

## Otázky k ústní zkoušce

1. Pojednejte o vlastnostech číselných posloupností (ohraničenost, monotonnost, ...). Př.:

$$\left\{\frac{1}{n}\right\}, \quad \{(-1)^{n-1}\}, \quad \left\{(-1)^n \frac{n}{n+1}\right\}, \quad \left\{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right\}$$

2. Pojednejte o derivacích vyšších řádů a způsobu jejich výpočtu. Př. Vypočtěte 12. derivaci funkcí:

$$y = \sin x, \quad y = x^{11}, \quad y = x^{13}$$

3. Pojednejte o limitě číselné posloupnosti (definice, konvergence, divergence, limes inferior, limes superior, ...). Př.:

$$\left\{\sqrt[n]{0,6}\right\}, \quad \left\{\frac{n^2-1}{n^2+1}\right\}, \quad \left\{-\frac{n}{100}\right\}, \quad \left\{(-1)^n \frac{n+1}{n}\right\}, \quad \left\{\frac{\sqrt{n^2+1}}{n\sqrt{n}}\right\}, \quad \left\{\frac{(-1)^n}{2n+1}\right\}$$

4. Pojednejte o funkcích a jejich základních vlastnostech (ohraničenost, monotonnost, prostota, složená funkce, inverzní funkce). Př.:

$$y = x^3, \quad y = \frac{6}{x}, \quad y = x - [x] \quad (\text{kde } [x] \text{ je funkce „celá část“})$$

5. Pojednejte o vztahu derivace a vlastností funkcí (monotonnost, konvexnost, konkávnost). Př.  $y = 6 - x^3$ .

6. Pojednejte o tom, jak se definuje pojem limita funkce.

7. Pojednejte o lokálních extrémech. Př.  $y = x^2 \cdot e^{-x}$  (lokální).

8. Elementární funkce: přehled, důležité vlastnosti (definiční obory, grafy, periodičnost, ...).

9. Pojednejte o vyšetřování průběhu funkce. Př.  $y = \frac{x}{x^2+1}$ .

10. Pojednejte o vlastnostech limit funkcí. Př.:

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{2x + \sin 3x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x} - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \ln \cos x^2$$

11. Pojednejte o primitivních funkcích a integračních metodách: substituce, per partes. Př.:

$$\int x \sin x \, dx, \quad \int \frac{\sin \ln x}{x} \, dx.$$

12. Pojednejte o spojitosti a nespojitosti funkcí.

Př. v bodě  $x_0 = 0$  funkce:

$$y = \frac{\sin x}{x}, \quad y = \operatorname{sgn} x, \quad y = \frac{|x|}{x}, \quad y = x \cdot |x|$$

13. Pojednejte o Riemannově určitém integrálu a jeho základních vlastnostech.  
Př.:

$$y = 3 - 2x, \quad y = \chi(x) \text{ (Dirichletova funkce) na } \langle 0, 1 \rangle$$

14. Pojednejte o funkcích spojitých na intervalu. Př. Na kterých intervalech jsou spojitě funkce:

$$y = \frac{6}{x}, \quad y = \frac{1}{\sin x}$$

15. Pojednejte o derivaci funkce. Př.:

$$y = \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}, \quad y = x \cdot |x|, \quad y = |x|$$

16. Pojednejte o užití určitého integrálu v geometrii. Uvádějte příklady.