



# 1 Введение

## 1.1 Цель работы

Исследование точностных свойств систем управления.

## 1.2 Исходные данные

Таблица 1 – Исходные данные

$W(s)$	Параметры сигнала задания		
$\frac{3}{2,5s+1}$	2	$2t$	$0,5t^2$

## 2 Исследование системы с астатизмом нулевого порядка

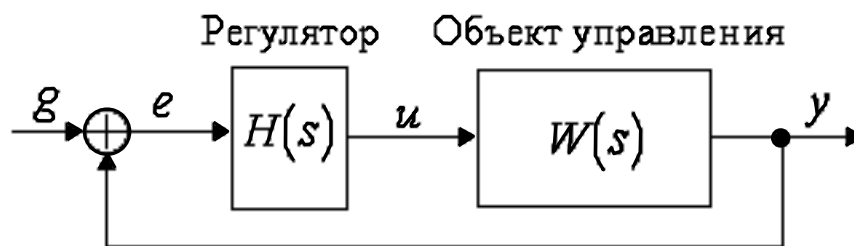


Рисунок 1 – Структурная схема моделируемой системы

Задана замкнутая система, представленная на рисунке 1, с регулятором  $H(s) = k$  и передаточной функцией разомкнутого контура  $W(s) = \frac{3}{2,5s + 1}$ , схема моделирования которой представлена на рисунке 2.

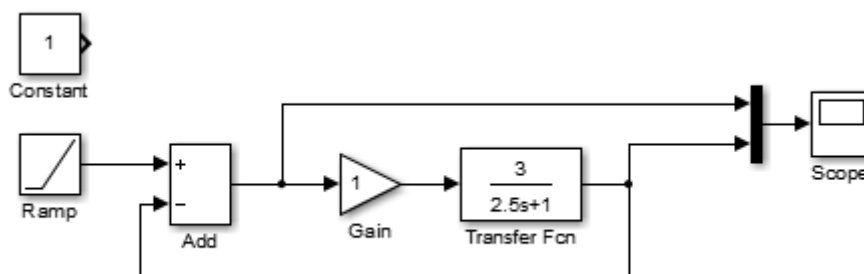


Рисунок 2 – Схема моделирования системы с астатизмом нулевого порядка

### 2.1 Исследование стационарного режима работы: $g(t) = 2$ .

Рассчитаем предельное значение установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + H(s)W(s)} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{3k}{2,5s+1}} \cdot \frac{2}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{5s + 2}{2,5s + 3k + 1} = \frac{2}{1 + 3k}$$

При  $k = 1$  :  $\varepsilon = 0,5$

При  $k = 5$  :  $\varepsilon = 0,125$

При  $k = 10$  :  $\varepsilon = \frac{2}{31} \approx 0,065$

По полученным графикам, представленным на рисунке 3, видно, что полученные при моделировании значения ошибки равны рассчитанным аналитически.

### 2.2 Исследование режима движения с постоянной скоростью: $g(t) = 2t$

Так как система статична, то ошибка при линейном входном воздействии должна стремиться к  $\infty$ , что и показано экспериментально на рисунке 4.

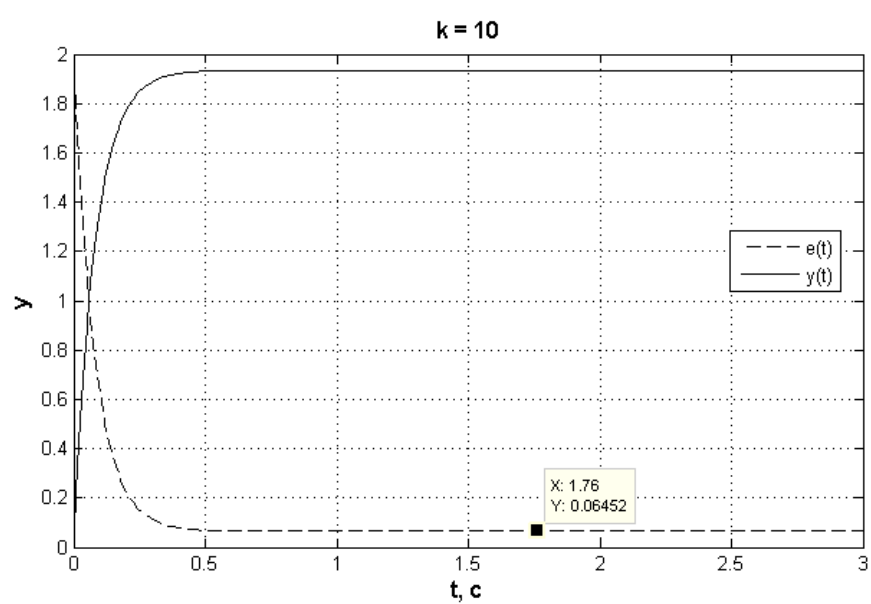
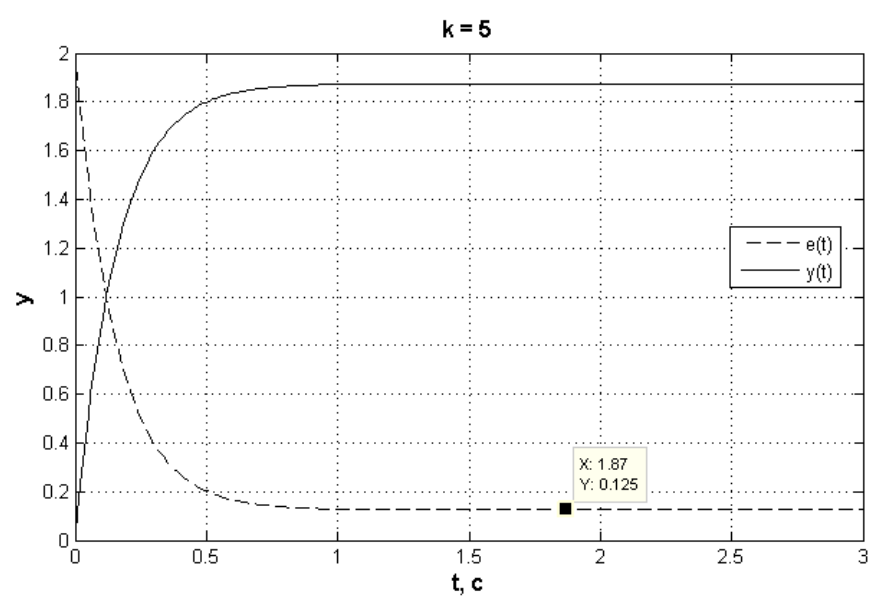
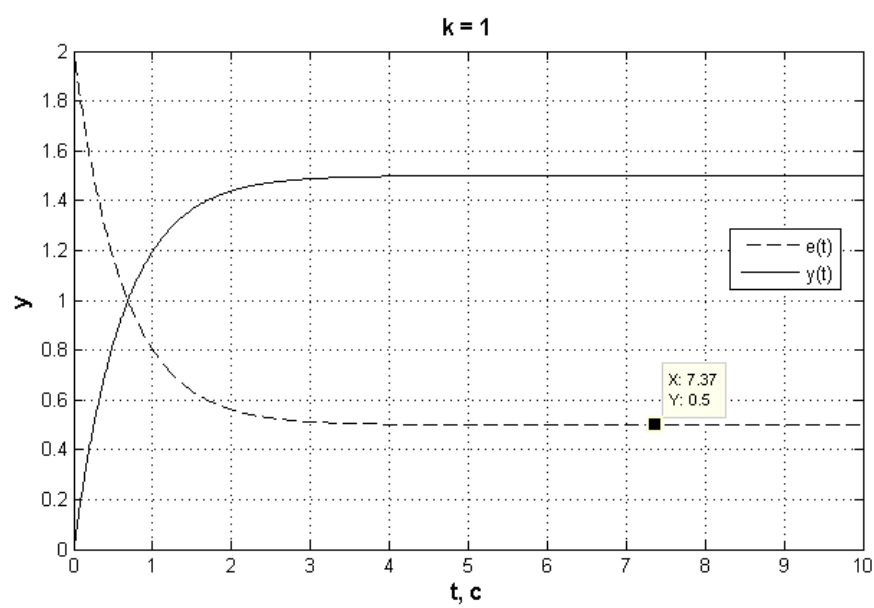
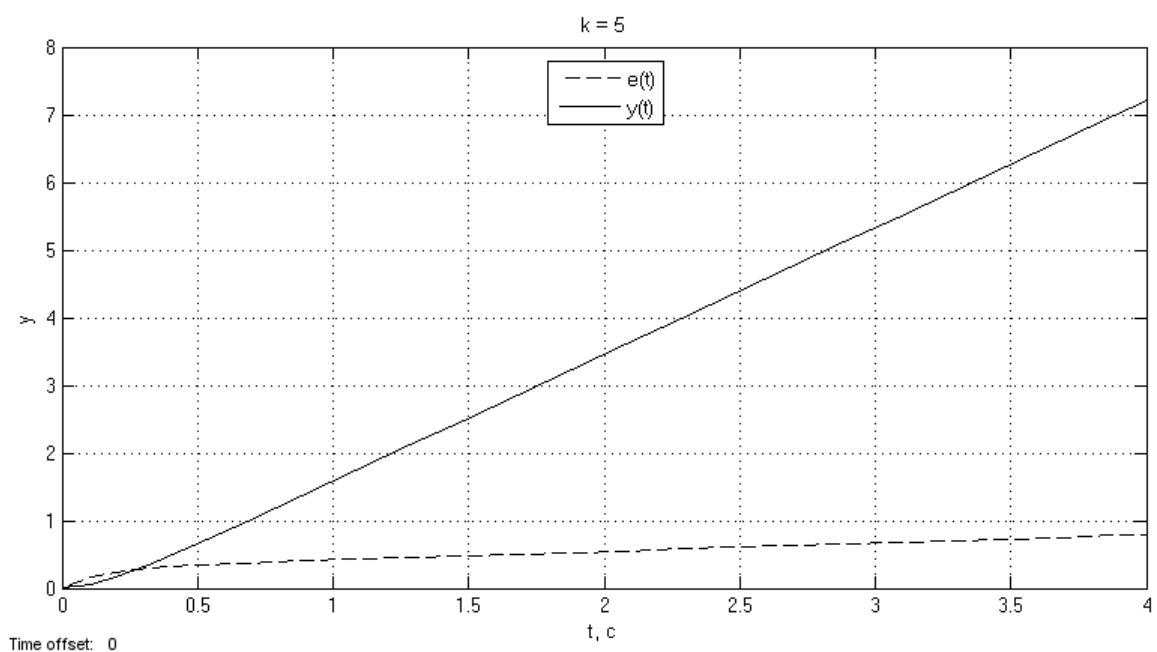
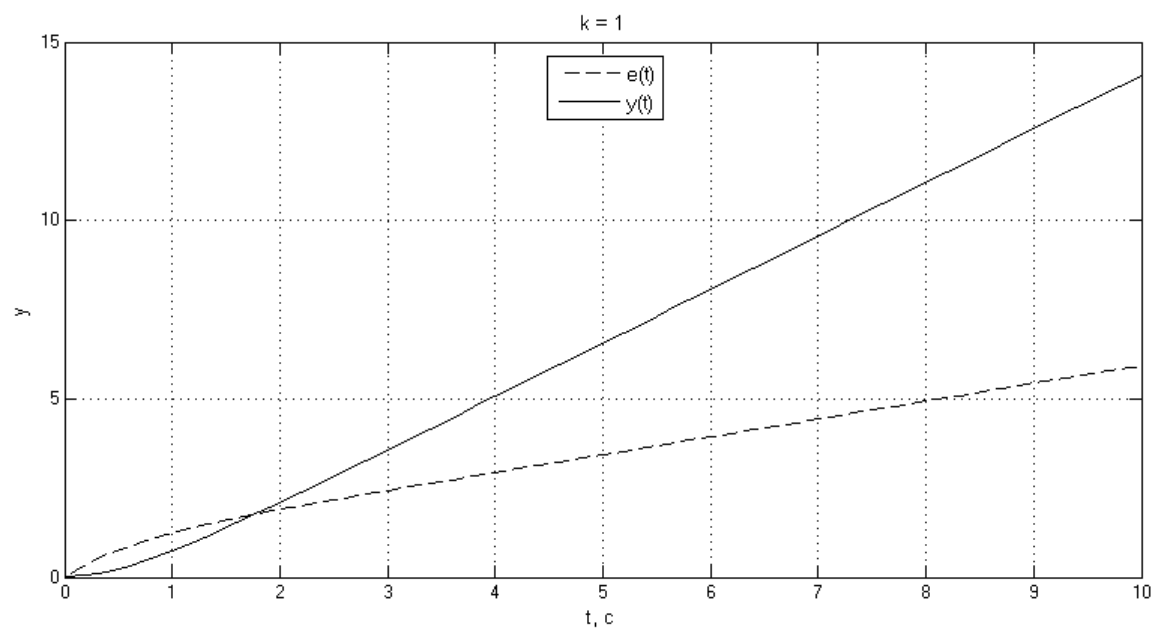


Рисунок 3 – Переходные процессы при  $g(t) = 2$



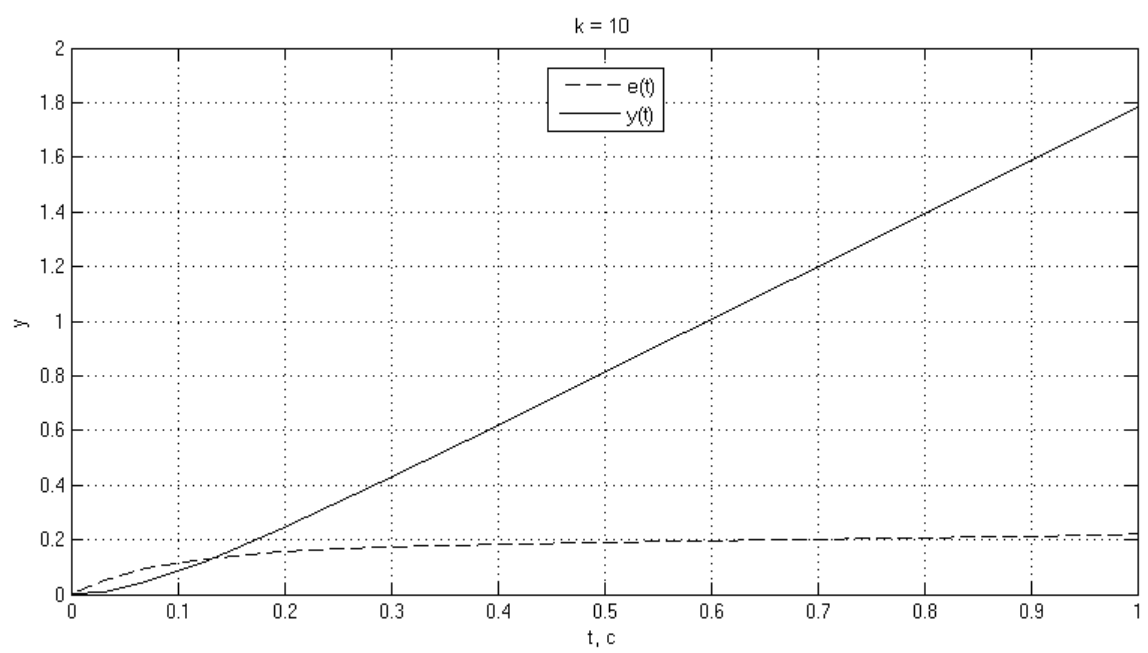


Рисунок 4 – Переходные процессы при  $g(t) = 2t$

### 3 Исследование системы с астатизмом первого порядка

Структурная схема моделируемой системы представлена на рисунке 1, где  $H(s) = \frac{k}{s}$ ,  $W(s) = \frac{3}{2,5s + 1}$ .

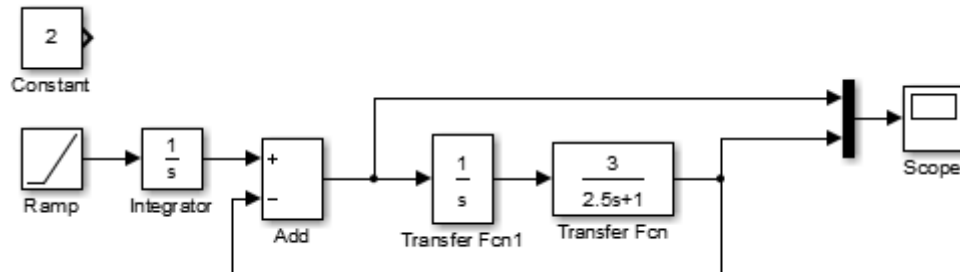


Рисунок 5 – Схема моделирования системы с астатизмом первого порядка

#### 3.1 Исследование стационарного режима работы: $g(t) = 2$

Аналитически рассчитанное значение установившейся ошибки равно

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + H(s)W(s)} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2}{1 + \frac{W(s)}{s}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2s(2,5s + 1)}{s(2,5s + 1) + 3} = \frac{0}{3} = 0,$$

что и показано экспериментально на рисунке 6.

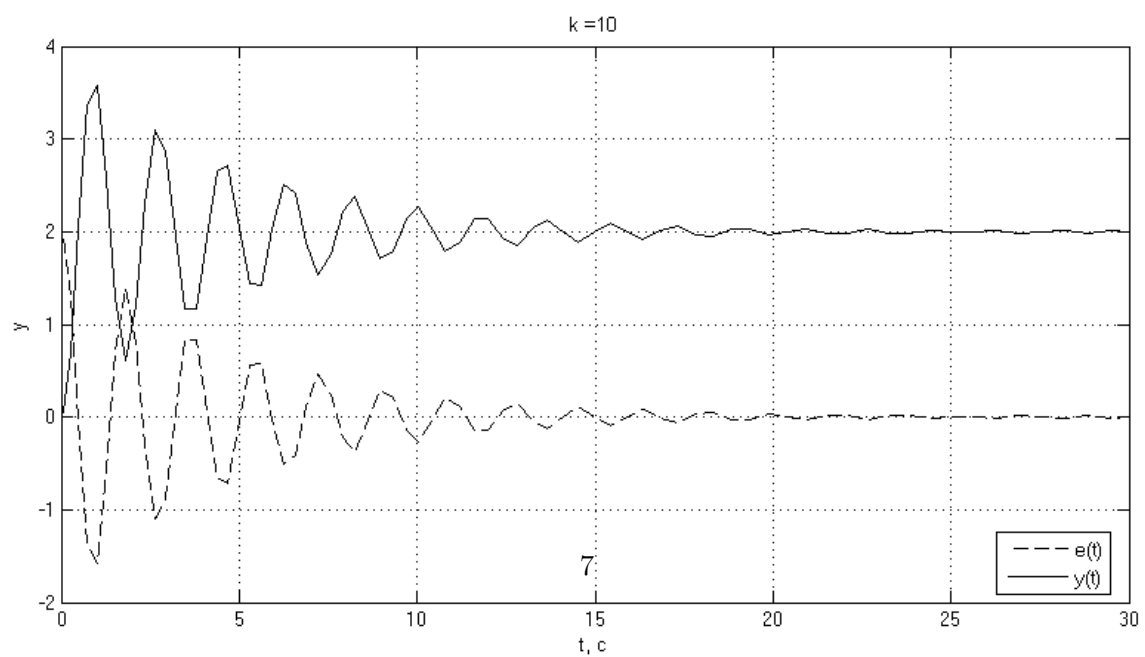
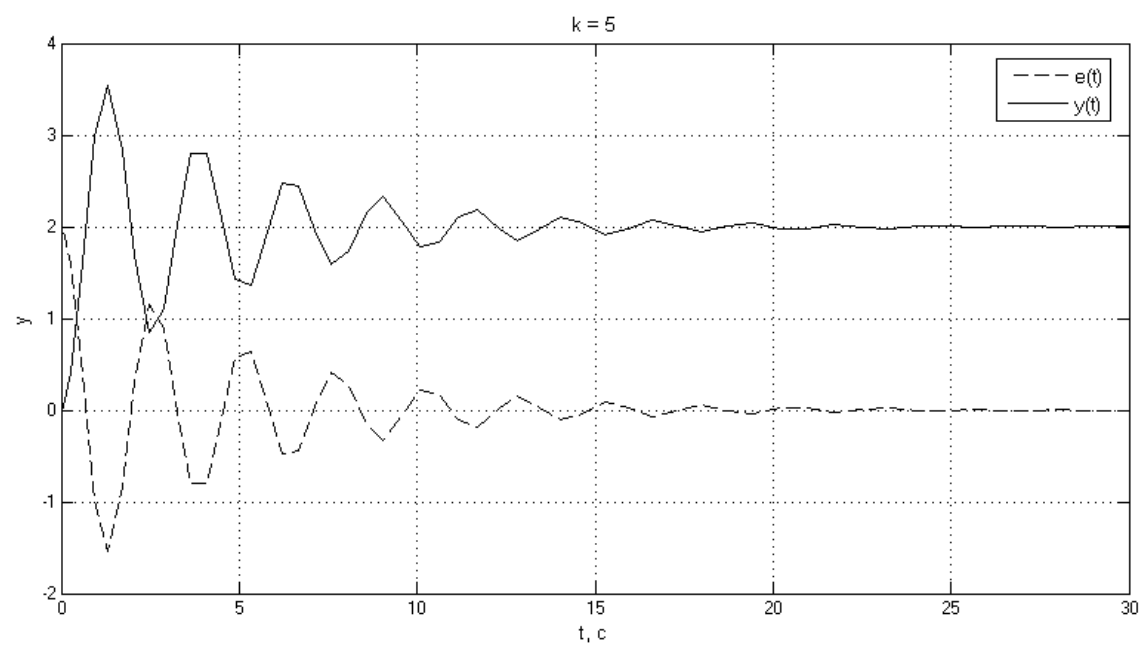
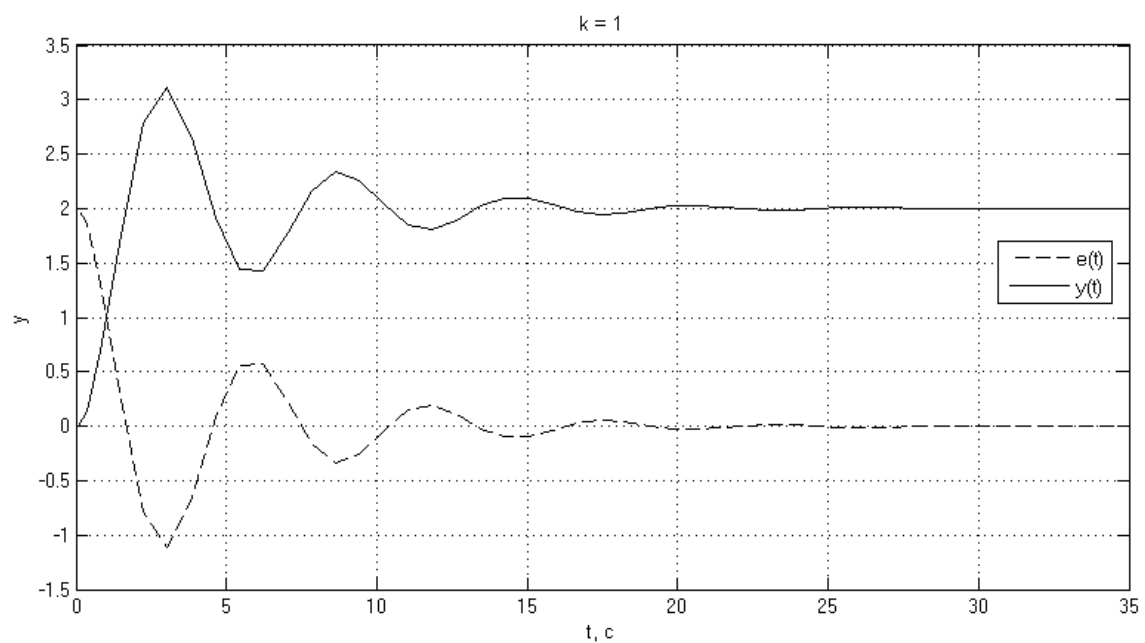


Рисунок 6 – Переходные процессы при  $g(t) = 2$



### 3.2 Исследование режима движения с постоянной скоростью: $g(t) = 2t$

Рассчитаем предельное значение ошибки для системы при  $g(t) = 2t$ :

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + H(s)W(s)} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + \frac{3k}{s(2,5s+1)}} \cdot \frac{2}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2(2,5s+1)}{2,5s^2 + s + 3k} = \frac{2}{3k}$$

$$\text{При } k = 1 : \varepsilon = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

$$\text{При } k = 5 : \varepsilon = \frac{2}{15} \approx 0,13$$

$$\text{При } k = 10 : \varepsilon = \frac{1}{15} \approx 0,067$$

По полученным графикам, представленным на рисунке 7, видно, что полученное при симуляции значения ошибки равны рассчитанным аналитически.

### 3.3 Исследование режима движения с постоянным ускорением: $g(t) = 0,5t^2$

При движении с постоянным ускорением ошибка для системы с астатизмом первого порядка должна стремиться к  $\infty$ , что и показано на рисунке 8, на котором представлены результаты работы математической модели соответствующей системы.

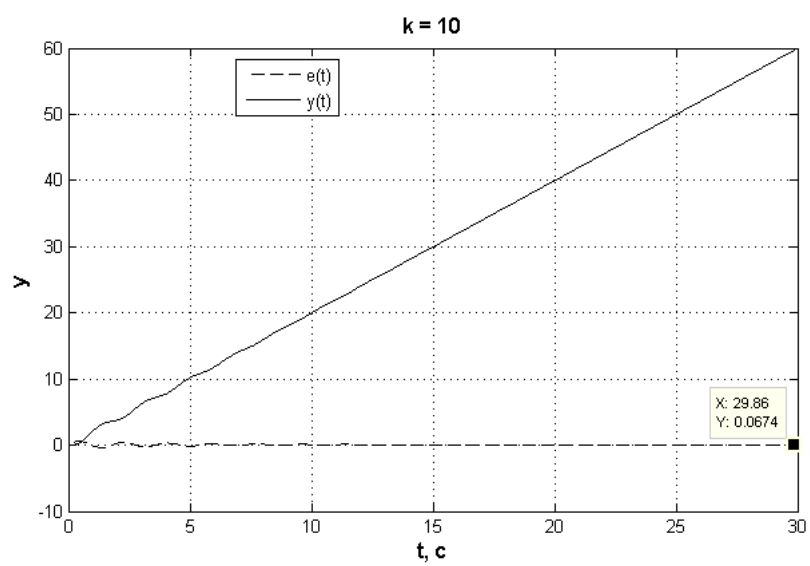
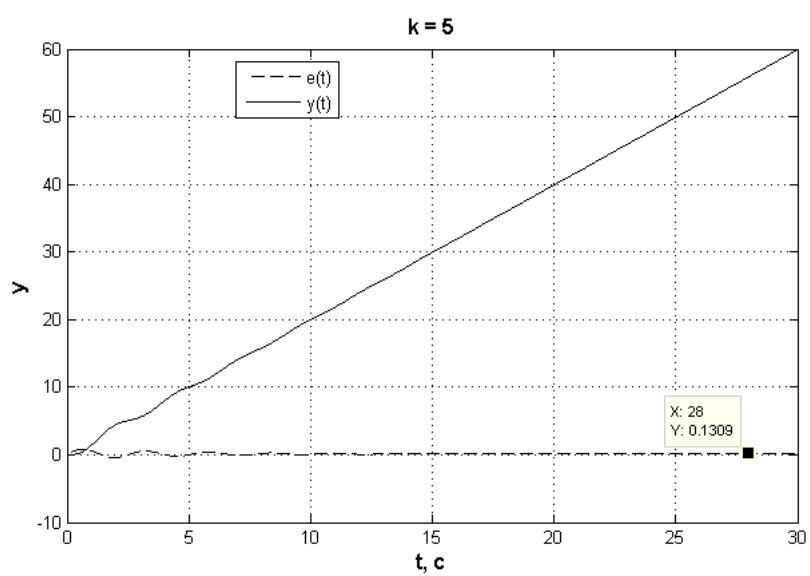
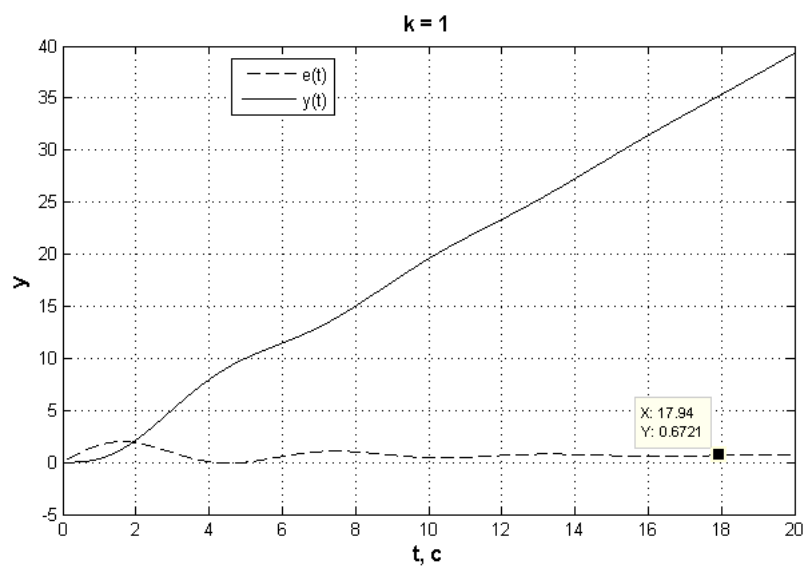


Рисунок 7 – Переходные процессы при  $g(t) = 2t$

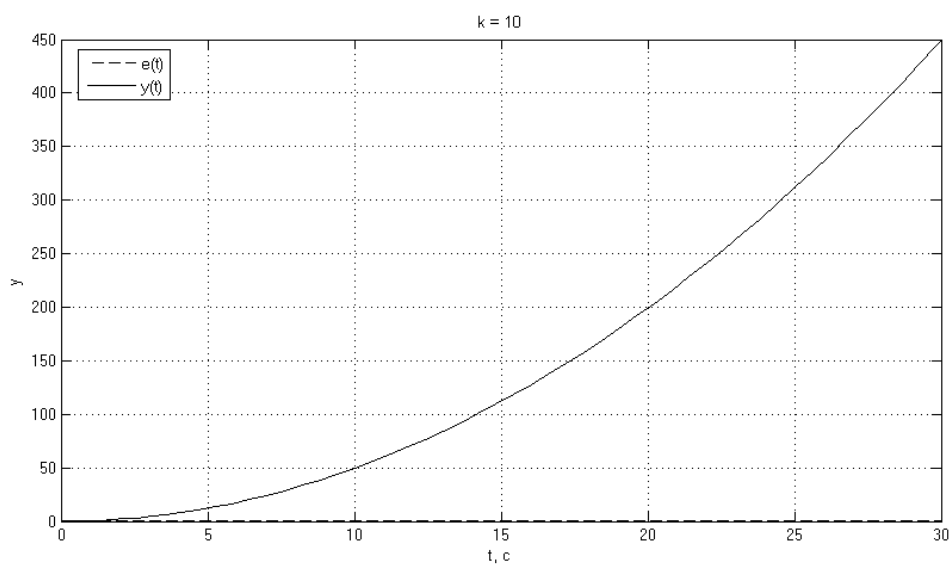
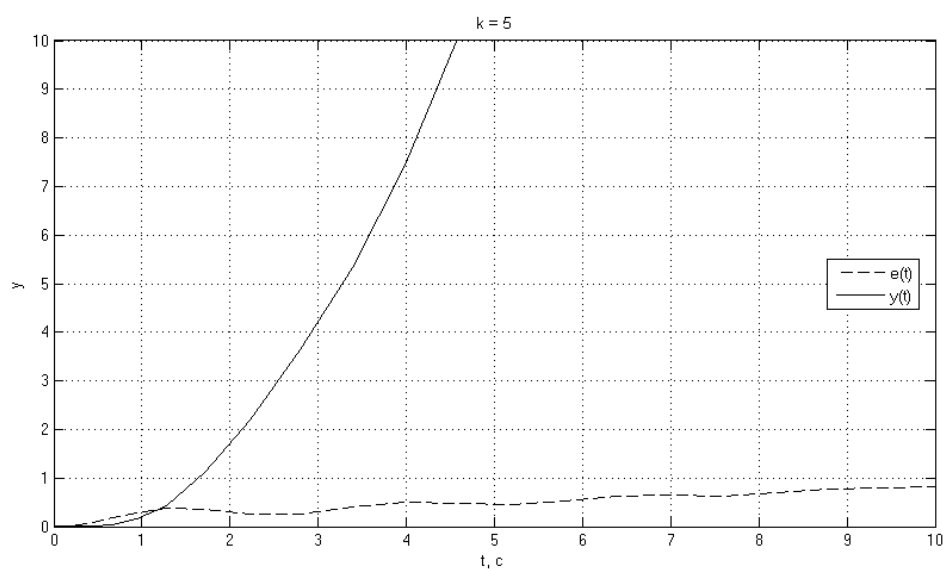
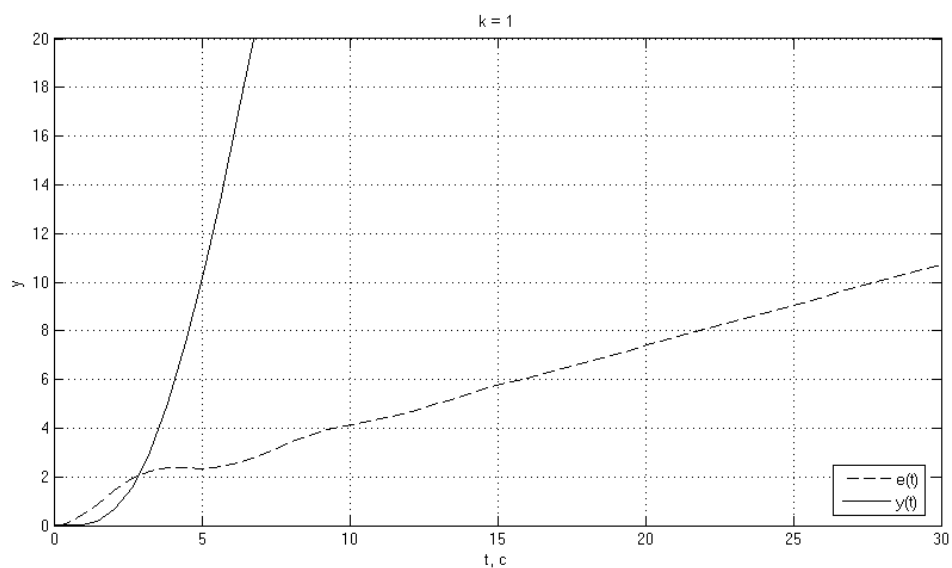


Рисунок 8 – Переходные процессы при  $g(t) = 0,5t^2$

## 4 Исследование влияний внешних возмущений

Схема моделирования возмущённой системы представлена на рисунке 9, где  $W(s) = \frac{3}{2,5s+1}$ ,  $f_1 = 0,5$ ,  $f_2 = 0,5$ .

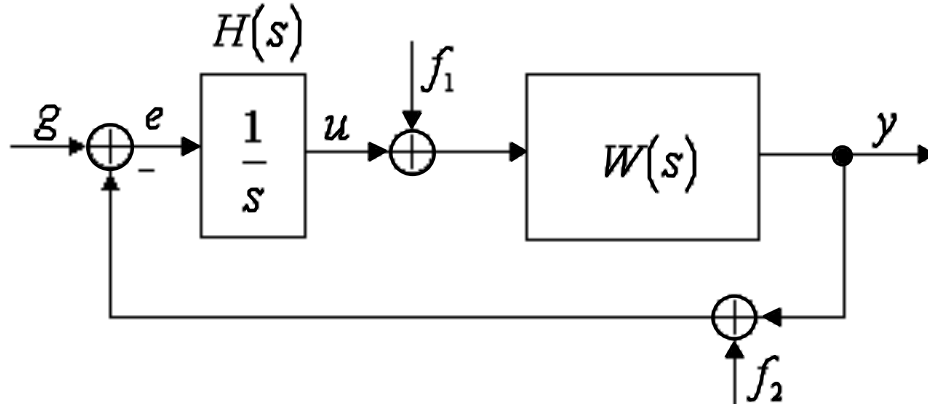


Рисунок 9 – Структурная схема возмущённой системы

Схема моделирования соответствующей возмущённой системы представлена на рисунке 10.

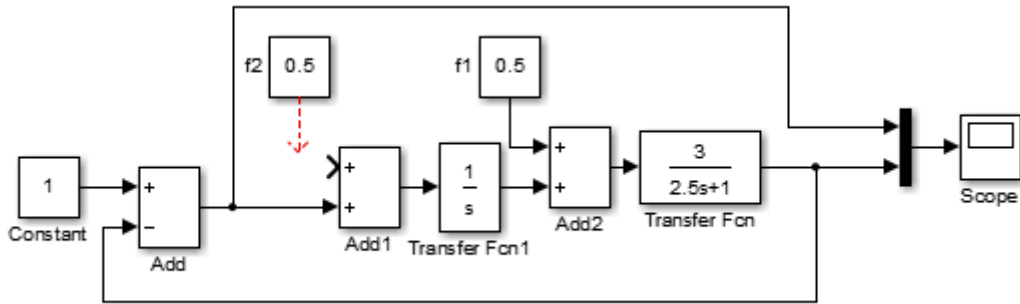


Рисунок 10 – Схема моделирования возмущённой системы

Функция ошибки равна

$$e = \frac{g - f_1 W(s) - f_2 W(s) \frac{1}{s}}{1 + W(s) \frac{1}{s}} = \frac{g - f_1 \frac{3}{2,5s+1} - f_2 \frac{3}{(2,5s+1)s}}{1 + \frac{3}{(2,5s+1)s}} = \frac{g(2,5s^2 + s) - 3sf_1 - 3f_2}{2,5s^2 + s + 3},$$

тогда предельное значение ошибки при  $g(t) = 1$

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2,5s^2 + s - 3sf_1 - 3f_2}{2,5s^2 + s + 3} = \frac{-3f_2}{3} = -f_2.$$

Получается, что при постоянных возмущениях  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$  ошибка будет равняться  $-f_2$ .

### 4.1 Полагаем $f_2(t) = 0$ и $g(t) = 1(t)$

Исходя из аналитически рассчитанного выражения для ошибки, предельное значение ошибки при заданных параметрах должно равняться 0. Что и продемонстрировано на графике, представленном на рисунке 11.

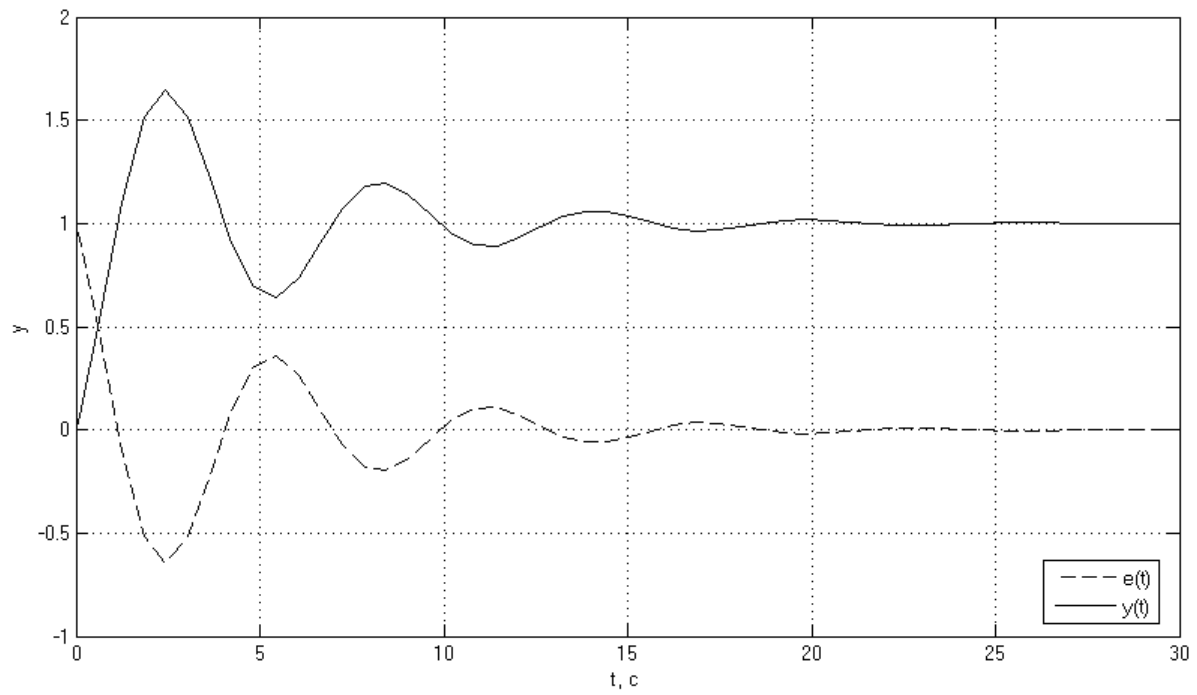


Рисунок 11 – График переходного процесса с возмущением  $f_1$

#### 4.2 Полагаем $f_1 = 0$ и $g(t) = 1(t)$

По рассчитанному ранее значению выражению для ошибки, установившееся значение ошибки должно быть равно  $-f_2$ , что и показывают результаты математического моделирования, представленные на рисунке 12.

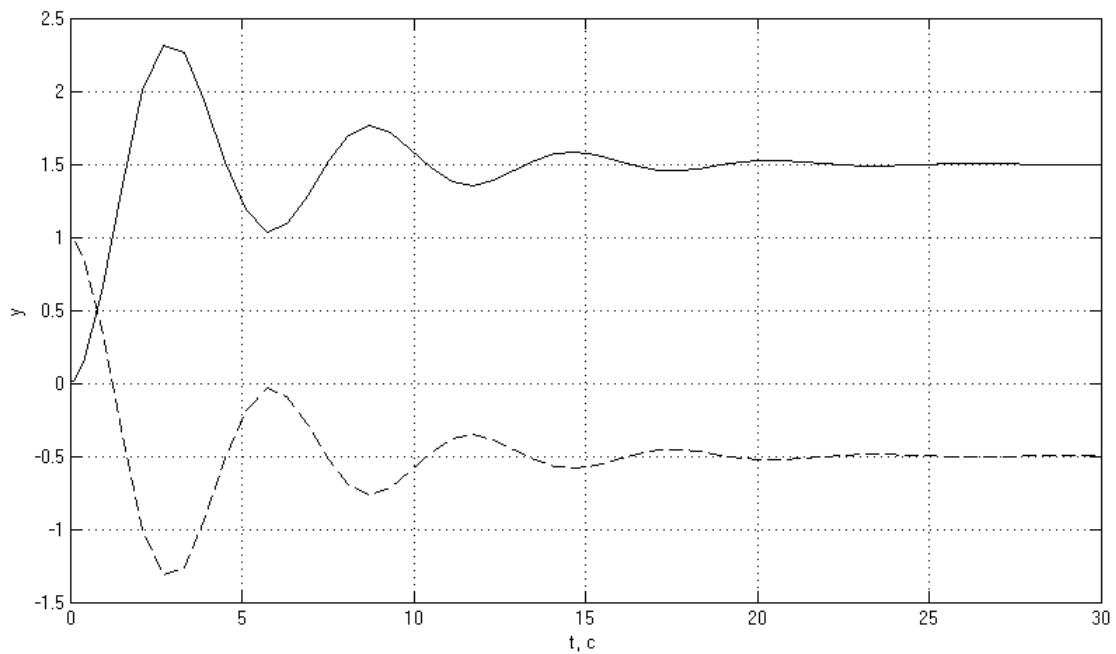


Рисунок 12 – График переходного процесса с возмущением  $f_2$

## 5 Исследование установившейся ошибки при произвольном входном воздействии

Структурная схема представлена на рисунке 1, где  $H(s) = 1$ ,  $W(s) = \frac{3}{2,5s+1}$ , а задающее воздействие  $g(t) = 0,2t^2 + \sin 0,5t$ .

### 5.1 Результаты моделирования

В результате моделирования заданной системы был получен график, представленный на рисунке 14. Из него видно, что предельное значение ошибки стремится к  $\infty$ . Схема моделирования системы представлена на рисунке 13.

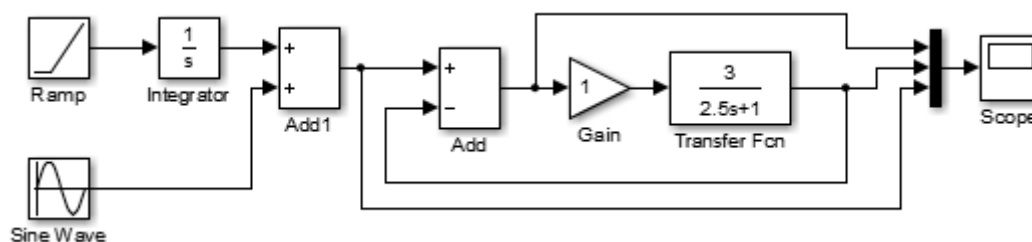


Рисунок 13 – Схема моделирования системы с производным входным воздействием

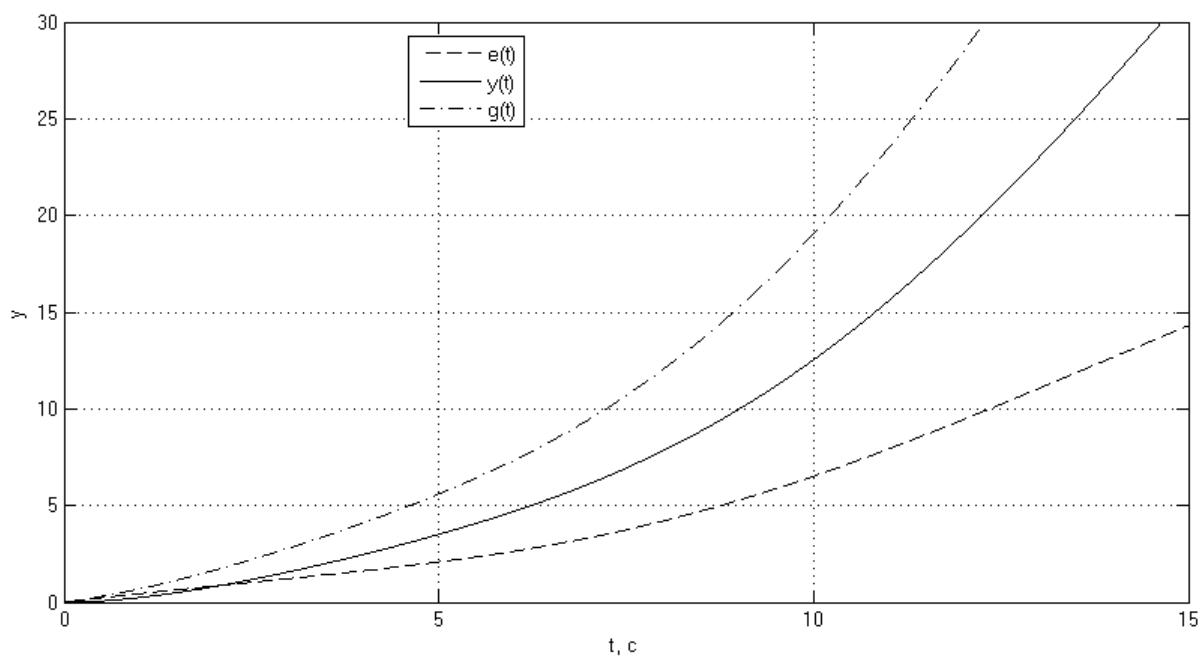


Рисунок 14 – Результат работы системы при входном воздействии  $g(t) = 0,2t^2 + \sin 0,5t$

## 5.2 Получение приближенного выражения для ошибки

Разложим передаточную функцию замкнутой системы  $\Phi_e(s) = \frac{1}{1+W(s)}$  в ряд Тейлора, сохранив только первые 3 члена.

$$\Phi_e(s) = \frac{2,5s+1}{2,5s+4} \approx \frac{1}{4} + 0,47s - 0,29s^2,$$

тогда получаем выражение установившейся ошибки при произвольном входном воздействии

$$e_y(t) = 0,25g(t) + 0,47\frac{d}{dt}g(t) - 0,29\frac{d^2}{dt^2}g(t).$$

Найдём производные  $g(t)$ :

$$\begin{aligned} g(t) &= 0,2t^2 + \sin 0,5t; \\ \frac{d}{dt}g(t) &= 0,4t + 0,5 \cos 0,5t; \\ \frac{d^2}{dt^2}g(t) &= 0,4 - 0,25 \sin 0,5t, \end{aligned}$$

тогда выражение ошибки  $e_y(t)$  принимает вид

$$\begin{aligned} e_y(t) &= 0,05t^2 + 0,25 \sin 0,5t + 0,188t + 0,235 \cos 0,5t - 0,116 + 0,0725 \sin 0,5t = \\ &= 0,05t^2 + 0,188t - 0,116 + 0,3225 \sin 0,5t + 0,235 \cos 0,5t \end{aligned}$$

Из полученного выражения видно, что, с течением времени, ошибка стремится к  $\infty$ . Чтобы определить, совпадает ли рассчитанная ошибка с моделированной, построим их на одном графике, который представлен на рисунке 15.

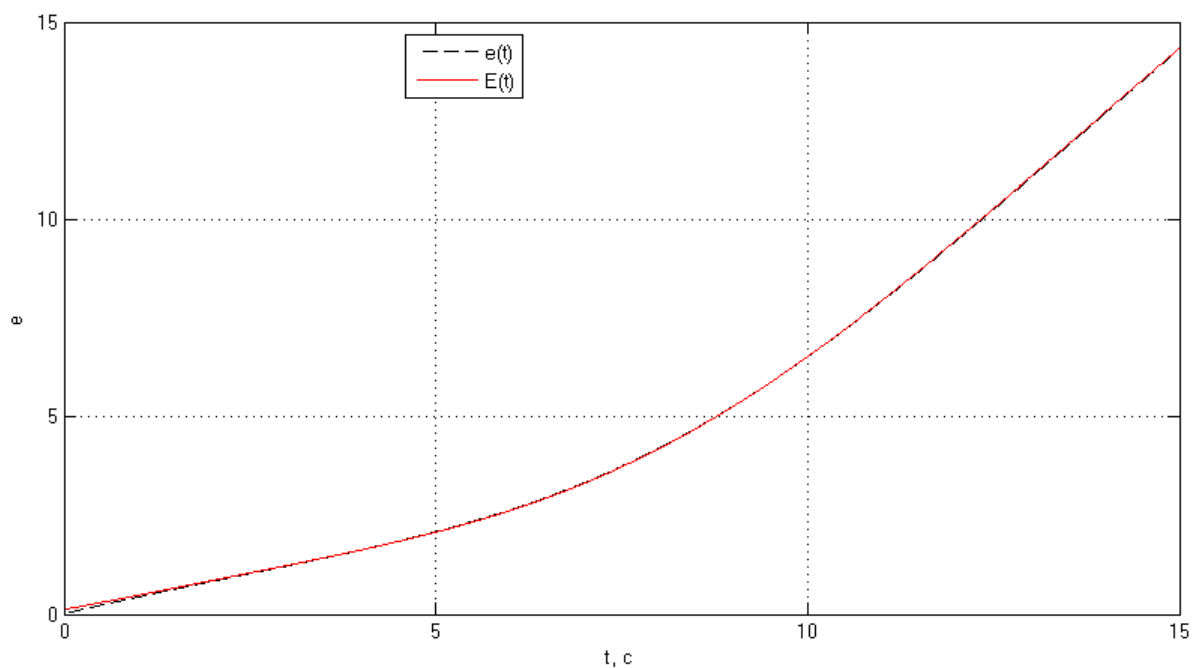


Рисунок 15 – Значения ошибок при произвольном входящем воздействии, где  $e(t)$  – получена при моделировании,  $E(t)$  – рассчитана аналитически

## 6 Вывод

В данной работе были исследованы способы повышения точности исследуемой системы. Было показано, что на значение установившейся ошибки можно повлиять, изменяя степень астатизма системы и/или коэффициент усиления разомкнутой системы.

Кроме того было показано, что порядок астатизма системы по входящему воздействию может не соответствовать порядку астатизма по возмущению.

Так же было получено и рассчитано аналитически значение ошибки системы при произвольном входном воздействии.