Digitaltechnik
Wintersemester 2017/2018
2. Übung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Andreas Engel, Raad Bahmani **KW44**

Die Präsenzübungen werden in Kleingruppen während der wöchentlichen Übungsstunde bearbeitet. Bei Fragen hilft Ihnen Ihr Tutor gerne weiter. Mit der angegebenen Bearbeitungszeit für die einzelnen Aufgaben können Sie Ihren Leistungsstand besser einschätzen.
Die mit **„Zusatzaufgabe“** gekennzeichneten Aufgaben sind zur zusätzlichen Vertiefung für interessierte Studierende gedacht und daher nicht im Zeitumfang von 90 Minuten einkalkuliert.

Übung 2.1 Wertebereich binärer Zahlendarstellungen [15 min]

Der Wertebereich einer Funktion $f : A \to B$ auf der Eingabemenge A wird durch die Menge $f(A) = \{f(a) : a \in A\} \subseteq B$ charkterisiert. Diese Schreibweise wird in den folgenden beiden Teilaufgabe verwendet, um den Wertebereich der verschiedenen binären Zahlendarstellungen zu beschreiben. Die Angabe einer konkreten Binärdarstellung ist für beide Teilaufgaben nicht notwendig.

Übung 2.1.1 Minimal und maximale Werte

Tragen Sie in folgender Tabelle die minimal und maximal darstellbare Dezimalzahl ein.

	Vorzeichenlos: $\mathrm{u}_{2,k}(\mathbb{B}^k)$		Betrag und Vorzeichen: $\mathrm{bv}_{2,k}(\mathbb{B}^k)$		Zweierkomplement: $\mathrm{s}_k(\mathbb{B}^k)$	
k	min	max	min	max	min	max
4						
9						
12						

Übung 2.1.2 Notwendige Bitbreite

Tragen Sie in folgender Tabelle die minimal notwendige Bitbreite k zur binären Darstellung der Dezimalzahlen n ein. Die beide schwarz hinterlegten Felder bleiben frei.

Dezimal n	Vorzeichenlos $\min k \in \mathbb{N} : n \in \mathrm{u}_{2,k}(\mathbb{B}^k)$	Betrag und Vorzeichen $\min k \in \mathbb{N} : n \in \mathrm{bv}_{2,k}(\mathbb{B}^k)$	Zweierkomplement $\min k \in \mathbb{N} : n \in \mathrm{s}_k(\mathbb{B}^k)$
205_{10}			
5_{10}			
1024_{10}			
31_{10}			
-50_{10}			
-128_{10}			

Übung 2.2 Bitbreitenerweiterung [5 min]

Erweitern Sie die angegebenen Bitfolgen von 4 bit auf 8 bit.

$a \in \mathbb{B}^4$	Vorzeichenlos $\hat{a} \in \mathbb{B}^8 : \mathrm{u}_{2,4}(a) = \mathrm{u}_{2,8}(\hat{a})$	Betrag und Vorzeichen $\hat{a} \in \mathbb{B}^8 : \mathrm{bv}_{2,4}(a) = \mathrm{bv}_{2,8}(\hat{a})$	Zweierkomplement $\hat{a} \in \mathbb{B}^8 : \mathrm{s}_4(a) = \mathrm{s}_8(\hat{a})$
0000_2			
0110_2			
1100_2			
1111_2			

Übung 2.3 Konvertierung zwischen Zahlendarstellungen [15 min]

Vervollständigen Sie die folgenden Tabellen. Nutzen Sie für die Konvertierung von der Dezimaldarstellung in die Binärdarstellung jeweils beide in der Vorlesung vorgestellten Konvertierungsverfahren. Geben Sie alle Ziffernfolgen jeweils mit der minimal möglichen Länge an.

Übung 2.3.1 Vorzeichenlose Zahlendarstellungen $\mathrm{u}_{b,k}$

Dezimal	Binär	Hexadezimal
147_{10}		
	$1101\ 0101_2$	
		$3E7_{16}$
2100_{10}		
	$1\ 1111\ 0101_2$	
		$5A_{16}$

Übung 2.3.2 Zweierkomplement Darstellung s_k

In der Vorlesung wurde die hexadezimale Darstellung nur für vorzeichenlose Zahlen behandelt. Die binäre Ziffernfolge einer Zweierkomplementdarstellung kann aber ebenfalls hexadezimal dargestellt werden. Solange die Bitbreite nicht festgelegt ist, muss man dabei aber eine Vorzeichenexpansion auf eine durch Vier teilbare Bitbreite durchführen.

Dezimal	Binär	Hexadezimal
7_{10}		
	$101\ 0011_2$	
		$7F_{16}$
-210_{10}		
	$010\ 0001_2$	
		$C5_{16}$

Übung 2.4 Addition von Zweierkomplement-Zahlen [3 min]

Addieren Sie die folgenden Zweierkomplement-Zahlen. Geben Sie Summe und Summanden auch dezimal an. Tritt ein Überlauf auf?

$$\begin{array}{cccccccccc} & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ + & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc} & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ + & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Übung 2.5 Subtraktion von Zweierkomplement-Zahlen [6 min]

Wandeln Sie die folgenden Dezimalzahlen in 1 Byte breite Zweierkomplement-Zahlen um. Subtrahieren Sie die Binärdarstellungen voneinander, indem Sie den Minuend mit dem negierten Subtrahend addieren. Wandeln Sie das Ergebnis wieder ins Dezimalformat um. Hat die Subtraktion einen Überlauf verursacht?

a) $49_{10} - 74_{10}$

b) $-73_{10} - 60_{10}$

Übung 2.6 Binary-Coded Decimal (BCD) - **Zusatzaufgabe**

BCD ist eine weitere vorzeichenlose binäre Zahlendarstellung. Dabei wird jede Ziffer der Dezimaldarstellung einer Zahl einzeln als vorzeichenlose 4 bit Binärzahl repräsentiert. Um also beispielsweise die Zahl 39_{10} im BCD-Format anzugeben, müssen die beiden Dezimalziffern 3 und 9 jeweils mit 4 bit dargestellt werden: $39_{10} = 0011\ 1001_{\text{bcd}}$.
Vervollständigen Sie die folgende Tabelle

80_{10}	
	$0010\ 0101\ 0110_{\text{bcd}}$
734_{10}	
	$1001\ 0001\ 0000\ 0111_{\text{bcd}}$

Um systematisch Binärzahlen in das BCD-Format zu konvertieren, wird der *Double Dabble Algorithmus* verwendet, der auch *shift-and-add-3-Algorithmus* genannt wird. Eine detaillierte Beschreibung des Algorithmus sowie Beispiele für seine Anwendung finden Sie unter `https://en.wikipedia.org/wiki/Double_dabble`. Machen Sie sich mit dem Algorithmus vertraut und wenden Sie ihn anschließend schrittweise auf die Binärzahl $1011011000_2 = 728_{10}$ an.

Übung 2.7 Logikgatter-Schaltungen [2 min]

Implementieren Sie die folgenden Funktionen mit Logikgattern:

a) $F = ((A\,B) \oplus C) + (A\,\overline{D})$

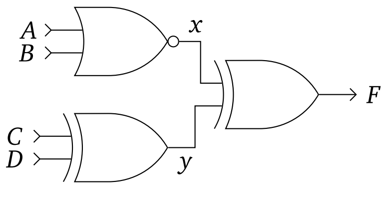
b) $F = (A\,C) + ((A + B) \oplus (C \oplus D))$

Übung 2.8 Logikgatter-Substitution [1 min]

Zeichnen Sie eine Logikgatterschaltung, die ein Signal $A \in \mathbb{B}$ invertiert, und ausschließlich aus NAND-Gattern besteht.

Übung 2.9 Wahrheitstabellen [2 min]

Stellen Sie die Wahrheitstabelle für die folgende Schaltungen auf. Geben Sie dabei auch die Zwischenwerte x und y an.



A	B	C	D	x	y	F

Übung 2.10 Multiplexer - **Zusatzaufgabe**

Ein Multiplexer MUX : $\mathbb{B}^3 \to \mathbb{B}$ wird verwendet, um über ein Steuersignal S einen der beiden Eingänge I_0 oder I_1 auszuwählen:

$$\text{MUX}(I_0, I_1, S) = I_S = S\ ?\ I_1 : I_0$$

Erstellen Sie eine Wahrheitstabelle für einen solchen Multiplexer und realisieren Sie diese Funktion ausschließlich mit AND, OR und NOT-Gattern.