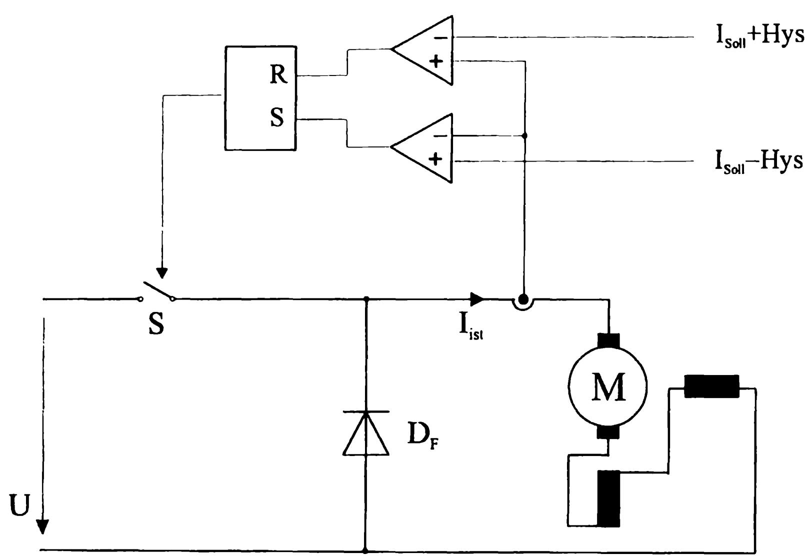
$$\frac{di}{dt} = \frac{\underline{u}_L}{L} \propto \underline{u}_L$$


U_Netz
U_diff
U_Umrichter


i'6
i'5
U3b
U2b
U3a
U2a
i'1
i'4
UN
U4b
U4a
U1a
U2a
U5a
U6a
i'2
i'3
U5b
U6b

Übungsaufgabe 18:
Entwerfen Sie für einen 1-Quadrant Reihenschlussmotor das Konzept eines Stromreglers, der den Motorstrom in einem Hystereseband führen soll und der am Ausgang einen Tiefsetzsteller-Transistor ansteuert.

Für die Führung des Stromes in einem Hystereseband mit der Breite ± *Hys* wird der aktuelle Stromistwert I_{Ist} mit dem um die Breite der Hysterese vergrößerten bzw. verkleinertem Stromsollwert I_{Soll} verglichen.
Ist der Stromistwert I_{Ist} größer als (I_{Soll} + *Hys*), wird das RS-Flip-Flop zurückgesetzt, der Transistor (repräsentiert durch einen Schalter S) öffnet, der Strom wird über die Freilaufdiode D_F abgebaut.
Wenn der Stromistwert kleiner wird als (I_{Soll} − *Hys*), wird das RS-Flip-Flop gesetzt, der Transistor schließt und der Strom steigt wieder an.



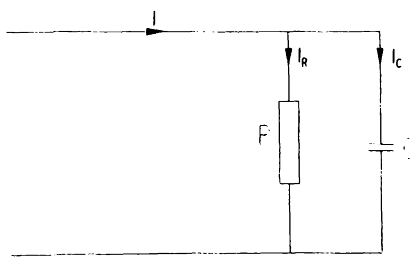
Übungsaufgabe 19:
Dimensionieren Sie einen Bremschopper für folgende Bedingungen:
Auslösespannung: 300V, Wiederabschalten bei 280 V. Maximal rückzuliefernder Strom: 5 A, Zwischenkreiskondensator: 300 µF.

Wie groß ist der Spannungsanstieg in diesem Fall, wenn der Chopper sperrt? Wie groß darf der Chopperwiderstand höchstens sein?

Zeichnen Sie den Stromverlauf für einen brauchbaren Widerstandswert beginnend bei 250 V Kondensatorspannung und 5 A konstantem rückzuliefernden Strom. Wie groß ist die im Widerstand umgesetzte maximale Leistung?

Spannungsanstieg bei i=5A:

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C} i_C = \frac{1}{300\,\mu F} .5A = 16{,}67V/ms$$



$$u_C = u_R = \frac{1}{C}\int_0^{\tau} i_C(t)dt + u_C(0) = R.i_R$$

$$i_C + i_R = i$$

$$R(i - i_C) = \frac{1}{C}\int_0^{\tau} i_C(t)dt + u_C(0)$$

$$i'_C + \frac{1}{RC} i_C = 0$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung liefert:

$$i_C(t) = (i - \frac{u_C(0)}{R})e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$i_R(t) = I(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}) + \frac{u_c(0)}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$

Daraus folgt:

$$i_R(0) = \frac{u_C(0)}{R}$$

Damit wird

$$R = \frac{u_C(0)}{i_R(0)} = \frac{300V}{5A} = 60\Omega$$

Für R=60 Ω bleibt i_C=0 und U_C=300 V! Daher muss gelten R<60 Ω!
Ein brauchbarer Wert wäre etwa R=40 Ω. Dieser Wert wird im Folgenden benutzt.

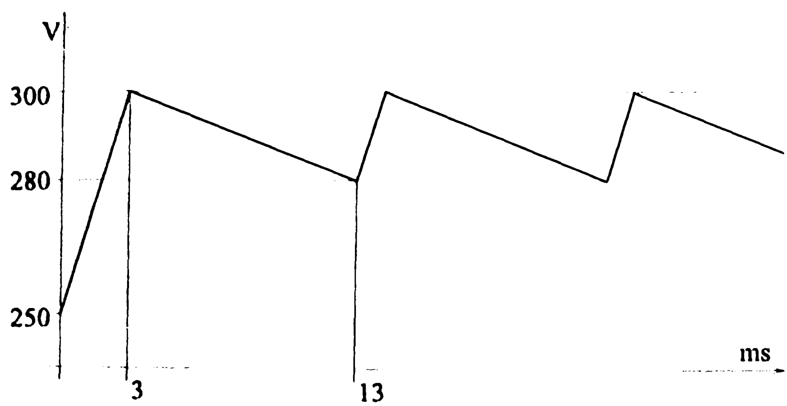
Die Leistung am ohmschen Widerstand ergibt sich gemäß $p(t) = \frac{u^2(t)}{R}$. Der exponentiell fallende Ast der Spannung kann linear approximiert werden. Für den Effektivwert dieses Spannungsverlaufs gilt:

$$u_{eff}^2 = u_0^2 + u_0 \Delta u + \frac{1}{3}(\Delta u)^2$$

und damit wird u_{eff}=290 V.

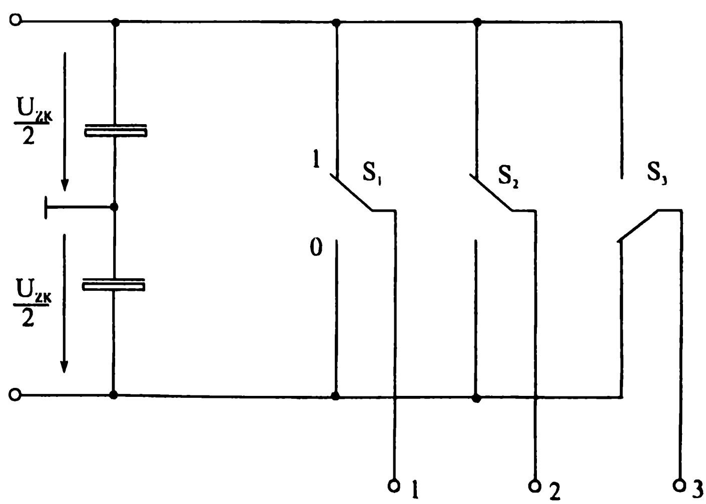
Die Leistung beträgt daher P=2102,5W

Die folgende Grafik zeigt den Verlauf der Kondensatorspannung.



Übungsaufgabe 20:
Ein Umrichter für gesteuerten Betrieb einer Asynchronmaschine ermöglicht ein proportionales Verstellen von mittlerer Spannung und Grundschwingungsfrequenz dieser Spannung (Anmerkung: Dies liefert etwa konstanten magnetischen Fluss in der Maschine, Details siehe später). Dabei gibt die Umrichtersteuerung für jeden Zweig des Wechselrichters (entspricht jedem Strang der Maschine) einen über die PWM-Periode gemittelten sinusförmigen Strangspannungsverlauf vor.
Zeichnen Sie die größtmögliche sinusförmige Strangspannung bei gegebener Umrichter-Zwischenkreisspannung auf. Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf der 3 (über eine PWM-Periode gemittelten) Strangspannungen $\underline{u}_{mittel,1(2,3)}$ *für das vom Umrichter erzeugte stationäre Drehspannungssystem. Beziehen sie die Spannungen aus Gründen der Übersichtlichkeit auf das mittlere Zwischenkreispotential, das Sie zu Null wählen.*
Wie groß ist der Betrag des erzeugten Spannungs-Raumzeigers?
Um wieviel Prozent ist dieser Wert kleiner als der theoretisch erreichbare von $1/\sqrt{3}.U_{ZK}$ *?*

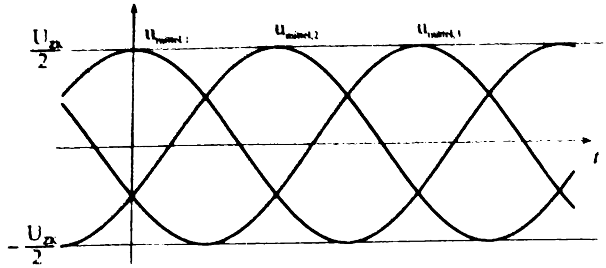
Greifen Sie nun den zeitlichen Bereich ±30° um das zeitliche Maximum des Strangspannungsraumzeigers (gemittelt über eine PWM-Periode) heraus. Zeichnen Sie graphisch den cos-Verlauf der Strangspannung 1 sowie die entsprechenden Abschnitte der Strangspannungen 2 und 3 übereinander. Suchen Sie nun in Abständen von 10° Nullspannungen (d.h. Spannungen, die für jeden Strangwert gleich groß sind und keinen Zusatzraumzeiger erzeugen), die die augenblicklich benötigte minimale und maximale Strangspannung betragsmäßig gleich groß machen. Tragen Sie nun diese Nullspannungen färbig ein und zeichnen Sie färbig den neu gewonnenen Verlauf der Strangspannungen mit Nullsystem-Aufschaltung, die den gleichen Raumzeiger aufweisen wie das Ausgangssystem.
Um wieviel Prozent können Sie nun die Raumzeiger-Amplitude noch erhöhen?



Der Netzspannungsraumzeiger (Bezugspotential ist die Mittelanzapfung der Zwischenkreiskondensatoren) :

$$\underline{u}_N = \frac{2}{3}(u_1 + \underline{a} \cdot u_2 + \underline{a}^2 \cdot u_3)$$

Verlauf der maximalen Strangspannungen:

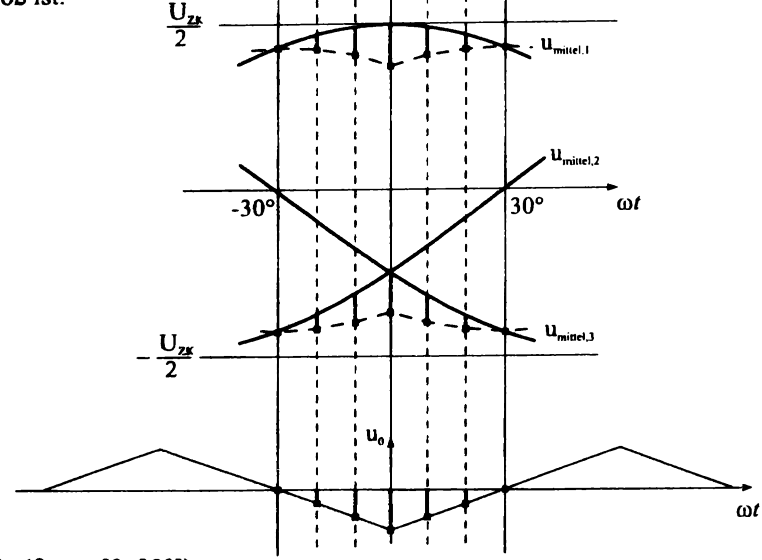


Betrag des erzeugten Spannungsraumzeigers:
z.B. für t=0 (im Maximum von $u_{mittel,1}$)

$$\underline{\underline{\left|U_{mittel}\right|}} = \frac{2}{3}\cdot\frac{U_{ZK}}{2}\left(1+\frac{1}{2}\cos(120)+\frac{1}{2}\cos(240)\right)=\underline{\underline{\frac{U_{ZK}}{2}}} \qquad \frac{\frac{1}{2}\cdot U_{ZK}}{\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot U_{ZK}}=\frac{\sqrt{3}}{2}=0.866$$

Der maximale darstellbare Raumzeiger beträgt 86.6% vom theoretisch größtmöglichen.
D.h. der darstellbare Raumzeiger ist um 13.4% kleiner.

Nullgröße einfügen, damit benötigte minimale und maximale benötigte Strangspannung gleich groß ist:



Nullgröße (für ωt [0..30°]):

$$u_0=\frac{1}{2}\cdot\left(u_{mittel,1}+u_{mittel,3}\right)=\frac{1}{2}\cdot\hat{U}\cdot\left(\cos(\omega t)+\cos(\omega t-240°)\right)$$

Der Maximalwert der erforderlichen Zwischenkreisspannung ergibt sich nun bei ωt=30° und beträgt $\hat{U}\cdot\cos(30°)=\hat{U}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$. D.h. die Raumzeigeramplitude kann durch diese Maßnahme (bei konstanter Zwischenkreisspannung) um den Faktor $\frac{2}{\sqrt{3}}$ erhöht werden, wodurch das theoretische Maximum von $\frac{U_{ZK}}{\sqrt{3}}$ erreicht werden kann.

Übungsaufgabe 21:
Mit Hilfe einer PWM-Steuerung soll ein Spannungsraumzeiger von betragsmäßig

$|u_{mittel}| = 2/3 \cdot u_{ZK} \cdot 0{,}1$,

also 10 % der maximal möglichen Raumzeigerlänge in der Raumzeigerebene langsam rotierend eingestellt werden. Am Wechselrichter hängt eine ideale Stromquelle, die folgende konstanten Ströme trägt: Strangstrom 1 fließt in die Induktivität hinein, Strangströme 2,3 fließen aus der Induktivität heraus. Die Strangspannungen haben bezüglich des Umrichter-Mittelpotentials kein Nullsystem (Definieren Sie die halbe Zwischenkreisspannung als Null).

a) Zeichnen Sie in der Raumzeigerebene die Ortskurve des Spannungsraumzeigers ohne Totzeiteffekt.

b) Im reellen Wechselrichter wird folgendes Timing realisiert: Zur Zeit t=0+ k.50 µs (PWM-Wiederholzeit 50 µs) springen alle Wechselrichterzweige auf positives Wechselrichterpotential. Je nach Strangspannung schalten die Schalter irgendwann zwischen 0 und 50 µs innerhalb jeder PWM-Periode zurück. Beispielsweise bei einer Strangspannung von Null schaltet die angeschlossene Halbbrücke nach 25 µs zurück (Spannungs-Zeitfläche ist dann gleichlang positiv und negativ, also Null). Zum Schutz der IGBT-Halbbrücken wird nun eine Totzeit von 2 µs nach eintreffendem Schaltbefehl mit einem Hardware-Baustein eingebaut.

Zeichnen Sie nun den reell sich einstellenden Spannungsraumzeiger unter Berücksichtigung der Strangstrom-Richtungen.

a) Die Ortskurve des Spannungsraumzeigers in der Raumzeigerebene ist ein Kreis mit dem Mittelpunkt im Koordinatenursprung und dem Radius

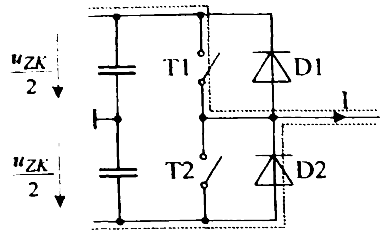
$$r = |\underline{u}_{mittel}| = \tfrac{2}{3} u_{ZK} \cdot 0{,}1 .$$

b) Je nach Stromrichtung ruft die Totzeit von 2µs einen positiven oder negativen Spannungsfehler u_F hervor, der – unabhängig vom gewünschten Sollwert u^* – immer den Wert

$$u_F = \frac{t_T}{T_P} \cdot \tfrac{2}{3} u_{ZK} = \frac{2\mu s}{50\mu s} \cdot \tfrac{2}{3} u_{ZK} = 0{,}04 \cdot \tfrac{2}{3} u_{ZK}$$

aufweist. Dieser Wert ist nur von der Totzeit t_μ und von der Dauer einer Pulsperiode T_P abhängig. Für positiven und negativen Strom erhält man unterschiedliche Vorzeichen der Fehlerspannung, wie nachfolgend gezeigt ist.

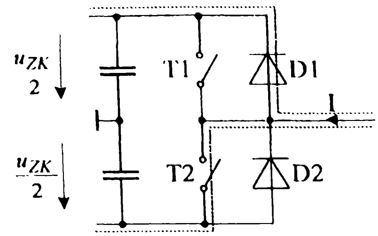
Positiver Strom (Strang 1)



Beim Ausschalten von T1 fließt der Strom sofort über D2, der Einschaltbefehl für T2 kommt 2µs später.
Beim Ausschalten von T2 fließt der Strom weiterhin über D2, solange bis 2µs später der Einschaltbefehl für T1 kommt ⇒
Der Istwert u_{ist} der Spannungszeitfläche ist <u>kleiner</u> als der Sollwert u^* (negativer Fehler):

$$u_{ist(I+)} = u_{mittel} - u_F =$$
$$= \tfrac{2}{3} u_{ZK} \cdot 0{,}1 - \tfrac{2}{3} u_{ZK} \cdot 0{,}04 =$$
$$= \tfrac{2}{3} u_{ZK} \cdot 0{,}06$$

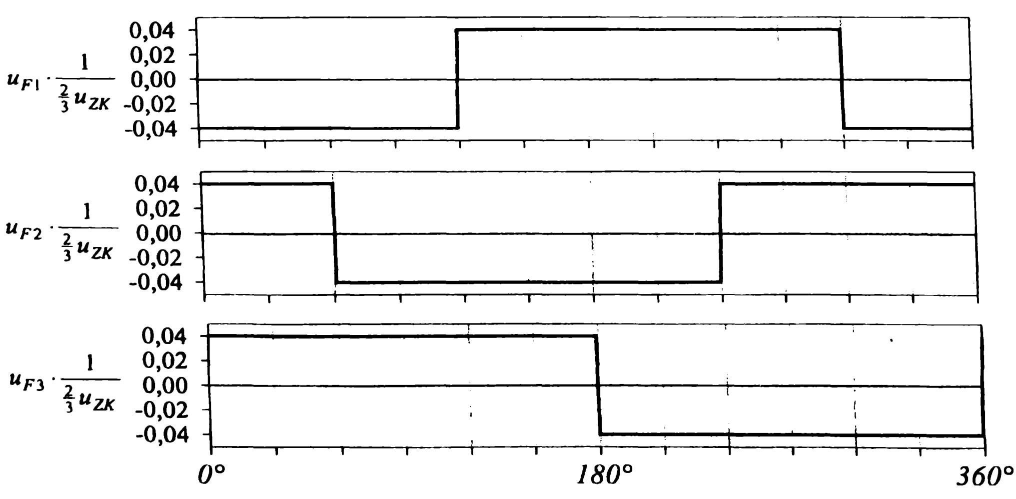
Negativer Strom (Stränge 2, 3)



Beim Ausschalten von T2 fließt der Strom sofort über D1, der Einschaltbefehl für T1 kommt 2µs später.
Beim Ausschalten von T1 fließt der Strom weiterhin über D1, solange bis 2µs später der Einschaltbefehl für T2 kommt ⇒
Der Istwert u_{ist} der Spannungszeitfläche ist <u>größer</u> als der Sollwert u^* (positver Fehler):

$$u_{ist(I-)} = u_{mittel} + u_F =$$
$$= \tfrac{2}{3} u_{ZK} \cdot 0{,}1 + \tfrac{2}{3} u_{ZK} \cdot 0{,}04 =$$
$$= \tfrac{2}{3} u_{ZK} \cdot 0{,}14$$

D.h. den Spannungen ist – in Abhängigkeit des Vorzeichens des Stromes – ein positiver oder negativer Fehler überlagert, der Spannungsistwert u_{ist} wird entweder $u_{ZK} \cdot 0{,}06$ oder $u_{ZK} \cdot 0{,}14$. Z.B. erhält man für einen der Spannung um 30°el. nacheilenden Strom folgenen Verlauf der Fehlerspannungen u_{Fi}.



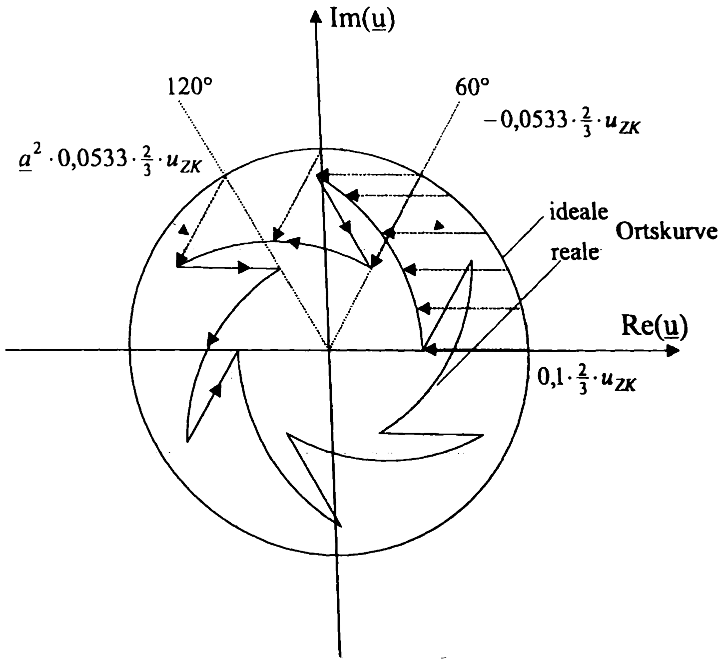
Mit dem Verlauf der Fehlerspannungen u_{Fi} erkennt man, dass z.B. zwischen 0°el. und 60°el. ein Spannungsraumzeiger

$$\underline{u}_F = \tfrac{2}{3}\left[-0{,}04\cdot\tfrac{2}{3}u_{ZK} + \underline{a}\cdot 0{,}04\cdot\tfrac{2}{3}u_{ZK} + \underline{a}^2\cdot 0{,}04\cdot\tfrac{2}{3}u_{ZK}\right] = -\tfrac{2}{3}\cdot 2\cdot 0{,}04\cdot\tfrac{2}{3}u_{ZK} = -0{,}0533\cdot\tfrac{2}{3}u_{ZK}$$

(in negativer reeller Richtung) zum idealen Spannungsraumzeiger addiert wird, zwischen 60°el. und 120°el. wird ein Spannungsraumzeiger

$$\underline{u}_F = \tfrac{2}{3}\left[-0{,}04\cdot\tfrac{2}{3}u_{ZK} + \underline{a}\cdot(-0{,}04\cdot\tfrac{2}{3}u_{ZK}) + \underline{a}^2\cdot 0{,}04\cdot\tfrac{2}{3}u_{ZK}\right] = \tfrac{2}{3}\cdot 0{,}08\cdot(-\underline{a}^2)\cdot\tfrac{2}{3}u_{ZK} =$$
$$= -0{,}0533\cdot\underline{a}^2\cdot\tfrac{2}{3}u_{ZK}$$

zum idealen Spannungsraumzeiger addiert, usw. Damit erhält man die Ortskurve des realen Spannungsraumzeigers, wobei in einem 60°-Sektor immer ein konstanter Fehlerspannungs-Raumzeiger abgezogen wird.



<u>Anmerkung</u>: Für alle anderen Phasenlagen des Stromes kann die Ortskurve des realen Spannungsraumzeigers in gleicher Weise mit Hilfe der Fehlerspannungsverläufe ermittelt werden.

Übungsaufgabe 22:
Mit Hilfe einer PWM-Steuerung wird der Null-Spannungsraumzeiger

$|\underline{u}_{mittel}| = 0$

eingestellt. werden. Die PWM-Steuerung arbeitet wie in obigem Übungsbeispiel: Zur Zeit t=0+ k.50 µs (PWM-Wiederholzeit 50 µs) springen alle Wechselrichterzweige auf positives Wechselrichterpotential. Aufgrund der geforderten Null-Spannungen schaltet jede Halbbrücke nach 25 µs zurück (Spannungs-Zeitfläche ist dann gleichlang positiv und negativ, also Null). Zum Schutz der IGBT-Halbbrücken ist eine Totzeit von 5 µs nach eintreffendem Schaltbefehl mit einem Hardware-Baustein eingebaut.

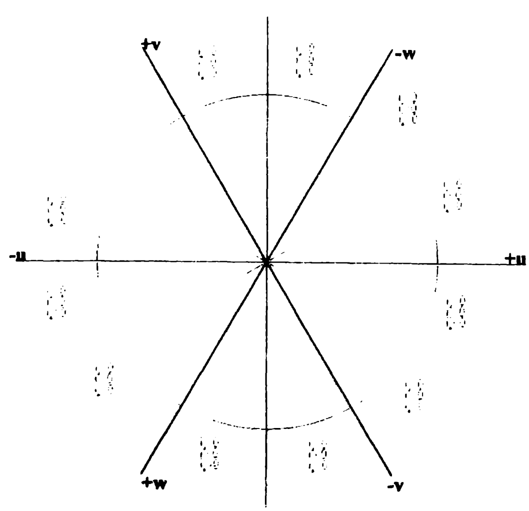
Nun rotiere ein Laststromraumzeiger (beliebiger Amplitude größer Null) gleichmäßig in der Raumzeigerebene (ergibt sinusförmige Strangströme).

Zeichnen Sie in der Raumzeigerebene die sich aufgrund der Totzeit einstellenden Spannungsraumzeiger in Abhängigkeit des räumlichen Winkels des Stromraumzeigers. In welchen Bereichen des Stromraumzeigerwinkels treten konstante Spannungsraumzeiger auf?

Die Strangströme haben je nach Lage des Stromraumzeigers positive oder negative Werte, wie aus der nachstehenden Grafik zu erkennen ist:

In der Raumzeigerebene gibt es sechs Bereiche, in denen die Strangströme jeweils dasselbe Vorzeichen besitzen:

Bereich 1.) $i_u>0$, $i_v<0$, $i_w<0$
Bereich 2.) $i_u>0$, $i_v>0$, $i_w<0$
Bereich 3.) $i_u<0$, $i_v>0$, $i_w<0$
Bereich 4.) $i_u<0$, $i_v>0$, $i_w>0$
Bereich 5.) $i_u<0$, $i_v<0$, $i_w>0$
Bereich 6.) $i_u>0$, $i_v<0$, $i_w>0$



Der Fehlerspannungsraumzeiger ($\Delta\underline{u} = |\Delta u_i|$ i=1, 2, 3) ergibt sich in diesen sechs Bereichen analog zu Beispiel 21b) zu:

Bereich 1: $\Delta\underline{u}_1 = \frac{2}{3}\Delta u(-1+e^{j\frac{2\pi}{3}}+e^{j\frac{4\pi}{3}}) = -\frac{4}{3}\Delta u$

Bereich 2: $\Delta\underline{u}_2 = \frac{2}{3}\Delta u(-1+e^{-j\frac{2\pi}{3}}+e^{j\frac{4\pi}{3}}) = \frac{2}{3}\Delta u(-1-j\sqrt{3})$

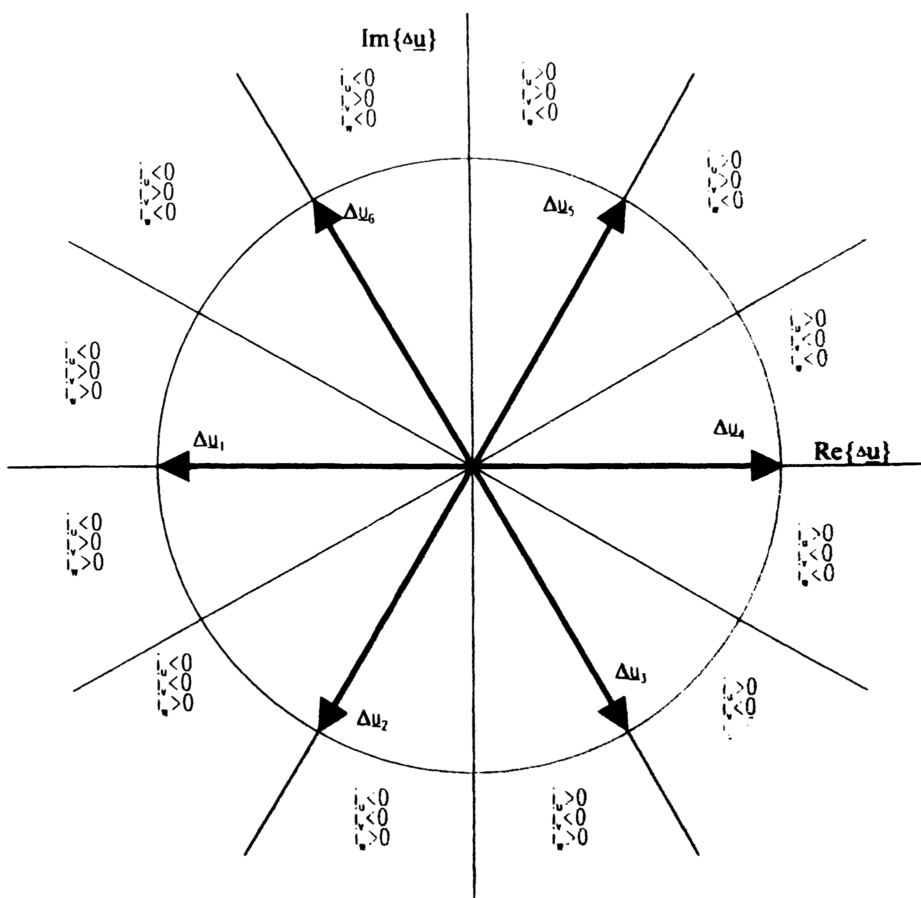
Bereich 3: $\Delta\underline{u}_3 = \frac{2}{3}\Delta u(1-e^{j\frac{2\pi}{3}}+e^{j\frac{4\pi}{3}}) = -\frac{2}{3}\Delta u(1-j\sqrt{3})$

Bereich 4: $\Delta\underline{u}_4 = \frac{2}{3}\Delta u(1-e^{j\frac{2\pi}{3}}-e^{j\frac{4\pi}{3}}) = \frac{4}{3}\Delta u$

Bereich 5: $\Delta\underline{u}_5 = \frac{2}{3}\Delta u(1+e^{j\frac{2\pi}{3}}-e^{j\frac{4\pi}{3}}) = \frac{2}{3}\Delta u(1+j\sqrt{3})$

Bereich 6: $\Delta\underline{u}_6 = \frac{2}{3}\Delta u(-1+e^{j\frac{2\pi}{3}}-e^{j\frac{4\pi}{3}}) = \frac{2}{3}\Delta u(-1+j\sqrt{3})$

Aus diesen Berechnungen ergibt sich für jeden Bereich die eingezeichnete Lage des Spannungsraumzeigers.



Übungsaufgabe 37:
Für eine Gleichstrommaschine gemäß Abb. G.4 sei die Hauptpolwicklung auszulegen. Der Luftspalt sei konstant 0.5 mm. Im Luftspalt soll in der Symmetrieachse des Hauptpoles eine Flußdichte von 0.8 T herrschen.

Berechnen Sie für die Maschine unter Vernachlässigung der magnetischen Spannungsabfälle entlang des Weges im Eisen die nötige Durchflutung pro Hauptpol mittels des Durchflutungssatzes.
Inwieweit beeinflußt die zwischen den Hauptpolen liegende Wendepolwicklung die vom Integrationsweg eingeschlossene Durchflutung?

Geben Sie den Verlauf der magnetischen Feldstärke im Luftspalt entlang eines Polpaares an.

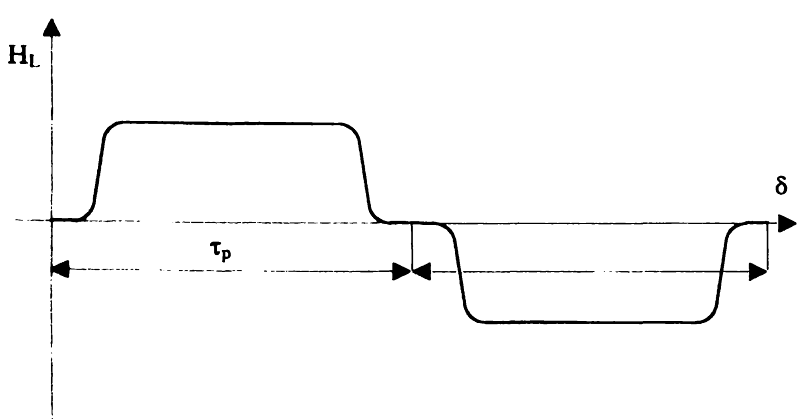
Der Durchflutungssatz liefert:

$$\oint \vec{H}.d\vec{s} = 2.H_L.\delta = 2.w.I = 2\Theta$$

$$H_L.\delta = w.I = \Theta$$

$$\frac{B_L}{\mu_0}\delta = \underline{\Theta} = \frac{0{,}8T}{4\pi.10^{-7}\,\frac{Vs}{Am}}.0{,}5.10^{-3}m = \frac{1}{\pi}10^3 A = \underline{\underline{318{,}3A}}$$

Die Wendepolwicklung beeinflußt die Durchflutung nicht, da die Wendepoldurchflutung völlig vom Integrationsweg eingeschlossen wird. Sie geht einmal positiv und einmal negativ in den Durchflutungssatz ein. Somit ist das Integral Null!

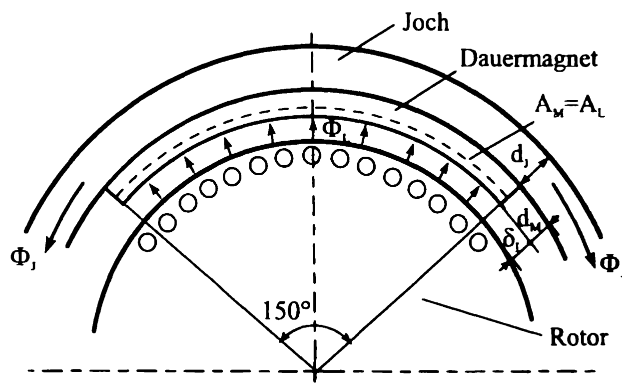


Übungsaufgabe 38:
Eine zweipolige permanenterregte Gleichstrommaschine wird mit radial magnetisierten Neodym-Eisen-Schalenmagneten ausgestattet. Der Luftspalt betrage 1 mm. Der Luftspaltdurchmesser beträgt 60 mm. Die beiden Halbschalen haben einen Winkel von je 150 Grad. Geben Sie die Arbeitspunkte für
a) eine Magnetdicke von 2 mm
b) eine Magnetdicke von 4 mm
an.

Die Flächenänderung zufolge des kleineren Luftspaltradius gegenüber dem mittleren Schalenradius sei vernachlässigbar.

Wie dick muß das kreisringförmige Rückschlußjoch sein, damit die Induktion von 1.8 T nicht überschritten wird?

Querschnitt durch die permaneterregte Gleichstrommaschine



Unter Vernachlässigung der magnetischen Feldstärke H im Eisenkreis ($\mu_{Eisen} \to \infty$) liefert der Durchflutungssatz:

$$2H_L \cdot \delta + 2H_M \cdot d_M = 0 \qquad\qquad H_M = -H_L \cdot \frac{\delta_L}{d_M}$$

Der mag. Fluß ergibt sich zu:

$$\Phi_L = B_L \cdot A_L = B_M \cdot A_M = \mu_0 \cdot H_L \cdot A_L$$

$$B_M = \mu_0 \cdot H_L \cdot \frac{A_L}{A_M}$$

Der Proportionalitätsfaktor zwischen Flußdichte und Feldstärke im Dauermagnet ergibt sich zu:

$$\frac{B_M}{H_M} = -\mu_0 \cdot \frac{A_L}{A_M} \cdot \frac{d_M}{\delta_L} = -\mu_0 \cdot \frac{d_M}{\delta_L} \qquad\qquad A_L = A_M$$

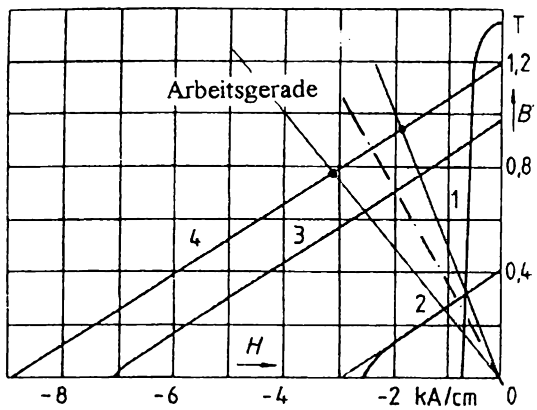
a)d=2mm

$$\frac{B_M}{H_M} = -4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2}{1} = -0{,}25 \frac{T}{kA/_{cm}}$$

b) d=4mm

$$\frac{B_M}{H_M} = -4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{4}{1} = -0{,}5 \frac{T}{kA/_{cm}}$$

Einzeichnen der Geraden in die Kurve der Dauermagneten liefert die resultierende Feldstärke B_M (Verwendung von Neodym-Eisen-Bor- Magneten – Kurve 4).



a)d=2mm
B_M=0.76T

b) d=4mm
B_M =0.94T

$$\Phi_J = \frac{1}{2} \cdot \Phi_L = \frac{1}{2} \cdot B_M \cdot A_M = B_J \cdot A_J = B_J \cdot d_J \cdot l_J$$

mit $A_J = d_J \cdot l_J$
(l_J ist die Länge der Maschine)

$$d_J = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_M}{B_J} \cdot \frac{A_M}{l_J} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_M}{B_J} \cdot 150° \cdot \frac{\pi}{180°} \cdot \frac{d_L}{2}$$

mit $A_M = b_L \cdot l_J = 150° \cdot \frac{\pi}{180°} \cdot \frac{d_L}{2} \cdot l_J$

a)d =2mm
B_M=0.76T

$$\underline{\underline{d_J}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.76T}{1.8T} \cdot 150° \cdot \frac{\pi}{180°} \cdot \frac{60mm}{2} = \underline{\underline{16.6mm}}$$

b) d=4mm
B_M =0.94T

$$\underline{\underline{d_J}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.94T}{1.8T} \cdot 150° \cdot \frac{\pi}{180°} \cdot \frac{60mm}{2} = \underline{\underline{20.5mm}}$$

Übungsaufgabe 39:
Eine permanenterregte Gleichstrommaschine (Nennspannung 48 V, Nennstrom 10 A, Leerlaufdrehzahl bei Nennspannung n_0 = 4.000 U/min) wird identifiziert und dabei folgenden Versuchen unterzogen:
a) Der Ankerwiderstand wurde zu 0.3 Ohm gemessen
b) Bei blockiertem Rotor und mit einem Vorwiderstand von R=3 Ohm wird eine Spannung von 24 V sprungförmig an die Ankerklemmen gelegt und der Stromverlauf oszillographiert. Dabei steigt der Strom mit einer Zeitkonstanten von 2 Millisekunden auf den Endwert an.
c) Mittels eines Netzgerätes wird ein Strom von konstant 10 A an die Ankerklemmen gelegt. Dabei steigt die Drehzahl etwa linear innerhalb von 20 ms auf 4000 U/min an.

Geben Sie die Übertragungsfunktion $n(s)/U_A(s)$ *an.*

Berechnen Sie den (theoretischen) zeitlichen Verlauf des Stromes bei sprungförmigem Anlegen von Nennspannung.

Durch welche Maßnahme könnte der Strom während des Hochlaufs begrenzt werden, wenn kein steuerbarer Stromrichter, sondern nur ein Schalter zum Anlegen der Nennspannung zur Verfügung steht?

Mit dem Gesamtwiderstand

$$R = R_A + R_V = 3{,}3\Omega$$

erhält man mit der Zeitkonstanten $\tau = \frac{L}{R}$

$$L = \tau \cdot R = 2 \cdot 10^{-3} s \cdot 3{,}3\Omega = 6{,}6 \cdot 10^{-3} H = 6{,}6mH .$$

Aus der Definition der Leerlaufdrehzahl ergibt sich

$$k\Phi = \frac{U}{n_0} = \frac{48V}{\frac{4000\,\mathrm{min}^{-1}}{60s/\mathrm{min}}} = 0{,}72Vs ,$$

mit der mechanischen Gleichung und der Definition des inneren Moments

$$\Theta_m \frac{d\Omega_m}{dt} = M_i = k'\Phi I = \tfrac{k}{2\pi}\Phi I$$

erhält man für das Trägheitsmoment

$$\Theta_m = \tfrac{1}{2\pi} k\Phi I \cdot \frac{1}{\frac{d\Omega_m}{dt}} = \tfrac{1}{2\pi} \cdot 0{,}72Vs \cdot 10A \cdot \frac{1}{2\pi \cdot \frac{4000/60s^{-1}}{20 \cdot 10^{-3}}} = 5{,}47 \cdot 10^{-5} kgm^2 .$$

Mit Gleichung (G.44) erhält man für die gesuchte Übertragungsfunktion

$$\frac{n(s)}{U_A(s)} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{s^2 \frac{L_A \cdot \Theta_m}{k' \cdot \Phi} + s \frac{R_A \cdot \Theta_m}{k' \cdot \Phi} + k' \cdot \Phi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{s^2 \frac{6{,}6mH \cdot 5{,}47 \cdot 10^{-5} kgm^2}{\frac{1}{2\pi} 0{,}72Vs} + s \frac{0{,}3\Omega \cdot 5{,}47 \cdot 10^{-5} kgm^2}{\frac{1}{2\pi} 0{,}72Vs} + \frac{1}{2\pi} 0{,}72Vs} =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{s^2 3{,}15 \cdot 10^{-6} Vs + s \cdot 1{,}43 \cdot 10^{-4} Vs + 0{,}115Vs} .$$

Den zeitlichen Verlauf des Stromes erhält man aus

$$\Theta_m \frac{d\Omega_m(t)}{dt} = M_i = k'\Phi I_A(t)$$

und

$$U_A(t) = R_A I_A(t) + k'\Phi\Omega_m(t) + L_A \frac{dI_A(t)}{dt},$$

nach Transformation in den Laplace-Bereich ergibt sich

$$\Theta_m \cdot s\Omega_m(s) = k'\Phi I_A(s) \qquad \text{und} \qquad U_A(s) = R_A I_A(s) + k'\Phi\Omega_m(s) + L_A \cdot sI_A(s),$$

Einsetzen liefert

$$U_A(s) = R_A I_A(s) + k'\Phi \frac{k'\Phi}{\Theta_m s} + L_A \cdot sI_A(s) = I_A(s)\left[R_A + \frac{(k'\Phi)^2}{\Theta_m s} + L_A \cdot s\right],$$

damit wird $I_A(s)$ zu

$$I_A(s) = \frac{U_A(s)}{R_A + \frac{(k'\Phi)^2}{\Theta_m s} + L_A \cdot s} = U_A(s) \cdot \frac{\Theta_m s}{L_A \cdot \Theta_m s^2 + R_A\Theta_m s + (k'\Phi)^2}.$$

Die Sprungantwort $H(s)$ ergibt sich nach Multiplikation mit der Laplace-Transformation des Heavyside-Sprunges $\varepsilon(t)$

$$H(s) = U_A(s) \cdot \frac{\Theta_m s}{L_A \cdot \Theta_m s^2 + R_A\Theta_m s + (k'\Phi)^2} \cdot \frac{1}{s},$$

Herausheben und Kürzen liefert

$$H(s) = \frac{U_A(s)}{L_A \cdot \left(s^2 + \frac{R_A}{L_A} \cdot s + (k'\Phi)^2 \cdot \frac{1}{L_A\Theta_m}\right)},$$

das konjugiert komplexe Polpaar der Sprungantwort $H(s)$ lautet

$$s_{1,2} = -22{,}73 \pm j189{,}3.$$

Mit dem Zusammenhang

$$x(\tau) = L^{-1}[X(s)] = L^{-1}\left[\frac{1}{s^2 + 2\vartheta\nu_0 s + \nu_0^2}\right] = e^{-\vartheta\nu_0 t} \frac{\sin\left(\sqrt{1-\vartheta^2}\,\nu_0\tau\right)}{\sqrt{1-\vartheta^2}\,\nu_0} \cdot \varepsilon(t)$$

erhält man mit

$$\nu_0^2 = (k'\Phi)^2 \cdot \frac{1}{L_A \cdot \Theta_m} = 3636{,}4$$

und mit

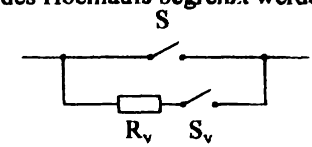
$$2\vartheta\nu_0 = \frac{R_A}{L_A} \qquad \Rightarrow \qquad \vartheta^2 = \frac{R_A^2 \cdot \Theta}{4L_A(k'\Phi)^2} \quad \text{bzw.} \quad \vartheta = \frac{R_A \cdot \sqrt{\Theta}}{2(k'\Phi)\sqrt{L_A}} = 0{,}1192$$

(ϑ ist der Dämpfungsgrad, ν_0 der Kehrwert der Schwingungskreisfrequenz) das Ergebnis für den zeitlichen Verlauf des Stromes

$I_A(t) = 121{,}5 \cdot e^{-7{,}19t} \cdot \sin(189{,}3t) A \cdot \varepsilon(t)$.

Strombegrenzungsmaßnahme während des Hochlaufs:

Stehen ein Schalter S_V und ein Widerstand R_V zur Verfügung, so kann mit folgender Anordnung der Strom während des Hochlaufs begrenzt werden:



Während des Hochlaufs wird der Schalter S_V geschlossen, der Strom wird durch den Widerstand R_V begrenzt, nach dem Hochlauf wird der Schalter S geschlossen und S_V geöffnet.

Übungsaufgabe 40:
Die oben definierte permanenterregte Gleichstrommaschine (Nennspannung 48 V, Nennstrom 10 A, Leerlaufdrehzahl bei Nennspannung 4.000 U/min, Ankerwiderstand 0.3 Ohm) laufe in folgendem Arbeitspunkt: n=3000 U/min, halbes Nennmoment.

Berechnen Sie die vom Stromrichter zu liefernde Spannung und den Strom.
Plötzlich wird die Lastmaschine schlagartig abgekuppelt.
Wie verhält sich der Strom und die Drehzahl bei fester Klemmenspannung?
Welche Enddrehzahl stellt sich ein?

P_N=480 W, U_N=$k\Phi n_0$, $M_i = \frac{1}{2\pi}\Phi I_A$, $n = \frac{U_A - I_A R_A}{k\phi}$

Bereits bekannte Daten: $k\Phi = \frac{18}{25} Vs$

$$\frac{M_N}{2} = \frac{1}{2\pi}.\frac{18}{25}.\frac{10}{2}\ Nm = \frac{9}{5\pi} Nm = 0{,}57\ Nm$$

Halbes Nennmoment bedeutet gemäß obiger Gleichungen halben Nennstrom.
<u>Der Stromrichter liefert daher 5A</u>.

Die zu liefernde Spannung beträgt gemäß obiger Gleichungen:

$$\underline{U_A} = k\phi n + I_A R_A = \frac{18}{25}.\frac{3000}{60} + 5.0{,}3 = \underline{\underline{37{,}5V}}$$

Bei Plötzlicher Entlastung und konstanter Klemmenspannung geht der Ankerstrom I_A der Gleichstrommaschine auf 0A zurück. Die Drehzahl steigt bis zur Leerlaufdrehzahl an:

$$U_A = k\phi n + 0.R_A$$

$$\underline{n} = \frac{U_A}{k\phi} = \frac{37{,}5}{\frac{18}{25}} = \underline{\underline{3125 \min^{-1}}}$$

Der Verlauf des Stromes und der Drehzahl berechnet sich wie folgt aus den Gleichungen der Gleichstrommaschine:

$$U_A(t) = R_A I_A(t) + k'\Phi\Omega_m(t) + L_A \frac{dI_A(t)}{dt}$$

$\Theta_m \frac{d\Omega_m}{dt} = M_i = k'\Phi I = \frac{k}{2\pi}\Phi I$, da $M_L=0$ wegen sprungförmiger Entlastung

Die Laplace-Transformation liefert:

$$U_A(s) = R_A I_A(s) + k'\Phi\Omega_m(s) + L_A \cdot (sI_A(s) - I_A(0))$$

$$\Theta_m \cdot (s\Omega_m(s) - \Omega_m(0)) = k'\Phi I_A(s)$$

Einsetzen der mechanischen in die elektrische Gleichung liefert:

$$U_A(s) = R_A I_A(s) + k'\Phi\left(\frac{\Omega(0)}{s} + k'\Phi\frac{1}{s\Theta}I_A(s)\right) + L_A \cdot (sI_A(s) - I_A(0))$$

$$U_A(s) = I_A(s)\left(R_A + sL_A + (k'\Phi)^2\frac{1}{s\Theta}\right) + k'\Phi\frac{\Omega(0)}{s} - L_A I_A(0)$$

damit ergibt sich für I_A:

$$I_A(s) = \frac{U_A(s) + L_A I_A(0) - k'\Phi\frac{\Omega(0)}{s}}{R_A + sL_A + (k'\Phi)^2\frac{1}{s\Theta}} = \frac{sU_A(s) + sL_A I_A(0) - k'\Phi\Omega(0)}{sR_A + s^2 L_A + (k'\Phi)^2\frac{1}{s\Theta}} =$$

$$= \frac{s\frac{U_A(s)}{L_A}}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}} + \frac{sI_A(0)}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}} - \frac{k'\Phi\frac{\Omega(0)}{L_A}}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}}$$

Die Nullstellen des charakteristischen Polynoms sind:

$$s_{1,2} = -\frac{R_A}{2L_A} \pm \sqrt{\frac{R_A{}^2}{4L_A{}^2} - (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}}$$

Mit den Werten $R_A = 0{,}3\Omega$, $L_A = 6{,}6mH$ und $2\pi k'\Phi = \frac{18}{25}$ ergibt sich für die Nullstellen

$$s_{1,2} = -\frac{0{,}3}{2.6{,}6.10^{-3}} \pm \sqrt{\left(\frac{0{,}3}{2.6{,}6.10^{-3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{2\pi}\frac{18}{25}\right)^2 \frac{1}{6{,}6.10^{-3}.\frac{1}{2\pi}\frac{18}{25}.10.\frac{4000}{60.20.10^{-3}}}} =$$

$$s_{1,2} = -22{,}72 \pm \sqrt{516{,}529 - 5783{,}651} = -22{,}72 \pm \sqrt{5267{,}122} = -22{,}72 \pm j72{,}575$$

Mit den Beziehungen

$$\frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)}=\frac{1}{s_1-s_2}\left(\frac{1}{s-s_1}-\frac{1}{s-s_2}\right),\qquad \frac{s}{(s-s_1)(s-s_2)}=\frac{1}{s_1-s_2}\left(\frac{s_1}{s-s_1}-\frac{s_2}{s-s_2}\right),$$

$$I_A(s)=\frac{s}{(s-s_1)(s-s_2)}\frac{U_A(s)}{L_A}+\frac{s}{(s-s_1)(s-s_2)}I_A(0)-\frac{s}{(s-s_1)(s-s_2)}\frac{k'\Phi\Omega(0)}{L_A},$$

und mit $U_A(s)=\dfrac{U_{A0}}{s}$ wird

$$I_A(s)=\frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)}\frac{U_{A0}}{L_A}+\frac{s}{(s-s_1)(s-s_2)}I_A(0)-\frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)}\frac{k'\Phi\Omega(0)}{L_A}$$

Die Rücktransformation ergibt

$$i_A(t)=\frac{U_{A0}}{L_A}\frac{1}{s_1-s_2}\left(e^{s_1t}-e^{s_2t}\right)+\frac{I_A(0)}{s_1-s_2}\left(s_1e^{s_1t}-s_2e^{s_2t}\right)-\frac{k'\Phi\Omega(0)}{L_A}\frac{1}{s_1-s_2}\left(e^{s_1t}-e^{s_2t}\right)$$

mit $s_1-s_2=2\sqrt{\dfrac{R_A{}^2}{4L_A{}^2}-(k'\Phi)^2\dfrac{1}{L_A\Theta}}$ und $s_{1,2}=a\pm j\omega$ wird

$$i_A(t)=\frac{1}{L_A}\frac{1}{s_1-s_2}\left(U_{A0}-k'\Phi\Omega(0)\right)\left(e^{s_1t}-e^{s_2t}\right)+\frac{I_A(0)}{s_1-s_2}\left(s_1e^{s_1t}-s_2e^{s_2t}\right)=$$

$$i_A(t)=\frac{1}{L_A}\frac{1}{(a+j\omega)-(a-j\omega)}\left(U_{A0}-k'\Phi\Omega(0)\right)\left(e^{(a+j\omega)t}-e^{(a-j\omega)t}\right)+$$
$$+\frac{I_A(0)}{(a+j\omega)-(a-j\omega)}\left((a+j\omega)e^{(a+j\omega)t}-(a-j\omega)e^{(a-j\omega)t}\right)=$$

$$i_A(t)=\frac{1}{L_A}\frac{1}{2j\omega}\left(U_{A0}-k'\Phi\Omega(0)\right)\left(e^{at}\left(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}\right)\right)+$$
$$+\frac{I_A(0)}{2j\omega}\left(e^{at}(a+j\omega)e^{j\omega t}-(a-j\omega)e^{-j\omega t}\right)=$$

$$i_A(t)=\frac{1}{L_A}\frac{1}{2j\omega}\left(U_{A0}-k'\Phi\Omega(0)\right)\left(2j\,e^{at}\sin\omega t\right)+\frac{I_A(0)}{2j\omega}\left(2ja\sin\omega t+2j\omega\cos\omega t\right)=$$

$$i_A(t)=\frac{1}{L_A}\frac{1}{\omega}\left(U_{A0}-k'\Phi\Omega(0)\right)\left(e^{at}\sin\omega t\right)+\frac{I_A(0)}{\omega}\left(a\sin\omega t+\omega\cos\omega t\right)=$$

$$\underline{\underline{i_A(t)=2{,}807.31{,}770\left(e^{-22{,}72t}\sin 75{,}575t\right)+0{,}0689\left(-22{,}72\sin 72{,}575t+72{,}575\cos 72{,}575t\right)}}$$

Für die Drehzahl gilt bei Berechnung im Laplacebereich:

$$\Theta_m \cdot (s\Omega_m(s) - \Omega_m(0)) = k'\Phi I_A(s)$$

Das Umformen dieser Gleichung liefert:

$$\Omega_m(s) = \frac{1}{s}\left(\frac{k'\Phi I_A(s)}{\Theta_m} + \Omega_m(0)\right) = \frac{k'\Phi}{\Theta_m}\frac{1}{s} I_A(s) + \frac{1}{s}\Omega_m(0) =$$

$$= \frac{k'\Phi}{\Theta_m}\frac{1}{s}\left(\frac{s\frac{U_A(s)}{L_A}}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}} + \frac{sI_A(0)}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}} - \frac{k'\Phi\frac{\Omega(0)}{L_A}}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}}\right) + \frac{1}{s}\Omega_m(0)$$

mit $U_A(s) = \frac{U_A}{s}$ wird

$$\Omega_m(s) = \frac{k'\Phi}{\Theta_m}\frac{1}{s}\left(\frac{\frac{U_{A0}}{L_A}}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}} + \frac{sI_A(0)}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}} - \frac{k'\Phi\frac{\Omega(0)}{L_A}}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}}\right) + \frac{1}{s}\Omega_m(0) =$$

$$= \frac{k'\Phi}{\Theta_m}\left(\frac{1}{s}\frac{\frac{U_{A0}}{L_A}}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}} + \frac{I_A(0)}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}} - \frac{1}{s}\frac{k'\Phi\frac{\Omega(0)}{L_A}}{s^2 + s\frac{R_A}{L_A} + (k'\Phi)^2\frac{1}{L_A\Theta}}\right) + \frac{1}{s}\Omega_m(0)$$

Einfacher ist die Lösung im Zeitbereich:

Mit $\Theta_m \frac{d\Omega_m}{dt} = M_i = k'\Phi I = \frac{k}{2\pi}\Phi I$ ergibt sich

$$\Omega_m(t) = \Omega_m(0) + \frac{k'\Phi}{\Theta_m}\int_0^t i_A(\tau)d\tau$$

$$\Omega_m(t) = \Omega_m(0) + \frac{k'\Phi}{\Theta_m}\int_0^t\left(\frac{1}{L_A}\frac{1}{s_1 - s_2}(U_{A0} - k'\Phi\Omega(0))\left(e^{s_1\tau} - e^{s_2\tau}\right) + \frac{I_A(0)}{s_1 - s_2}\left(s_1 e^{s_1\tau} - s_2 e^{s_2\tau}\right)\right)d\tau$$

$$\Omega_m(t) = \Omega_m(0) + \frac{k'\Phi}{\Theta_m}\left(\frac{1}{L_A}\frac{1}{s_1 - s_2}(U_{A0} - k'\Phi\Omega(0))\left(\frac{1}{s_1}\left(e^{s_1 t} - 1\right) - \frac{1}{s_2}\left(e^{s_2 t} - 1\right)\right) + \frac{I_A(0)}{s_1 - s_2}\left(e^{s_1 t} - e^{s_2 t}\right)\right)$$

$$\Omega_m(t) = \Omega_m(0) + \frac{k'\Phi}{\Theta_m}\left\{\frac{1}{L_A}\frac{1}{2j\omega}(U_{A0} - k'\Phi\Omega(0))\left[\frac{1}{a+j\omega}\left(e^{(a+j\omega)t} - 1\right) - \frac{1}{a-j\omega}\left(e^{(a-j\omega)t} - 1\right)\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{I_A(0)}{2j\omega}\left(e^{(a+j\omega)t} - e^{(a+j\omega)t}\right)\right\}$$

$$\Omega_m(t)=\Omega_m(0)+\frac{k'\Phi}{\Theta_m}\left\{\frac{1}{L_A}\frac{1}{2j\omega}\left(U_{A0}-k'\Phi\Omega(0)\right)\left[\frac{a-j\omega}{a+\omega^2}\left(e^{at}e^{j\omega t}-1\right)-\frac{a+j\omega}{a+\omega^2}\left(e^{at}e^{-j\omega t}-1\right)\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{I_A(0)}{2j\omega}\left(e^{at}e^{j\omega t}-e^{at}e^{-j\omega t}\right)\right\}$$

$$\Omega_m(t)=\Omega_m(0)+\frac{k'\Phi}{\Theta_m}\left\{\frac{1}{L_A}\frac{1}{2j\omega}\left(U_{A0}-k'\Phi\Omega(0)\right)\right.$$
$$\left[\frac{1}{a+\omega^2}\left(e^{at}\left(ae^{j\omega t}-j\omega e^{j\omega t}-ae^{-j\omega t}-j\omega e^{-j\omega t}\right)-a+j\omega+a+j\omega\right)\right]$$
$$\left.+\frac{I_A(0)}{2j\omega}\left(e^{at}\left(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}\right)\right)\right\}$$

$$\Omega_m(t)=\Omega_m(0)+\frac{k'\Phi}{\Theta_m}\left\{\frac{1}{L_A}\frac{1}{2j\omega}\left(U_{A0}-k'\Phi\Omega(0)\right)\left[\frac{1}{a+\omega^2}\left(e^{at}\left(2ja\sin\omega t-2j\omega\cos\omega t\right)+2j\omega\right)\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{I_A(0)}{\omega}\left(e^{at}\sin\omega t\right)\right\}$$

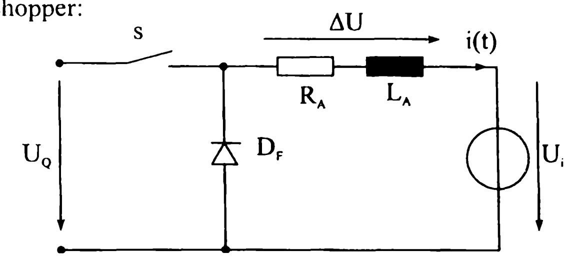
$$=\Omega_m(0)+\frac{k'\Phi}{\Theta_m}\left\{\frac{1}{L_A}\frac{1}{\omega}\left(U_{A0}-k'\Phi\Omega(0)\right)\left[\frac{1}{a+\omega^2}\left(e^{at}\left(a\sin\omega t-\omega\cos\omega t\right)+\omega\right)\right]+\frac{I_A(0)}{\omega}\left(e^{at}\omega\sin\omega t\right)\right\}=$$

$$\Omega_m(t)=50+$$
$$+333{,}34\left\{0{,}4789\cdot 31{,}770\left[\frac{1}{5244{,}411}\left(e^{-22{,}72t}\left(-22{,}72\sin 72{,}575t-72{,}575\cos 72{,}575t\right)+72{,}575\right)\right]+\right.$$
$$\left.0{,}0689\left(e^{-22{,}72t}\,72{,}575\sin 72{,}575t\right)\right\}$$

Übungsaufgabe 41:
Eine permanenterregte Gleichstrommaschine (Nennspannung 24 V, Nennstrom 10 A, Leerlaufdrehzahl bei Nennspannung 6.000 U/min, Ankerwiderstand 0.2 Ohm, Ankerinduktivität 1 mH) laufe im Leerlauf bei 4.500 U/min. Der Transistorchopper gemäß Abb. G.41 werde mit Gleichspannung von 42 V versorgt. Das Stromband wird mit 2 A festgelegt.

Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf des Motorstroms in diesem Betriebspunkt. Anschließend wird ein Laststprung auf Nennstrom durchgeführt. Zeichnen Sie die Reaktion des Systems auf den Sollwertsprung und schätzen Sie eine Ersatzzeitkonstante ab. (Die Drehzahl wird als konstant während des Stromanstiegs angenommen).

Transistorchopper:



Einsetzen des Leerlaufpunktes liefert kΦ:

$$U_0 = k \cdot n_0 \cdot \Phi \qquad k \cdot \Phi = \frac{U_0}{n_0} = \frac{24}{\frac{6000}{60s}} = 0{,}24Vs$$

Die innere Spannung unter Belastung:

$$U_i = k \cdot n \cdot \Phi = 0{,}24Vs \cdot \frac{4500}{60s} = 18V$$

<u>Schalter S ein:</u>

$$\Delta U_{Ein} = U_Q - U_i = R_A \cdot i + L\frac{di}{dt} = 42V - 18V = 24V$$

$$i'(t) = \frac{\Delta U_{Ein} - R_A \cdot i(t)}{L} \approx \frac{\Delta U}{L} = \frac{24V}{1mH} = 24\frac{A}{ms} \qquad R_A \cdot i(t) < 0.2\Omega \cdot 1A = 0.2V$$

Da der Spannungsabfall an R_A sehr klein ist (<0.2V), kann der Stromverlauf durch Geradenstücke angenähert werden.

<u>Schalter S aus:</u>

$$\Delta U_{Aus} = -U_i = -18V$$

$$i'(t) = \frac{\Delta U_{Aus} - R_A \cdot i(t)}{L} \approx \frac{\Delta U}{L} = \frac{-18V}{1mH} = -18\frac{A}{ms}$$

Lastsprung auf 10A

Schalter S ein:

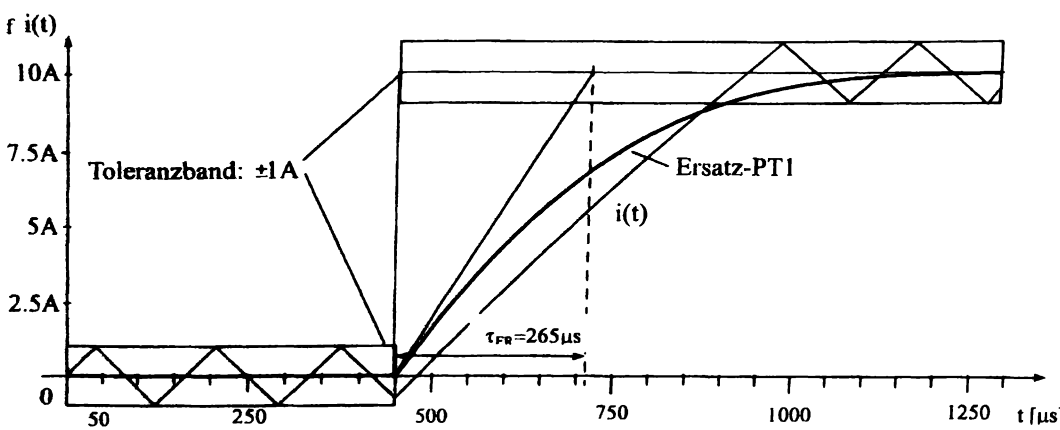
$$i'(t) = \frac{\Delta U_{Ein} - R_A \cdot i(t)}{L} \approx \frac{24V - 2V}{1mH} = 22\frac{A}{ms} \qquad R_A \cdot i(t) = 0.2\Omega \cdot (10 \pm 1)A \approx 2V$$

Da das Stromband des Stromreglers ±1A beträgt, beträgt die Änderung des Spannungsabfalls an R_A maximal ±0.2V und ist daher vernachlässigbar. Deshalb kann der Spannungsabfall an R_A als (näherungsweise) konstant (2V) betrachtet werden.

Schalter S aus:

$$i'(t) = \frac{\Delta U_{Aus} - R_A \cdot i(t)}{L} \approx \frac{-18V - 2V}{1mH} = -20\frac{A}{ms}$$

Graphische Darstellung des Stromverlaufes:



Die Ersatzzeitkonstante beträgt etwa 265µs.

Übungsaufgabe 42:
Verifizieren Sie die Normierung der Gln. (G.71) - (G.73).

Gleichung (G.71)

$$U_A = I_A R_A + L_A \frac{dI_A}{dt} + k\Phi\Omega_m \quad \Big|\cdot \frac{1}{U_{AN}}$$

$$u_A = I_A R_A \frac{I_{AN}}{I_{AN}} \cdot \frac{1}{U_{AN}} + T_A R_A \frac{dI_A}{dt} \frac{I_{AN}}{I_{AN}} \cdot \frac{1}{U_{AN}} + k\Phi\Omega_m \frac{\Omega_0}{\Omega_0} \cdot \frac{1}{U_{AN}}$$

$$u_A = i_A r_A + T_A r_A \frac{di_A}{dt} + \varphi\omega.$$

Gleichung (G.72)

$$\Theta_m \frac{d\Omega}{dt} = M_i + M_L \quad \Big|\cdot \frac{1}{M_B}$$

$$\frac{\Theta_m}{M_B}\frac{d\Omega}{dt} = \frac{M_i}{M_B} + \frac{M_L}{M_B} = \frac{k'\Phi I_A}{M_B} + \frac{M_L}{M_B}$$

mit (G.64) $\quad T_m = \dfrac{\Theta_m \Omega_0}{M_B} \quad$ und mit $\quad M_B = \dfrac{U_{AN} I_{AN}}{\Omega_0}$

erhält man $\quad \dfrac{k'\Phi I_A}{M_B} = \dfrac{I_A}{I_{AN}} k'\Phi \dfrac{\Omega_0}{U_{AN}} = i_A\varphi$

und damit

$$T_m \frac{d\omega_m}{dt} = m_L + i_A\varphi.$$

Gleichung (G.73)

$$U_F = I_F R_F + L_F \frac{dI_F}{dt} \quad \Big|\cdot \frac{1}{U_{FN}}$$

$$u_F = I_F R_F \frac{I_{FN}}{I_{FN}} \cdot \frac{1}{U_{FN}} + T_F R_F \frac{dI_{FN}}{dt} \frac{I_{FN}}{I_{FN}} \cdot \frac{1}{U_{FN}}$$

$$u_F = i_F r_F + T_F r_F \frac{di_F}{dt}.$$

Übungsaufgabe 43:
Leiten Sie unter Verwendung der Drehmoment-Strom-Beziehung die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinienschar für alle 4 Quadranten für einen Feldschwächbereich 1:3 und einem Ankerstrombereich innerhalb Nennstrom bei gegebenem Ankerwiderstand her und stellen Sie diese graphisch dar.

$M = \frac{1}{2\pi} k\Phi I_A \qquad U - I_A R_A = k\Phi n$

Damit ergibt sich:

$$M(\Phi, n) = \frac{1}{2\pi R_A} k\Phi(U - k\Phi n)$$

A) $\Phi = \Phi_1 = \Phi_N = const$

$$M(n) = \frac{1}{2\pi R_A} k\Phi_1(U - k\Phi_1 n)$$

$$M(0) = \frac{1}{2\pi R_A} k\Phi_1 U$$

$$M(n) = 0 = \frac{1}{2\pi R_A} k\Phi_1(U - k\Phi_1 n) \qquad n = \frac{U}{k\Phi_1}$$

B) $\Phi = \frac{\Phi_1}{2} = const$

$$M(\Phi = \frac{\Phi_1}{2}, n) = \frac{1}{2\pi} k \frac{\Phi_1}{2} I_A = \frac{1}{2} M(\Phi = \Phi_1, n)$$

$$M(0) = \frac{1}{2\pi R_A} k \frac{\Phi_1}{2} U = \frac{M(n = 0, \Phi = \Phi_1)}{2}$$

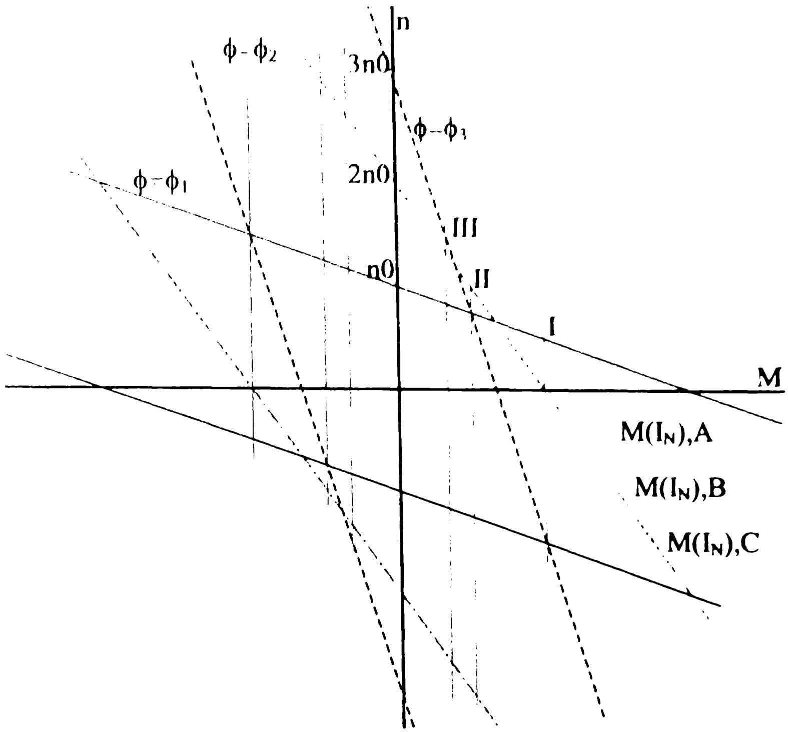
$$M(n) = 0 \qquad n = \frac{2U}{k\Phi_1} = 2n(\Phi = \Phi_1)$$

C) $\Phi = \frac{\Phi_1}{3} = const$

$$M(\Phi = \frac{\Phi_1}{3}, n) = \frac{1}{2\pi} k \frac{\Phi_1}{3} I_A = \frac{1}{3} M(\Phi = \Phi_1, n)$$

$$M(0) = \frac{1}{2\pi R_A} k \frac{\Phi_1}{3} U = \frac{M(n = 0, \Phi = \Phi_1)}{3}$$

$$M(n) = 0 \qquad n = \frac{3U}{k\Phi_1} = 3n(\Phi = \Phi_1)$$



Die in der Kennlinienschar eingezeichneten Markierungen kennzeichnen den Bereich für die zulässigen Ankerströme und die damit möglichen Momente.

Das Moment ist dem Ankerstrom und dem magnetischen Hauptfluß proportional. Bei Flußabschwächung sinkt daher das maximal mögliche Moment bei konstantem Ankerstrom gemäß den benutzten Gleichungen proportional. Für kontinuierliche Änderung von f auf f/3 ergibt die Grenz-M-n-Kennlinie eine Hyperbel durch die Punkte I, II und III.

Übungsaufgabe 44:

Eine fremderregte Gleichstrommaschine soll über 2 gleich große Serienwiderstände im Ankerkreis an einer Konstantspannung $U = U_{A,N}$ bei Nennfluß hochgefahren werden.

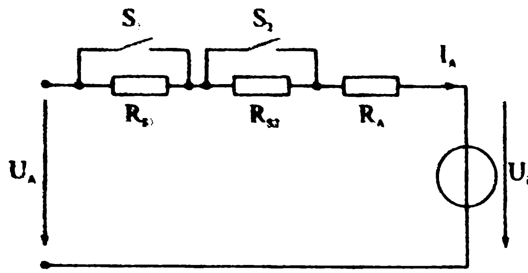
Daten: $U_{A,N} = 48$ V, $J_{A,N} = 20$ A, $R_A = 0{,}4\ \Omega$, $n_0 = 3.000$ U/min.

Wie groß sind die 2 Serienwiderstände zu dimensionieren, daß während des Hochlaufs der Nennstrom nicht überschritten wird?

Wann ist im Zuge des Hochfahrens der erste bzw. der zweite Serienwiderstand wegzuschalten, wobei möglichst viel Drehmoment während des Hochfahrens zur Verfügung stehen soll?

Zeichnen Sie die n-J_A -Kurve

Gleichstrommaschine mit 2 Anlaufwiderstände:



$$U_A = k \cdot \Phi \cdot n_0 \qquad k \cdot \Phi = \frac{U_A}{n_0} = \frac{48V}{\frac{3000}{60}\frac{1}{s}} = 0{,}96Vs$$

$$U_A - I_A \cdot R_{ges} = k \cdot \Phi \cdot n$$

Bedingung: Anlaufstrom = Nennstrom

n=0: $$U_{A,N} = I_{A,N} \cdot R_{ges} = I_{A,N} \cdot (R_A + R_{S1} + R_{S2})$$

$$R_{S1} + R_{S2} = \frac{U_A}{I_A} - R_A = \frac{48V}{20A} - 0{,}4\Omega = 2\Omega$$

Verwendung zweier gleich großen Anlaufwiderstände:

$$R_{S1} = R_{S2} = \frac{1}{2} \cdot 2\Omega = 1\Omega$$

Möglichst viel Drehmoment → möglichst viel Strom → Umschaltung der Widerstände damit nach Umschaltung der maximal zulässige Strom (20 A) fließt

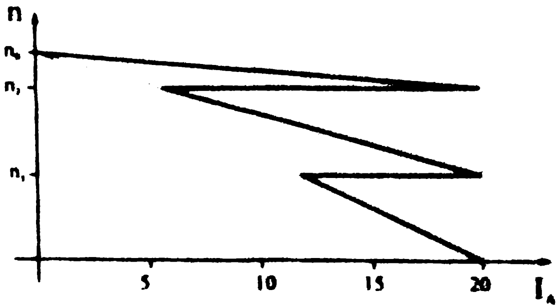
n=n₁: $$I_{A,N} = \frac{U_{A,N} - k \cdot \Phi \cdot n_1}{R_A + R_{S2}}$$

$$\underline{\underline{n_1}} = \frac{U_{A,N} - I_{A,N} \cdot (R_A + R_{S2})}{k \cdot \Phi} = \frac{48V - 20A \cdot 1.4\Omega}{0{,}96Vs} = \underline{\underline{20{,}83\frac{1}{s}}}$$

$n = n_2$:
$$I_{A,N} = \frac{U_{A,N} - k \cdot \Phi \cdot n_2}{R_A}$$

$$\underline{\underline{n_2}} = \frac{U_{A,N} - I_{A,N} \cdot R_A}{k \cdot \Phi} = \frac{48V - 20A \cdot 0{,}4\Omega}{0{,}96Vs} = \underline{\underline{41{,}66\,\frac{1}{s}}}$$

n-I_A-Kurve:



Übungsaufgabe 45:
Gegeben sei eine Struktur nach Abb. A.4. Der Bohrungsdurchmesser betrage 60 mm, die Luftspaltbreite sei 0.3 mm. Die Spule wird von einem Strom von 1 A durchflossen. Wie groß ist die magnetische Feldstärke und der magnetische Spannungsabfall V im Luftspalt?

Mit dem Durchflutungssatz

$$\Theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

erhält man für die vorliegende Geometrie mit unendlich großer Permeabilität des Eisens

$$2H_L\delta_L = \Theta = N \cdot I\,,$$

der magnetische Spannungsabfall im Luftspalt beträgt

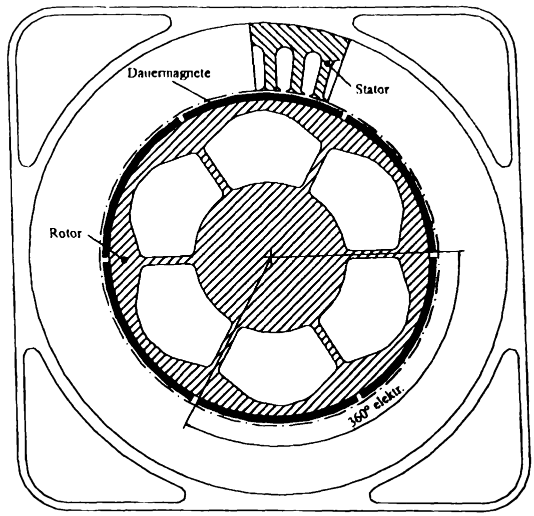
$$V = H_L\delta_L = \frac{\Theta}{2} = \frac{1A \cdot 1Wdg}{2} = 0{,}5A.$$

Die magnetische Feldstärke ist

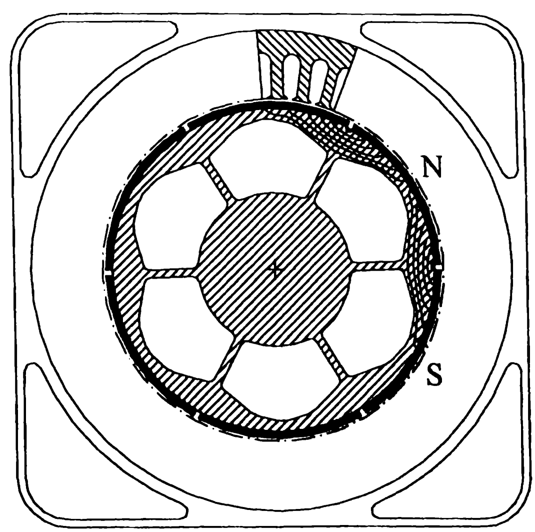
$$H_L = \frac{\Theta}{2\delta_L} = \frac{1A}{2 \cdot 0{,}3mm} = 1667A/m.$$

Übungsaufgabe 66:
Zeichnen Sie eine Skizze einer 6-poligen PSM mit oberflächlich montierten Magneten. Um das Trägheitsmoment des Rotors zu verkleinern, soll der Rotorquerschnitt mit Ausnehmungen ausgeführt werden. Zeichnen Sie die Feldlinien ein, die den Fluss der Dauermagnete repräsentieren. Wie kann eine trägheitsmomentoptimale Rotorquerschnittsform aussehen, sodass das verbleibende Material gut ausgenützt ist?

Die untenstehende Abbildung zeigt einen Schnitt durch eine 6-polige PSM.

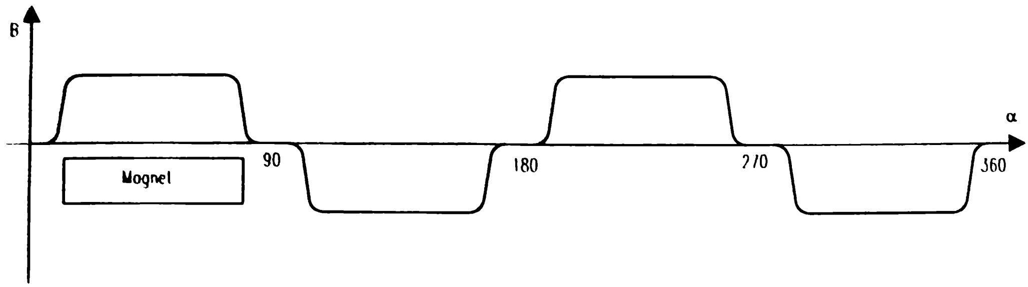


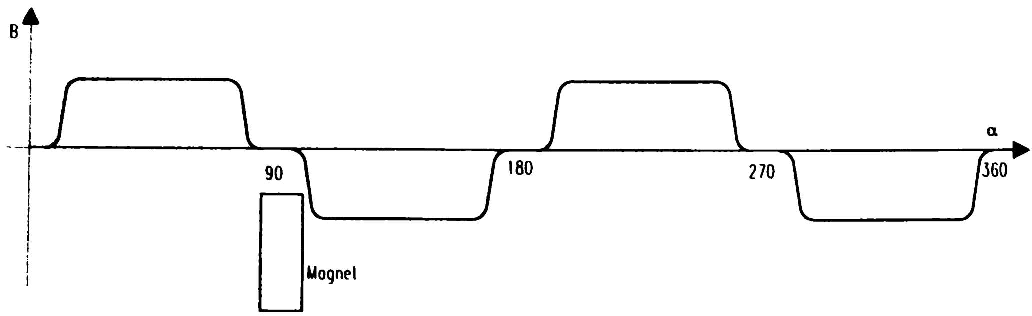
Die Ausnehmungen zur Trägheitsmomentreduktion sind so ausgeführt, dass das verbleibende Material vom Fluss gut ausgenützt wird, vgl. Abbildung. (Anmerkung: die Feldlinien schließen sich über Luftspalt, Statorzähne und Statorjoch.)



Übungsaufgabe 67:
Zeichnen Sie für jeweils eine 4-polige PSM mit oberflächlich aufgeklebten Dauermageneten konstanter Dicke und radialer Magnetisierung (80% Polbedeckung) sowie für eine 4-polige PSM mit Flußkonzentration (Magnete senkrecht in Richtung Rotationsachse angeordnet) eine geschätzte Verteilung der radialen Flußdichte im Luftspalt. Wickeln Sie dazu den Luftspalt gedanklich ab, sodaß Sie eine lineare Winkelskala auf der waagrechten Achse erhalten (0...360 Grad). Auf der senkrechten Achse zeichnen Sie die geschätzte Flußdichte ein.

Der Verlauf der gezeichneten Flußdichten entspricht den Abbildungen P.3c) (aufgeklebete Dauermagnete) bzw. P.3b) (PSM mit Flußkonzentration).





Übungsaufgabe 68:
Gemäß unseren Normierungs-Gewohnheiten soll die PSM bei Betrieb mit Bezugsdrehzahl und offenen Klemmen (Leerlauf, Energiezufuhr mechanisch über den Rotor durch Antreiben) einen Spannungsraumzeiger an den Klemmen vom Betrag 1 hervorrufen. (d.h. Bezugsspannung). Wie groß ist der bezogene Wert der Dauermagnet-Flußverkettung $\underline{\Psi}_M$ zu wählen, damit dies erfüllt ist?

$$\underline{u}_S(\tau) = r_S \cdot \underline{i}_S + \frac{d\underline{\Psi}_S}{d\tau} + j\omega_K \cdot \underline{\Psi}_S$$

$$\underline{\Psi}_S = l_S \cdot \underline{i}_S + \underline{\Psi}_M$$

Leerlauf:

$$\underline{i}_S = 0$$

$$\underline{u}_S(\tau) = \frac{d\underline{\Psi}_S}{d\tau} + j\omega_K \cdot \underline{\Psi}_S$$

$$\underline{\Psi}_S = \underline{\Psi}_M$$

$$\left|\underline{u}_S(\tau)\right| = \left|\frac{d\underline{\Psi}_M}{d\tau} + j\omega_K \cdot \underline{\Psi}_M\right| = 1$$

$$\underline{\Psi}_M = \Psi_M \cdot e^{j\gamma_M}$$

$$\frac{d\underline{\Psi}_M}{d\tau} = \dot{\Psi}_M \cdot e^{j\gamma_M} + \Psi_M \cdot j\dot{\gamma}_M \cdot e^{j\gamma_M} = j\dot{\gamma}_M \cdot \Psi_M \cdot e^{j\gamma_M} = j\dot{\gamma}_M \cdot \underline{\Psi}_M$$

im statorfesten Koordinatensystem: $\omega_K = 0$

$$\left|\underline{u}_S(\tau)\right| = \left|\frac{d\underline{\Psi}_M}{d\tau}\right| = \left|j\dot{\gamma}_M \cdot \Psi_M \cdot e^{j\gamma_M}\right| = 1$$

mit: $\dot{\gamma}_M = \omega_S$ (Bezugsdrehzahl = konstant)

$$\omega_S \cdot \Psi_M \cdot \left|e^{j\gamma_M}\right| = 1$$

$$\underline{\underline{\Psi_M = \frac{1}{\omega_S} = 1}}$$

Übungsaufgabe 69:
An eine dreisträngige festgebremste PSM wird ein Klemmenspannungsraumzeiger von
$\underline{u}_{S0} = 1 \cdot e^{j120°} = const.$
angelegt. Berechnen Sie für die bezogenen Maschinenparameter
$r_S = 0{,}05$, $l_S = 0{,}3$, *Nennstrom-Effektivwert 10 A, Nenndrehzahl 3000 U/min den zeitlichen Verlauf des Stromes im Strang w (240° gegenüber der reellen Achse im statorfesten KOS verdreht) in Ampere.*

Festgebremst: $\omega_m = 0$

$\underline{u}_{S0} = e^{j \cdot 2\pi/3}$

Gleichungen (P.1) und (P.2), (P.9)

$$\underline{u}_S(\tau) = r_S \cdot \underline{i}_S + \frac{d\underline{\psi}_S}{d\tau} \qquad (P.1)$$

$$\underline{\psi}_S(\tau) = l_S \cdot \underline{i}_S + \underline{\psi}_M \qquad (P.2)$$

$$\underline{\psi}_M(\tau) = \left|\underline{\psi}_M\right| \cdot e^{j\gamma_M(\tau)} \qquad (P.9)$$

Einsetzen von (P.9) in (P.2) und Einsetzen in (P.1) liefert

$$\underline{u}_S(\tau) = r_S \cdot \underline{i}_S + \frac{d}{d\tau}\left(l_S \cdot \underline{i}_S + \underline{\psi}_M\right) = r_S \cdot \underline{i}_S + l_S \cdot \frac{d\underline{i}_S}{d\tau},$$

für die zeitliche Ableitung von $\underline{\psi}_M(\tau)$ ergibt sich

$$\frac{d\underline{\psi}_M}{d\tau} = \left|\underline{\psi}_M\right| \cdot e^{j\gamma_M(\tau)} \cdot \dot{\gamma}_M(\tau),$$

mit $\dot{\gamma}_M(\tau) = \omega_M = 0$ (Gl. (P.10)) folgt dann $\frac{d\underline{\psi}_M}{d\tau} = 0$.

Transformation in den Laplace-Bereich ergibt

$$U_S(s) = r_S \cdot I_S(s) + l_S \cdot s \cdot I_S(s) - l_S \cdot i_S(0^-),$$

mit

$$U_S(s) = \frac{u_{S0}}{s}$$

und mit der Anfangsbedingung für den Strom

$$i_S(0^-) = 0.$$

Nach Umformen erhält man für $I_S(s)$ mit $\tau_S = l_S / r_S$:

$$I_S(s) = \frac{u_{S0}}{l_S \cdot s \cdot (s + \frac{1}{\tau_S})} = \frac{u_{S0}}{l_S} \cdot \left(\frac{\tau_S}{s} - \frac{\tau_S}{s + \frac{1}{\tau_S}}\right) = \frac{u_{S0}}{r_S} \cdot \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{\tau_S}}\right).$$

Rücktransformation in den Zeitbereich liefert mit $\tau_S = 0{,}3/0{,}05 = 6$

$$\underline{i}_S(\tau) = \frac{\underline{u}_{S0}}{r_S} \cdot \left(1 - e^{-\tau/\tau_S}\right) = \frac{e^{j120°}}{0{,}05} \cdot \left(1 - e^{-\tau/6}\right).$$

Für den Strom in Strang W erhält man

$$i_W = \Re\{\underline{i}_S \cdot \underline{a}\} = -\tfrac{1}{2} \cdot 20 \cdot \left(1 - e^{-\tau/6}\right) = -10 \cdot \left(1 - e^{-\tau/6}\right) = i_\infty \cdot \left(1 - e^{-\tau/6}\right).$$

Mit den Bezugswerten

$I_B = \sqrt{2}\, I_{eff} = \sqrt{2} \cdot 10\ \text{A} = 14{,}1\ \text{A}$

$\Omega_B = 2\pi \cdot n_N = 2\pi \cdot 3000/60\ \text{s}^{-1} = 100\pi\ \text{s}^{-1}$

wird

$I_m = i_m \cdot I_R = -10 \cdot 14{,}1A = -141A$

$\tau = \Omega_R t$,

damit erhält man für den Stromverlauf in Strang W in nicht normierten Größen

$I_W = -141A \cdot \left(1 - e^{-100\pi \cdot t/6}\right)$.

Die Zeitkonstante, mit der der Strom (betragsmäßig) ansteigt, ist

$\tau_A = \frac{6}{100\pi} = 19ms$.

Die festgebremste Maschine verhält sich wie ein Induktivität, der Strom wird nur durch den Statorwiderstand begrenzt.

Übungsaufgabe 70:
Eine dreisträngige PSM wird am Umrichter betrieben. Aufgrund einer Störung verbleibt an den Halbbrücken die Schalterkombination „1/1/1" für längere Zeit hängen (alle oberen Schalter ein, alle unteren Schalter aus). Nehmen Sie die Drehzahl für die betrachtete Zeitspanne als eingeprägt an.

a) Wie sieht der Klemmenspannungsraumzeiger aus?
b) Wie sieht der Verlauf des Zwischenkreisstroms im Umrichter aus?
c) Berechnen Sie unter Verwendung der Laplace-Transformation im rotorfesten KOS den Einschwingvorgang des Stromraumzeigers. Stellen Sie diesen Einschwingvorgang als Stromraumzeiger-Ortskurve dar. Berechnen Sie als Stützpunkte dieser Ortskurve die Stromraumzeiger nach jeweils 45 Grad Drehungen des Rotors. Nehmen Sie für die betrachtete Zeit die Drehzahl als eingeprägt an.
d) Entwickelt die Maschine ein Drehmoment? Wenn ja, welches?

a) $\underline{u}_s(\tau) = 0$

b) $i_{ZK}=0$

c)

$$\underline{u}_s = 0 = r_s \underline{i}_s + \frac{d\underline{\Psi}_s}{d\tau} + j\omega_K \underline{\Psi}_s \qquad \omega_K = \omega_m \; im\ Rotor\text{-}KOS$$

$$\underline{\Psi}_s = l_s \underline{i}_s + \underline{\Psi}_M$$

$$\frac{d\underline{\Psi}_s}{d\tau} = l_s \underline{i}'_s + \underline{\Psi}'_M$$

$$0 = r_s \underline{i}_s + l_s \underline{i}'_s + \underline{\Psi}'_M + j\omega_m \left(l_s \underline{i}_s + \underline{\Psi}_M\right) \qquad \underline{\Psi}'_M = 0 \; im\ Rotor-KOS$$

$$l_s \underline{i}'_s + \underline{i}_s (r_s + j\omega_m l_s) = -j\omega_m \underline{\Psi}_M$$

$$\underline{i}'_s + \underline{i}_s \frac{r_s + j\omega_m l_s}{l_s} = -j\frac{\omega_m \underline{\Psi}_M}{l_s}$$

$$sI_s(s) + \lambda I_s(s) = -j\frac{\omega_m \underline{\Psi}_M}{l_s}\frac{1}{s} + i_s(0)$$

$$I_s(s)(s+\lambda) = -j\frac{\omega_m \underline{\Psi}_M}{l_s}\frac{1}{s} + i_s(0)$$

$$I_s(s) = \frac{1}{s+\lambda}\left[-j\frac{\omega_m \underline{\Psi}_M}{l_s}\frac{1}{s} + i_s(0)\right] = -j\frac{\omega_m \underline{\Psi}_M}{l_s}\frac{1}{s}\frac{1}{s+\lambda} + i_s(0)\frac{1}{s+\lambda} =$$
$$= -j\frac{\omega_m \underline{\Psi}_M}{l_s}\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\lambda}\right) + i_s(0)\frac{1}{s+\lambda}$$

$$i_s(\tau) = -j\frac{\omega_m \underline{\Psi}_M}{l_s}\frac{l_s}{r_s + j\omega_m l_s}\left(1 - e^{-\frac{r_s + j\omega_m l_s}{l_s}\tau}\right) + i_s(0)e^{-\frac{r_s + j\omega_m l_s}{l_s}\tau} =$$
$$= -j\frac{\omega_m \underline{\Psi}_M}{r_s + j\omega_m l_s}\left(1 - e^{-\frac{r_s + j\omega_m l_s}{l_s}\tau}\right) + i_s(0)e^{-\frac{r_s + j\omega_m l_s}{l_s}\tau}$$

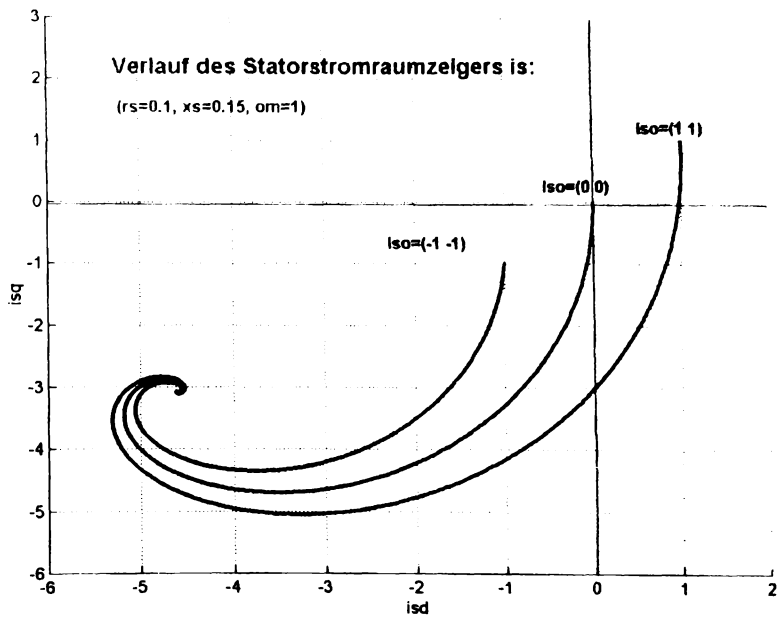
Ortskurve $i_s(\tau)$:

$$i_s(\tau) = Z_1\left(1 - e^{\vartheta\tau}\right) + Z_2 e^{\vartheta\tau} = Z_1 + Z_3 e^{\vartheta\tau}$$

$\tau = 0 \qquad i_s(0) = Z_2$

$\tau = \infty \qquad i_s(\infty) = Z_1$

Die folgende Abbildung ist einer am Institut durchgeführten Diplomarbeit entnommen.



d) $m_R(\tau) = i_{S_q}|\Psi_M| \qquad i_{S_q} = \Im\{\underline{i}_s(\tau)\}$

$$i_{S_q} = \frac{\omega_m}{r_s^2 + (\omega_m l_s)^2}\left(|\underline{\Psi}_M| r_s (1 - e^{-\frac{r_s}{l_s}\tau}\cos\omega\tau) - e^{-\frac{r_s}{l_s}\tau}\omega l_s \sin\omega\tau\right) -$$

$$-e^{-\frac{r_s}{l_s}\tau}|\underline{i}_s(0)|\cos\gamma\sin\omega\tau + e^{-\frac{r_s}{l_s}\tau}|\underline{i}_s(0)|\sin\gamma\cos\omega\tau$$

$$m_R(\tau) = \frac{\omega_m|\underline{\Psi}_M|}{r_s^2 + (\omega_m l_s)^2}\left(|\underline{\Psi}_M| r_s (1 - e^{-\frac{r_s}{l_s}\tau}\cos\omega\tau) - e^{-\frac{r_s}{l_s}\tau}\omega l_s \sin\omega\tau\right) -$$

$$-e^{-\frac{r_s}{l_s}\tau}|\underline{i}_s(0)||\underline{\Psi}_M|\cos\gamma\sin\omega\tau + e^{-\frac{r_s}{l_s}\tau}|\underline{i}_s(0)||\underline{\Psi}_M|\sin\gamma\cos\omega\tau$$

Übungsaufgabe 71:
Zeichnen Sie das stationäre Raumzeigerdiagramm (Spannungen, Ströme, Flußverkettungen) der leerlaufenden PSM.

$$\underline{u}_S(\tau) = r_S \cdot \underline{i}_S + \frac{d\underline{\Psi}_S}{d\tau} + j\omega_K \cdot \underline{\Psi}_S$$

$$\underline{\Psi}_S = l_S \cdot \underline{i}_S + \underline{\Psi}_M$$

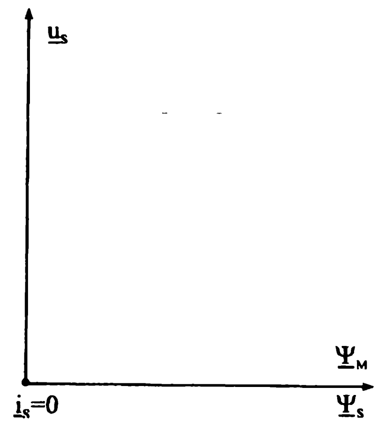
Stationäres Raumzeigerdiagramm im Leerlauf:

- für Leerlauf gilt: $\underline{i}_S = 0$
- im synchron (math. positiv) umlaufenden Koordinatensystem ist: $\omega_K = \omega_S$
- im stationären Fall sind die zeitlichen Änderungen gleich Null.

$$\underline{i}_S = 0$$

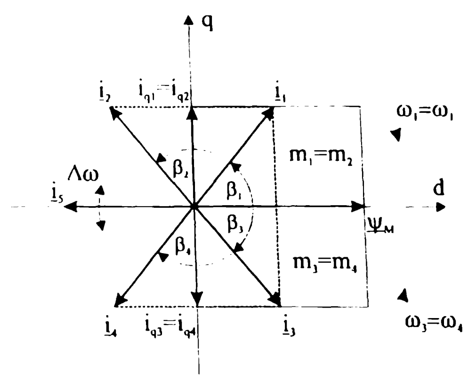
$$\underline{u}_S(\tau) = j\omega_S \cdot \underline{\Psi}_S$$

$$\underline{\Psi}_S = \underline{\Psi}_M$$



Übungsaufgabe 72:
Verifizieren Sie die Behauptung, dass sich die d-Achse in die Richtung des Stromraumzeigers ausrichten wird.
Kann sich die d-Achse auch in die Gegenrichtung des Stromraumzeigers ausrichten?
Hat die Polpaarzahl einen Einfluss auf das Versuchsergebnis?

Behauptung, die d-Achse richtet sich in die Richtung des Stromraumzeigers aus.



Für einen Stromraumzeiger $\underline{i}_1$ erhält man mit $m = i_q \cdot \psi_M$ ein Moment m_1, das eine Drehung (ω_1) verursacht, solange bis der Stromraumzeiger in Richtung der d-Achse zeigt (das Moment ist dann Null). Für einen Winkel $\beta > 90°$ (z.B. $\underline{i}_2$) ändert sich der q-Anteil des Raumzeigers nicht, das Moment ist das selbe wie für $\underline{i}_1$, es erfolgt wieder eine Drehung im Uhrzeigersinn (ω_2), solange bis der Stromraumzeiger in d-Richtung zeigt. Für Winkel $\beta < 0$ gelten die selben Überlegungen, das Vorzeichen des Moments ändert sich jedoch und der Raumzeiger wird gegen den Uhrzeigersinn in die d-Achse gedreht.
Anmerkung: Voraussetzung ist, dass das Lastmoment Null ist!

Kann sich die d-Achse auch in die Gegenrichtung des Stromraumzeigers ausrichten?
In obenstehender Abbildung ist einen Raumzeiger $\underline{i}_5$ in Gegenrichtung zu d-Achse angenommen. Dieser Zustand ist nicht stabil, da bei einer kleinsten Auslenkung $\Delta\omega$ ein q-Anteil des Stromraumzeigers und damit ein Moment erzeugt wird, das den Stromraumzeiger in Richtung der d-Achse dreht (vgl. oben).

Hat die Polpaarzahl einen Einfluss auf das Versuchsergebnis?
Die Polpaarzahl hat nur einen Einfluss auf den Versuchsablauf: Die Maschine richtet sich nach irgendeiner der p d-Achsen aus, da aber alle d-Achsen gleichwertig sind, wird das Versuchsergebnis nicht beeinflusst.