

## Содержание

Введение .....	5
1 Постановка задачи .....	6
2 Анализ устойчивости неизменяемой части системы .....	7
3 Синтез регулятора .....	9
3.1 Построение желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики .....	9
3.1.1 Построение низкочастотной асимптоты . . . . .	9
3.1.2 Построение средне-частотной части ЛАЧХ . . . . .	9
3.1.3 Построение высокочастотной части ЛАЧХ . . . . .	10
3.2 Составление передаточной функции регулятора .....	11
4 Проверка полученных результатов .....	13
5 Реализация регулятора .....	17
Заключение .....	19
Список использованных источников .....	20

					КСУИ.152.Р3340.001 ПЗ			
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата				
Разраб.	Алякин С.П.				Синтез последовательного регулятора для замкнутой следящей системы методом желаемых ЛАЧХ	Лит.	Лист	Листов
Пров.	Григорьев В.В.						4	20
						Университет ИТМО Кафедра СУиИ		
Н.контр.								
Утв.								

## Введение

Под синтезом системы автоматического управления понимается направленный расчёт, имеющий конечной целью отыскание рациональной структуры схемы и установление оптимальных значений величин параметров её отдельных звеньев. Синтез также можно трактовать как инженерную задачу, сводящуюся к такому построению системы, при котором обеспечивается выполнение технических требований к ней.

Синтез регуляторов для систем автоматического управления является неотъемлемой частью разработки системы, так как регуляторы позволяют расширить границы применения систем и качество, с которым они выполняют поставленные перед ними задачи. При синтезе системы автоматического управления необходимо обеспечить, во-первых, требуемую точность и, во-вторых, приемлемый характер переходных процессов.

Так же важно заметить, что включение регулятора позволяет повлиять на качество работы системы, не изменяя её саму, так как на практике далеко не всегда имеется возможность изменить параметры исходной системы напрямую.

В данной работе будет построен последовательно включённый к неизменяемой части системы регулятор, который позволит добиться желаемых показателей качества от системы.

Расчёт регулятора будет произведён, используя метод желаемой логарифмической амплитудной характеристики. Этот метод заключается в том, что для начала, исходя из требуемых показателей качества конечной замкнутой системы, формируется желаемая л.а.х.. На основании построенной характеристики мы строим желаемую передаточную функцию разомкнутого контура из которой можно без особых проблем получить передаточную характеристику последовательно включённого регулятора.

Помимо используемого метода желаемых л.а.х. для синтеза регуляторов так же используется метод модального управления. Основным преимуществом метода желаемых л.а.х. над методом модального управления является простота вычислений, потому что синтез регулятора методом модального управления подразумевает решение матричного уравнения типа Сильвестра, которые, при высоком порядке системы, могут быть очень трудны для решения.

Ли	Изм.	№ докум.	Подп.	Дат

## 1 Постановка задачи

Задан объект управления, описание которого определяется передаточной функцией неизменяемой части  $W_H$ . Структурная схема следящей системы представлена на рисунке 1.

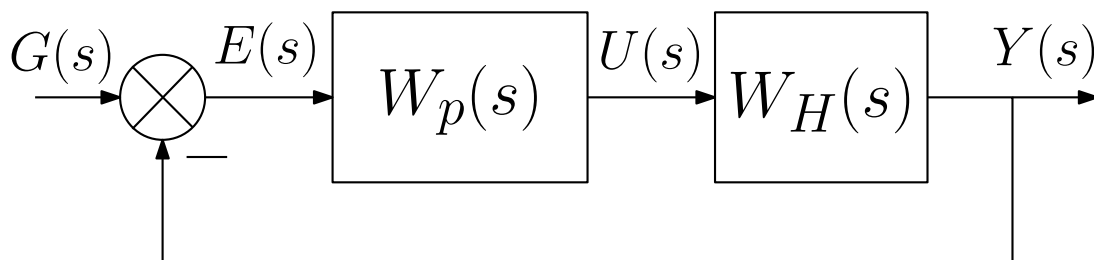


Рисунок 1 – Структурная схема проектируемой следящей системы

Требуется спроектировать регулятор, включённый параллельно с неизменяемой частью системы в контуре ошибки с передаточной функцией  $W_p(s)$ , который обеспечивает в замкнутой следящей системе с единичной обратной связью набор показателей качества, приведённый в таблице 1 вместе с исходными данными системы.

Таблица 1 – Исходные данные для проектирования системы

$W_H(s)$	$K$	$T_1, c$	$q$	$M$	$\dot{g}_{max}, c^{-1}$	$\ddot{g}_{max}, c^{-2}$	$e_{max}$
$\frac{K}{(T_1^2 s^2 + 2qT_1 s + 1)s}$	200	0,11	0,8	1,55	1,6	0,8	0,014

## 2 Анализ устойчивости неизменяемой части системы

Используя данные из таблицы 1, получим передаточную функцию неизменяемой части системы:

$$W_H(s) = \frac{200}{(0,0121s^2 + 0,088s + 1)s}. \quad (1)$$

Выполним анализ системы на устойчивость, воспользовавшись корневым критерием устойчивости. Для этого составим матрицу Гурвица данной передаточной функции:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0,088 & 0 & 0 \\ 0,0121 & 1 & 0 \\ 0 & 0,088 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Как нетрудно заметить, миноры  $D_1$  и  $D_2 > 0$ , а  $D_3 = 0$ , следовательно, разомкнутая система находится на нейтральной границе устойчивости.

Замкнув неизменяемую часть системы единичной отрицательной обратной связью получим

$$W(s) = \frac{200}{0,0121s^3 + 0,088s^2 + s + 200}. \quad (3)$$

Для этой системы матрица Гурвица будет иметь следующий вид:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0,088 & 200 & 0 \\ 0,0121 & 1 & 0 \\ 0 & 0,088 & 200 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

В этом случае  $D_1 = 0,088 > 0$ ;  $D_2 = 0,088 - 2,42 = -2,332 < 0$ . Система является неустойчивой, так как матрица Гурвица имеет главный минор с отрицательным определителем.

Проверим полученные данные по средствам математического моделирования. Схема моделирования представлена на рисунке 2.

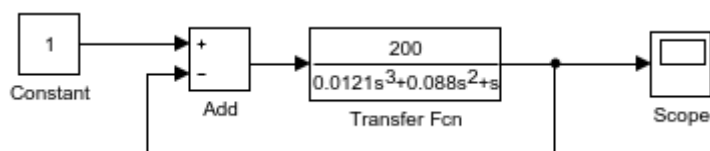


Рисунок 2 – Схема моделирования замкнутой системы

При симуляции был получен график, приведённый на рисунке 3.

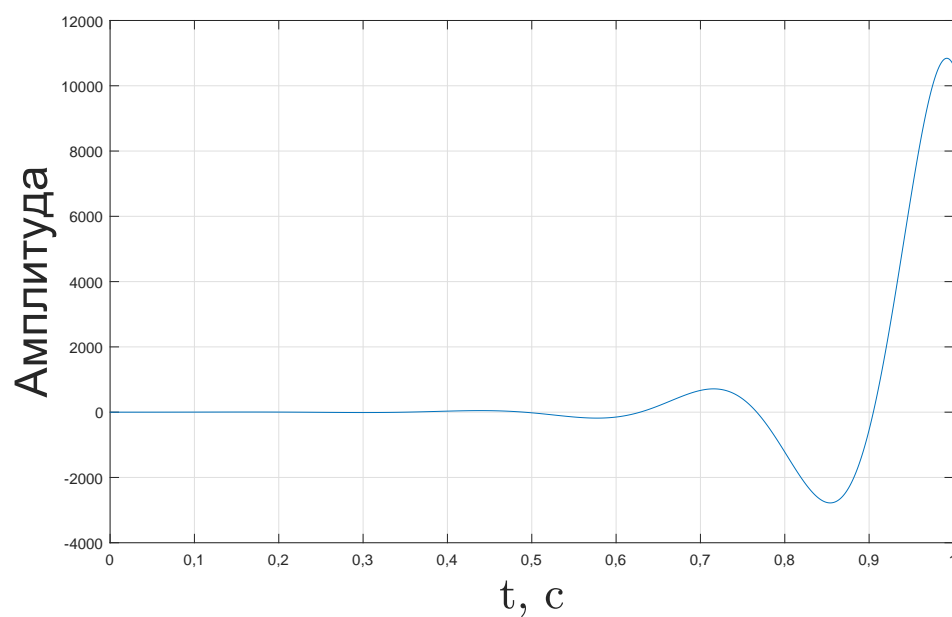


Рисунок 3 – Реакция замкнутой системы на единичное входное воздействие

Как видно из полученного графика, система действительно неустойчива и требуется синтез регулятора.

### 3 Синтез регулятора

Для заданной системы, обладающей астатизмом первого порядка, произведём синтез последовательно подключаемого регулятора по заданному значению максимальной ошибки при фиксированных максимальных значениях ускорения и скорости.

#### 3.1 Построение желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики

##### 3.1.1 Построение низкочастотной асимптоты

На основании требования по точности формируется низкочастотная часть желаемой ЛАЧХ следящей системы. Построим систему с астатизмом второго порядка, для упрощения вычислений, так как на порядок регулятора это не повлияет.

Для того, чтобы входное воздействие воспроизводилось с ошибкой, не превышающей  $e_{max}$ , ЛАЧХ системы должна проходить не ниже контрольной точки  $L_k$  с координатами

$$\omega = \omega_k, L(\omega_k) = 20 \lg \frac{\dot{g}_{max}^2}{\ddot{g}_{max} e_{max}} = 20 \lg \frac{2,56}{0,8 \cdot 0,014} = 47,18 \text{ дБ}, \quad (5)$$

$$\text{где } \omega_k = \frac{\ddot{g}_{max}}{\dot{g}_{max}} = \frac{0,8}{1,6} = 0,5 \text{ с}^{-1}.$$

Так как наша система обладает астатизмом второго порядка, то график ЛАЧХ будет проходить через контрольную точку с наклоном в -40 дБ/дек и его продолжение пересечёт ось абсцисс при частоте  $\omega_0 = \sqrt{K_\varepsilon}$ , где  $K_\varepsilon = \frac{\ddot{g}_{max}}{e_{max}} = 57,14$  — добротность по ускорению. Подставив полученное значение, получим

$$\omega_0 = \sqrt{57,14} = 7,56 \text{ с}^{-1}. \quad (6)$$

##### 3.1.2 Построение средне-частотной части ЛАЧХ

Построим средне-частотную часть ЛАЧХ исходя из условия необходимого запаса устойчивости системы. Для оценки запаса устойчивости,

то есть степени удаления от колебательной границы устойчивости, при использовании частотных критериев наиболее удобно использовать показатель колебательности  $M$ , который характеризует склонность системы к колебаниям.

Для обеспечения достаточного запаса устойчивости построим две прямые, параллельные оси абсцисс и соответствующие значениям

$$L_1 = 20 \lg \frac{M}{M-1} = 20 \lg \frac{1,55}{0,55} = 8,99 \text{ дБ}, \quad (7)$$

$$L_2 = 20 \lg \frac{M}{M+1} = 20 \lg \frac{1,55}{2,55} = -4,32 \text{ дБ}. \quad (8)$$

Между построенными прямыми угол наклона ЛАЧХ должен составлять -20 дБ/дек. Для обеспечения этого условия найдём частоту  $\omega_2$ , при которой низкочастотная асимптота пересекается с прямой  $L_1$ :

$$\omega_2 = \omega_0 \sqrt{\frac{M-1}{M}} = 7,56 \cdot \sqrt{\frac{0,55}{1,55}} = 4,5 \text{ с}^{-1}. \quad (9)$$

### 3.1.3 Построение высокочастотной части ЛАЧХ

Для построения высокочастотной части ЛАЧХ найдём частоту  $\omega_3$  пересечения средне-частотной части ЛАЧХ с прямой  $L_2$ .

$$\omega_3 = \omega_0 \frac{M+1}{\sqrt{M(M-1)}} = 7,56 \cdot \frac{2,55}{\sqrt{1,55 \cdot 0,55}} = 20,88 \text{ с}^{-1}. \quad (10)$$

После частоты  $\omega_3$  система будет иметь наклон -60 дБ/дек для соблюдения условия запаса устойчивости.

Полученная в итоге логарифмическая амплитудно-частотная характеристика представлена на рисунке 4. Запретная область на рисунке заштрихована.

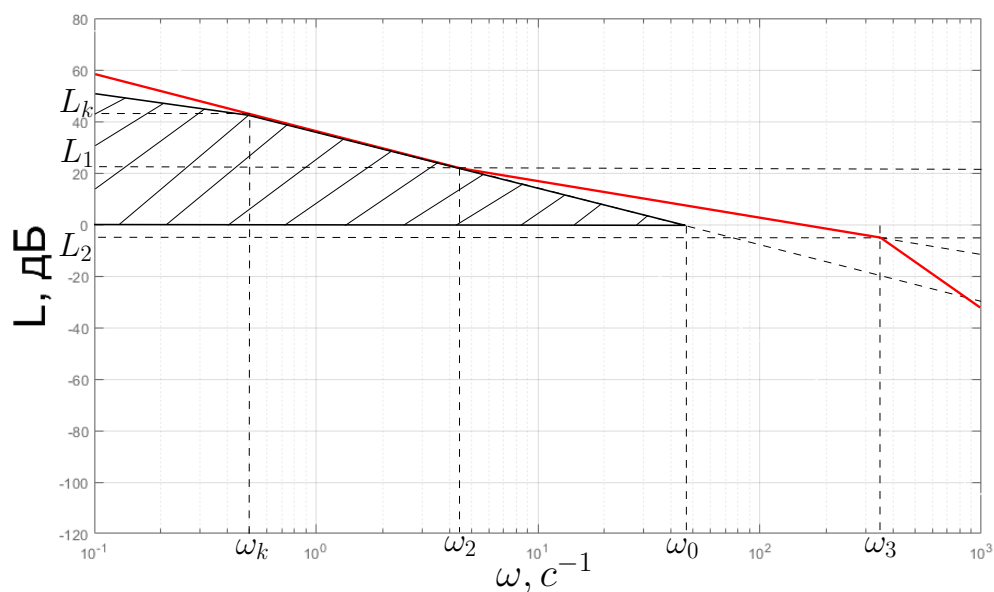


Рисунок 4 – Желаемая логарифмическая амплитудно-частотная характеристика разомкнутой системы

### 3.2 Составление передаточной функции регулятора

По выбранной ЛАЧХ составим желаемую передаточную функцию разомкнутого контура, которая в общем виде будет иметь вид

$$W_{\text{рк}}(s) = \frac{K_{\varepsilon}(T_2 s + 1)}{s^2(T_3 s + 1)^2}, \quad (11)$$

где  $T_2 = \frac{1}{\omega_2}$  и  $T_3 = \frac{1}{\omega_3}$ . Подставив значения постоянных времени, получим следующую передаточную функцию:

$$W_{\text{рк}}(s) = \frac{57,14 \cdot (0,222s + 1)}{s^2(0,0478s + 1)^2}. \quad (12)$$

Известно, что регулятор и неизменяемая часть системы соединены последовательно, следовательно

$$W_{\text{рк}}(s) = W_p(s) \cdot W_H(s), \quad (13)$$

$$W_p(s) = \frac{W_{\text{рк}}(s)}{W_H(s)}. \quad (14)$$



Подставив значения передаточных функций разомкнутого контура и неизменяемой части, получим передаточную функцию регулятора:

$$\begin{aligned}
 W_p(s) &= \frac{57,14(0,222s + 1) \cdot (0,0121s^2 + 0,176s + 1)}{200s(0,0479s + 1)^2} = \\
 &= \frac{0,286(0,00269s^3 + 0,0512s^2 + 0,398s + 1)}{0,00229s^3 + 0,0958s^2 + s} = \\
 &= \frac{0,000769s^3 + 0,01464s^2 + 0,1138s + 0,286}{0,00229s^3 + 0,0958s^2 + s}.
 \end{aligned} \tag{15}$$

#### 4 Проверка полученных результатов

Проверим правильность составления последовательного регулятора, проведя математическое моделирование системы при входящем воздействии с максимальными значениями скорости и ускорения, соответствующими заданию.

Для формирования подобного воздействия произведём расчёт. Приняв, что входное воздействие будет иметь синусоидальный вид, получим выражение для  $g$  в общем виде

$$g = g_0 \sin(\omega t). \quad (16)$$

Тогда, взяв производные соответствующих степеней, получим выражения для скорости и ускорения:

$$\dot{g} = g_0 \omega \cos(\omega t), \quad (17)$$

$$\ddot{g} = -g_0 \omega^2 \sin(\omega t). \quad (18)$$

Приравняв их значения к максимальным, получим систему уравнений

$$\begin{cases} g_0 \omega = \dot{g}_{max} \\ g_0 \omega^2 = \ddot{g}_{max} \end{cases}, \quad (19)$$

решив которую, получим

$$\begin{cases} g_0 = \frac{\dot{g}_{max}}{\omega} \\ \frac{\dot{g}_{max} \omega^2}{\omega} = \ddot{g}_{max} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \frac{\ddot{g}_{max}}{\dot{g}_{max}} = \frac{0,8}{1,6} = 0,5 \text{ с}^{-1} \\ g_0 = \frac{1,6}{0,5} = 3,2 \end{cases}. \quad (20)$$

Подставим, полученные в (20), результаты в (16) и получим

$$g = 3,2 \sin(0,5t). \quad (21)$$

При математическом моделировании системы была испытана схема, приведённая на рисунке 5.

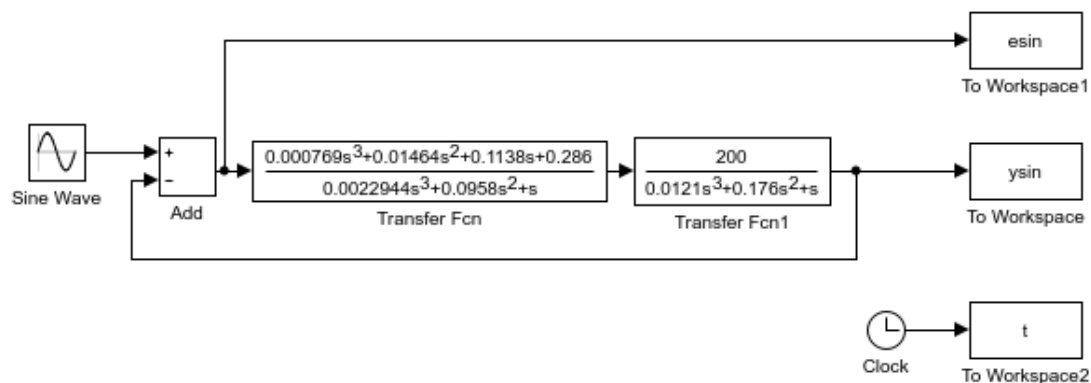


Рисунок 5 – Схема моделирования замкнутой системы при включённом регуляторе

Построим графики переходного процесса и ошибки.

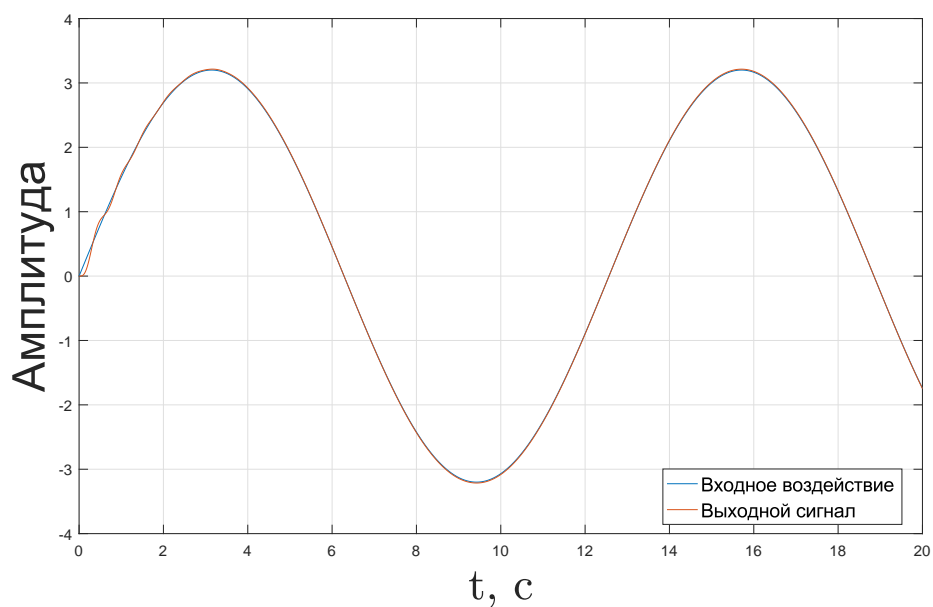


Рисунок 6 – График сравнения сигналов на входе и выходе замкнутой системы

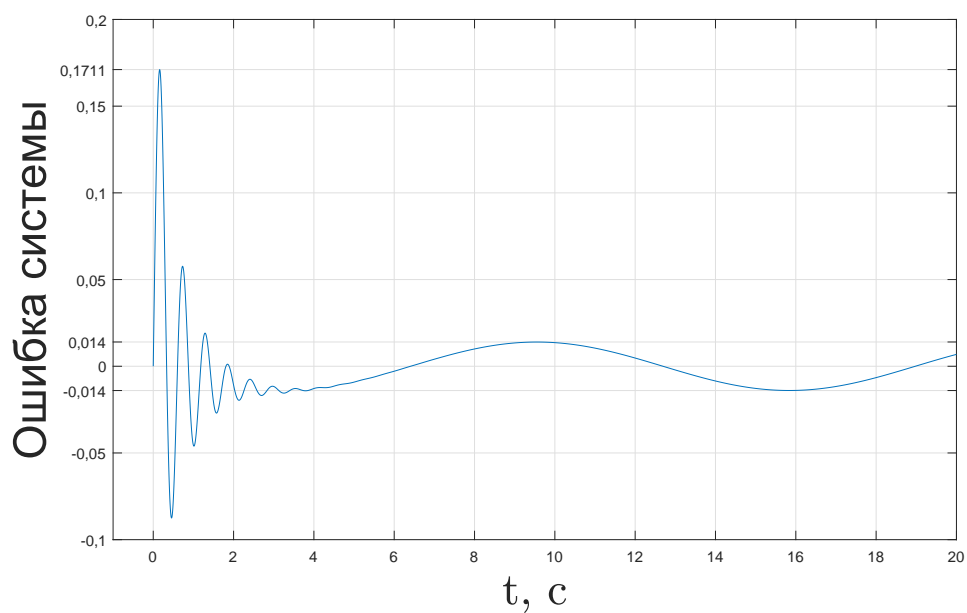


Рисунок 7 – График ошибки замкнутой системы

Как видно из графика ошибки, представленного на рисунке 7, установившееся значение ошибки  $e_{уст}$  по модулю не превышает заданное значение  $e_{max}$ . Следовательно, синтез регулятора можно считать успешным.

Определим время переходного процесса и значение перерегулирования системы при единичном входном воздействии.

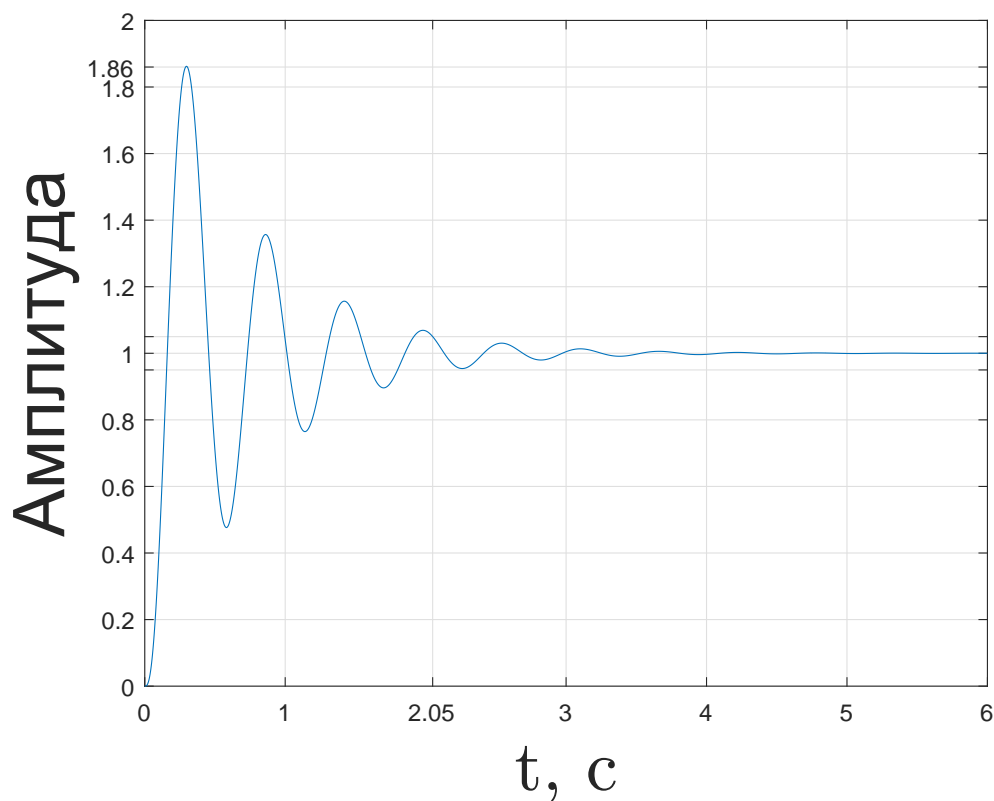


Рисунок 8 – График реакции замкнутой системы на единичное входное воздействие

За время переходного процесса примем значение времени, при котором значение функции в последний раз равно  $\pm 5\%$  от установившегося значение. Как видно из рисунка 8, время переходного процесса  $t_n = 2,05$  с. Рассчитаем значение перерегулирования:

$$\sigma = \frac{A_{max} - A_{уст}}{A_{уст}} \cdot 100\% = \frac{1,86 - 1}{1} \cdot 100\% = 86\% \quad (22)$$

## 5 Реализация регулятора

Для реализации регулятора, представим его передаточную функцию в виде произведения типовых звеньев, для которых уже разработаны электрические схемы [1] и соединим их последовательно. Так как коэффициент  $q$  не сильно меньше 1, пренебрежём им и получим передаточную функцию регулятора следующего вида:

$$W_p(s) = \frac{K_p(T_2s + 1)(T_1s + 1)^2}{s(T_3s + 1)^2}. \quad (23)$$

Разбив на множители, получим

$$W_p(s) = \frac{T_2s + 1}{T_0s} \cdot \sqrt{K_p} \frac{T_1s + 1}{T_3s + 1} \cdot \sqrt{K_p} \frac{T_1s + 1}{T_3s + 1}. \quad (24)$$

Тогда электрическая схема регулятора примет вид, представленный на рисунке 9.

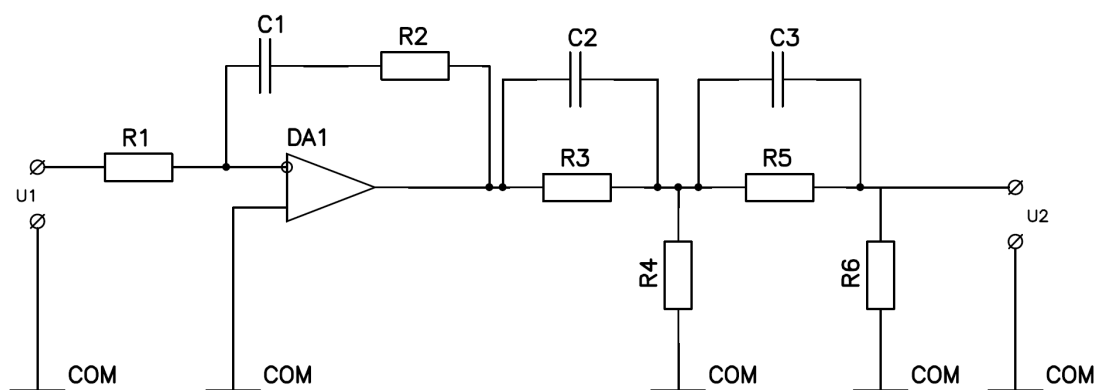


Рисунок 9 – Электрическая схема реализации регулятора

На представленной схеме выполняются равенства

$$\begin{cases} R_3 = R_5 \\ R_4 = R_6 \\ C_2 = C_3 \end{cases} \quad (25)$$

Рассчитаем значения элементов схемы.

$$\left\{ \begin{array}{l} T_0 = R_1 C_1 = 1 \\ T_2 = R_2 C_1 = 0,222 \\ T_1 = R_3 C_2 = 0,11 \\ T_3 = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} C_2 = 0,0479 \\ \sqrt{K_p} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 0,5348 \end{array} \right. \quad (26)$$

Как можно заметить, в первой системе 2 уравнения и 3 неизвестных, поэтому решим эту систему, приняв  $R_2 = 1$  Ом. Тогда получим

$$\left\{ \begin{array}{l} R_2 = 1 \text{ Ом} \\ C_1 = \frac{0,222}{1} = 0,222 \text{ Ф} \\ R_1 = \frac{1}{0,222} = 4,505 \text{ Ом} \\ C_2 = \frac{0,11}{R_3} \\ R_4 = 1,1496 R_3 \\ \frac{R_6 \cdot 1,1496 R_6}{R_6 + 1,1496 R_6} \cdot \frac{0,11}{R_6} = 0,0479 \end{array} \right. \quad (27)$$

Решив вторую систему получим следующие значения для всех элементов схемы:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = 4,505 \text{ Ом} \\ R_2 = 1,000 \text{ Ом} \\ R_3 = R_5 = 0,814 \text{ Ом} \\ R_4 = R_6 = 0,936 \text{ Ом} \\ C_1 = 0,222 \text{ Ф} \\ C_2 = C_3 = 0,130 \text{ Ф} \end{array} \right. \quad (28)$$

## Заключение

В результате работы методом желаемой ЛАЧХ был спроектирован последовательный регулятор для системы управления, который при единичном входном воздействии имеет значение времени переходного процесса  $t_n = 2,05$  и перерегулирования  $\sigma = 86\%$ .

Пре воздействию на полученную замкнутую систему синусоидальным входным воздействием, максимальная скорость которого не превышает значение 1,6, а ускорение — 0,8, установившееся значение ошибки по модулю не превышает 0,014, что соответствует заданному требованию  $e_{max} = 0,014$ . Основываясь на этом можно заключить, что синтез регулятора был произведён успешно.

Метод желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики очень удобен для синтеза последовательно включённого регулятора, если, например, нет возможности использовать ЭВМ для решения матричных уравнений и синтеза регулятора методом модального управления. Кроме того, в силу лёгкости составления ЛАЧХ звена, данный метод можно использовать для оценивания порядка полиномов в числителе и знаменателе регулятора, а вместе с тем и сложность его реализации.

Также, путём разбиения сложной передаточной функции регулятора на более простые функции, соединённые последовательно, была составлена электрическая схема реализации регулятора и рассчитаны её параметры.



### Список использованных источников

- 1 Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления — СПб.: Профессия, 2003. — 752 с.
- 2 Блинников А.А., Бойков В.И., Быстров С.В., Николаев Н.А., Нуйя О.С. Правила оформления пояснительной записки и конструкторской документации. — СПб.: Университет ИТМО, 2014. — 55с.