

《概率论与数理统计》期中试卷

2025/2026 学年第一学期 院系_____ 任课老师_____
学号_____ 姓名_____ 考试成绩_____

题号	一40分	二15分	三15分	四15分	五15分	总分
得分						

一. 简答题(8 × 5分)

1. 一幢10层的楼房中的一架电梯，在一层登上7位乘客。电梯在每一层都停，乘客在第二层起离开电梯。假设每位乘客在哪一层离开是等可能的，求没有2位及2位以上乘客在同一层离开的概率。

解: $P = A_9^7 / 9^7$

2. 某工厂有三条流水线生产同一种产品，该三条流水线的产量分别占总产量的20%、30%和50%，又这三条流水线的不合格品率依次为0.05、0.02、0.04。现从出厂产品中任取一件，求恰好抽到不合格品的概率。

解: $P = 0.2 * 0.05 + 0.3 * 0.02 + 0.5 * 0.04 = 0.036$

3. 设 $X \sim U(0, 1)$ ，求 $Y = X^2$ 的概率密度函数。

解:

$$p_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{y}} & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

4. 某地区18岁的女青年的血压(收缩压, 以mm-Hg计)服从 $N(110, 12^2)$ 。在该地区任选一18岁的女青年, 测量她的血压X。试确定最小的x, 使 $P(X \geq x) \leq 0.05$ 。 $\Phi(1.645) = 0.95$

$$\text{解: } P(X \geq x) = P\left(\frac{X-110}{12} \geq \frac{x-110}{12}\right) \leq 0.05, \frac{x-110}{12} = 1.645, x = 129.74.$$

5. 设随机变量 $X \sim U[-1, 2]$, 随机变量Y为

$$Y = \begin{cases} -1 & x < 0; \\ 0 & x = 0; \\ 1 & x > 0. \end{cases}$$

求Y的期望与方差。

$$\text{解: } EY = \frac{1}{3}, EY^2 = 1, DY = \frac{8}{9}$$

二. (15分) 设 (X, Y) 相互独立, 均服从 $(-1, 1)$ 上的均匀分布, 求 $|X - Y|$ 的概率密度函数。

解:

$$p_Z(z) = \begin{cases} \frac{2-z}{2} & 0 \leq z \leq 2 \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

三. (15分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$p(x, y) = \begin{cases} ky(2-x) & 0 \leq x < 1, 0 \leq y < x \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

试求: 1). k ; 2). X, Y 的边缘密度函数; 3). X 与 Y 是否独立?

解: 1. $k = 4.8$

2.

$$p_X(x) = \begin{cases} 2.4x^2(2-x) & 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

$$p_Y(y) = \begin{cases} 2.4y(3-4y+y^2) & 0 \leq y < 1 \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

3. 不独立

四. (15分) 设随机变量 X 的密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} ax + b & 0 < x < 1; \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

且 $DX = \frac{1}{18}$, 求 a, b 。

解:

$$\begin{cases} a/2 + b = 1 \\ a/4 + b/3 - (a/3 + b/2)^2 = 1/18 \end{cases}$$

因此 $a = 2, b = 0$ 或 $a = -2, b = 2$ 。

五. (10分) 设随机变量 $X \sim E(1)$, $Y = \min(X, 3)$, 试求: 随机变量 Y 的分布函数 F ;

解:

$$F(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \\ 1 - e^{-y} & 0 \leq y < 3 \\ 1 & 3 \leq y \end{cases}$$