

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №8  
“Экспериментальное построение областей  
устойчивости на плоскости двух параметров”  
Вариант - 2

Выполнил Алякин С.П. (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_17 г. Санкт-Петербург, 20\_17 г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_17 г.

## Цель работы

Ознакомление с экспериментальными методами построения областей устойчивости линейных динамических систем и изучение влияния на устойчивость системы её параметров.

## Вариант задания

Задана линейная схема третьего порядка, схема которой представлена на рисунке 1. По условию параметр  $T_1$  неизменен и равен 0,75с. Параметр  $T_2$  в ходе работы будет изменяться в диапазоне от 0,1 с до 5 с. Коэффициент  $K$  выбирается для обеспечения устойчивости/границы устойчивости системы.

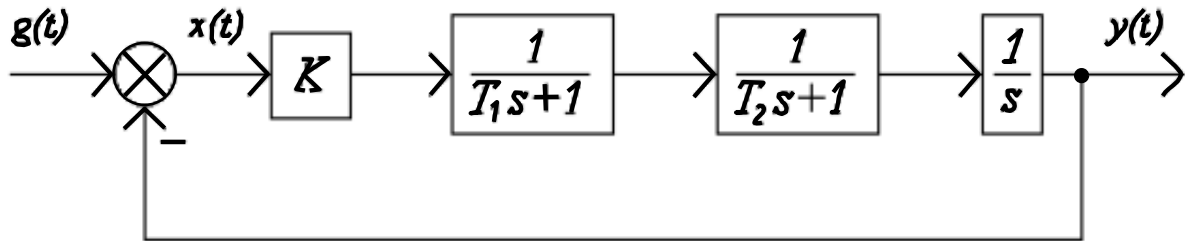


Рисунок 1 – Структурная схема линейной системы третьего порядка

# 1 Нахождение границы устойчивости методом математического моделирования

При постоянных коэффициентах  $T_1$  и  $T_2$ , изменяя значение коэффициента  $K$ , получим разные графики переходных процессов, соответствующие разным уровням устойчивости системы. Схема моделирования системы представлена на рисунке 2.

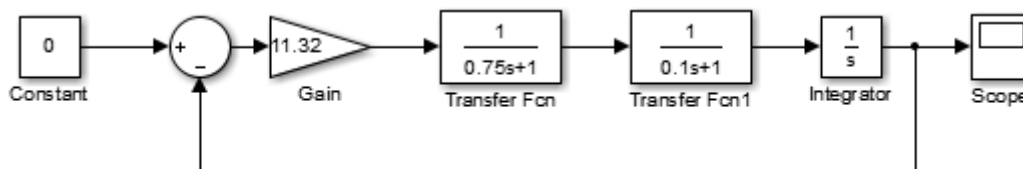
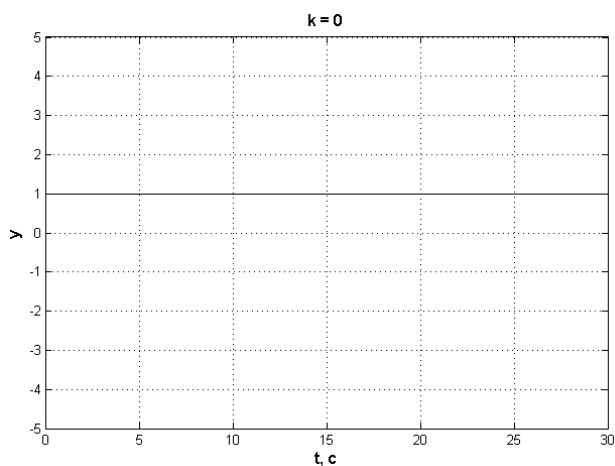
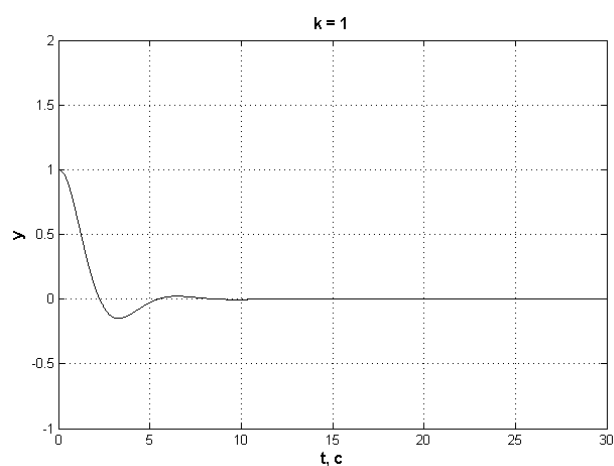


Рисунок 2 – Схема моделирования заданной системы

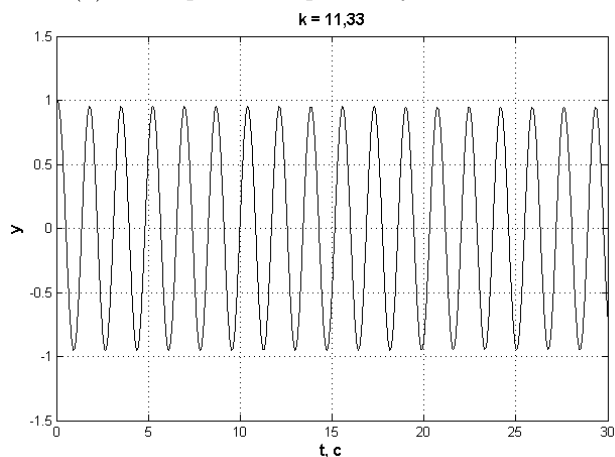
На рисунке 3 представлены результаты моделирования, на которых получены устойчивое положение системы, не устойчивое и 2 состояния на границе устойчивости: на нейтральной и колебательной.



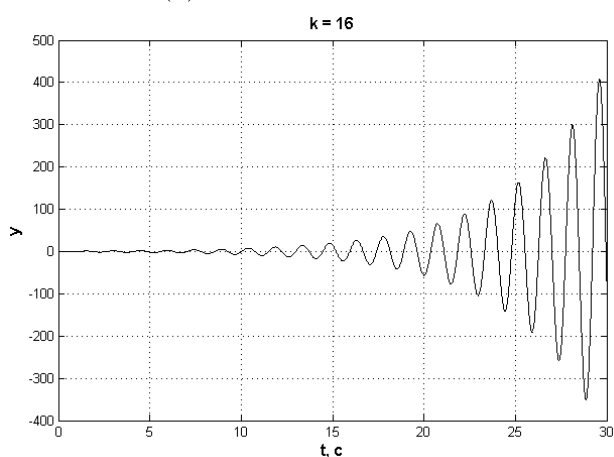
(a) Нейтральная граница устойчивости



(b) Устойчивое состояние



(c) Колебательная граница устойчивости



(d) Неустойчивое состояние

Рисунок 3 – Переходные процессы системы при разных значениях коэффициента  $k$

## 2 Теоретический расчёт параметров устойчивости системы

Рассчитаем передаточную функцию замкнутой системы

$$W(s) = \frac{\Phi(s)}{1 + \Phi(s)}, \quad (1)$$

где  $\Phi(s)$  - передаточная функция разомкнутой системы.

$$\Phi(s) = K \cdot \frac{1}{T_1 s + 1} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{K}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s}, \quad (2)$$

$$W(s) = \frac{(T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s) \cdot \frac{K}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s}}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s + K} = \frac{K}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2)s^2 + s + K}. \quad (3)$$

На основании характеристического уравнения, построенного по передаточной функции замкнутой системы, составим матрицу Гурвица

$$\begin{pmatrix} T_1 + T_2 & K & 0 \\ T_1 T_2 & 1 & 0 \\ 0 & T_1 + T_2 & K \end{pmatrix}$$

тогда главные миноры матрицы Гурвица равны

$$D_1 = T_1 + T_2, \quad (4)$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} T_1 + T_2 & K \\ T_1 T_2 & 1 \end{vmatrix} = T_1 + T_2 - T_1 T_2 K, \quad (5)$$

$$D_3 = D_2 \cdot K = (T_1 + T_2)K - T_1 T_2 K^2. \quad (6)$$

По критерию Гурвица для устойчивости системы необходимо, чтобы главные миноры матрицы были положительны. Если минор  $n - 1$  порядка равен 0, то система будет находиться на колебательной границе устойчивости. Отсюда получаем уравнения коэффициентов для колебательной границы устойчивости

$$\begin{cases} T_1 + T_2 > 0 \\ K = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \end{cases} \quad (7)$$

Так как по нашему условию  $T_1$  и  $T_2$  больше 0, то единственным условием для того, чтобы система находилась на колебательной границе устойчивости, является

$$K = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}. \quad (8)$$

Используя полученное выражение, найдём  $K$  для  $T_1 = 0,75$  и  $T_2$  изменяющемся от 0,1 с до 5 с с шагом 0,5 с. Полученны значения  $K$  запишем в таблицу 1.

Таблица 1 – Значения  $K$  для колебательной границы устойчивости системы

$T_2$	0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$K$	11,33	3,33	2,33	2	1,83	1,73	1,66	1,62	1,58	1,56	1,53

По полученным значениям построим график зависимости  $K$  от  $T_2$ :

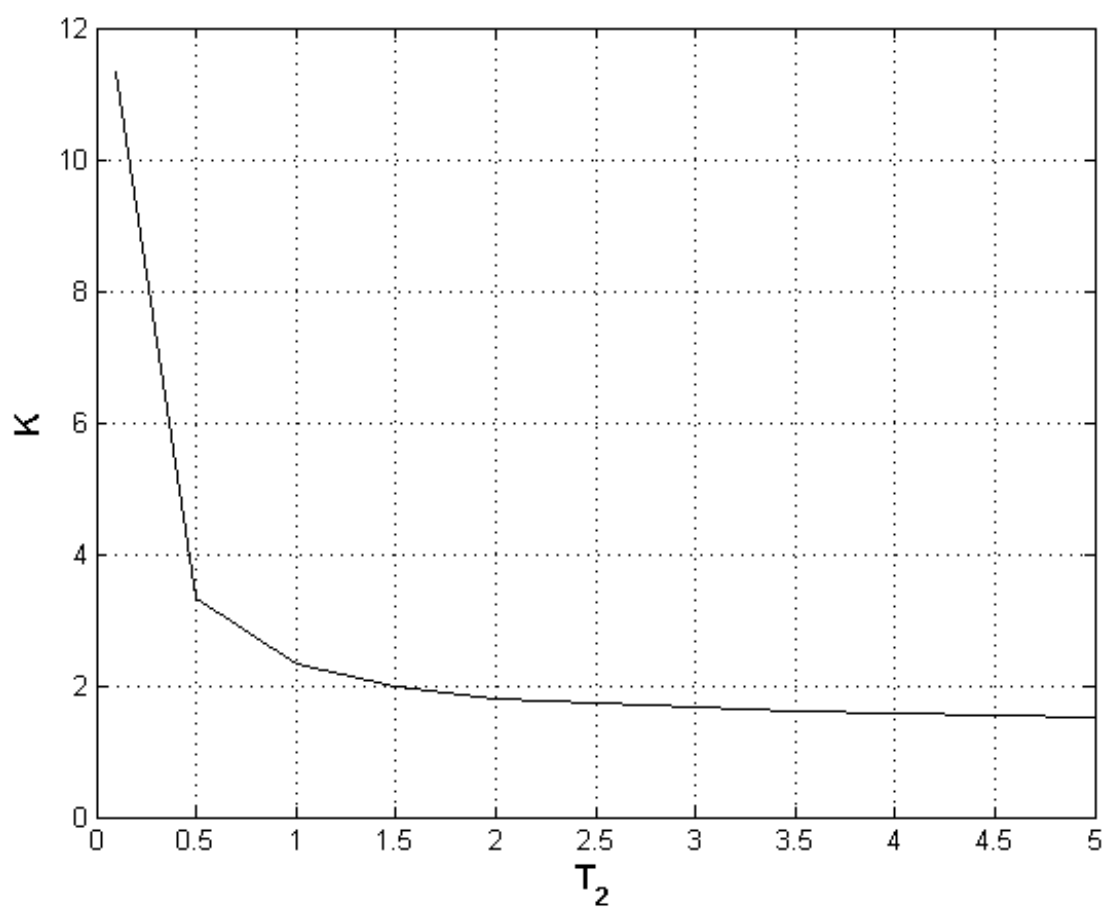


Рисунок 4 – Граница устойчивости на плоскости двух параметров  $K$  и  $T_2$

## Вывод

В ходе работы был исследован способ управления устойчивостью системы, изменяя её параметры. Из трёх данных параметров  $K$ ,  $T_1$  и  $T_2$  изменялись только  $K$  и  $T_2$ . Аналитически и по средствам математического моделирования были рассчитаны значения, по которым был построен график границы устойчивости на плоскости двух параметров  $K$  и  $T_2$ . Результаты, полученные обоими способами, совпадают.