

MÈTODES NUMÈRICS I

Grau de Matemàtiques. Curs 2015-2016

PRÀCTICA 3

Exercici 1 [Inestabilitat numèrica en successions] Considerem la recurrència $x_n = 2(x_{n-1} + x_{n-2})$. La solució general és $z_n = \alpha(1 + \sqrt{3})^n + \beta(1 - \sqrt{3})^n$. Si considerem la solució que té valors inicials $x_1 = 1$ i $x_2 = 1 - \sqrt{3}$, tenim que $\alpha = 0$ i $\beta = (1 - \sqrt{3})^{-1}$. Calculeu x_n , $n \leq 100$ de tres maneres diferents:

- a) A partir de la relació recurrent.
- b) $x_n = \beta(1 - \sqrt{3})^n$.
- c) $x_n = \alpha(1 + \sqrt{3})^n + \beta(1 - \sqrt{3})^n$, on α és l'epsilon de la màquina.

També heu de calcular i escriure els errors absoluts i relatius (considerant que l'expressió directa és el valor exacte i que els calculats mitjançant la recurrència són aproximats). O sigui, heu d'escriure, per a cada valor de i entre 0 i n , una fila de valors de la forma:

i xi directe xi float rec error abs error rel xi double rec error abs error rel

Exercici 2 [Cancel·lació] Feu un programa per a calcular el sinus hiperbòlic de tres maneres diferents:

$$\sinh(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2} = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$$

En les dues primeres maneres, cal usar directament les funcions matemàtiques $\sinh(\)$ i $\exp(\)$.

En la tercera manera, cal anar acumulant termes de la sèrie mentre tinguin valor absolut superior a una determinada precisió (per exemple, $1.e - 15$). A més, calculeu cada terme a partir de l'anterior, estalviant així operacions.

Apliqueu-ho al càlcul de $\sinh(x)$ per a $x = 10^i$, $i = 2, 1, 0, -1, -2, -3, \dots$. Calculeu també l'error relatiu en els resultats, suposant que el valor exacte és el que dona la funció $\sinh(\)$. Observeu la cancel·lació de termes que es produeix en el segon mètode.