

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

**Лабораторная работа №10**  
**“Исследование математической модели**  
**электромеханического объекта управления”**  
Вариант - 2

Выполнил Алякин С.П. (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20 17 г. Санкт-Петербург, 20 17 г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20 17 г.

## Цель работы

Изучение математических моделей и исследование характеристик электромеханического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

## Исходные данные

Изображение исследуемого электромеханического объекта приведено на рисунке 1.

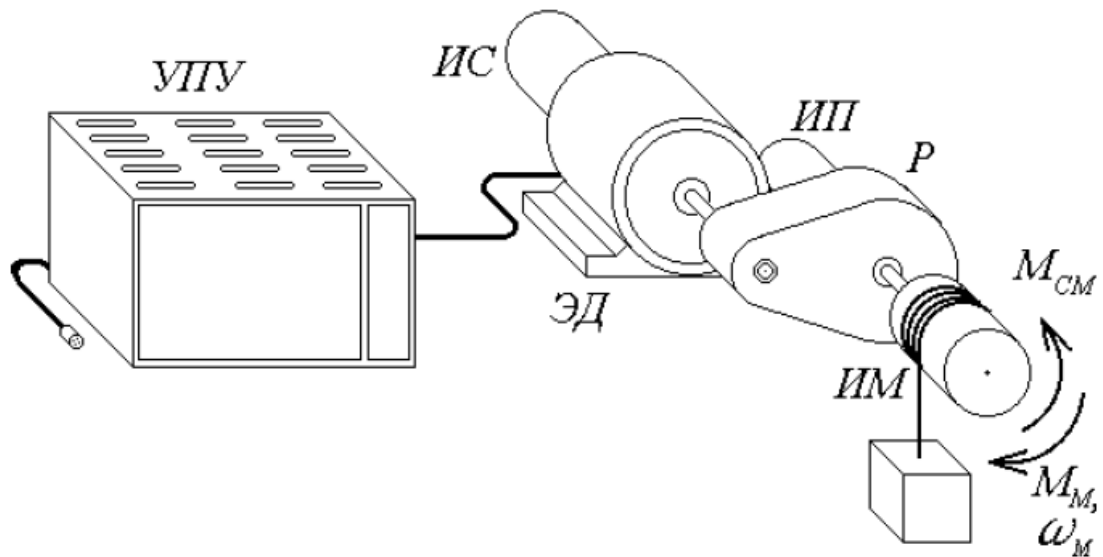


Рисунок 1 – Функциональная схема ЭМО

Исходные данные для выполнения работы приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

$U_H$ , В	$n_0$ , об/мин	$I_H$ , А	$M_H$ , Н·м	R, Ом	$T_{я}$ , мс	$J_d$ , кг·м <sup>2</sup>	$T_y$ , мс	$i_p$	$J_M$ , кг·м <sup>2</sup>
48	1000	12	5,5	0,75	5	$1,6 \cdot 10^{-3}$	6	16	2,75

# 1 Расчёт параметров математической модели двигателя

Переведём заданное значение частоты в систему СИ

$$n_0 = 1000 \text{ об/мин} = 104,72 \text{ рад/с} = \omega_0 \quad (1)$$

Рассчитаем необходимые для создания модели параметры:

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{48}{10} = 4,8 \quad (2)$$

$$K_D = \frac{1}{R} = \frac{1}{0,75} = 1,33 \quad (3)$$

$$K_M = \frac{M_H}{I_H} = \frac{5,5}{12} = 0,4583 \quad (4)$$

$$K_E = \frac{U_H}{\omega_0} = \frac{48}{104,72} = 0,4583 \quad (5)$$

$$J_P = 0,2J_D = 0,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3} = 3,2 \cdot 10^{-4} \quad (6)$$

$$J_\Sigma = J_D + J_P + \frac{J_M}{i_P^2} = 1,6 \cdot 10^{-3} + 3,2 \cdot 10^{-4} + \frac{2,75}{16^2} = 0,01266 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \quad (7)$$

## 2 Вывод математической модели Вход-Состояние-Выход для полной схемы моделирования электромеханического объекта

Для составления математической модели запишем формулы, характеризующие ЭМО, взятые из теории к данной лабораторной работе.

$$\begin{cases} T_{\text{Я}}\dot{I} + I = K_{\text{Д}}(U_{\text{Y}} - K_{\text{E}}\omega) \\ M_{\text{Д}} - M_{\text{C}} = J_{\Sigma}\dot{\omega} \\ T_{\text{Y}}\dot{U}_{\text{Y}} + U_{\text{Y}} = K_{\text{Y}}U \\ \dot{\alpha} = \omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{I} = -\frac{K_{\text{E}}}{T_{\text{Я}}}\omega - \frac{1}{T_{\text{Я}}}I + \frac{K_{\text{Д}}}{T_{\text{Я}}}U_{\text{Y}} \\ \dot{\omega} = \frac{K_{\text{М}}}{J_{\Sigma}}I - \frac{1}{J_{\Sigma}}M_{\text{C}} \\ \dot{U}_{\text{Y}} = -\frac{1}{T_{\text{Y}}}U_{\text{Y}} + \frac{K_{\text{Y}}}{T_{\text{Y}}}U \\ \dot{\alpha} = \omega \end{cases}, \quad (8)$$

где  $M_{\text{Д}} = K_{\text{М}}I$ .

Примем вектор состояния  $X = [\alpha \ \omega \ I \ U_{\text{Y}}]^T$  и вектор входных воздействий  $U = [U \ M_{\text{C}}]^T$ , тогда исходя из (8) получим модель Вход-Состояние-Выход:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ y = CX \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_{\text{Y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_{\text{М}}}{J_{\Sigma}} & 0 \\ 0 & -\frac{K_{\text{Е}}}{T_{\text{Я}}} & -\frac{1}{T_{\text{Я}}} & \frac{K_{\text{Д}}}{T_{\text{Я}}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{\text{Y}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_{\text{Y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_{\Sigma}} \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{\text{Y}}}{T_{\text{Y}}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_{\text{C}} \end{bmatrix} \\ \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_{\text{Y}} \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (9)$$

Подставив рассчитанные ранее значения, получим следующие матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 36.2 & 0 \\ 0 & -91,66 & -200 & 266 \\ 0 & 0 & 0 & -166,67 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -79,99 \\ 0 & 0 \\ 800 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

### 3 Математическое моделирование электромеханического объекта

Составим математическую модель ЭМО на основе структурной схемы, представленной на рисунке 2.

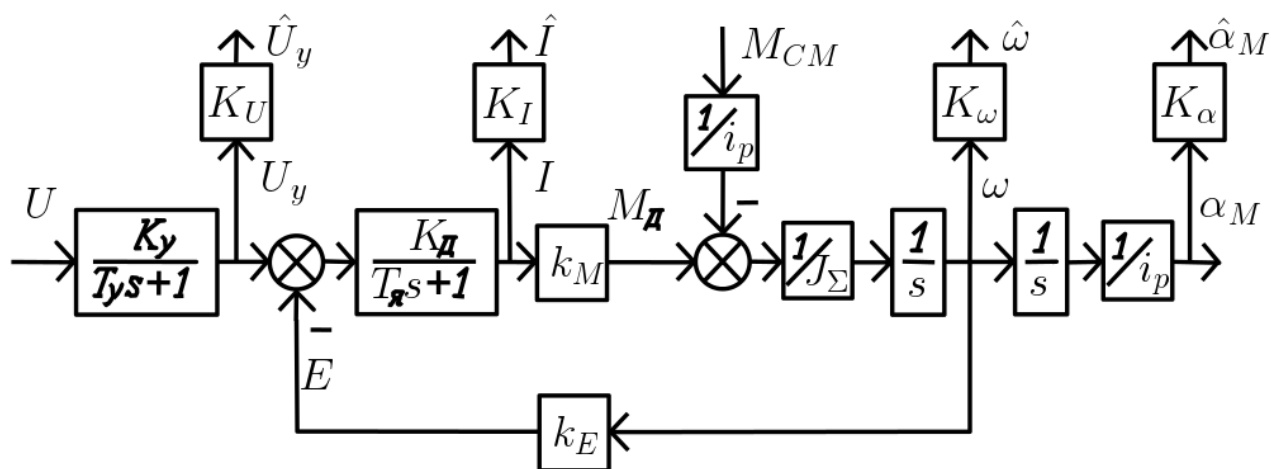


Рисунок 2 – Структурная схема ЭМО

Коэффициенты передачи измерительных устройств  $K_U, K_I, K_\omega, K_\alpha$  выбираются таким образом, чтобы обеспечить соответствие максимального значения измеряемого сигнала уровню 10 В на выходе измерительного устройства. Из этого условия имеем:

$$K_U = 0,4175 \quad (11)$$

$$K_I = 0,419 \quad (12)$$

$$K_\omega = 0.19125 \quad (13)$$

$$K_\alpha = 12 \quad (14)$$

Схема модели представлена на рисунке 3.

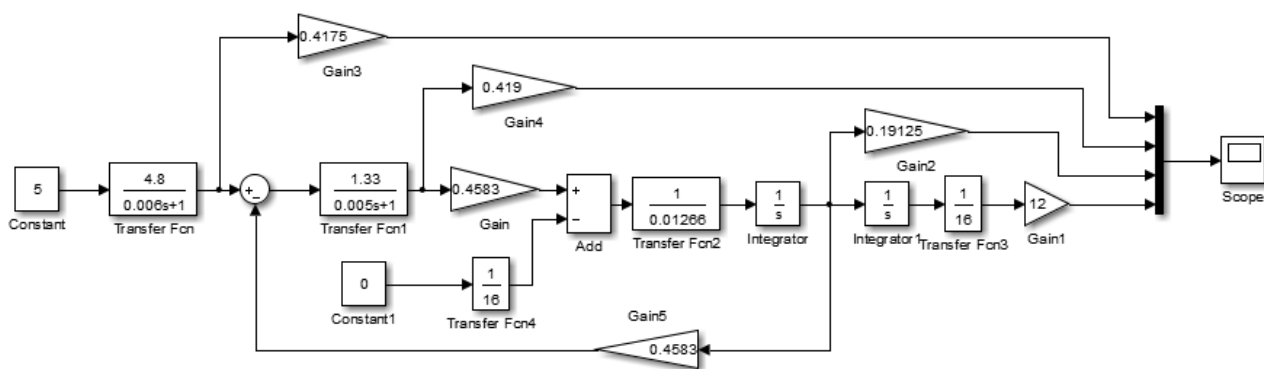
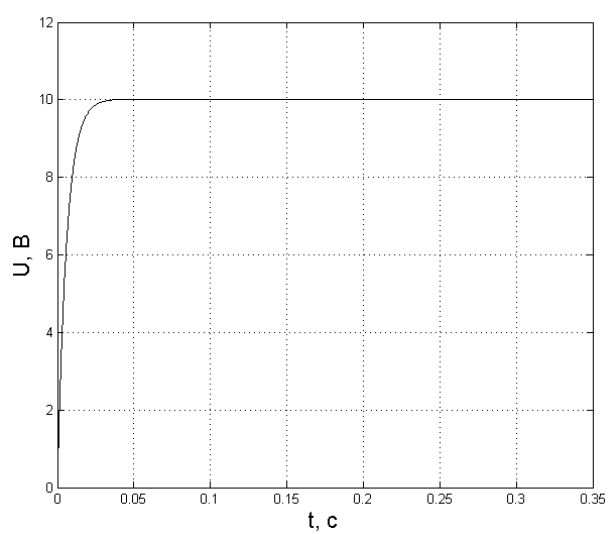
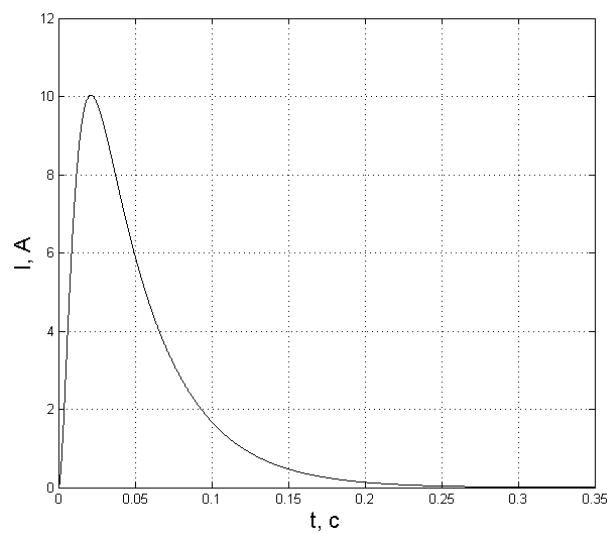


Рисунок 3 – Схема моделирования ЭМО

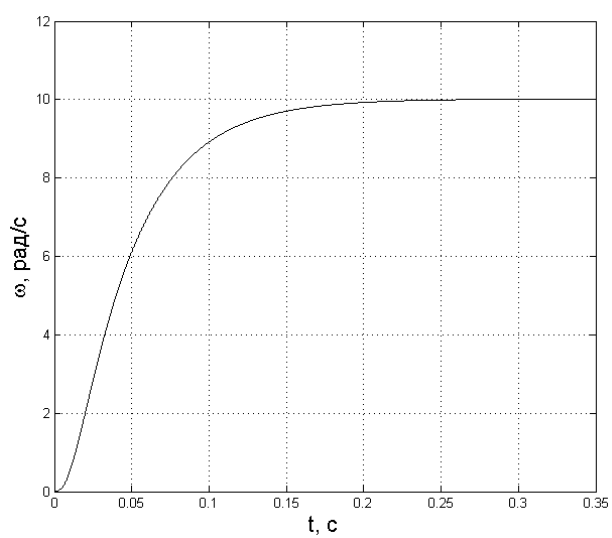
Построим графики переходного процесса:



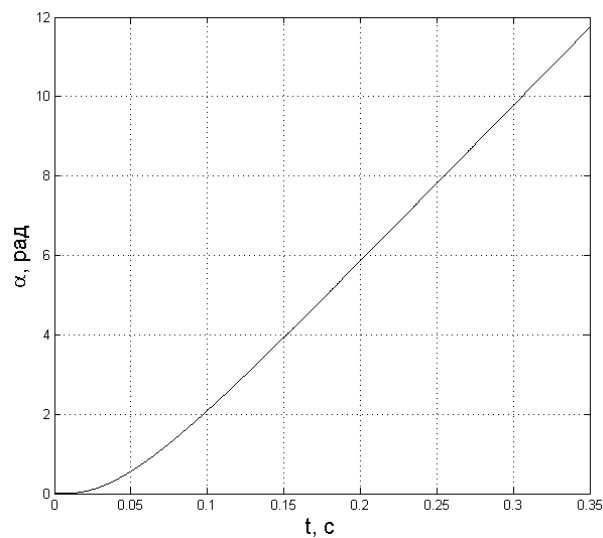
(a) Переходный процесс по напряжению



(b) Переходный процесс по току



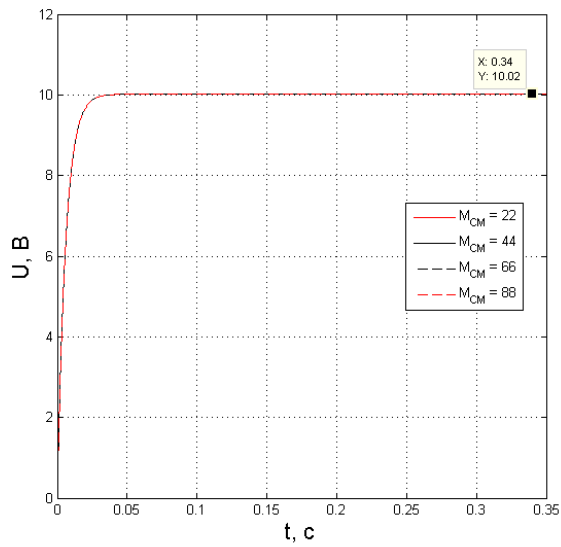
(c) Переходный процесс по угловой скорости



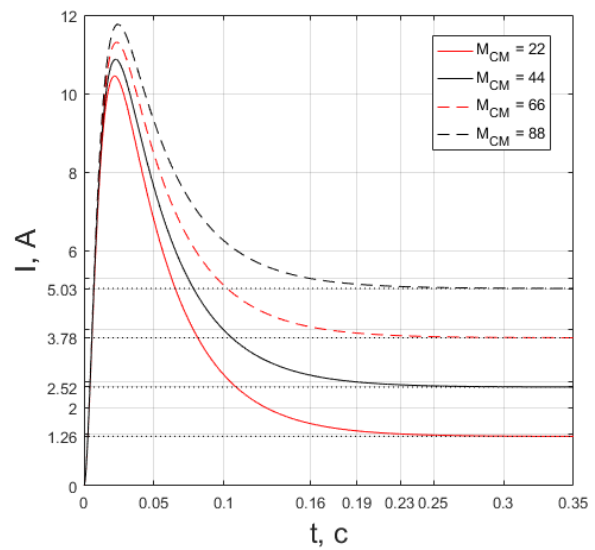
(d) Переходный процесс по углу поворота

Рисунок 4 – Графики переходного процесса при нулевом моменте сопротивления

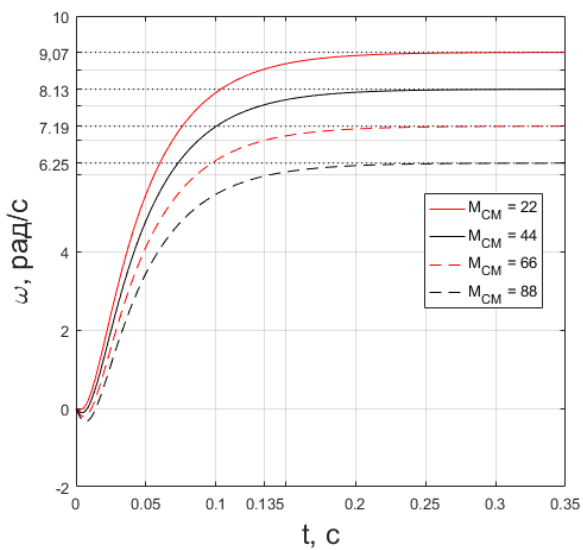
## 4 Исследование влияние момента сопротивления на вид переходных процессов



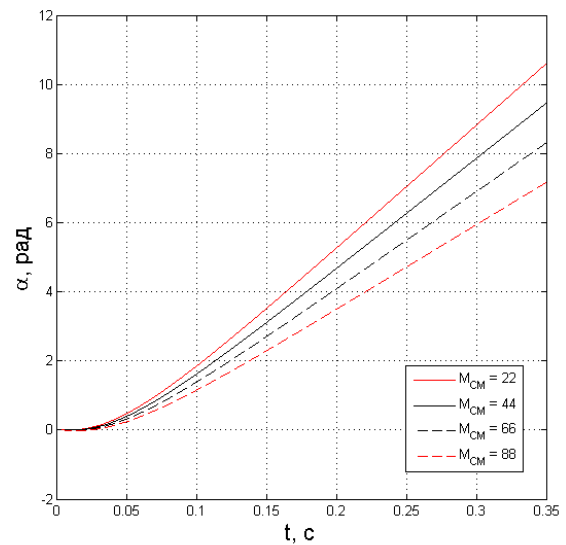
(a) Переходные процессы по напряжению



(b) Переходные процессы по току



(c) Переходные процессы по угловой скорости

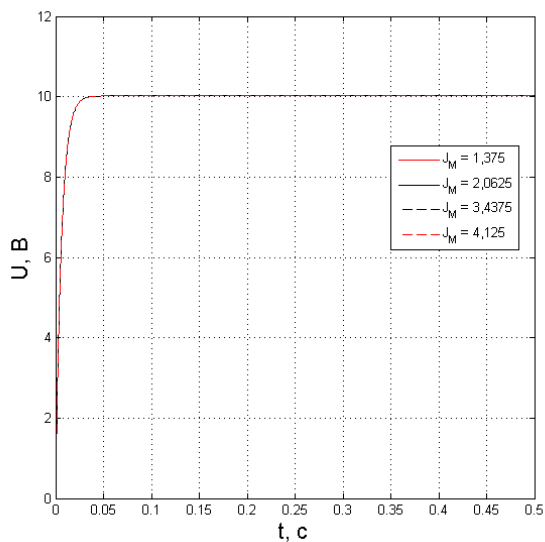


(d) Переходные процессы по углу поворота

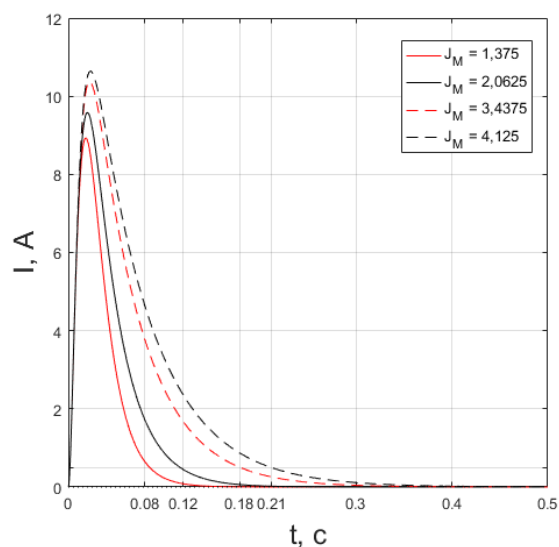
Рисунок 5 – Графики переходных процессов при различных значениях момента сопротивления

Как видно на рисунке 5 при увеличении момента сопротивления, время переходного процесса по скорости остаётся неизменным и равным  $\approx 0,135$  сек, а время переходного процесса уменьшается от  $0,23$ с при  $M_{CM} = 22$  до  $0,16$ с при  $M_{CM} = 88$ . Установившееся значение скорости уменьшается, а тока — увеличивается.

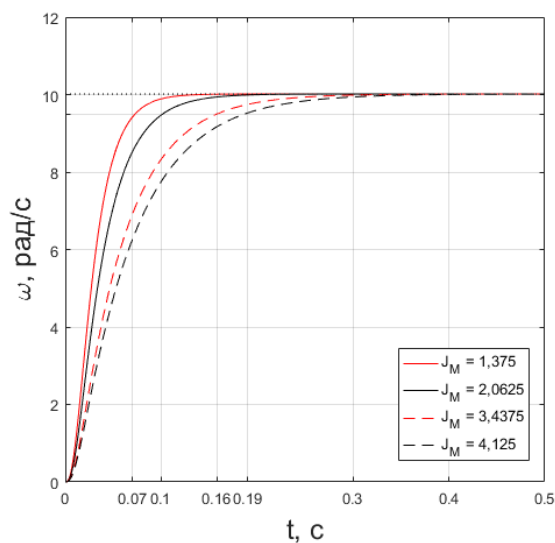
## 5 Исследование влияния момента инерции нагрузки на вид переходных процессов



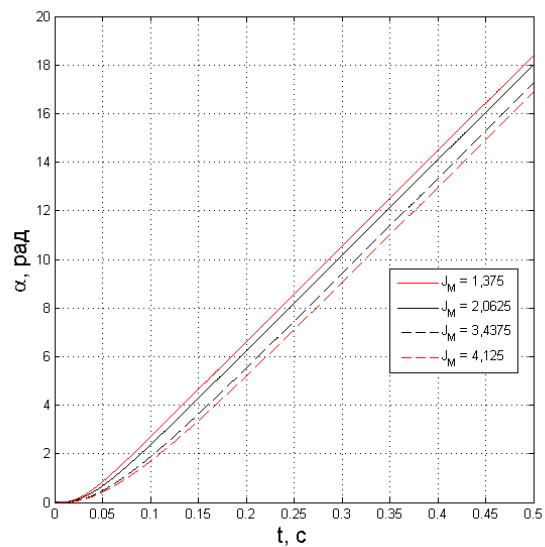
(а) Переходные процессы по напряжению



(б) Переходные процессы по току



(с) Переходные процессы по скорости



(д) Переходные процессы по углу поворота

Рисунок 6 – Графики переходных процессов при различных значениях момента инерции нагрузки

Как мы можем наблюдать на графиках переходных процессов, представленных на рисунке 6, время переходного процесса изменяется пропорционально с моментом инерции нагрузки  $J_M$ , в то время как установившиеся значения тока якоря и угловой скорости остаются неизменными.



## 6 Исследование влияния передаточного момента редуктора на вид переходных процессов

Проведём исследования при величине момента сопротивления  $M_{CM} = 0$ . Их результаты приведены на рисунке 7.

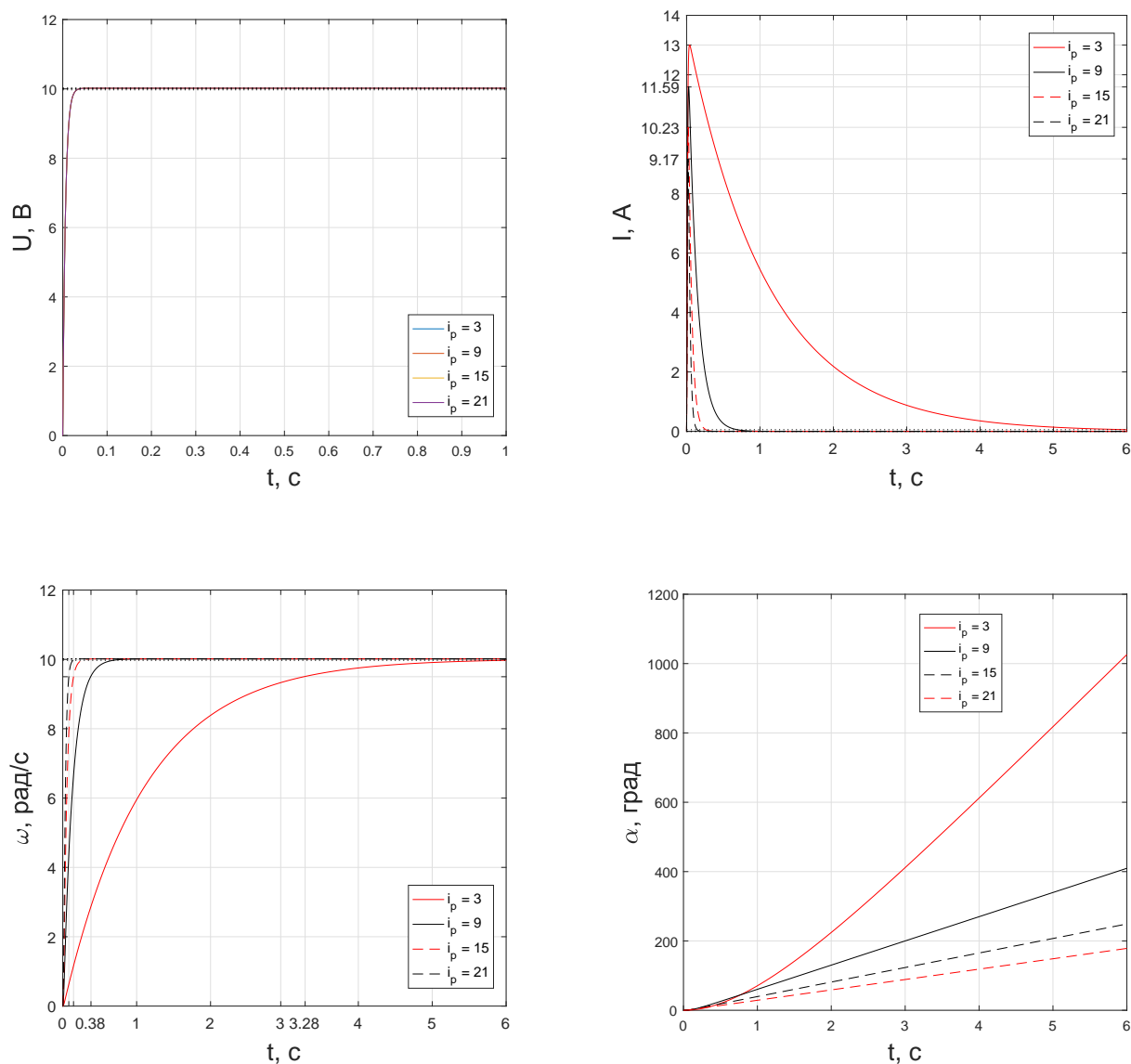


Рисунок 7 – Графики переходных процессов при нулевом моменте сопротивления и при различных значениях передаточного момента редуктора

Как можно заметить по результатам математического моделирования при увеличении передаточного момента редуктора уменьшаются время переходного процесса и максимальное значение тока. Установившиеся значения тока и угловой скорости при этом остаются неизменными.

Так же проведём исследования при величине момента сопротивления  $M_{CM} = 44$ , что является равным половине максимального значения, рассчитанного для передаточного момента редуктора  $i_p = 16$ . Результаты моделирования приведены на рисунке 8.

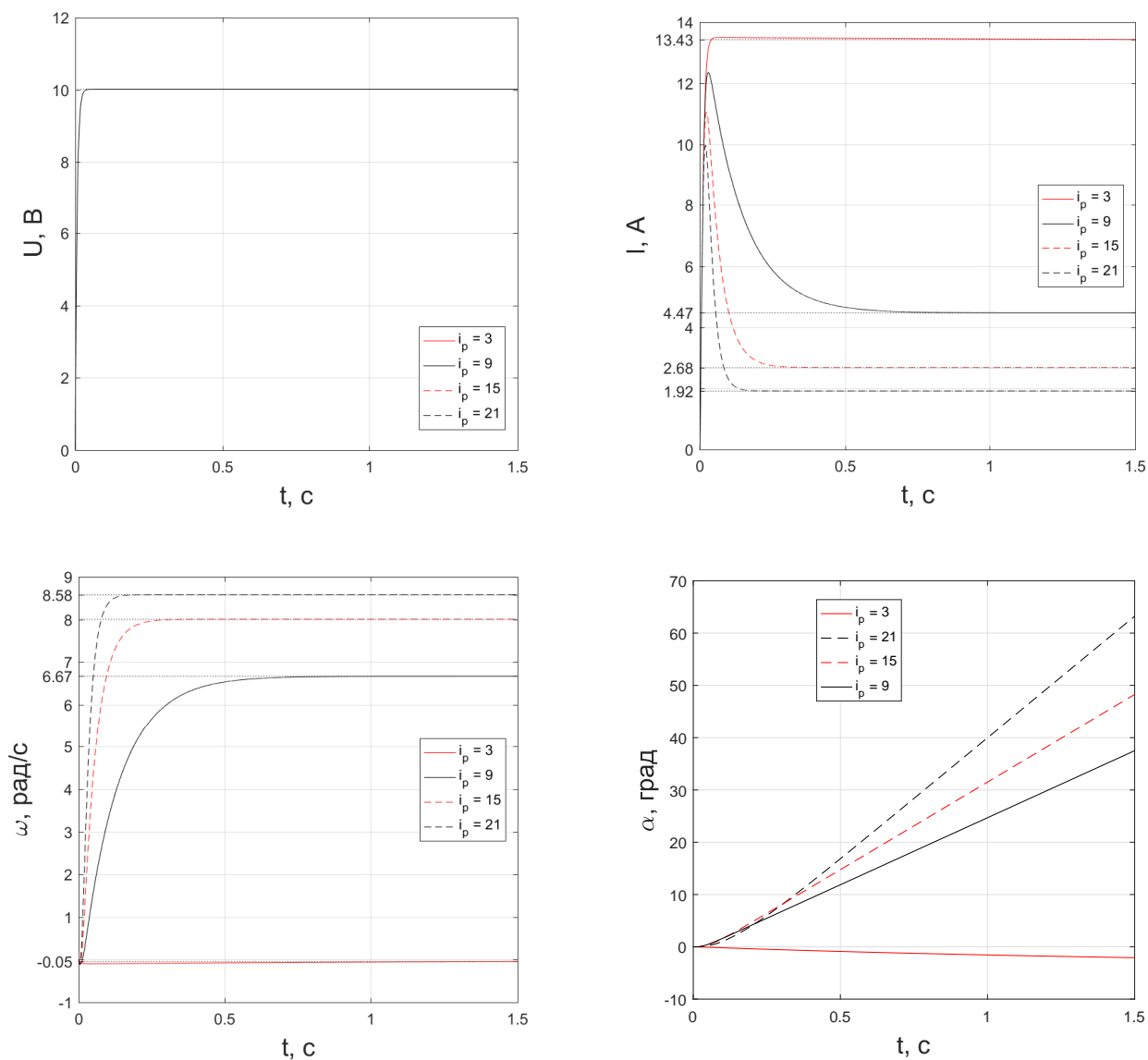


Рисунок 8 – Графики переходных процессов при ненулевом моменте сопротивления и при различных значениях передаточного момента редуктора

На полученных результатах моделирования видно, что при наличии момента нагрузки и малом показателе передаточного момента редуктора система может не справиться с нагрузкой и никогда не прийти в устойчивое состояние. В нашем случае при значении  $i_p = 3$  момента вращения двигателя не хватает, чтобы преодолеть момент сопротивления нагрузки. Так же можно наблюдать, что при увеличении  $i_p$  не только уменьшаются значения времени переходного процесса и максимального тока, но и установившиеся значения угловой скорости и тока приближаются к значениям без нагрузки.

## 7 Исследование влияния значений постоянных времени на вид переходных процессов

Для проведения данного исследования уменьшим заданные значения постоянных времени на порядок и получим

$$T_y = 0,5\text{мс} = 0,0005\text{с} \quad (15)$$

$$T_\alpha = 0,6\text{мс} = 0,0006\text{с} \quad (16)$$

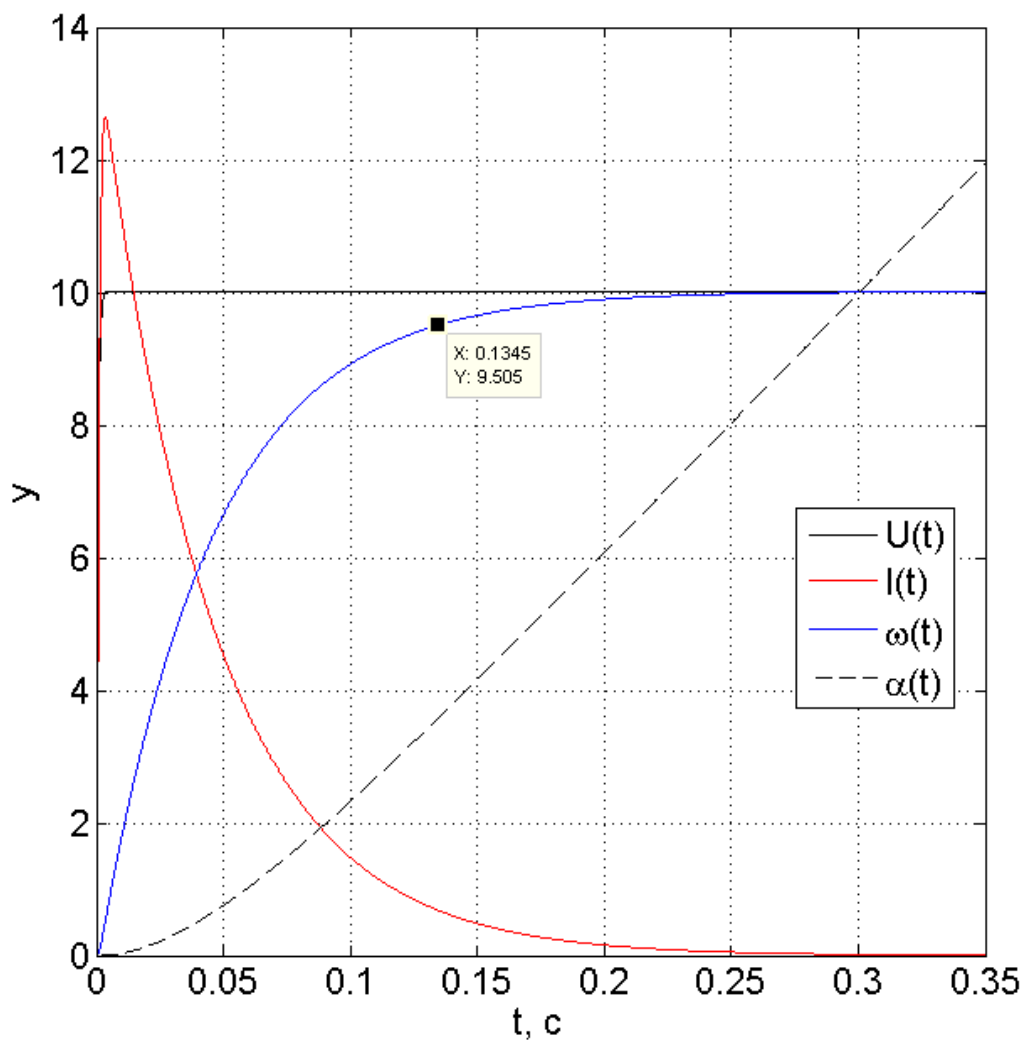


Рисунок 9 – График переходного процесса при уменьшенных значениях постоянных времени

При уменьшении значений постоянных времени на порядок возросло максимальное значение тока. Время переходного процесса и установившиеся значения тока и скорости остались неизменны.

## 8 Вывод математической модели Вход-Состояние-Выход для приближённой схемы моделирования электромеханического объекта

Для составления упрощённой модели ЭМО постоянные времени  $T_u$  и  $T_\gamma$  приравнивают к 0, так как их значение существенно меньше, чем значение механической постоянной времени  $T_M$ . Для получения упрощённой модели Вход-Состояние-Выход произведём соответствующие подстановки в уравнения для полной системы (8).

$$\begin{cases} \dot{\omega} = -\frac{K_M K_D K_C}{J_\Sigma} \omega + \frac{K_M K_D K_C}{J_\Sigma} U - \frac{1}{J_\Sigma} M_C \\ \dot{\alpha} = \omega \end{cases}, \quad (17)$$

и на основании полученной системы построим модель:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_M K_D K_C}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_M K_D K_E}{J_\Sigma} & -\frac{1}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_C \end{bmatrix} \\ \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (18)$$

Подставив значения, получим матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -22,07 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 22,07 & 78,99 \end{bmatrix} \quad (19)$$

## 9 Математическое моделирование приближённой модели электромеханического объекта

Составим упрощённую модель ЭМО на основе структурной схемы, представленной на рисунке 10.

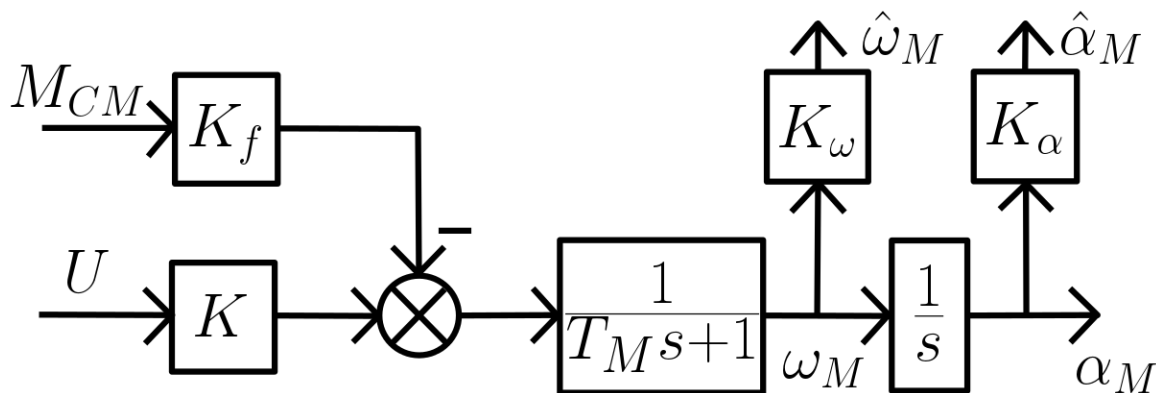


Рисунок 10 – Структурная схема упрощённой модели ЭМО

Рассчитаем параметры упрощённой ЭМО:

$$K = \frac{K_y}{K_E \cdot i_p} = \frac{4,8}{0,4583 \cdot 16} = 0,6546 \quad (20)$$

$$K_f = \frac{R}{K_M \cdot K_E \cdot i_p^2} = \frac{0,75}{0,4583 \cdot 0,4583 \cdot 16^2} = 0,01395 \quad (21)$$

$$T_M = \frac{R \cdot J_\Sigma}{K_M \cdot K_E} = \frac{0,75 \cdot 0,01266}{0,4583 \cdot 0,4583} = 0,0452 \quad (22)$$

На основе полученных параметров построим математическую модель упрощённой ЭМО. Схема модели приведена на рисунке 11.

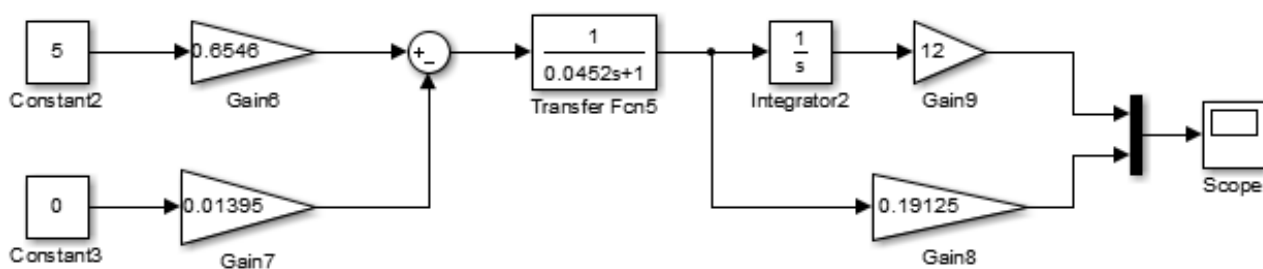


Рисунок 11 – Схема моделирования упрощённой ЭМО

Сравнение графиков переходных процессов по скорости полной и упрощённой моделей ЭМО приведены на рисунке 12.

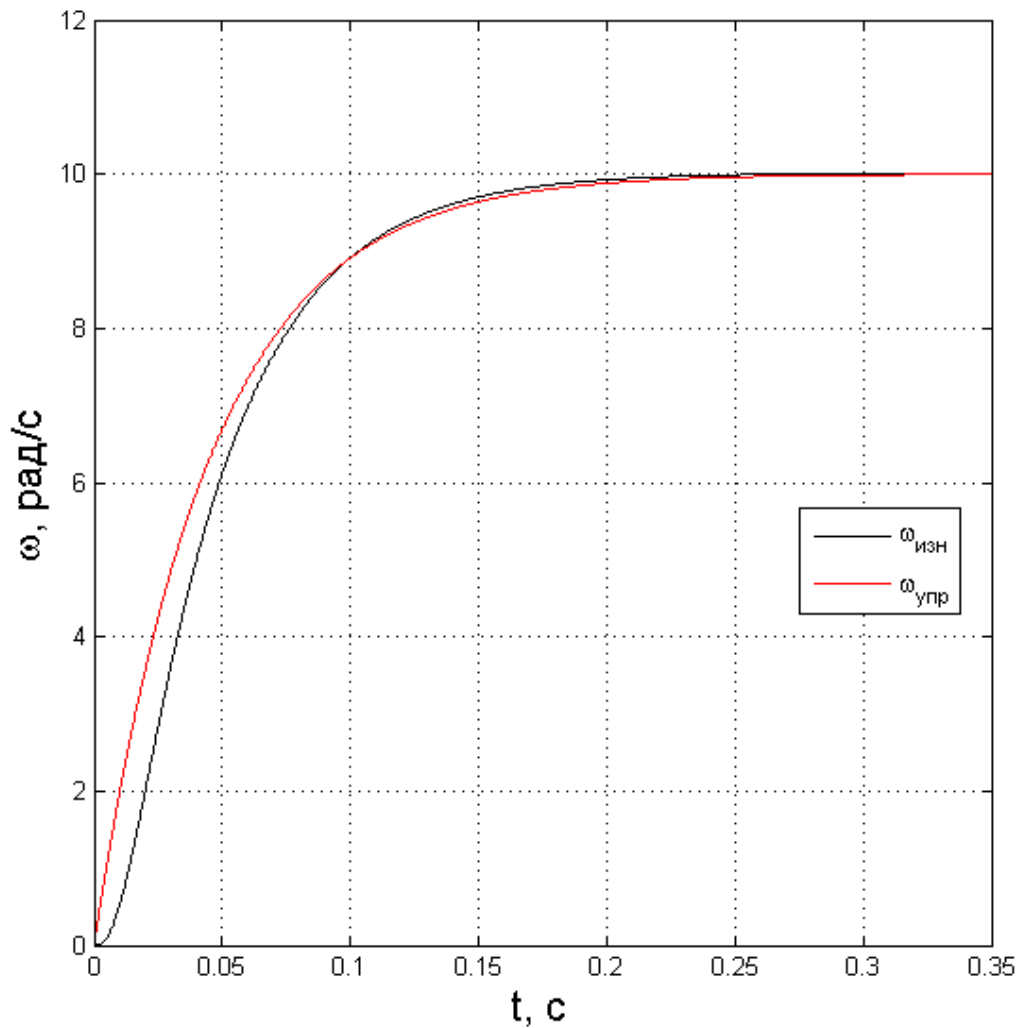


Рисунок 12 – График сравнения переходных процессов полной и упрощённой моделей ЭМО

Как можно заметить, время переходного процесса на обоих графиках совпадают, но есть различия в характере кривой.

Так же проведём сравнение переходных процессов в полной и упрощённой моделях при меньших значениях постоянных времени  $T_y = 6 \cdot 10^{-4}$  и  $T_{\text{я}} = 5 \cdot 10^{-4}$ . Результаты сравнения приведены на рисунке.

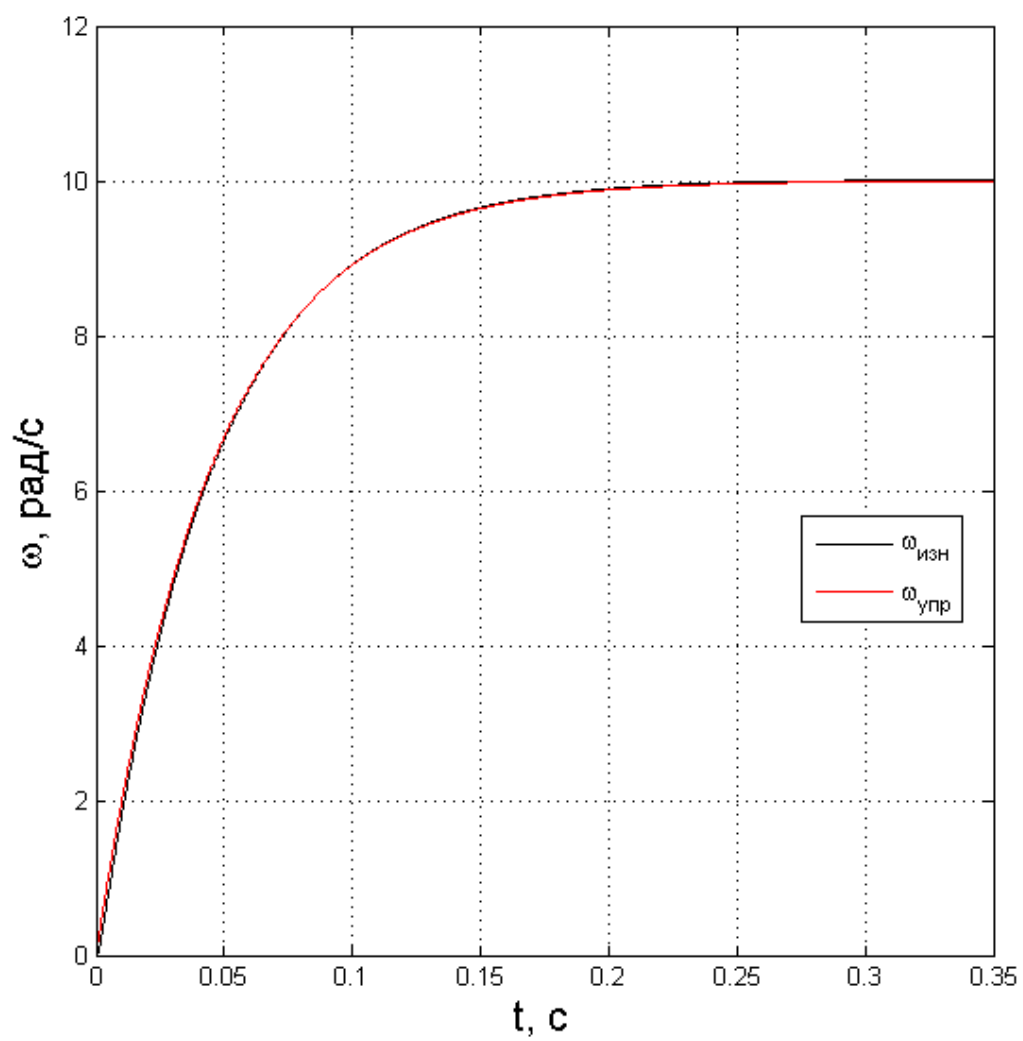


Рисунок 13 – График сравнения переходных процессов полной и упрощённой моделей ЭМО при меньших значениях постоянных времени

Как видно на рисунке 13 различия между полной и упрощённой моделями становятся незначительными при уменьшении постоянных времени.

## Вывод

В ходе работы было показано, как различные параметры, такие как момент сопротивления нагрузки, передаточный момент редуктора и постоянные времени влияют на показатели переходных процессов системы и её работоспособность в целом.

Так же была исследована упрощённая модель электромеханического объекта и в ходе математического моделирования было показано, что её можно использовать при постоянных времени  $T_u$  и  $T_\gamma$  значительно меньших механической постоянной времени  $T_M$ .