

NJU-Algorithm2025Spring

1

1. 证明建堆的复杂度 $T(n)=O(n)$
2. 证明基于比较的中位数选择算法下界为 $n - 1$
3. 证明如果有一个NP完全问题可以用多项式时间解决，那么 $NP=P$
4. 无向图dfs有没有CE? 无向图bfs有没有DE?
5. 当稀疏图($m=O(n)$)，prim算法应该使用优先队列还是堆?

2

一共有 n 个同学, 每个同学属于且仅属于一个社团。如果一个社团有超过 $\frac{n}{13}$ 个同学，那么称它是热门社团。设关键操作为 $SAME(x, y)$ ，可以判断两个同学是否属于同一个社团

1. 为题目设计一个分治算法，找出所有热门社团
2. 证明算法的最坏时间复杂度为 $O(n \log n)$

3

CLI问题: 无向图 G 中，最大团的大小是多少? 团是完全子图

IND问题: 无向图 G 中，最大独立集的大小是多少? 独立集是两两之间没有边的子图

1. 写出CLI问题和IND问题的判定问题
2. 若IND问题是NP-Complete问题，证明CLI是NP-Complete问题

4

使用线性复杂度 $O(m + n)$ 解决以下问题:

1. 对于一个有向无环图DAG, 边权有正有负. 给定源点 s , 计算 s 到其他可达所有点的最大距离.
我们称有向图 G 是强连通的, 当且仅当图 G 中任意两个点 a, b 可以相互到达
2. 允许使用课上所讲的SCC算法, 判断图 G 是否强连通
3. 不允许使用SCC算法, 用 (若干遍) 图遍历判断图 G 是否强连通

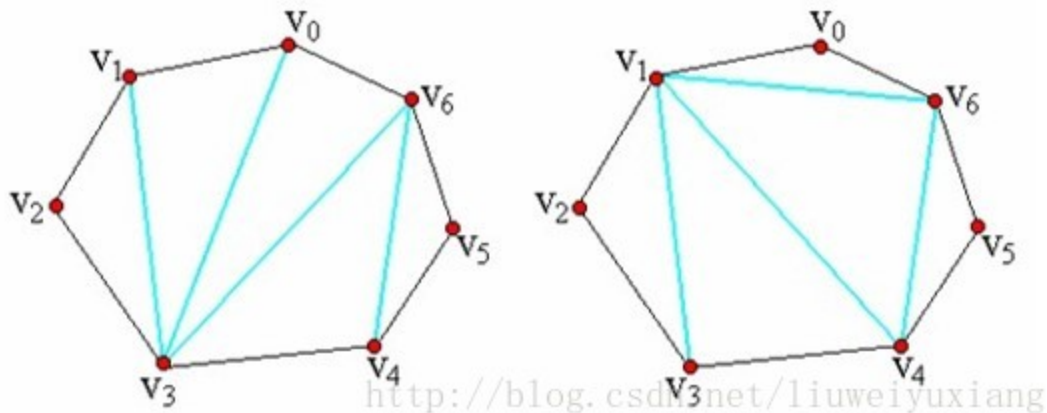
5

对于一个无向带正权图和源点 s ，我们希望删除图中的一些边使得 s 到所有顶点的最短路径长度保持不变，并且删去的这些边的权值和最大。

1. 在Dijkstra算法框架上修改，解决这道问题
2. 证明算法的正确性并简述时间复杂度

6

对于一个 n 个顶点的凸多边形 p_1, p_2, \dots, p_n 按顺时针排列. 我们定义多边形的三角化的代价是把多边形分割成三角形的所有对角线长度的和. 给出一个算法找到最小代价并简述时空复杂度, 假设求两点之间距离为 $O(1)$



提示: 对于 p_1, p_2, \dots, p_n , 边 $p_n p_1$ 需要找到一个顶点形成三角形, 如 p_4 . 然后需要对 p_1, \dots, p_4 和 p_4, \dots, p_n 求解