

MÈTODES NUMÈRICS I
Grau de Matemàtiques. Curs 2015-2016

PRÀCTICA 9

Exercici 1 [Interpolació polinomial de funcions usant el mètode de les diferències dividides de Newton]

- Per a avaluar un polinomi i la seva derivada $p(z)$ i $p'(z)$ cal fer una adaptació del mètode de Horner. Concretament, si

$$p(z) = c_0 + c_1(z - y_0) + c_2(z - y_0)(z - y_1) + \cdots c_m(z - y_0)(z - y_1) \cdots (z - y_{m-1})$$

(on hi pot haver nodes y_i repetits), llavors es defineixen

$$p_0 = c_m, \quad p'_0 = 0,$$

i es calculen recurrentment

$$p_j = c_j + (z - y_j)p_{j+1} \quad p'_j = p'_{j+1} + (z - y_j)p'_{j+1} \quad \forall j = m-1, m-2, \dots, 1, 0.$$

Es pot demostrar que $p(z) = p_0$ i $p'(z) = p'_0$.

Evidentment, no cal usar dos vectors per als valors p_j i p'_j , sinó que dues variables simples són suficients, si els càlculs es fan en l'ordre adequat. Feu una funció de capçalera

```
void hornerd( int m, double z, double *x, double *f, double p[2])
```

on calcularem $p(z)$ i $p'(z)$, on x representa el vector de nodes, f les diferències dividides i m el grau del polinomi.

- Feu un programa principal llegeixi el grau del polinomi interpolador n i l'interval d'interpolació. El programa cridarà a una funció que calcularà els nodes d'interpolació i a una altra que calcularà els valors d'una funció en aquests nodes. Després de calcular el polinomi interpolador $p(x)$, el programa ha d'avaluar el polinomi, la seva derivada primera, la funció i la seva derivada primera en punts equiespaiats i escriure els resultats en un fitxer, per a poder dibuixar les quatre funcions usant **gnuplot**. Per a les avaluacions, useu la funció **hornerd**.

Com exemples de nodes podeu usar: a) Nodes equiespaiats, nodes de Txeixev en l'interval $[a, b]$:

$$x_{n,k} = \frac{b-a}{2} \left[\cos \left(\frac{(2k+1)\pi}{2(n+1)} \right) + 1 \right] + a, \quad k = 0, \dots, n.$$

c) nodes generats aleatoriament.

Com exemples podeu usar $f(x) = 1/(1 + 25x^2)$ en l'interval $[-1, 1]$, $f(x) = \cos x$ en els intervals $[0, k\pi]$, $k \in \mathbb{N}$.