

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра

Систем Управления и Информатики

Группа Р3340

**Лабораторная работа №11**  
**“Исследование математической модели**  
**пьезоэлектрического исполнительного**  
**устройства”**  
Вариант - 2

Выполнил

Алякин С.П.

(фамилия, и.о.)

(подпись)

Проверил

\_\_\_\_\_

(фамилия, и.о.)

(подпись)

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20 17 г.

Санкт-Петербург,

20 17 г.

Работа выполнена с оценкой

\_\_\_\_\_

Дата защиты " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20 17 г.

## Цель работы

Целью работы является изучение математических моделей и исследование характеристик исполнительного устройства, построенного на основе пьезоэлектрического двигателя микроперемещений.

## Исходные данные

Типовые конструкции пьезоэлектрических двигателей приведены на рисунке 1.

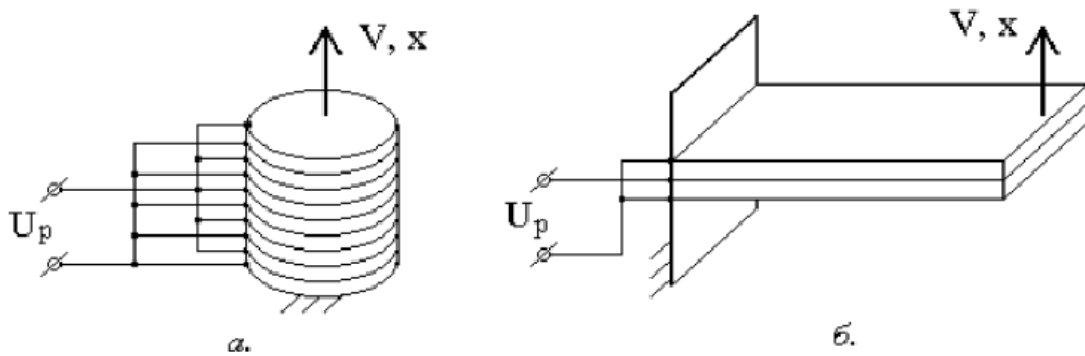


Рисунок 1 – Составная и биморфная конструкции пьезоэлектрических двигателей

Исходные данные выполнения работы приведены в таблице ??.

Таблица 1 – Исходные данные

$C_p,$ Н/м	$m,$ кг	$K_O,$ Н/В	$K_d,$ Н·с/м	$T_u,$ мс	$F_B,$ Н
$0,5 \cdot 10^8$	0,3	8,2	$0,9 \cdot 10^3$	0,06	80

В соответствии со вторым вариантом исследуется составной пьезоэлектрический двигатель, представленный на изображении а рисунка 1.

# 1 Составление передаточной функции двигателя

Для составления передаточной функции двигателя будем рассматривать пьезоэлектрическое устройство как упругую механическую систему. Тогда математическая модель может быть получена на основе уравнения баланса сил в пьезодвигателе:

$$F_y = F_O + F_D + F_d + F_B, \quad (1)$$

где  $F_y = C_p \cdot x$ ,  $F_O = K_O U_p$ ,  $F_D = -m \frac{d^2 x}{dt^2}$ . Подставив перечисленные равенства в уравнение (1), получим:

$$m\ddot{x} + K_d \dot{x} + C_p x = K_O U_p + F_B \quad (2)$$

Из этого при нулевом внешнем воздействии имеем передаточную функцию для пьезоэлектрического двигателя

$$W_{ИУ}(s) = \frac{K_O}{ms^2 + K_d s + C_p}. \quad (3)$$

Управление ПД осуществляется с вольтного усилителя, который, в нашем случае, описывается апериодическим звеном первого порядка:

$$W_{ВУ}(s) = \frac{K_u}{T_u s + 1}, \quad (4)$$

где  $K_u = \frac{U_{pm}}{U_m} = \frac{300}{10} = 30$ .

Исходя из того, что ВУ и ПД соединены последовательно, имеем передаточную следующую функцию:

$$W(s) = \frac{K_0 \cdot K_u}{(T_u s + 1)(ms^2 + K_d s + C_p)}. \quad (5)$$

## 2 Математическое моделирование пьезоэлектрического двигателя

Структурная схема пьезоэлектрического устройства приведена на рисунке 2.

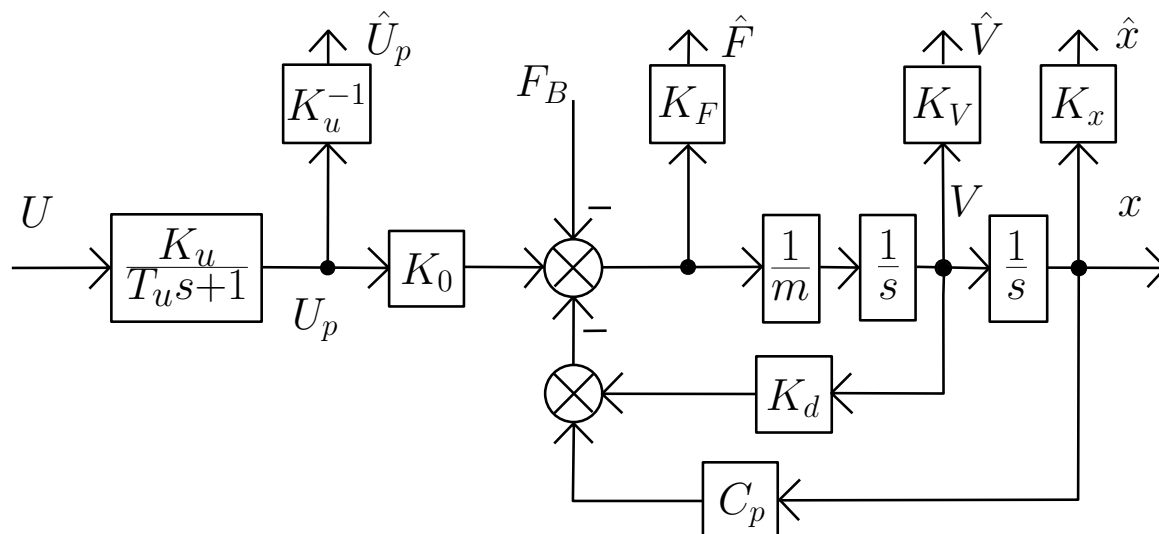


Рисунок 2 – Структурная схема пьезоэлектрического исполнительного устройства

Составим математическую модель в соответствии со структурной схемой, выбрав коэффициенты  $K_u^{-1}$ ,  $K_F$ ,  $K_V$  и  $K_x$  таким образом, чтобы обеспечить соответствие максимального значения измеряемого сигнала уровню 10 В на выходе измерительного устройства. Математическая модель, реализованная в среде Simulink, представлена на рисунке 3.

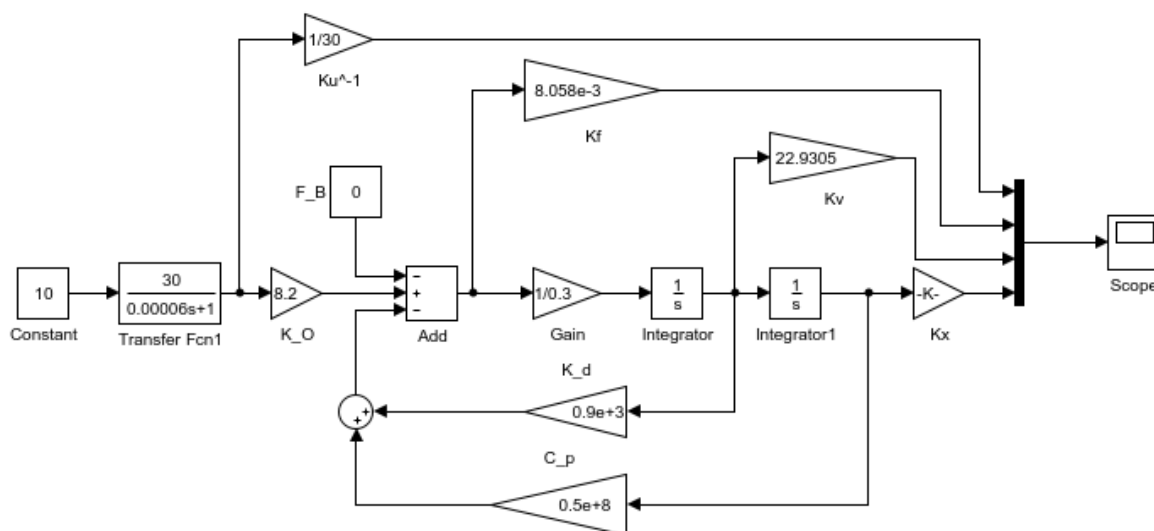


Рисунок 3 – Схема моделирования пьезоэлектрического исполнительного устройства

Результаты математического моделирования приведены на рисунке 4.

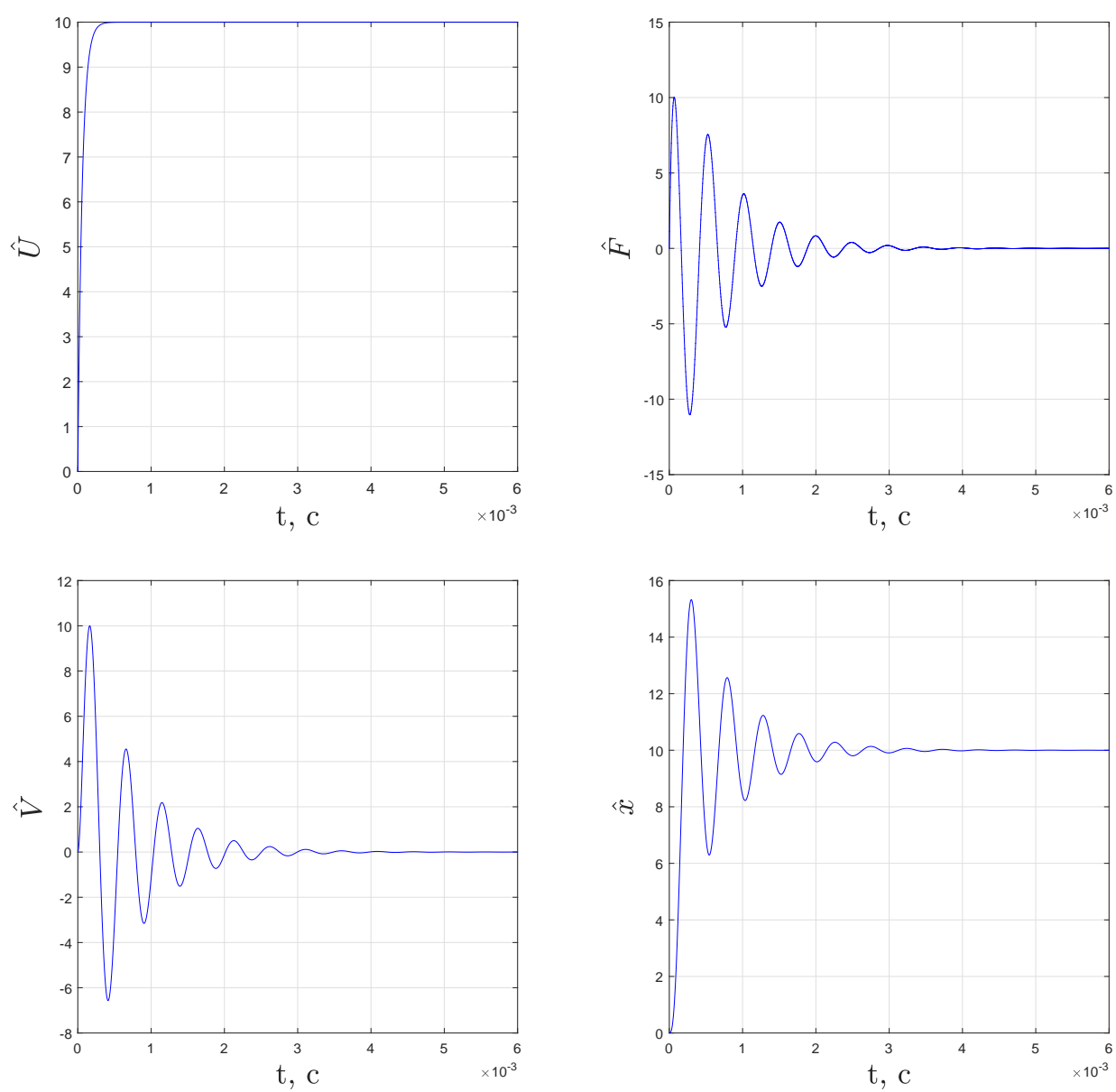
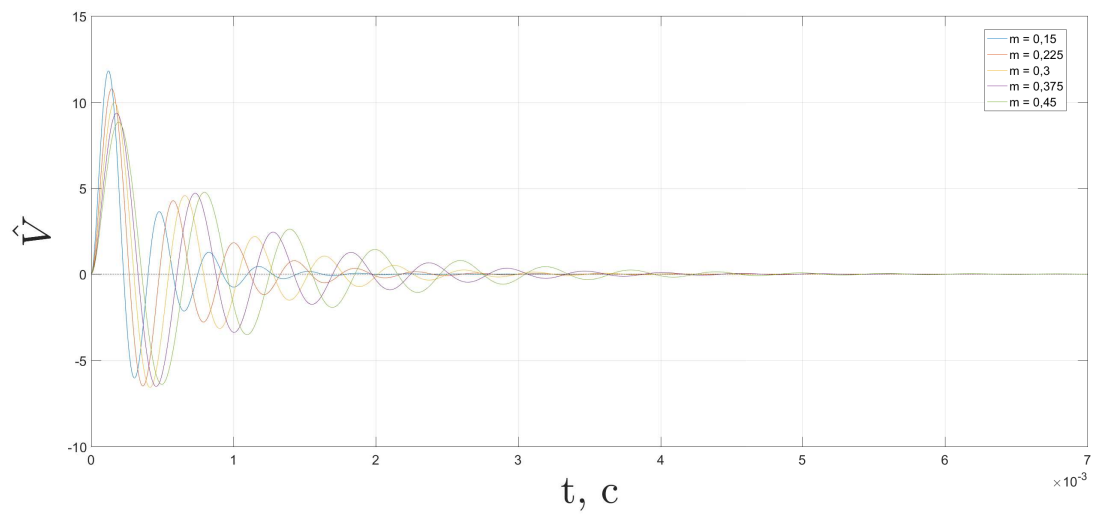
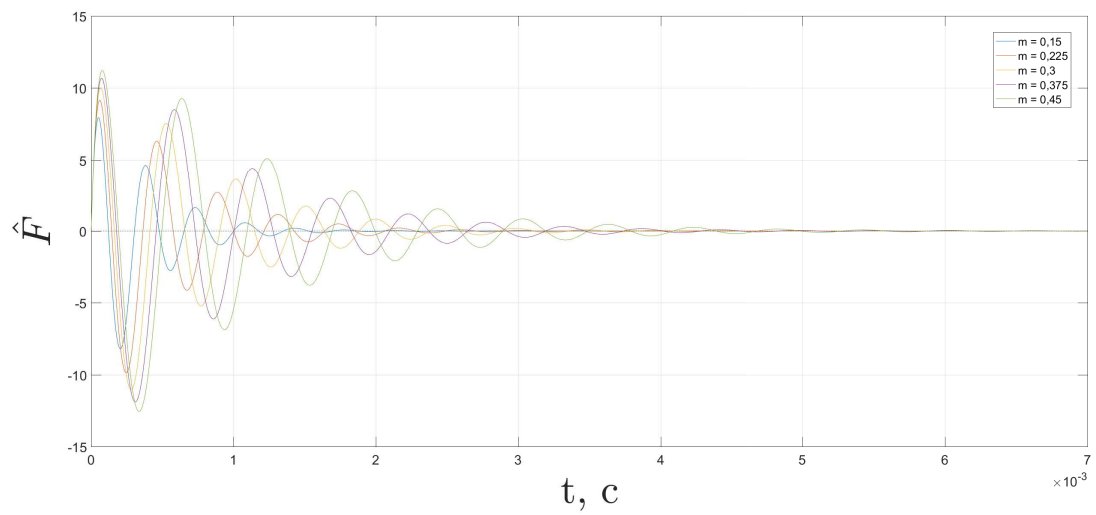
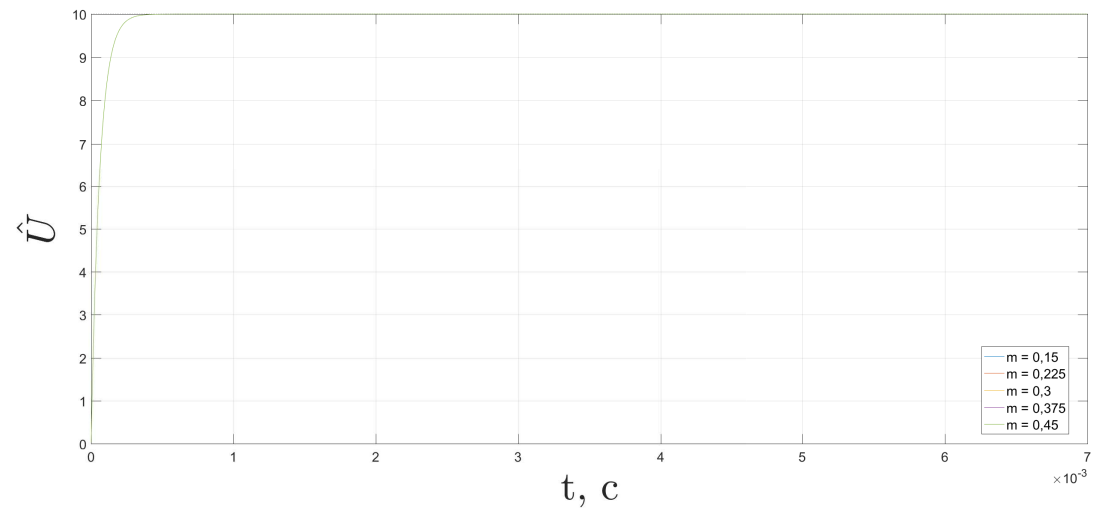


Рисунок 4 – Графики переходных процессов при  $U = 10$  и  $F_B = 0$

### 3 Исследование влияния массы нагрузки на вид переходных процессов



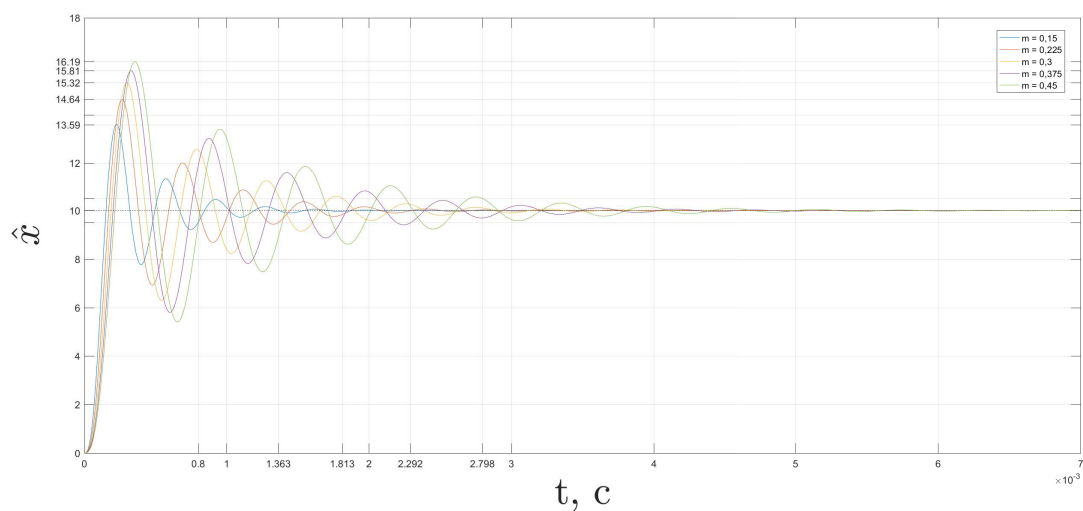


Рисунок 5 – Графики переходных процессов при различных значениях массы нагрузки

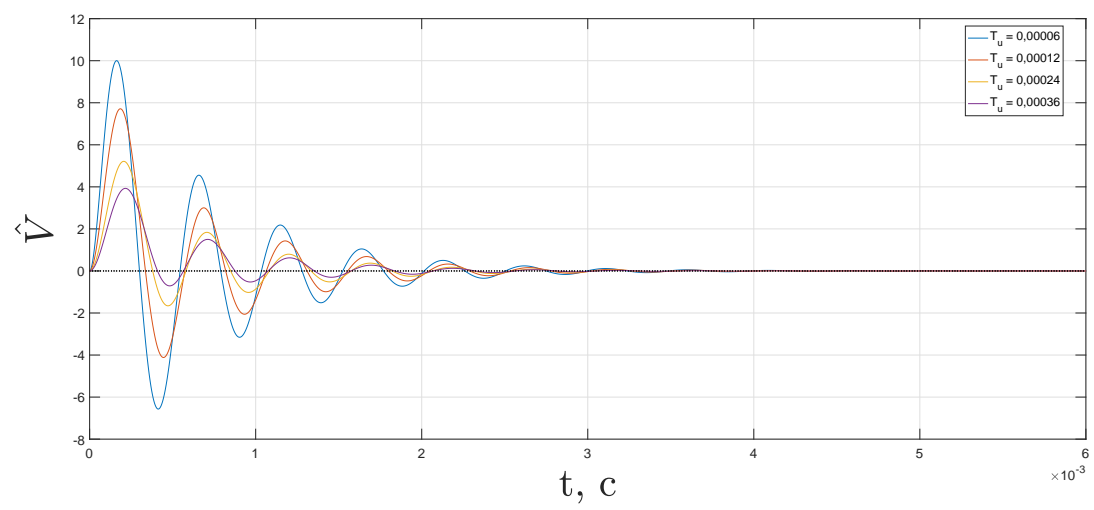
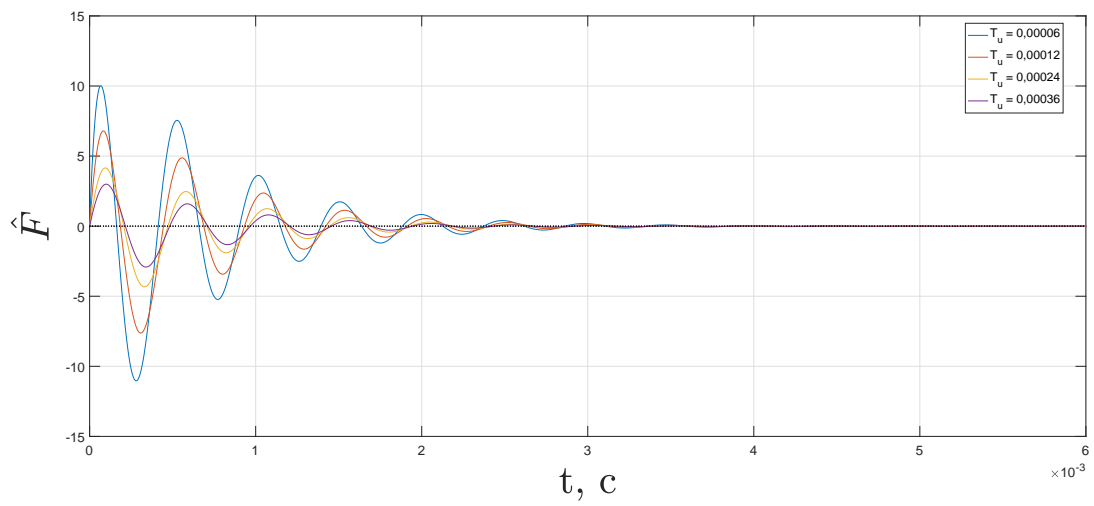
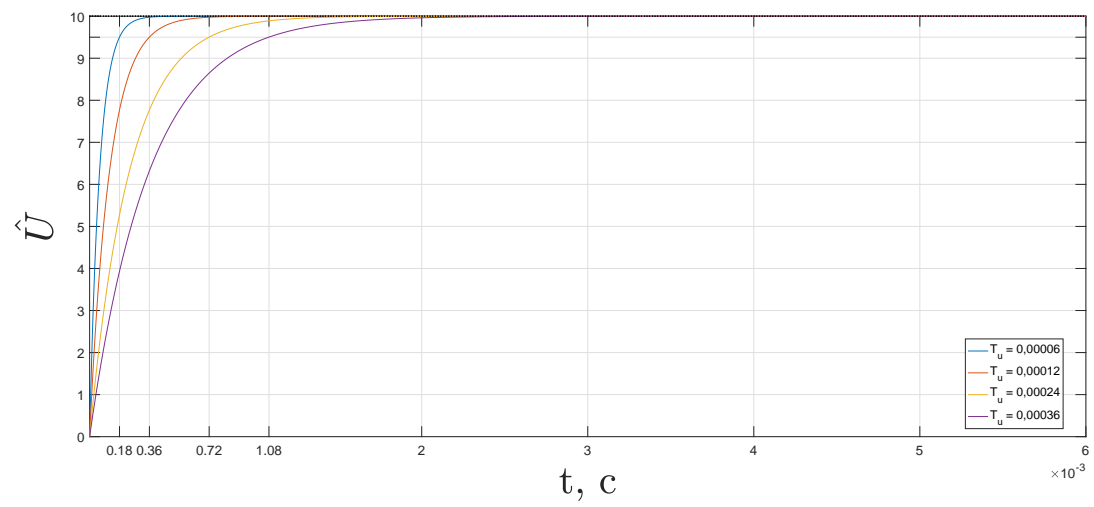
По результатам моделирования при массе нагрузки  $m$ , изменяющейся в диапазоне  $\pm 50\%$ , приведённым на рисунке 5, вычислим значения времени переходных процессов, перерегулирования и установившейся величины. Результаты занесём в таблицу 2.

Таблица 2 – Данные переходных процессов при изменяющейся массе нагрузки

$m$ , кг	$t_p$ , с	$\sigma$ , %	$x_y$
0,15	0,8	35,9	10
0,225	1,36	46,4	10
0,3	1,81	53,2	10
0,375	2,29	58,1	10
0,45	2,79	61,9	10

Можно заметить, что при увеличении массы нагрузки, увеличивается время переходного процесса и значение перерегулирования, в то время как установившееся значение остаётся неизменным.

**4 Исследование влияния постоянной времени вольтного усилителя на вид переходных процессов**





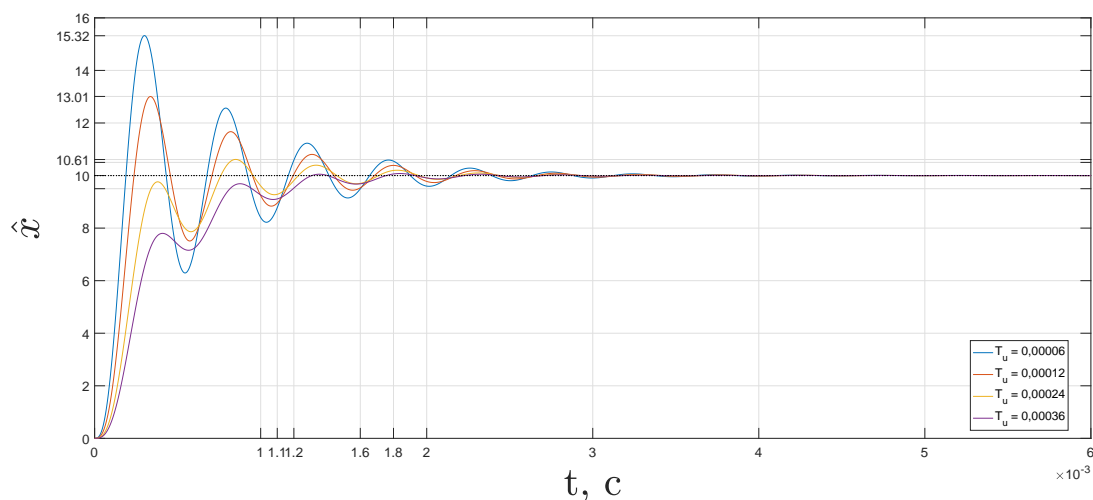


Рисунок 6 – Графики переходных процессов при различных значениях постоянной времени вольтного усилителя

По результатам моделирования при постоянной времени  $T_u$ , увеличенной в 1, 2, 4 и 6 раз, относительно заданного значения, найдём значения времени переходных процессов, перерегулирования и установившейся величины, а также рассчитаем корни характеристического уравнения передаточной функции. Результаты вычислений занесём в таблицу 3.

Таблица 3 – Данные переходных процессов при изменяющейся постоянной времени вольтного усилителя

$T_u$ , мс	$t_p$ , мс	$\sigma$ , %	$x_y$	$s_1$	$s_2$	$s_3$
0,06	1,8	53,2	10	-16666,67	$-1500 + j12822,5$	$-1500 - j12822,5$
0,12	1,6	30,1	10	-8333,33		
0,24	1,2	6,1	10	-4166,67		
0,36	1,1	0,7	10	-2777,78		

Из полученных данных следует, что при увеличении постоянной времени вольтного усилителя  $T_u$ , уменьшаются значения времени переходного процесса, перерегулирования, а установившееся значение остаётся неизменным. Так же с увеличением постоянной времени уменьшается один из корней характеристического уравнения.

## 5 Исследование влияния коэффициента упругости на вид переходных процессов

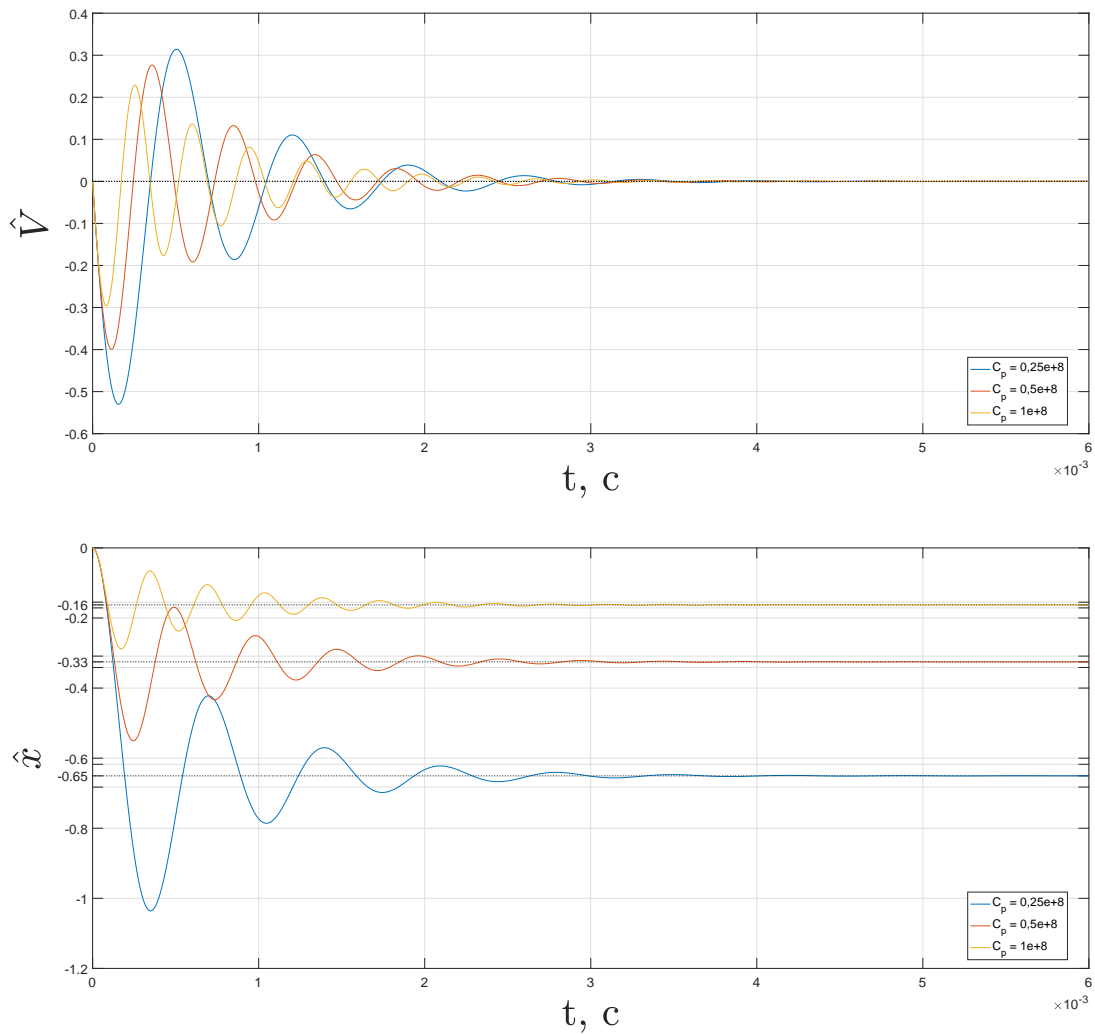


Рисунок 7 – Графики переходных процессов при различных значениях коэффициента упругости

По результатам моделирования системы с  $U = 0$  и  $F_B = 80$  были построены графики переходных процессов по  $\hat{V}$  и  $\hat{x}$ , представленные на рисунке 7. Из графиков видно, что при увеличении коэффициента упругости пьезоэлемента увеличивается смещение установившегося значения  $\hat{x}$  относительно 0.

## 6 Построение АЛАЧХ исполнительного устройства

Построим асимптотическую логарифмическую характеристику для нашей системы, описываемой передаточной функцией (3). Её не сложно представить в виде колебательного звена:

$$W_{\text{кз}}(s) = \frac{\frac{K_0}{C_p}}{\frac{m}{C_p}s^2 + \frac{K_d}{C_p}s + 1}. \quad (6)$$

Асимптотическая логарифмическая амплитудная характеристика будет иметь нулевой наклон на уровне

$$20 \log_{10} \frac{K_0}{C_p} = 20 \log_{10} \frac{8,2}{0,5 \cdot 10^8} = -135,7 \quad (7)$$

до сопрягающей частоты

$$\omega_c = \sqrt{\frac{C_p}{m}} = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 10^8}{0,3}} = 1,29 \cdot 10^4 \text{ рад/с}. \quad (8)$$

После сопрягающей частоты график пойдёт под наклоном в -40 дБ/дек. Исходя из вышеперечисленных утверждений АЛАЧХ будет выглядеть следующим образом:

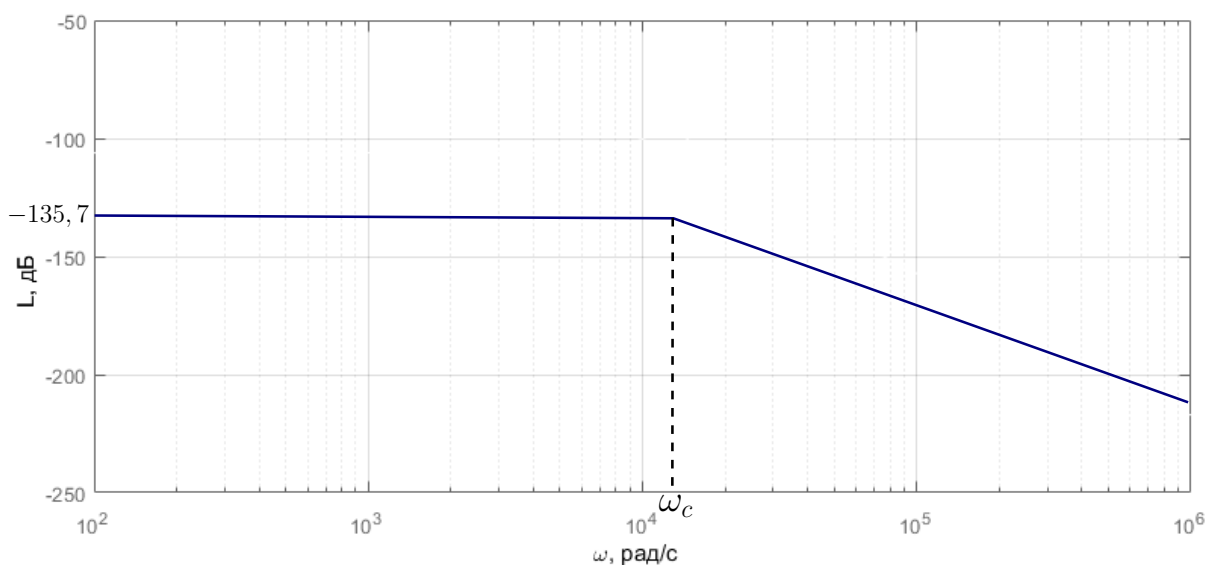


Рисунок 8 – Асимптотическая ЛАЧХ исполнительного устройства

## Вывод

Исполнительное пьезоэлектрическое устройство можно представить в виде колебательного звена, постоянная времени которого зависит прямо пропорционально от коэффициента упругости и обратно пропорционально от массы нагрузки.

При изменении массы нагрузки изменяются время переходного процесса и значение перерегулирования, оставляя установившееся значение неизменным.

Изменяя постоянную времени вольтного усилителя, мы можем управлять показателями качества переходных процессов пьезоэлектрического устройства. И время переходного процесса, и значение перерегулирования зависят обратно пропорционально от постоянной времени. Установившееся значение на выходе также остаётся неизменным.

При ненулевом внешнем воздействии величина коэффициента упругости пьезоэлемента влияет на установившееся значение. Чем больше значение коэффициента упругости, тем больше на выходе отклонение от 0.