

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №10  
“Исследование математической модели  
электромеханического объекта управления”  
Вариант - 2

Выполнил Алякин С.П. (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_17 г. Санкт-Петербург, 20\_17 г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_17 г.

## Цель работы

Изучение математических моделей и исследование характеристик электромеханического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

## Исходные данные

Таблица 1 – Исходные данные

$U_H,$ В	$n_0,$ об/мин	$I_H,$ А	$M_H,$ Н·м	R, Ом	$T_{\text{я}},$ мс	$J_{\text{д}},$ кг·м <sup>2</sup>	$T_{\text{у}},$ мс	$i_P$	$J_M,$ кг·м <sup>2</sup>
48	1000	12	5,5	0,75	5	$1,6 \cdot 10^{-3}$	6	16	2,75

# 1 Расчёт параметров математической модели двигателя

Переведём заданное значение частоты в систему СИ

$$n_0 = 1000 \text{ об/мин} = 104,72 \text{ рад/с} = \omega_0 \quad (1)$$

Рассчитаем необходимые для создания модели параметры:

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{48}{10} = 4,8 \quad (2)$$

$$K_d = \frac{1}{R} = \frac{1}{0,75} = 1,33 \quad (3)$$

$$K_M = \frac{M_H}{I_H} = \frac{5,5}{12} = 0,4583 \quad (4)$$

$$K_E = \frac{U_H}{\omega_0} = \frac{48}{104,72} = 0,4583 \quad (5)$$

$$J_P = 0,2J_d = 0,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3} = 3,2 \cdot 10^{-4} \quad (6)$$

$$J_\Sigma = J_d + J_P + \frac{J_M}{i_P^2} = 1,6 \cdot 10^{-3} + 3,2 \cdot 10^{-4} + \frac{2,75}{16^2} = 0,01266_{\text{кг}} \cdot \text{м}^2 \quad (7)$$

## 2 Вывод математической модели Вход-Состояние-Выход для полной схемы моделирования электромеханического объекта

Для составления математической модели запишем формулы, характеризующие ЭМО, взятые из теории к данной лабораторной работе.

$$\begin{cases} T_{\text{я}}\dot{I} + I = K_{\text{д}}(U_{\text{y}} - K_{\text{Е}}\omega) \\ M_{\text{д}} - M_{\text{С}} = J_{\Sigma}\dot{\omega} \\ T_{\text{y}}\dot{U}_{\text{y}} + U_{\text{y}} = K_{\text{y}}U \\ \dot{\alpha} = \omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{I} = -\frac{K_{\text{Е}}}{T_{\text{я}}}\omega - \frac{1}{T_{\text{я}}}I + \frac{K_{\text{д}}}{T_{\text{я}}}U_{\text{y}} \\ \dot{\omega} = \frac{K_{\text{М}}}{J_{\Sigma}}I - \frac{1}{J_{\Sigma}}M_{\text{С}} \\ \dot{U}_{\text{y}} = -\frac{1}{T_{\text{y}}}U_{\text{y}} + \frac{K_{\text{y}}}{T_{\text{y}}}U \\ \dot{\alpha} = \omega \end{cases}, \quad (8)$$

где  $M_{\text{д}} = K_{\text{М}}I$ .

Примем вектор состояния  $X = [\alpha \ \omega \ I \ U_{\text{y}}]^T$  и вектор входных воздействий  $U = [U \ M_{\text{С}}]^T$ , тогда исходя из (8) получим модель Вход-Состояние-Выход:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ y = CX \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_{\text{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_{\text{М}}}{J_{\Sigma}} & 0 \\ 0 & -\frac{K_{\text{Е}}}{T_{\text{я}}} & -\frac{1}{T_{\text{я}}} & \frac{K_{\text{д}}}{T_{\text{я}}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{\text{y}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_{\text{y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_{\Sigma}} \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{\text{y}}}{T_{\text{y}}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_{\text{С}} \end{bmatrix} \\ \alpha = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_{\text{y}} \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (9)$$

Подставив рассчитанные ранее значения, получим следующие матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 36.2 & 0 \\ 0 & -91,66 & -200 & 266 \\ 0 & 0 & 0 & -166,67 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -79,99 \\ 0 & 0 \\ 800 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

### 3 Математическое моделирование электромеханического объекта

Составим математическую модель ЭМО на основе структурной схемы, представленной на рисунке 1.

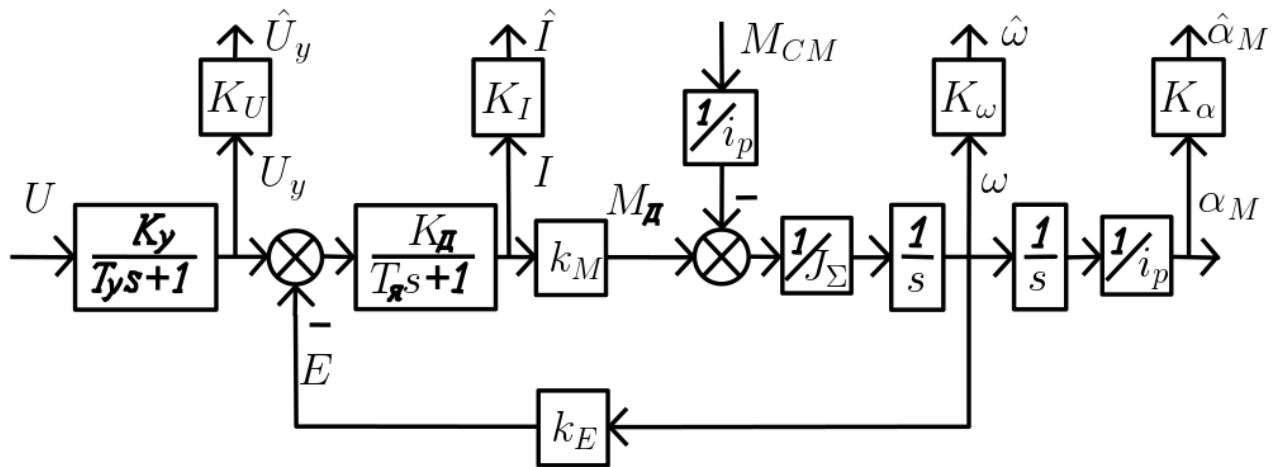


Рисунок 1 – Структурная схема ЭМО

Коэффициенты передачи измерительных устройств  $K_U, K_I, K_\omega, K_\alpha$  выбираются таким образом, чтобы обеспечить соответствие максимального значения измеряемого сигнала уровню 10 В на выходе измерительного устройства. Из этого условия имеем:

$$K_U = 0,4175 \quad (11)$$

$$K_I = 0,419 \quad (12)$$

$$K_\omega = 0.19125 \quad (13)$$

$$K_\alpha = 12 \quad (14)$$

Схема модели представлена на рисунке 2.

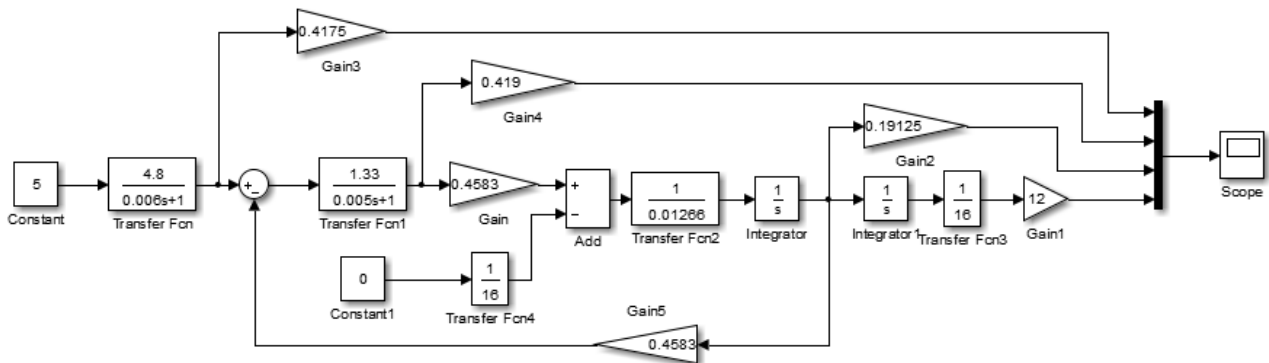


Рисунок 2 – Схема моделирования ЭМО

Построим график переходного процесса:

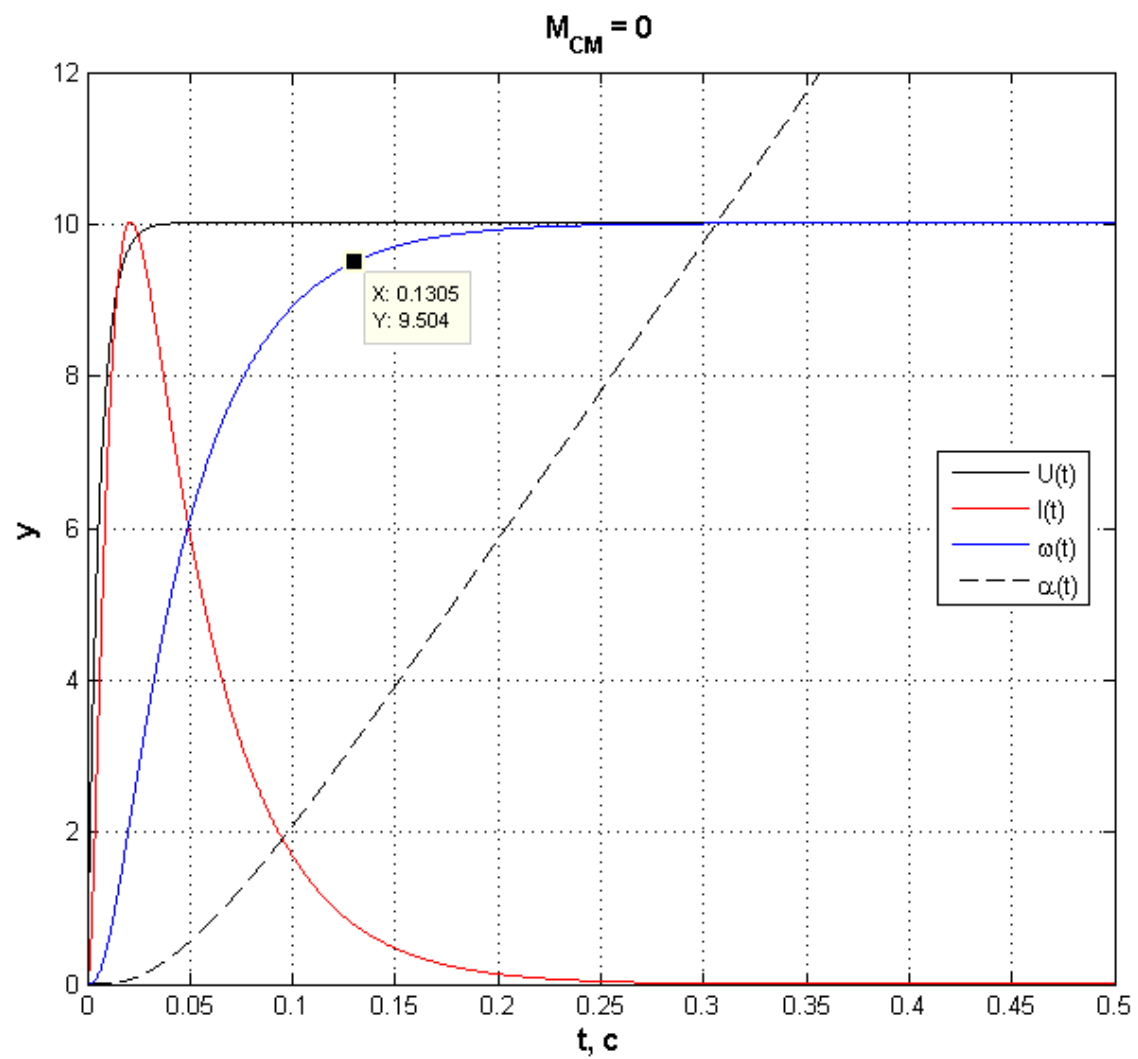


Рисунок 3 – График переходного процесса при нулевом моменте сопротивления

## 4 Исследование влияние момента сопротивления на вид переходных процессов

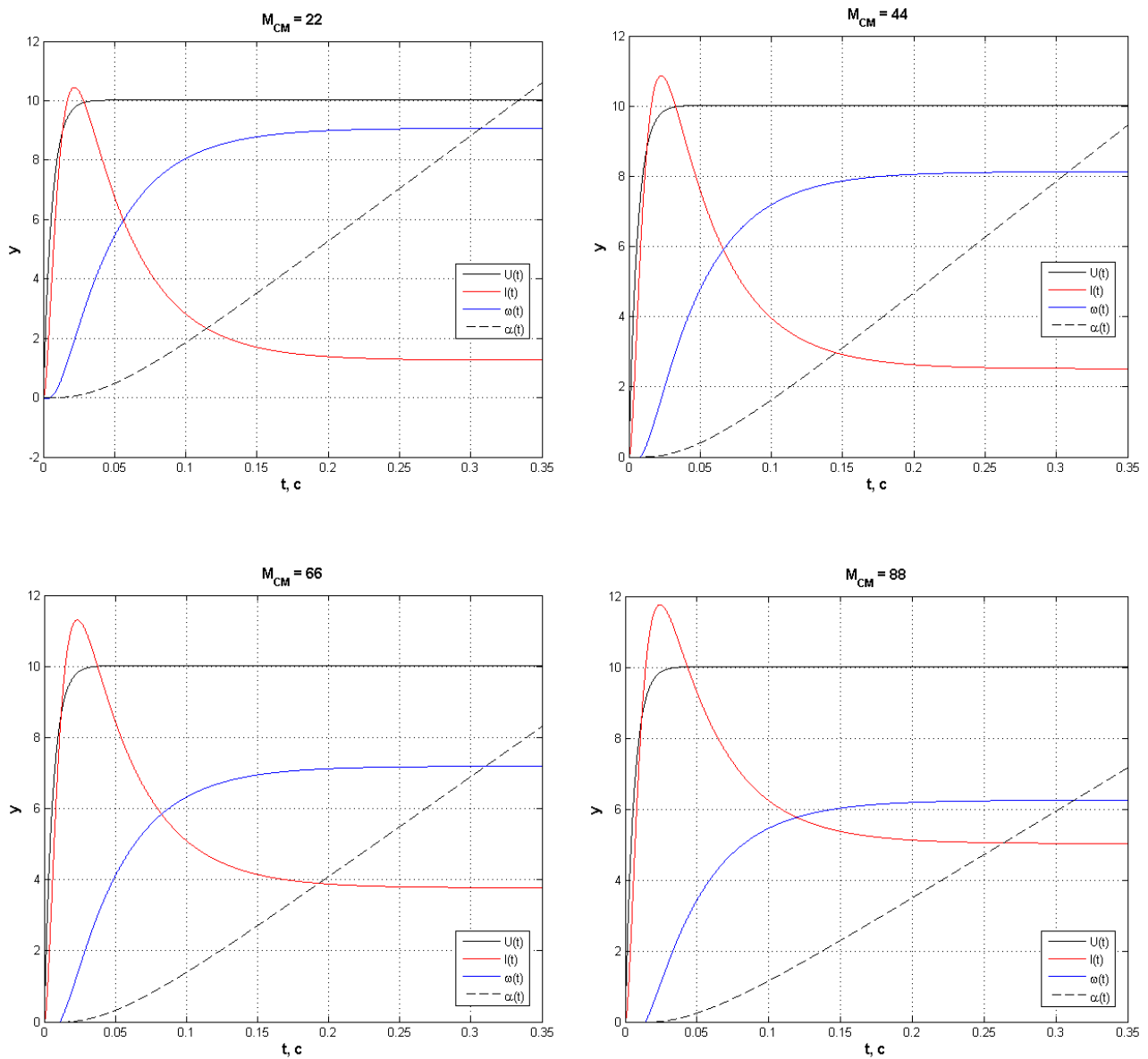


Рисунок 4 – Графики переходных процессов при различных значениях момента сопротивления

Как видно на рисунке 4 при увеличении момента сопротивления, время переходного процесса остаётся неизменным и равным 0,13 сек, установившееся значение скорости уменьшается, а тока — увеличивается.

## 5 Исследование влияния момента инерции нагрузки на вид переходных процессов

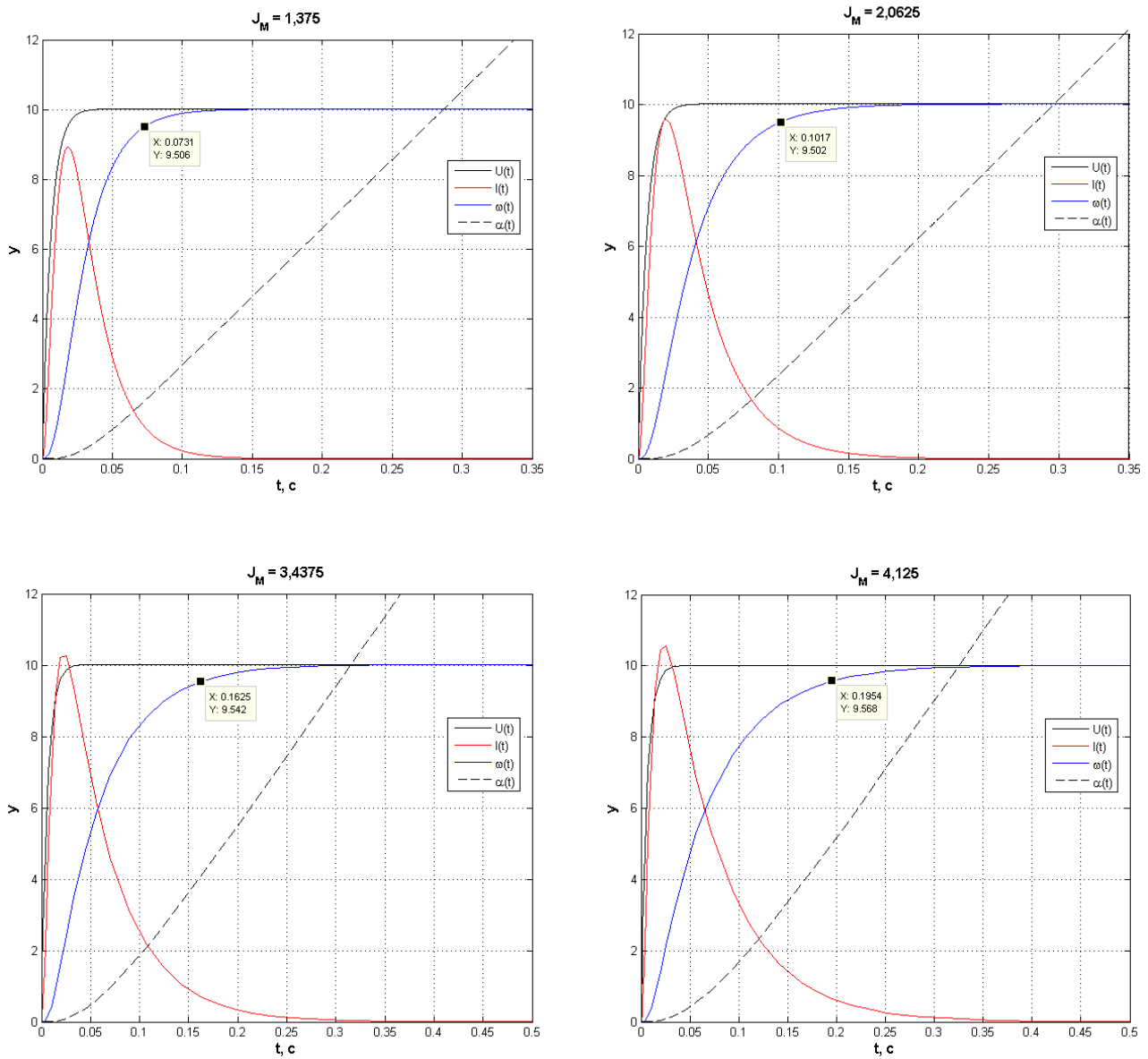


Рисунок 5 – Графики переходных процессов при различных значениях момента инерции нагрузки

Как мы можем наблюдать на графиках переходных процессов, представленных на рисунке 5, время переходного процесса изменяется пропорционально с моментом инерции нагрузки  $J_M$ , в то время как установившиеся значения тока якоря и угловой скорости остаются неизменными.



## 6 Исследование влияния передаточного момента редуктора на вид переходных процессов

Проведём исследования при величине момента сопротивления  $M_{CM} = 0$ . Их результаты приведены на рисунке 6.

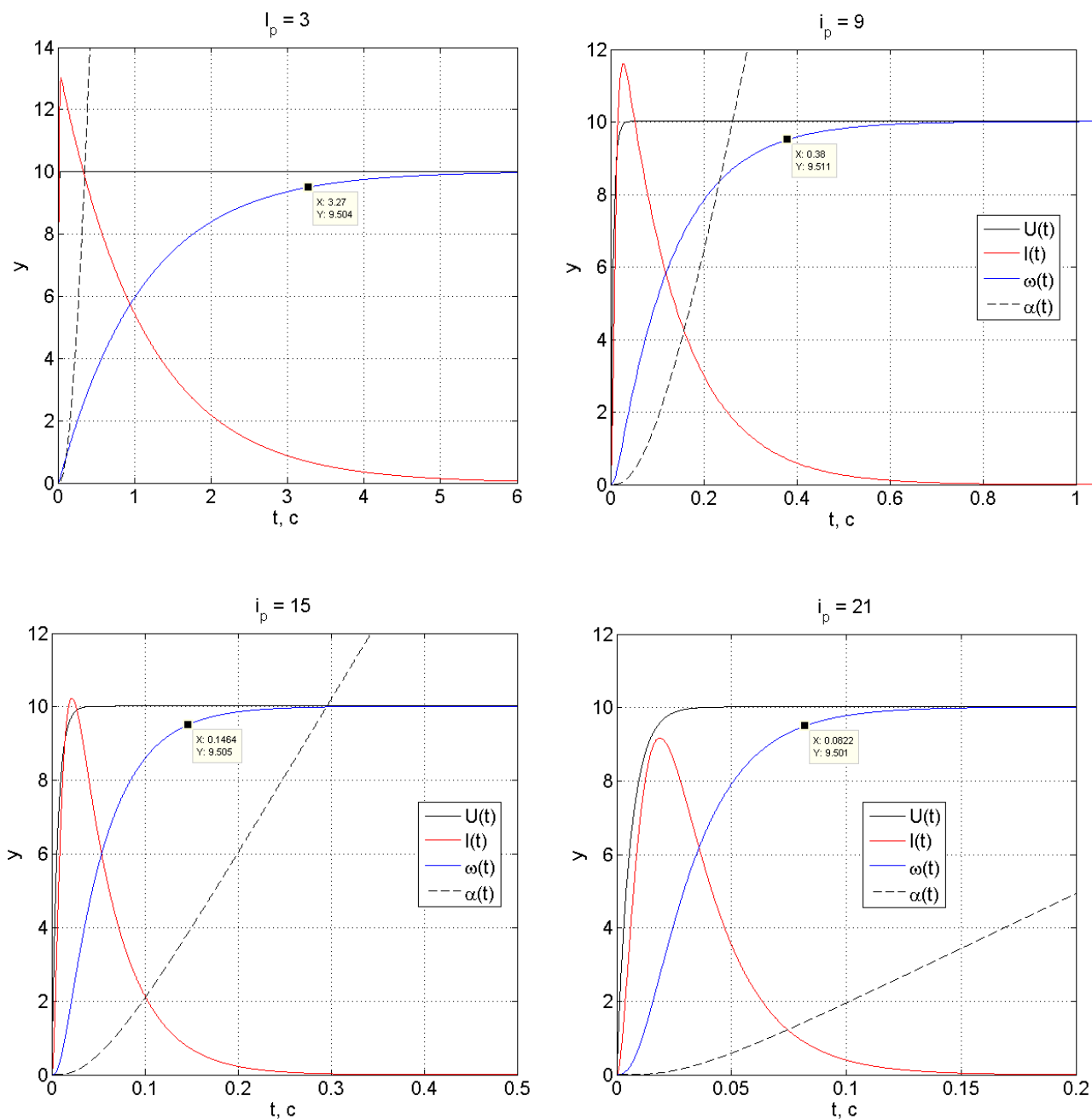


Рисунок 6 – Графики переходных процессов при нулевом моменте сопротивления и при различных значениях передаточного момента редуктора

Как можно заметить по результатам математического моделирования при увеличении передаточного момента редуктора уменьшаются время переходного процесса и максимальное значение тока. Установившиеся значения тока и угловой скорости при этом остаются неизменными.

Так же проведём исследования при величине момента сопротивления  $M_{CM} = 44$ , что

является равным половине максимального значения, рассчитанного для передаточного момента редуктора  $i_p = 16$ . Результаты моделирования приведены на рисунке 7.

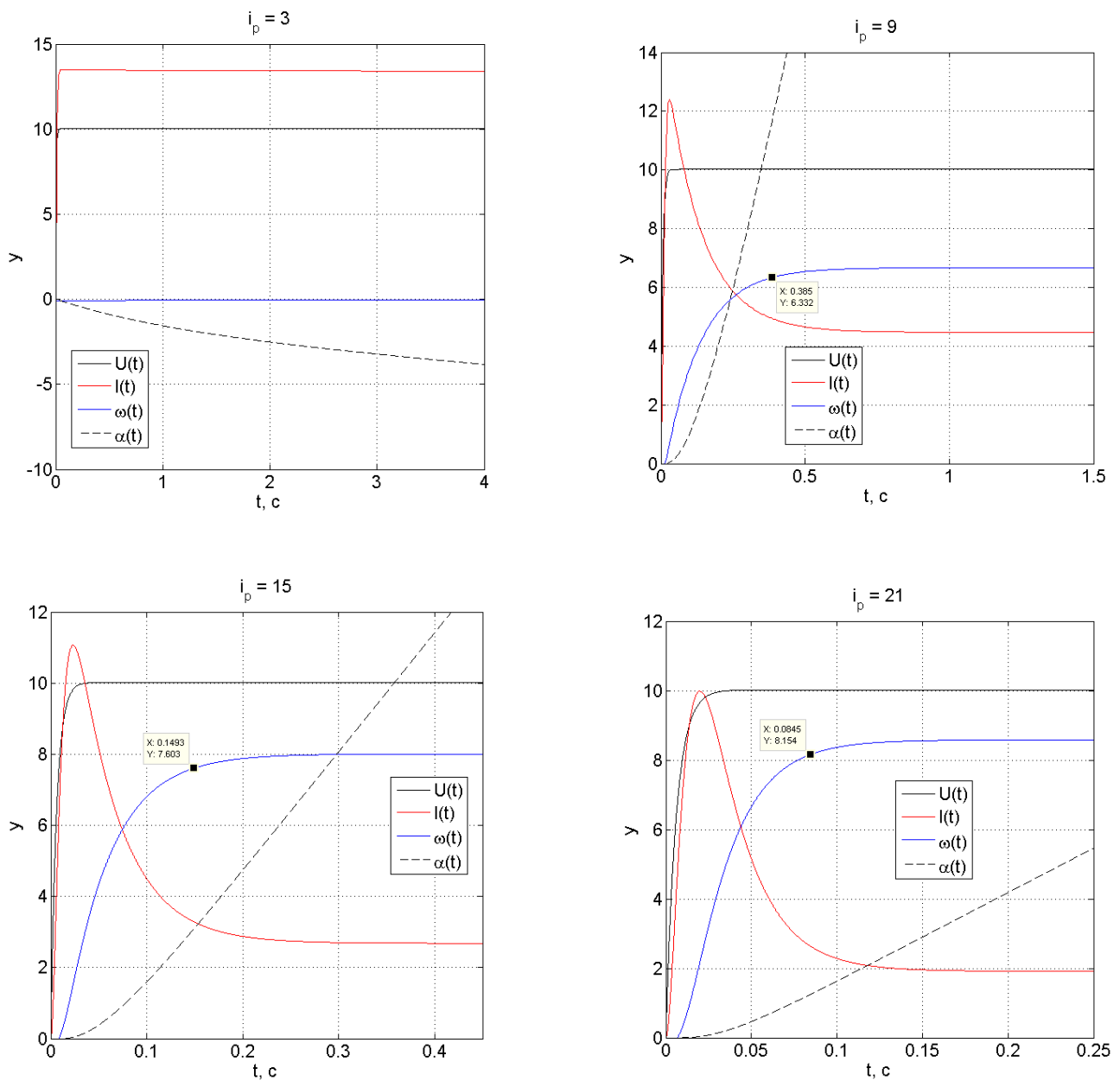


Рисунок 7 – Графики переходных процессов при ненулевом моменте сопротивления и при различных значениях передаточного момента редуктора

На представленных результатах моделирования видно, что при наличии момента нагрузки и малом показателе передаточного момента редуктора система может не справиться с нагрузкой и никогда не прийти в устойчивое состояние. В нашем случае при значении  $i_p = 3$  момента вращения двигателя не хватает, чтобы преодолеть момент сопротивления нагрузки. Так же можно наблюдать, что при увеличении  $i_p$  не только уменьшаются значения времени переходного процесса и максимального тока, но и установившиеся значения угловой скорости и тока приближаются к значениям без нагрузки.

## 7 Исследование влияния значений постоянных времени на вид переходных процессов

Для проведения данного исследования уменьшим заданные значения постоянных времени на порядок и получим

$$T_y = 0,5 \text{ мс} = 0,0005 \text{ с} \quad (15)$$

$$T_{\alpha} = 0,6 \text{ мс} = 0,0006 \text{ с} \quad (16)$$

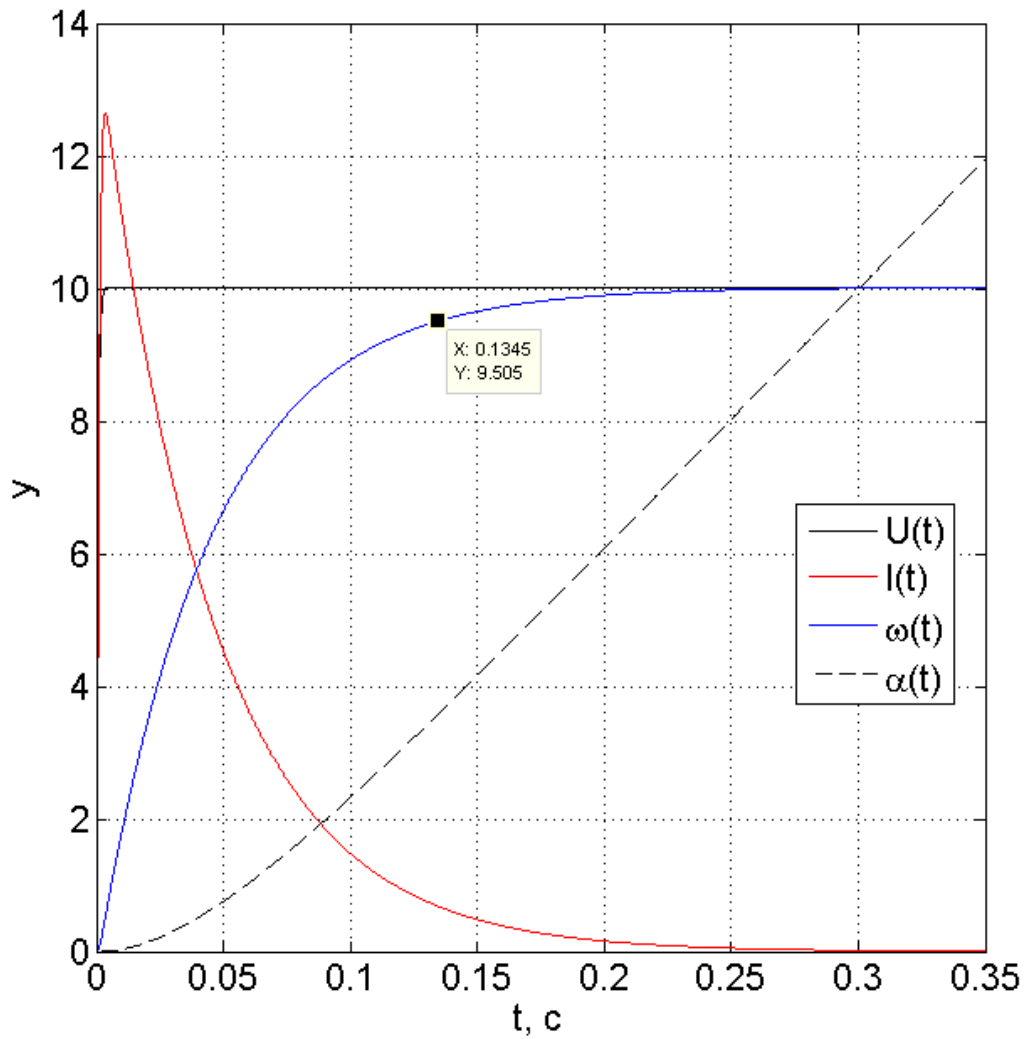


Рисунок 8 – График переходного процесса при уменьшенных значениях постоянных времени

При уменьшении значений постоянных времени на порядок возросло максимальное значение тока. Время переходного процесса и установившиеся значения тока и скорости остались неизменны.

## 8 Вывод математической модели Вход-Состояние-Выход для приближённой схемы моделирования электромеханического объекта

Для составления упрощённой модели ЭМО постоянные времени  $T_U$  и  $T_J$  приравнивают к 0, так как их значение существенно меньше, чем значение механической постоянной времени  $T_M$ . Для получения упрощённой модели Вход-Состояние-Выход произведём соответствующие подстановки в уравнения для полной системы (8).

$$\begin{cases} \dot{\omega} = -\frac{K_M K_D K_C}{J_\Sigma} \omega + \frac{K_M K_D K_C}{J_\Sigma} U - \frac{1}{J_\Sigma} M_C \\ \dot{\alpha} = \omega \end{cases}, \quad (17)$$

и на основании полученной системы построим модель:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_M K_D K_C}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_M K_D K_C}{J_\Sigma} & -\frac{1}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_C \end{bmatrix} \\ \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (18)$$

Подставив значения, получим матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -22,07 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 22,07 & 78,99 \end{bmatrix} \quad (19)$$

## 9 Математическое моделирование приближённой модели электро-механического объекта

Составим упрощённую модель ЭМО на основе структурной схемы, представленной на рисунке 9.

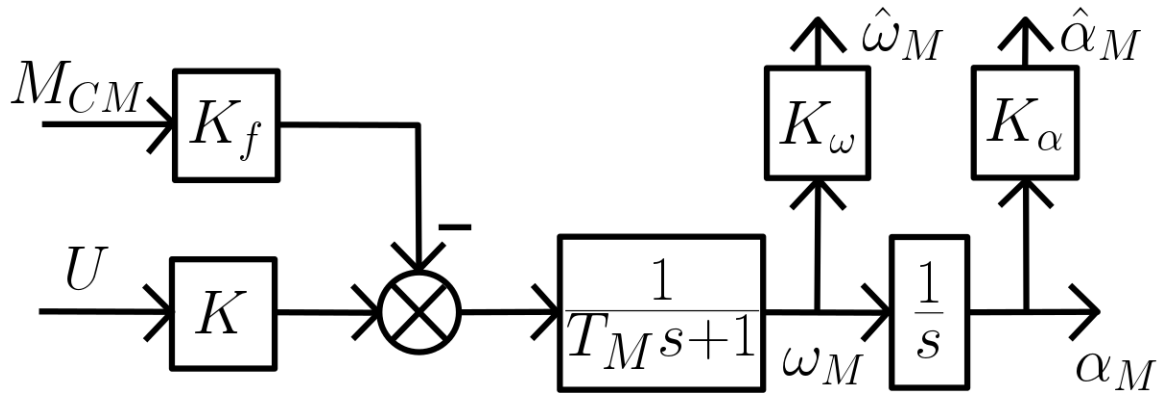


Рисунок 9 – Структурная схема упрощённой модели ЭМО

Рассчитаем параметры упрощённой ЭМО:

$$K = \frac{K_y}{K_E \cdot i_p} = \frac{4,8}{0,4583 \cdot 16} = 0,6546 \quad (20)$$

$$K_f = \frac{R}{K_M \cdot K_E \cdot i_p^2} = \frac{0,75}{0,4583 \cdot 0,4583 \cdot 16^2} = 0,01395 \quad (21)$$

$$T_M = \frac{R \cdot J_\Sigma}{K_M \cdot K_E} = \frac{0,75 \cdot 0,01266}{0,4583 \cdot 0,4583} = 0,0452 \quad (22)$$

На основе полученных параметров построим математическую модель упрощённой ЭМО. Схема модели приведена на рисунке 10.

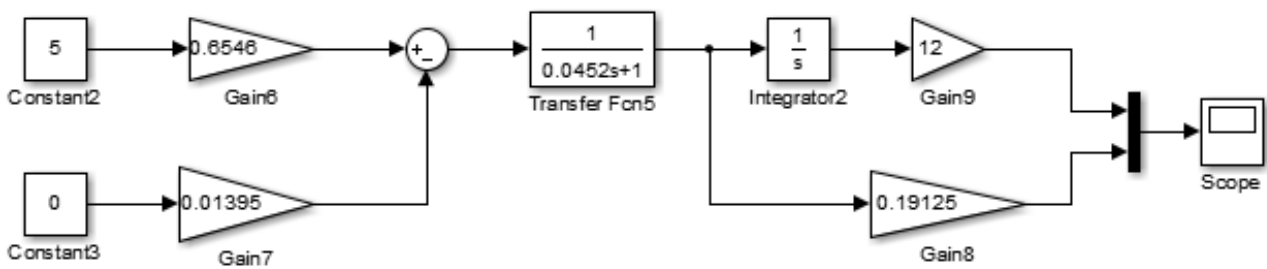


Рисунок 10 – Схема моделирования упрощённой ЭМО

Сравнение графиков переходных процессов по скорости полной и упрощённой моделей ЭМО приведёны на рисунке 11.

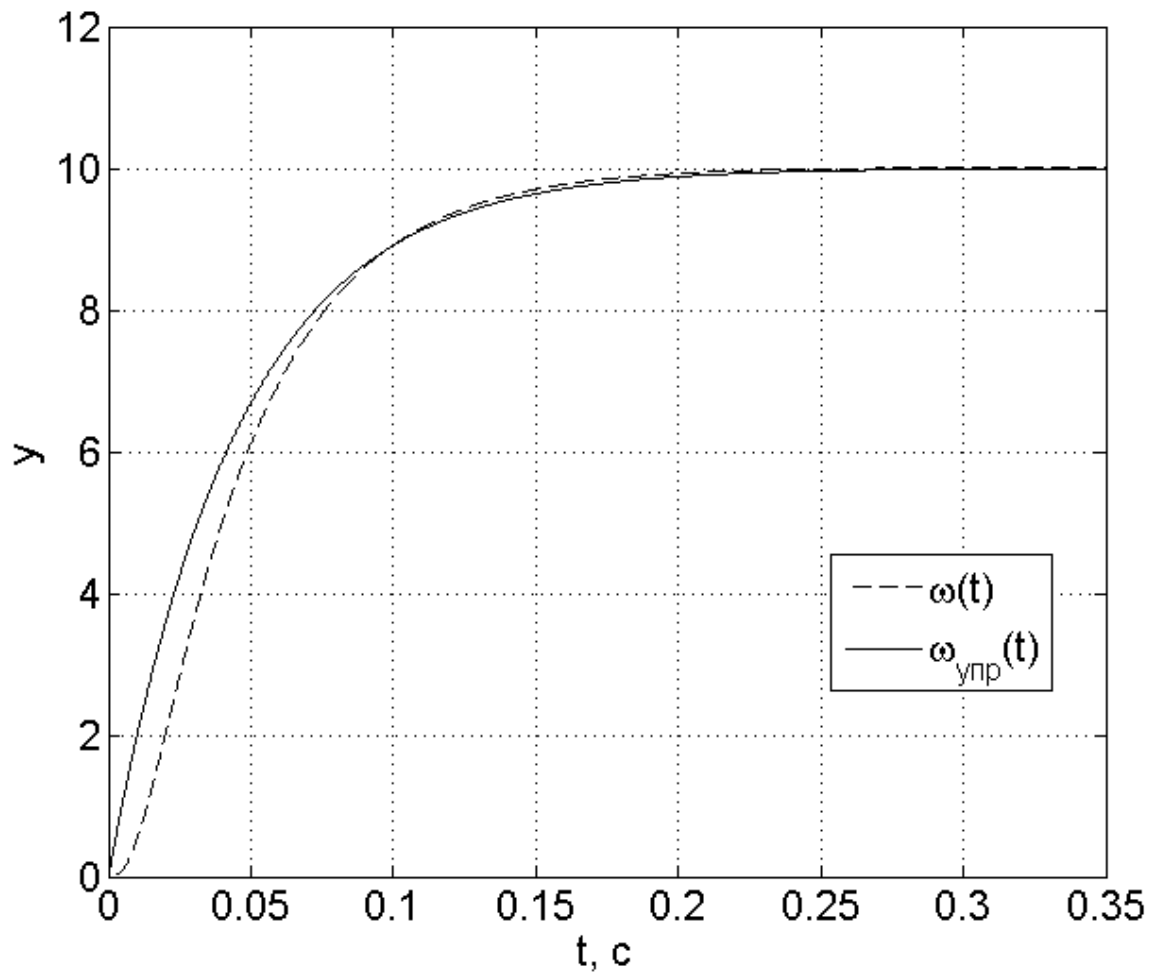


Рисунок 11 – График сравнения переходных процессов полной и упрощённой моделей ЭМО

Как можно заметить, время переходного процесса на обоих графиках совпадают, но есть различия в характере кривой.

Так же проведём сравнение переходных процессов в полной и упрощённой моделях при меньших значениях постоянных времени  $T_{\omega} = 6 \cdot 10^{-4}$  и  $T_{\alpha} = 5 \cdot 10^{-4}$ . Результаты сравнения приведены на рисунке.

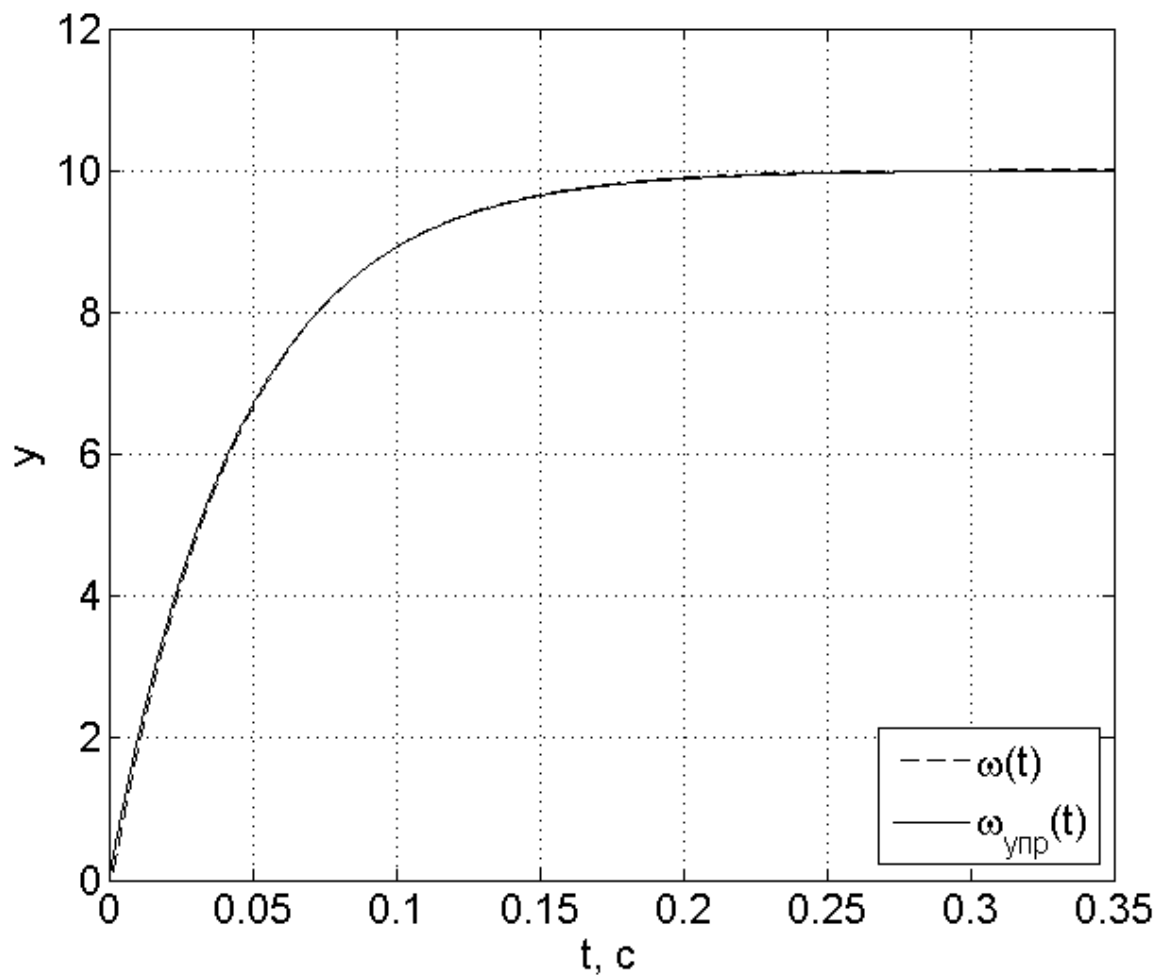


Рисунок 12 – График сравнения переходных процессов полной и упрощённой моделей ЭМО при меньших значениях постоянных времени

Как видно на рисунке 12 различия между полной и упрощённой моделями становятся незначительными при уменьшении постоянных времени.

## Вывод

В ходе работы было показано, как различные параметры, такие как момент сопротивления нагрузки, передаточный момент редуктора и постоянные времени влияют на показатели переходных процессов системы и её работоспособность в целом.

Так же была исследована упрощённая модель электромеханического объекта и в ходе математического моделирования было показано, что её можно использовать при постоянных времени  $T_u$  и  $T_d$  значительно меньших механической постоянной времени  $T_M$ .