

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №7
“Анализ точности систем управления”
Вариант - 2

Выполнил Алякин С.П. (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

"__" _____ 20 17 г. Санкт-Петербург, 20 17 г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты "__" _____ 20 17 г.

Цель работы

Исследование точностных свойств систем управления.

Исходные данные

Таблица 1 – Исходные данные

$W(s)$	Параметры сигнала задания		
$\frac{3}{2,5s+1}$	2	$2t$	$0,5t^2$

1 Исследование системы с астатизмом нулевого порядка

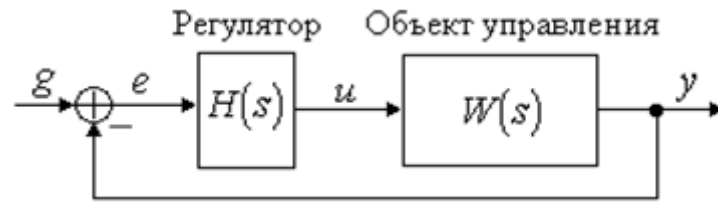


Рисунок 1 – Структурная схема моделируемой системы

Задана замкнутая система, представленная на рисунке 1, с регулятором $H(s) = k$ и передаточной функцией разомкнутого контура $W(s) = \frac{3}{2,5s + 1}$, схема моделирования которой представлена на рисунке 2.

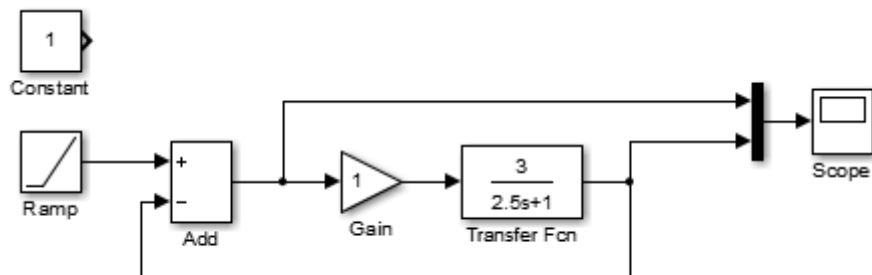


Рисунок 2 – Схема моделирования системы с астатизмом нулевого порядка

1.1 Исследование стационарного режима работы: $g(t) = 2$.

Рассчитаем предельное значение установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + H(s)W(s)} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{3k}{2,5s+1}} \cdot \frac{2}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{5s + 2}{2,5s + 3k + 1} = \frac{2}{1 + 3k} \quad (1)$$

При $k = 1 : \varepsilon = 0,5$

При $k = 5 : \varepsilon = 0,125$

При $k = 10 : \varepsilon = \frac{2}{31} \approx 0,065$

По полученным графикам, представленным на рисунке 3, видно, что полученные при моделировании значения ошибки равны рассчитанным аналитически.

1.2 Исследование режима движения с постоянной скоростью: $g(t) = 2t$

Так как система статична, то ошибка при линейном входном воздействии должна стремиться к ∞ , что и показано экспериментально на рисунке 4.

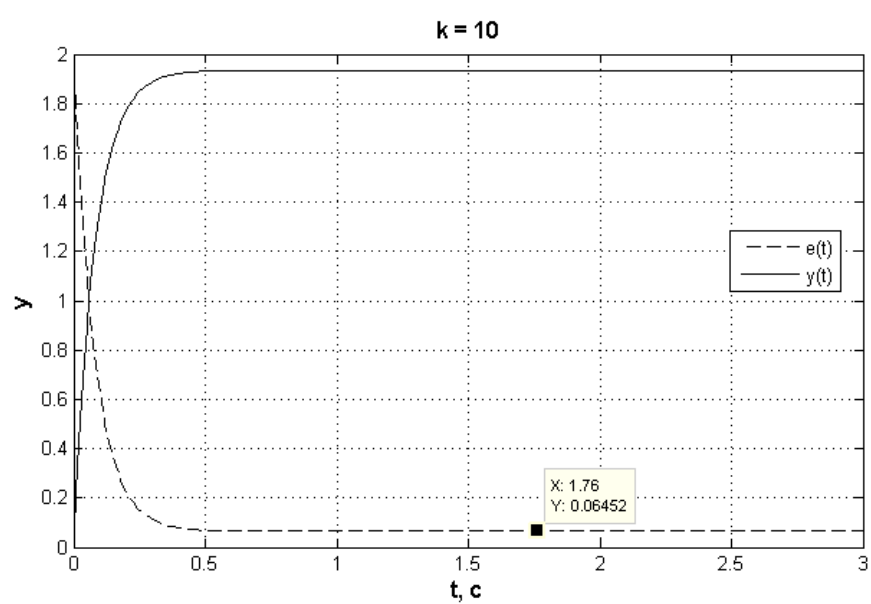
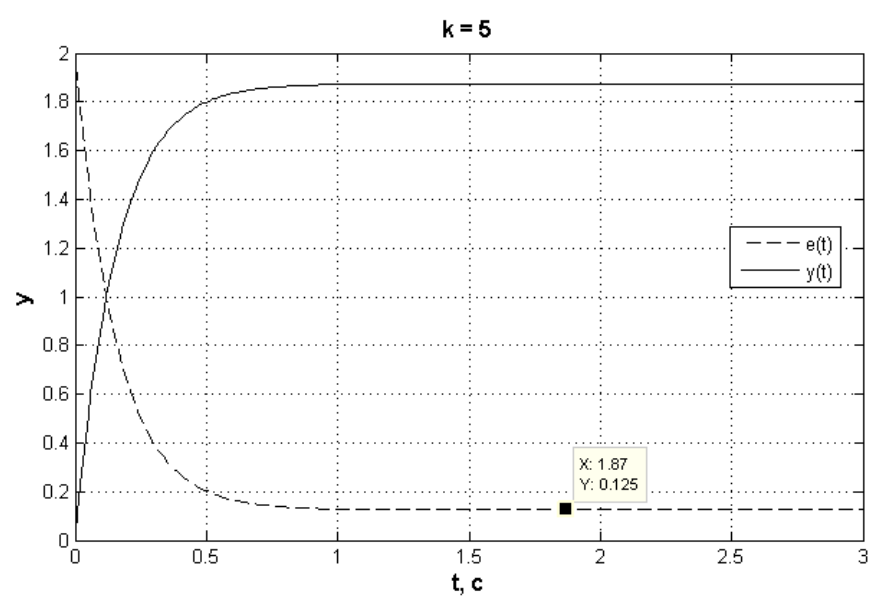
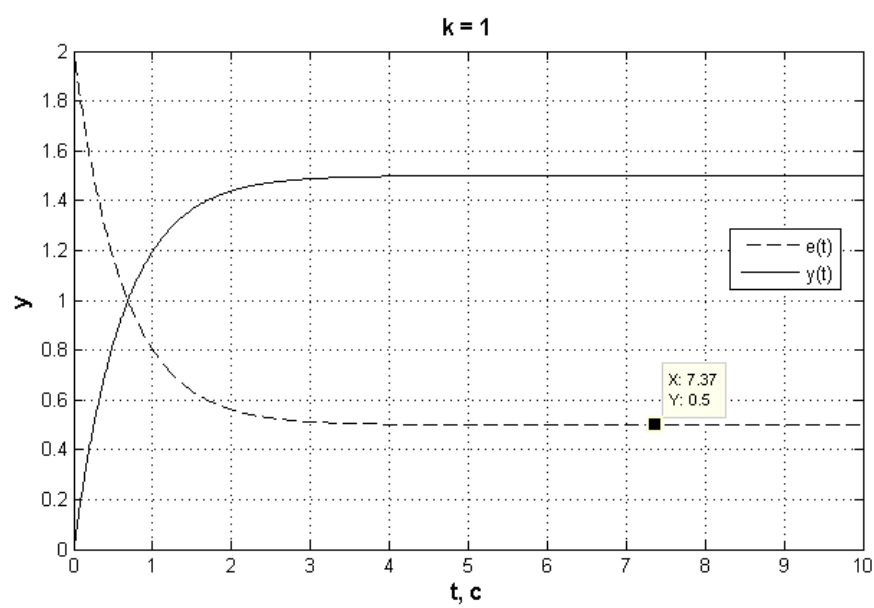


Рисунок 3 – Переходные процессы при $g(t) = 2$

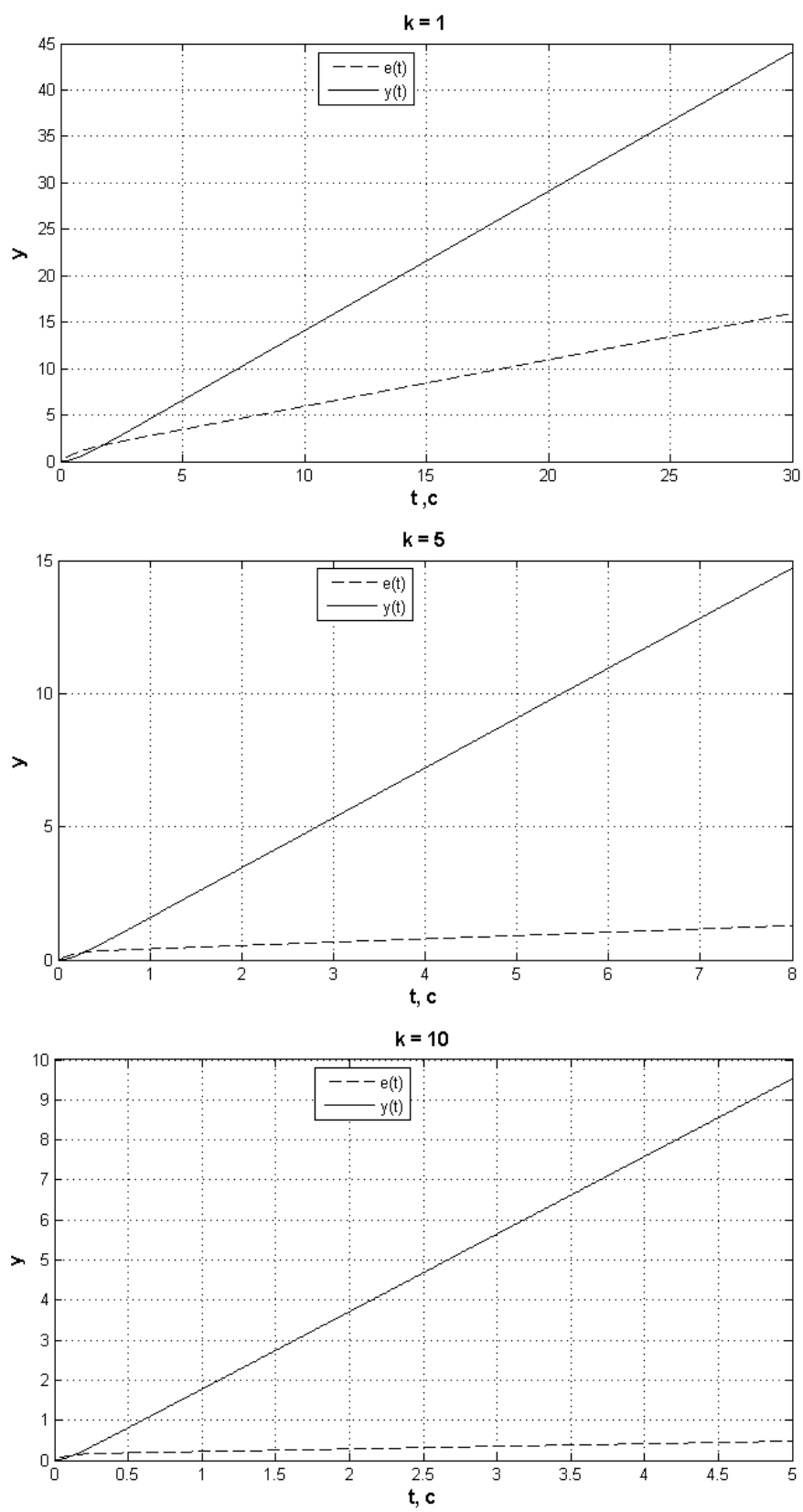


Рисунок 4 – Переходные процессы при $g(t) = 2t$

2 Исследование системы с астатизмом первого порядка

Структурная схема моделируемой системы представлена на рисунке 1, где $H(s) = \frac{k}{s}$, $W(s) = \frac{3}{2,5s+1}$.

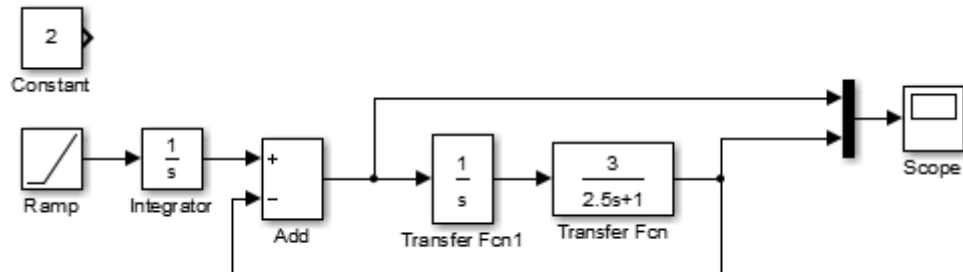


Рисунок 5 – Схема моделирования системы с астатизмом первого порядка

2.1 Исследование стационарного режима работы: $g(t) = 2$

Аналитически рассчитанное значение установившейся ошибки равно

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + H(s)W(s)} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2}{1 + \frac{W(s)}{s}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2s(2,5s+1)}{s(2,5s+1)+3} = \frac{0}{3} = 0, \quad (2)$$

что и показано экспериментально на рисунке 6.

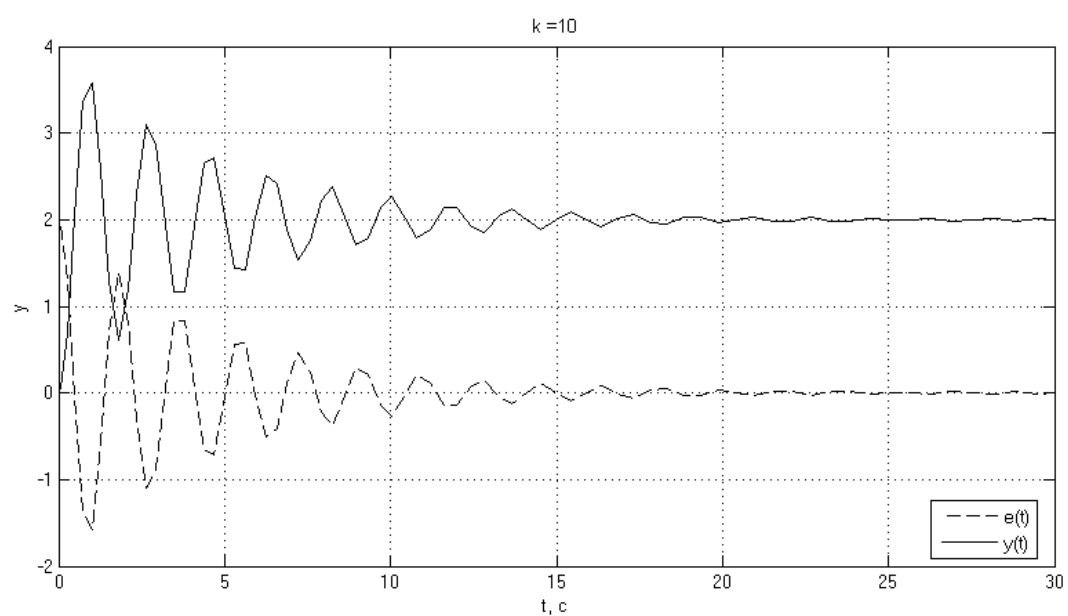
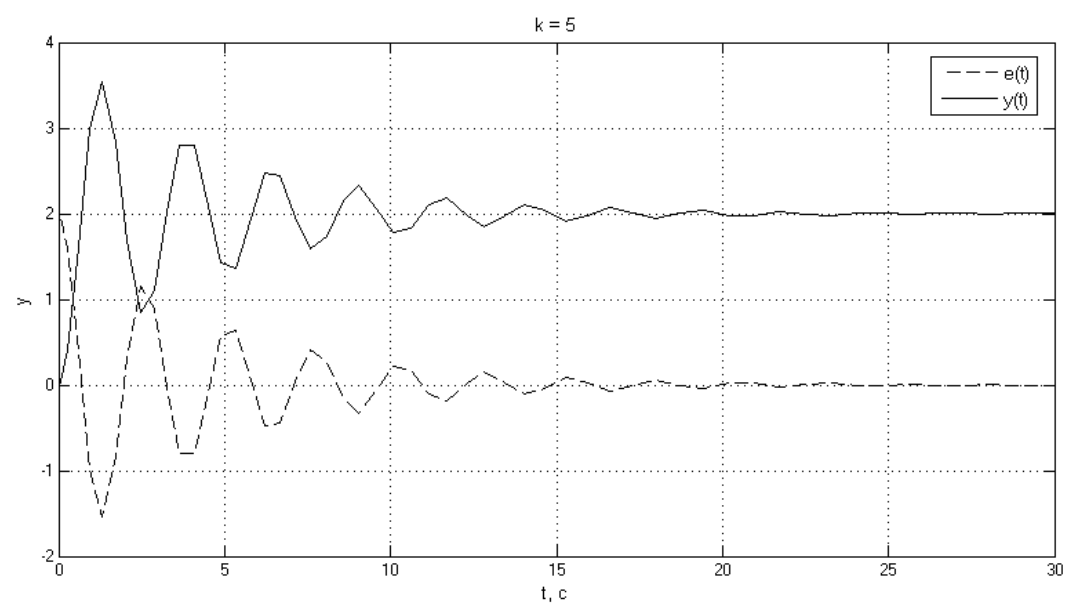
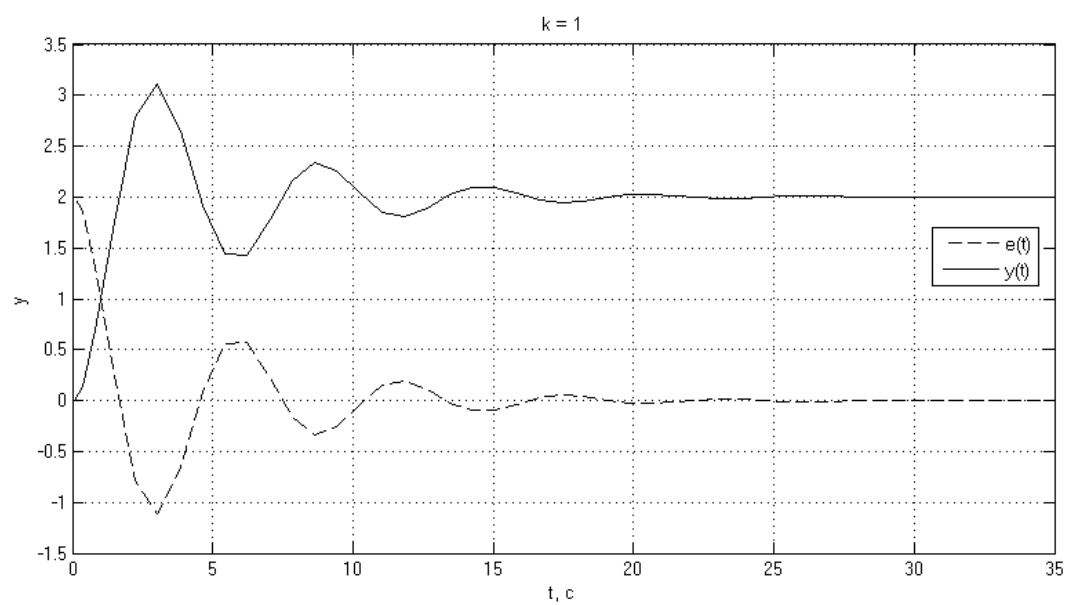


Рисунок 6 – Переходные процессы при $g(t) = 2$

2.2 Исследование режима движения с постоянной скоростью: $g(t) = 2t$

Рассчитаем предельное значение ошибки для системы при $g(t) = 2t$:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + H(s)W(s)} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + \frac{3k}{s(2,5s+1)}} \cdot \frac{2}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2(2,5s+1)}{2,5s^2 + s + 3k} = \frac{2}{3k} \quad (3)$$

$$\text{При } k = 1 : \varepsilon = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

$$\text{При } k = 5 : \varepsilon = \frac{2}{15} \approx 0,13$$

$$\text{При } k = 10 : \varepsilon = \frac{1}{15} \approx 0,067$$

По полученным графикам, представленным на рисунке 7, видно, что полученное при симуляции значения ошибки равны рассчитанным аналитически.

2.3 Исследование режима движения с постоянным ускорением: $g(t) = 0,5t^2$

При движении с постоянным ускорением ошибка для системы с астатизмом первого порядка должна стремиться к ∞ , что и показано на рисунке 8, на котором представлены результаты работы математической модели соответствующей системы.

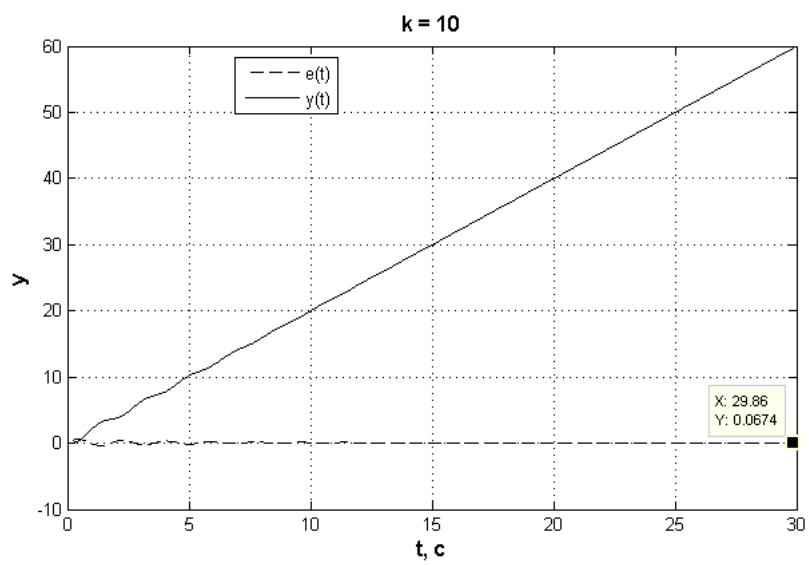
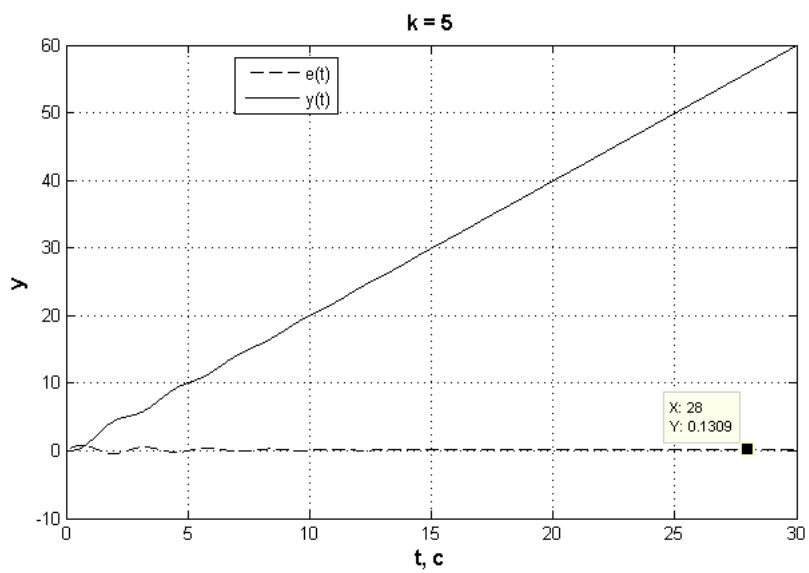
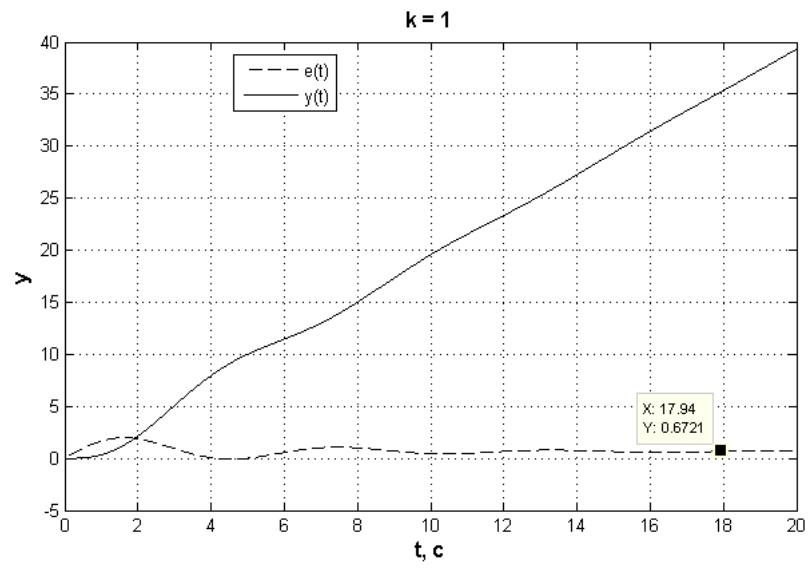


Рисунок 7 – Переходные процессы при $g(t) = 2t$

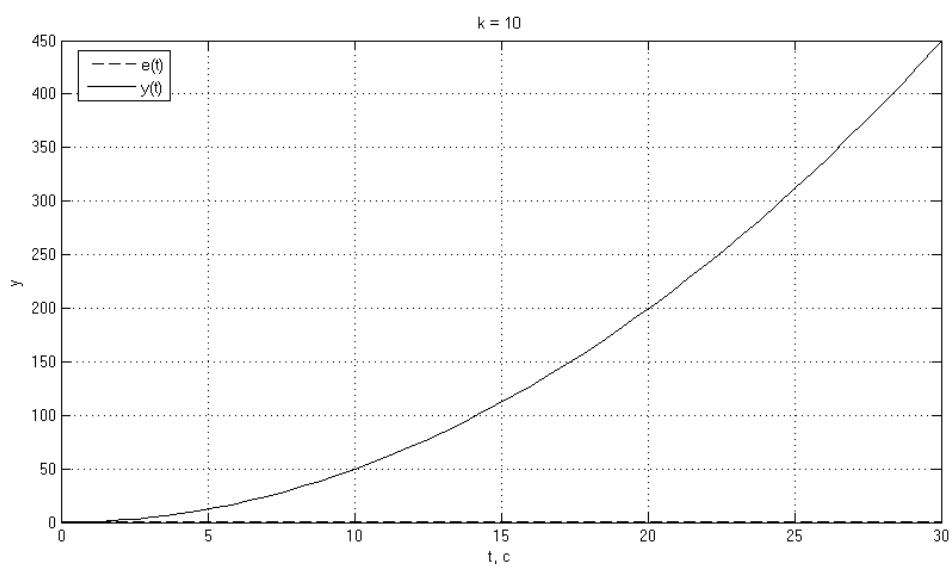
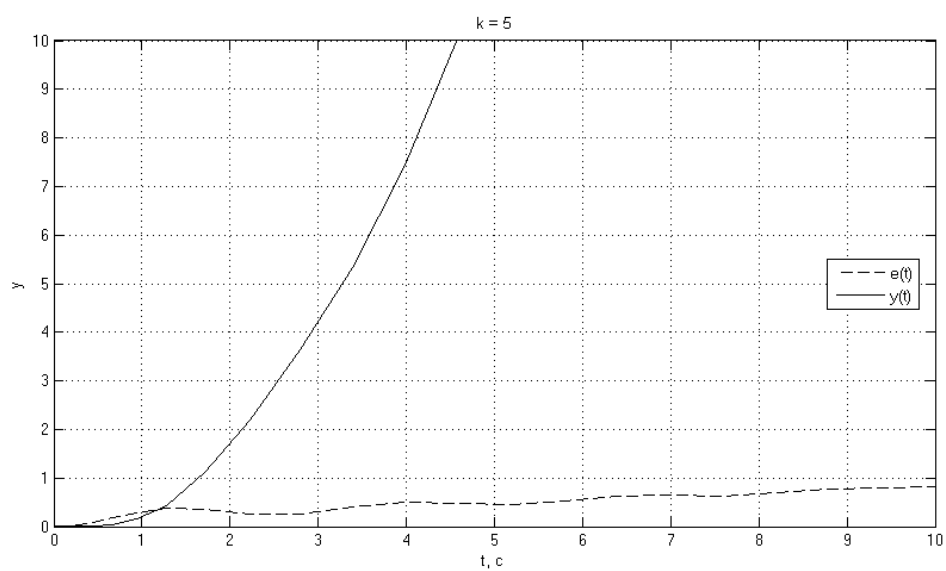
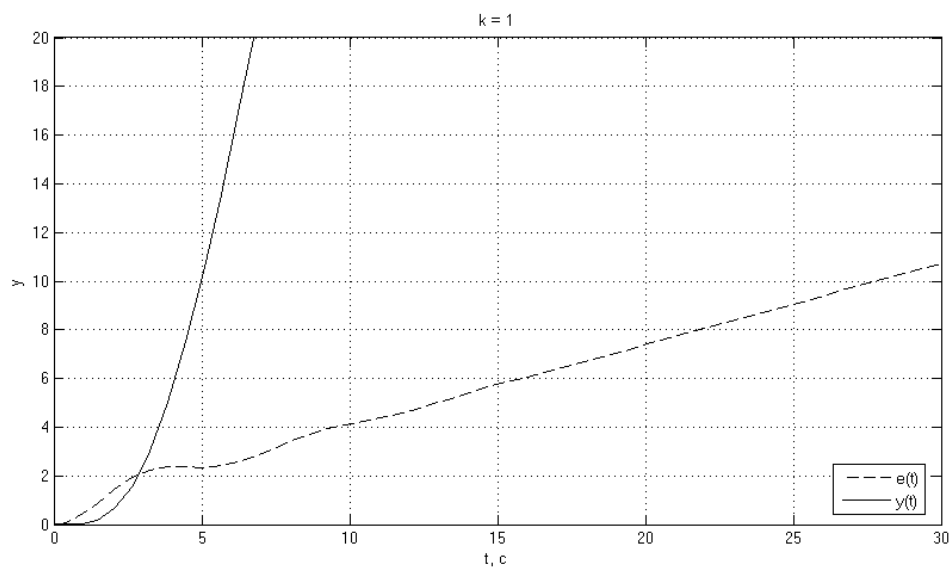


Рисунок 8 – Переходные процессы при $g(t) = 0,5t^2$

3 Исследование влияний внешних возмущений

Схема моделирования возмущённой системы представлена на рисунке 9, где $W(s) = \frac{3}{2,5s+1}$, $f_1 = 0,5$, $f_2 = 0,5$.

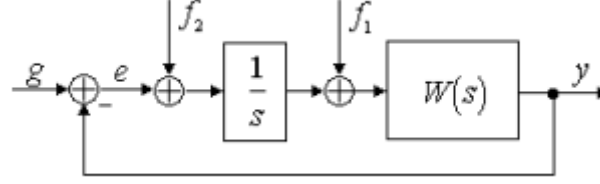


Рисунок 9 – Структурная схема возмущённой системы

Схема моделирования соответствующей возмущённой системы представлена на рисунке 10.

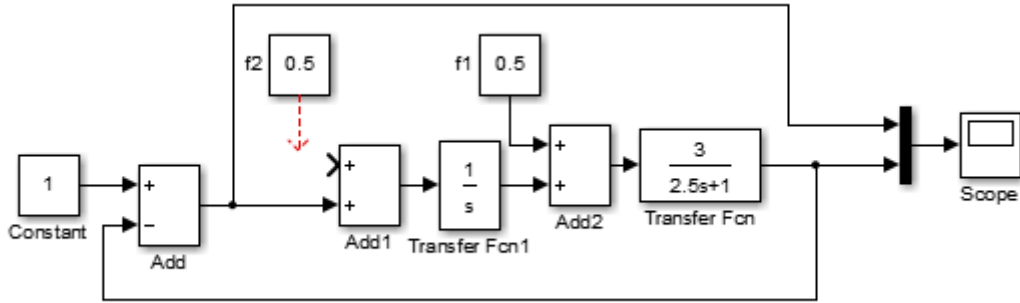


Рисунок 10 – Схема моделирования возмущённой системы

Функция ошибки равна

$$e = \frac{g - f_1 W(s) - f_2 W(s) \frac{1}{s}}{1 + W(s) \frac{1}{s}} = \frac{g - f_1 \frac{3}{2,5s+1} - f_2 \frac{3}{(2,5s+1)s}}{1 + \frac{3}{(2,5s+1)s}} = \frac{g(2,5s^2 + s) - 3sf_1 - 3f_2}{2,5s^2 + s + 3}, \quad (4)$$

тогда предельное значение ошибки при $g(t) = 1$

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2,5s^2 + s - 3sf_1 - 3f_2}{2,5s^2 + s + 3} = \frac{-3f_2}{3} = -f_2. \quad (5)$$

Получается, что при постоянных возмущениях $f_1(t)$ и $f_2(t)$ ошибка будет равняться $-f_2$.

3.1 Полагаем $f_2(t) = 0$ и $g(t) = 1(t)$

Исходя из аналитически рассчитанного выражения для ошибки, предельное значение ошибки при заданных параметрах должно равняться 0. Что и продемонстрировано на графике, представленном на рисунке 11.

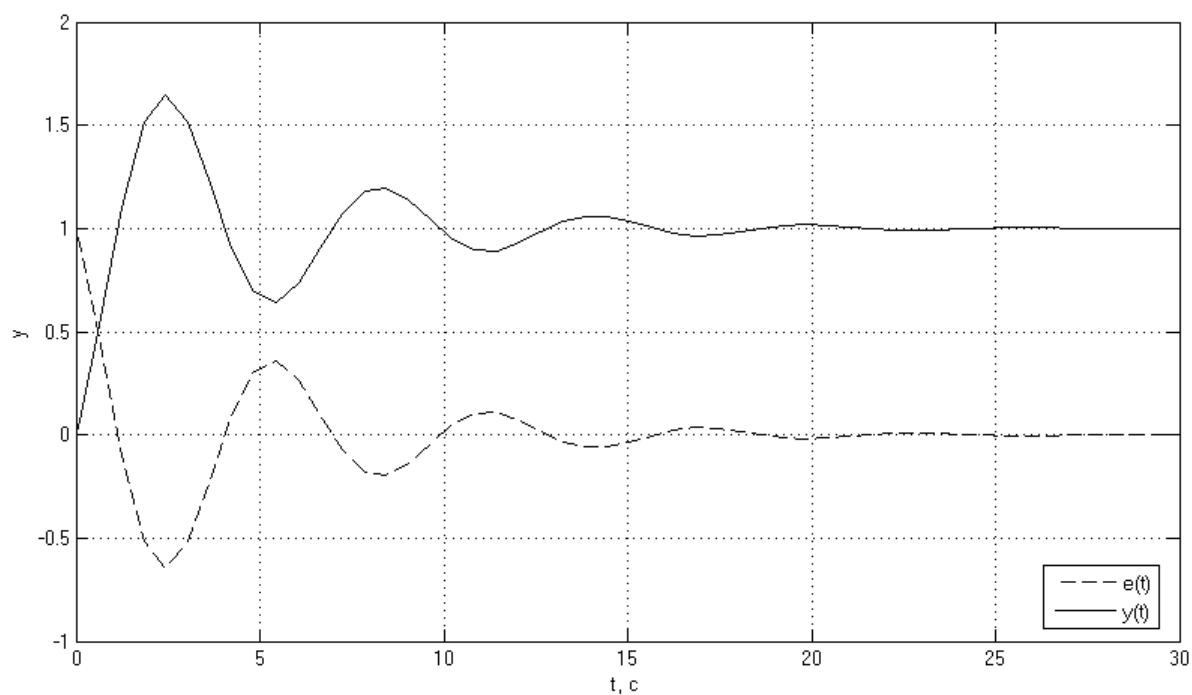


Рисунок 11 – График переходного процесса с возмущением f_1

3.2 Полагаем $f_1 = 0$ и $g(t) = 1(t)$

По рассчитанному ранее значению выражению для ошибки, установившееся значение ошибки должно быть равно $-f_2$, что и показывают результаты математического моделирования, представленные на рисунке 12.

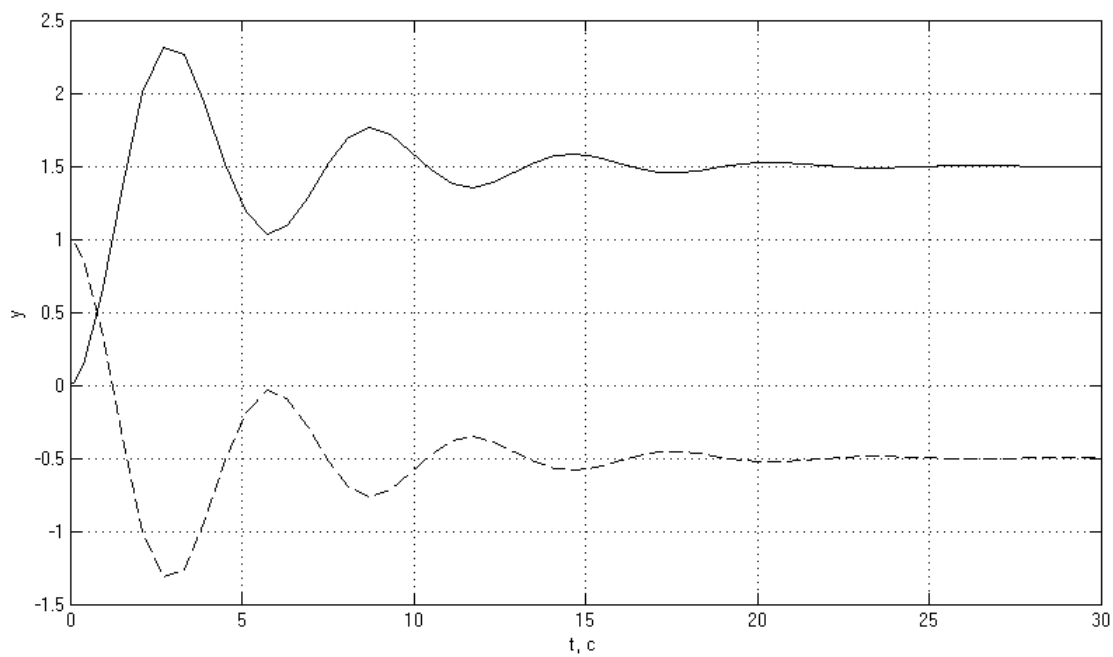


Рисунок 12 – График переходного процесса с возмущением f_2

4 Исследование установившейся ошибки при произвольном входном воздействии

Структурная схема представлена на рисунке 1, где $H(s) = 1$, $W(s) = \frac{3}{2,5s+1}$, а задающее воздействие $g(t) = 0,2t^2 + \sin 0,5t$.

4.1 Результаты моделирования

В результате моделирования заданной системы был получен график, представленный на рисунке 14. Из него видно, что предельное значение ошибки стремится к ∞ . Схема моделирования системы представлена на рисунке 13.

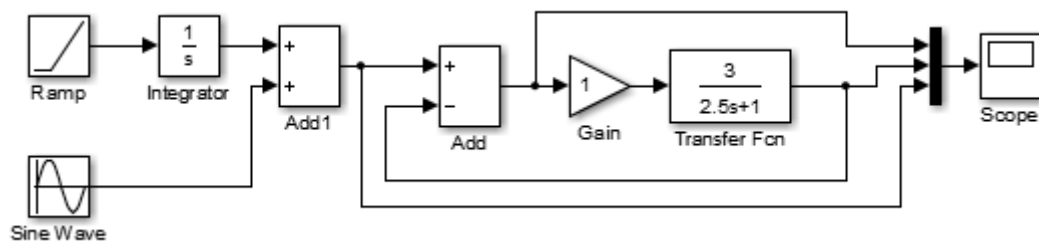


Рисунок 13 – Схема моделирования системы с производным входным воздействием

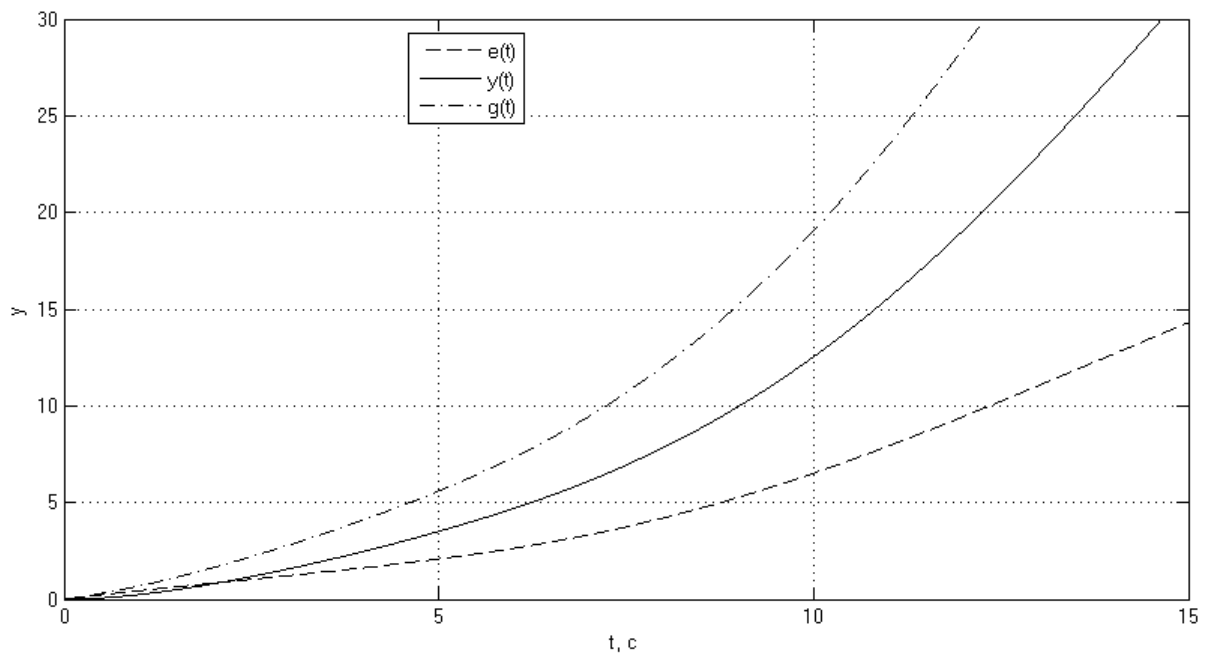


Рисунок 14 – Результат работы системы при входном воздействии $g(t) = 0,2t^2 + \sin 0,5t$

4.2 Получение приближенного выражения для ошибки

Разложим передаточную функцию замкнутой системы $\Phi_e(s) = \frac{1}{1+W(s)}$ в ряд Тейлора, сохранив только первые 3 члена.

$$\Phi_e(s) = \frac{2,5s+1}{2,5s+4} \approx \frac{1}{4} + 0,47s - 0,29s^2, \quad (6)$$

тогда получаем выражение установившейся ошибки при произвольном входном воздействии

$$e_y(t) = 0,25g(t) + 0,47\frac{d}{dt}g(t) - 0,29\frac{d^2}{dt^2}g(t). \quad (7)$$

Найдём производные $g(t)$:

$$g(t) = 0,2t^2 + \sin 0,5t, \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt}g(t) = 0,4t + 0,5 \cos 0,5t, \quad (9)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}g(t) = 0,4 - 0,25 \sin 0,5t, \quad (10)$$

тогда выражение ошибки $e_y(t)$ принимает вид

$$\begin{aligned} e_y(t) &= 0,05t^2 + 0,25 \sin 0,5t + 0,188t + 0,235 \cos 0,5t - 0,116 + 0,0725 \sin 0,5t = \\ &= 0,05t^2 + 0,188t - 0,116 + 0,3225 \sin 0,5t + 0,235 \cos 0,5t \end{aligned} \quad (11)$$

Из полученного выражения видно, что, с течением времени, ошибка стремится к ∞ . Чтобы определить, совпадает ли рассчитанная ошибка с моделированной, построим их на одном графике, который представлен на рисунке 15.

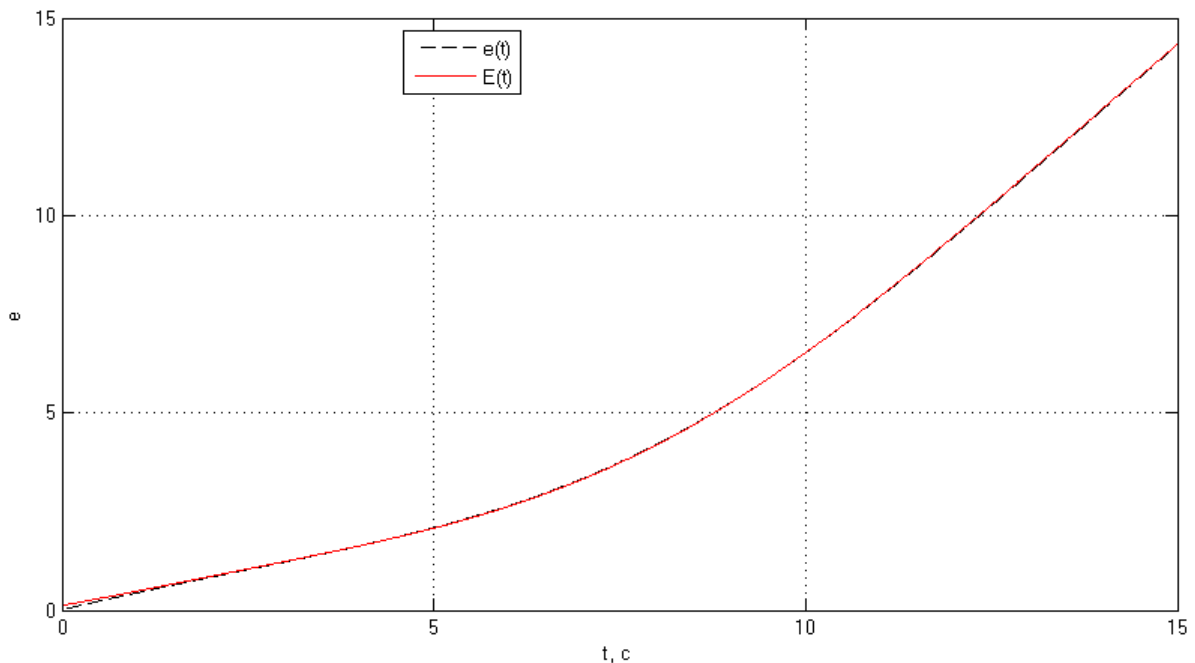


Рисунок 15 – Значения ошибок при произвольном входящем воздействии, где $e(t)$ – получена при моделировании, $E(t)$ – рассчитана аналитически

Вывод

В данной работе были исследованы способы повышения точности исследуемой системы. Было показано, что на значение установившейся ошибки можно повлиять, изменяя степень астатизма системы и/или коэффициент усиления разомкнутой системы.

Кроме того было показано, что порядок астатизма системы по входящему воздействию может не соответствовать порядку астатизма по возмущению.

Так же было получено и рассчитано аналитически значение ошибки системы при произвольном входном воздействии.