

一、单选题 (共 10 题, 每题 2 分, 共 20 分)

得分	18
评分人	

1. 在下列对顺序存储的有序表(长度为 n)实现给定操作的算法中, 平均时间复杂度为 $O(1)$ 的是 (D)。

A. 查找包含指定值元素的算法

B. 插入包含指定值元素的算法

C. 删除第 i ($1 \leq i \leq n$) 个元素的算法

D. 访问第 i ($1 \leq i \leq n$) 个元素的算法

2. 元素 a, b, c, d, e 依次进入初始为空的栈中, 若元素进栈后可停留、可出栈, 直到所有元素都出栈, 则在所有可能的出栈序列中, 以元素 d 开头的序列个数是 (B)。

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

3. 串 'ababaaababaa' 的 next 数组值为 (C)。

A. -10123456788 B. -100212111121 C. -100123112345 D. -1012301232234

4. 若将一棵树 T 转化为对应的二叉树 BT , 则下列对 BT 的遍历中, 其遍历序列与 T 的后根遍历序列相同的是 (B)。

A. 先序遍历

B. 中序遍历

C. 后序遍历

D. 按层遍历

5. 某森林 F 的二叉树表示形式为 T, 若 T 的先序遍历序列是 a, b, d, c, e, g, f, 中序遍历序列是 b, d, a, e, g, c, f, 则 F 中包含的树的个数是 (C)。

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 下列函数的时间复杂度 (A)。

```
int func (int n){  
    int i=0, sum=0;  
    while(sum<n) sum += ++i;  
    return i;  
}
```

A. $O(n^{1/2})$ B. $O(n)$ C. $O(\log_2 n)$ D. $O(1)$

7. 若 X 是中序线索二叉树中的叶结点, 且 X 存在左兄弟结点 Y, 则 X 的左线索指向的是 (A)。

A. X 的父结点 B. 以 Y 为根的子树的最左下结点
C. X 的左兄弟结点 Y D. 以 Y 为根的子树的最右下结点

8. 用不带头结点链接方式存储的链式栈, 在进行压栈操作时涉及到头尾指针的修改, 则关于此操作的如下描述中, 正确的是 (D)。

A. 仅修改头指针 B. 头、尾指针都要修改
C. 仅修改尾指针 D. 头、尾指针可能都要修改

9. 循环队列放在一维数组 A[0..M-1] 中, front 指向队首元素, rear 指向队尾元素的后一个位置。若初始队列为空, 假设队列两端均可进行入队和出队操作, 队列中最多能容纳 M-1 个元素, 初始时为空。下列判断队空和队满条件中, 正确的是 (B)。

A. 队空: $front=rear$ 队满: $rear=(front+1) \bmod (M-1)$
B. 队空: $front=rear$ 队满: $front=(rear+1) \bmod M$
C. 队空: $rear=(front+1) \bmod M$ 队满: $front=(rear+1) \bmod M$
D. 队空: $front=(rear+1) \bmod M$ 队满: $rear=(front+1 \bmod (M-1))$

10. 已知一个数据序列为{6, 45, 27, 23, 41, 5, 56, 64}, 把它调整为最大堆, 则以下序列中可能出现的序列有 (A)。
- A. 6 45 27 64 41 5 56 23 B. 6 45 5 64 41 27 56 23
C. 27 45 5 23 41 56 6 64 D. 56 23 6 45 64 41 27 5

二、填空题 (每题 2 分, 共 20 分)

得分	
评分人	18

- 广义表 $L=(a, (b, c), (d, (e, (f)), g))$ 的长度是 3, 深度是 4。
- n 个结点的线索二叉树上含有的线索数为 ~~$2n-2$~~ $n+1$ 。
- 一个具有 1025 个结点的二叉树的高 h 可能的范围为 $[11, 1025]$ 。(只有一个结点的树的高度为 1)
- 对 n 个互不相同的符号进行哈夫曼编码。若生成的哈夫曼树共有 115 个结点, 则 n 的值是 58。
- $A[N, N]$ 是对称矩阵, 将下三角 (包括对角线) 以行序存储到一维数组 $T[N, (N+1)/2]$ 中, 则对任一上三角元素 $a[i][j]$ 对应 $T[k]$ 的下标 k 是: $\frac{(N+1)j}{2} + i$
(下标从 0 开始)。
- 已知循环队列存储在一维数组 $A[0..n-1]$ 中, 且队列非空时, $front$ 和 $rear$ 分别指向队头元素和队尾元素。若初始时队列为空, 且要求第一个进入队列的元素存储在 $a[0]$ 处, 则初始时 $front$ 和 $rear$ 的值分别是: 0 和 $n-1$ 。
- 设一棵二叉树的前序序列为 ABCD, 则有 14 种不同的二叉树可以得到这种前序序列。
- 对于一个头指针为 $first$ 的带头结点的单链表, 判定该表为空表的条件是 $!first \rightarrow link$ (假设结点的指针域为 $link$)。
- 已知二叉树有 50 个叶子结点, 则该二叉树的总结点数至少是: 99。
- 双向链表中有两个指针域, $llink$ 和 $rlink$, 分别指向前驱和后继, 设 p 指向链表中的一个结点 (p 不是第一个结点)。在 p 所指结点前插入一个指针 q 的结点的操作为:
 $q \rightarrow rlink = p$; $q \rightarrow llink = p \rightarrow llink$; $p \rightarrow llink \rightarrow rlink = q$; $p \rightarrow llink = q$ 。

三、解答题 (共 6 题, 每题 6 分, 共 36 分)

得分	
评分人	

1. 已知操作符包括 “+” “-” “*” “/” “(” 和 “)”。

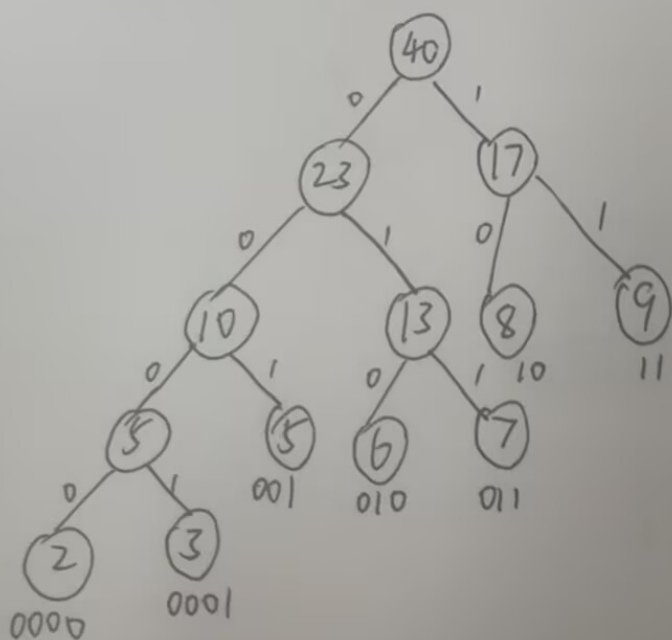
将中缀表达式 $a+b-a*((c+d)/e-f)+g$ 转换为等价的后缀表达式 $ab+acd+e/f-*g+$ 时, 用符号栈来存放暂时还不能确定运算次序的操作符。符号栈初始时空, 转换过程中同时保存在符号栈中的操作符的最大个数是多少? 写出每扫描到一个操作符, 符号栈的变化过程。

步骤	符号栈
1	+
2	-
3	-*
4	-* (
5	-* ((
6	-* ((+
7	-* (
8	-* (/
9	-* (-
10	-*
11	+
12	\emptyset

a
ab+
ab+a
ab+a
ab+a
ab+ac
ab+acd+
ab+acd+e
ab+acd+e/
ab+acd+e/f-
ab+acd+e/f-*
ab+acd+e/f-*g+

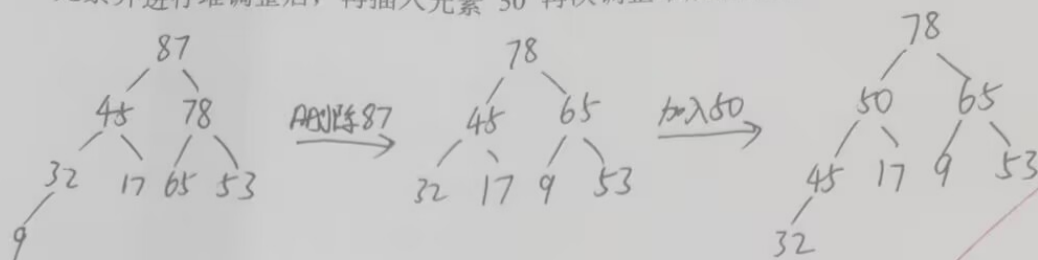
最大个数: 5

2. 给定权值集合 $w=\{5, 7, 2, 3, 6, 8, 9\}$, 请构造一棵哈夫曼树, 并计算其加权路径长度 WPL。



$$\begin{aligned}
 WPL &= (8+9) \times 2 + (5+6+7) \times 3 + (2+3) \times 4 \\
 &= 34 + 54 + 20 \\
 &= 108
 \end{aligned}$$

3. (1) 已知一个最大堆 [87, 45, 78, 32, 17, 65, 53, 9]，请以二叉树的形式画出在删除最大元素并进行堆调整后，再插入元素 50 再次调整堆后的结果。



- (2) 要一个长度为 $n(n > k)$ 的输入数据中找出最大的 k 个元素，要求在处理过程中任意时刻内存中最多只能保留 k 个元素。如何利用堆高效完成此任务，应选用最小堆还是最大堆？渐进时间复杂度是多少（用大 O 表示）？

使用最小堆，输入数据时，①若堆元素少于 k ，直接插入

②若堆元素等于 k ，弹出堆顶元素，再插入新元素

最后保留的即为最大的 k 个元素

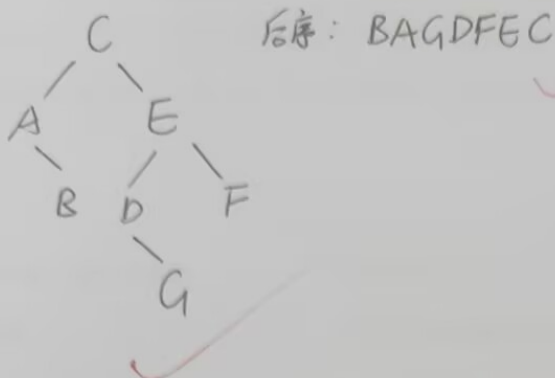
~~时间复杂度为 $O(n \log n)$~~ 时间复杂度为 $O(n)$

4. 一棵满 3 叉树，按层次遍历序存储在一维数组中，试计算结点下标为 a 的结点的第 3 个孩子的下标以及结点下标为 b 的结点的双亲结点的下标。（下标从 0 开始，孩子从左到右计数从 1 开始）。

下标为 a 的第 3 个孩子的下标为 $3a+3$

下标为 b 的父结点的下标为 $\lfloor \frac{b-1}{3} \rfloor$

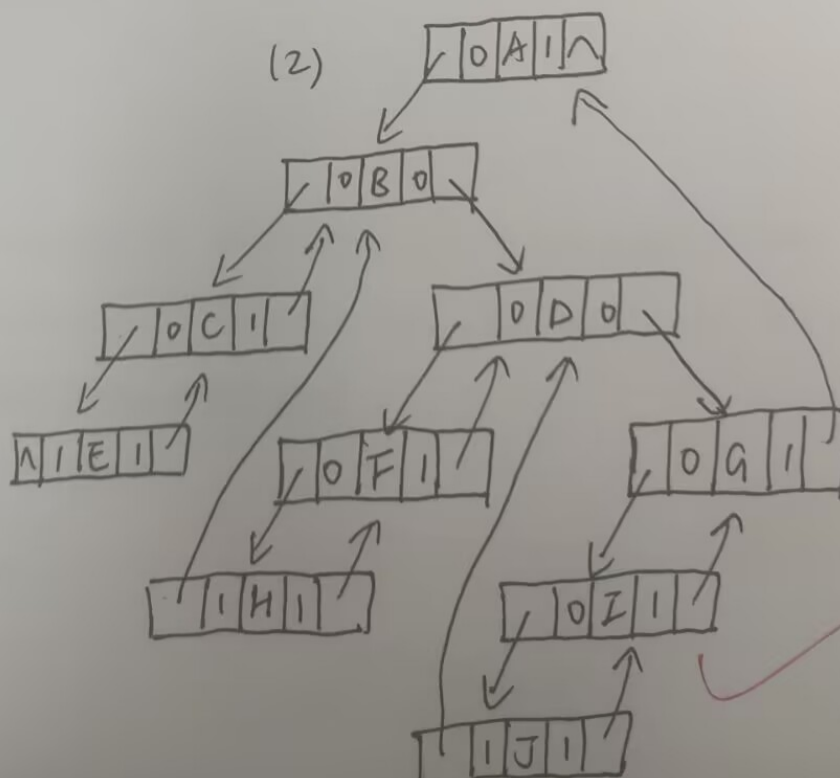
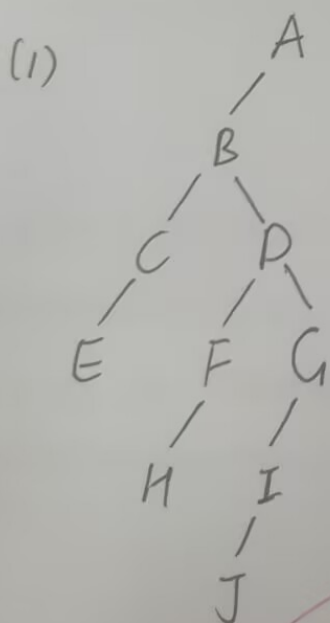
5. 假设一棵二叉树 T 的中序遍历序列和层次遍历（按层次递增顺序排列，同一层次自左向右）序列分别是 ABCDGEF 和 CAEBDFG。请画出该树，写出该二叉树的后序遍历序列。



6. 设一棵二叉树的存储结构如下，其中 Lchild, Rchild 分别为结点的左、右孩子指针，Data 为结点的数据域。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lchild	0	0	2	3	7	5	8	0	10	1
Data	J	H	F	D	B	A	C	E	G	I
Rchild	0	0	0	9	4	0	0	0	0	0

- (1) 请画出该二叉树的逻辑结构。
(2) 请画出该二叉树的中序线索二叉树。



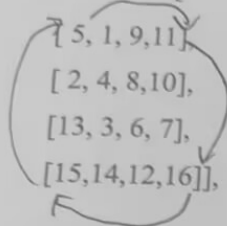
四、算法题 (共 2 题, 每题 12 分, 共 24 分)

得分	
评分人	

1. 算法填空题 (本题满分 12 分, 每空 3 分)

老师给小蓝鲸布置了一道作业题: 将一个规模为 $n \times n$ 的矩阵 **Matrix** 原地顺时针旋转 90 度, 所谓原地旋转是指不开辟新的数组空间而是直接在原矩阵 **Matrix** 上进行旋转操作。请帮助小蓝鲸完成作业。旋转实例如下:

原 Matrix = [



旋转后 Matrix = [

15, 13, 2, 5],
14, 3, 4, 1],
12, 6, 8, 9],
16, 7, 10, 11]

```
void rotate (int Matrix[][], int n) {
```

```
    int tmp1, tmp2;           //临时变量
```

```
    for (int i=0, j=n-1; i<j; i++, j--){
```

```
        for (int k=i; k<j; k++){
```

```
            tmp1 = i+j-k;
```

```
            tmp2 = Matrix[tmp1][i];
```

```
            Matrix[tmp1][i] = Matrix[j][tmp1];
```

```
            Matrix[j][tmp1] = Matrix[k][j];
```

```
            Matrix[k][j] = Matrix[i][k];
```

```
            Matrix[i][k] = tmp2;
```

```
        }
```

```
    }
```

2. 算法设计与实现 (12 分)

给定一棵高度为 h 的二叉树 T , T 中有 $2n$ 个点, 结点的结构体定义如下, 每个结点有一个整数值 $val \in [1, n]$, 且每个结点有且仅有一个结点与其 val 相等, 称其为 **brother** 结点。现已通过二叉链表法构建好二叉树 T , 并已知指向 T 根结点的指针 $root$ 。(12 分)

```
struct node {  
    int val;  
    node *leftchild, *rightchild;    //指向其左、右子女的指针, 已完成构建  
    node *brother;                  //指向其 brother 结点的指针, 未构建  
    int distance;                   //结点到其 brother 结点的距离, 未计算  
    ...                             //可根据需要添加字段  
  
};  
  
node *root;                        //指向 T 根结点的指针 root  
...                                //可根据需要定义变量
```

(1) 求每个结点的 **brother** 结点, 请将结果存入每个结点的 **brother** 指针中。请用自然语言写出解题思路 (3 分) 与 C++ 代码 (3 分)。(注: 可根据需要定义新的函数进行调用)

```
void findBrother (node *root) {  
    //TODO  
}
```

(2) 求每个结点到它的 **brother** 结点的距离, 请将结果存入每个结点的 **distance** 字段中。规定树中每条边的长度为 1。要求时间复杂度为 $O(n \cdot h)$ 。请写出解题思路 (3 分) 与 C++ 代码 (3 分)。(注: 可根据需要定义新的函数进行调用)

```
void getDistance (node *root){  
    //TODO  
}
```