

Crypto_Midterm_2023Fall

Problem.1 在使用凯撒密码加密小写字母时，我们的密钥空间为 $[0, 25]$ 中的整数。

- (1) 证明如果密钥空间为 $[0, 29]$ 中的整数，则该方案是不完美保密的。
- (2) 更改 KEYGEN 算法使得使用 $[0, 29]$ 中的整数作为密钥空间是，方案是完美保密的。

Problem.2 判断下列函数是否为可忽略函数，对于后两问给出简要说明。

- (1) $f_1 = 2^{-\sqrt{\log n}}$
- (2) $f_2 = n^{-\log \log \log n}$
- (3) $f_3 = \frac{n!}{n^n}$
- (4) $f_4 = (g(n))^n$, 其中 $g(n)$ 是一个值域在 $(0, 1)$ 上的严格单调减的不可忽略函数
- (5) $f_5 = g(h(n))$, 其中 $g(n)$ 和 $h(n)$ 都是可忽略函数

Problem.3 设一伪随机数生成器 $G : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^{2n}$, 令 $G' = G(x)_{[0,n]} || G(G(x)_{[n,2n]})$ 。证明 G' 是一个伪随机数生成器或给出反例。

Problem.4 设 Π 是一个 CPA 安全的加密方法，定义 $Enc_k \Pi'(m) = Enc_k \Pi(m) || \text{LSB}(k)$ 。其中 $\text{LSB}(k)$ 是 k 的二进制最低位。证明 Π' 是 CPA 安全的或给出反例。

Problem.5 我们仿照 CBC-MAC 的流程，基于 OFB 模式定义 OFB-MAC 认证方法：

- 使用随机的 IV 和 k 作为算法初值，使用 $M = m_1 || m_2 || \dots || m_n$ 作为输入
- 令 $IV_i = F_k(IV_{i-1})$, 特别地, 令 $IV_0 = IV$
- 令 $c_i = m_i \oplus IV_i$
- 令 $t = c_1 \oplus c_2 \oplus \dots \oplus c_n$, 作为 $MAC_k(M)$ 的 tag 输出
 - (1) 假设你拥有 $MAC_k(\cdot)$ 的神谕机，设计一种方法得到 $F_k(IV)$ 。
 - (2) 假设你拥有了 IV 、 $F_k(IV)$ ，设计一组输入使得输出的 tag 是给定的 h 。