Σ за семестр = 30

к/р за каждое задание = 6 ($3 \times 6 = 18$)

за тетрадь 2 ($3 \times 2 = 6$)

посещение семинаров 3

теор опрос 3

$$A_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Определитель (детерминант) матрицы

$$A_3 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

A_n при $n=2$ и $n=3$

$\det A$; $|\quad|$

Оп. $\det A_2 = a_{11}\cdot a_{22} - a_{12}a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1\cdot 4 - 3\cdot 2 = -2$$

Оп. $\det A_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\cdot a_{22}\cdot a_{33} + a_{13}\cdot a_{21}\cdot a_{32} + a_{12}\cdot a_{23}\cdot a_{31} -$

$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$

Оп. $\det A_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (-1)^{1+1}a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} +$

$+ (-1)^{1+3}a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 45 + 96 + 84 - 105 - 48 - 72 = -3 - 9 + 12 = 0$$

ш. 4 (4)

$$\begin{vmatrix} 1+i\sqrt{2} & 3 \\ 1 & 1-i\sqrt{2} \end{vmatrix} = 1+2-3=0$$

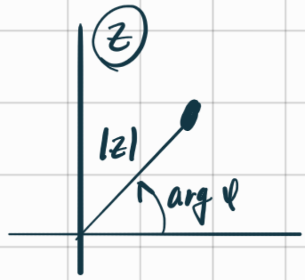
J_1

Про комплексы

(a, b)

$(a_1; b_1)+(a_2; b_2)=(a_1+a_2, b_1+b_2)$

$(a_1; b_1)(a_2; b_2)=(a_1a_2-b_1b_2, a_1b_2+a_2b_1)$



$z=\underset{x}{a}+ib \quad i^2=-1$

$(a_1+ib_1)(a_2+ib_2)=\underbrace{a_1a_2-b_1b_2}_{Re\, z}+i(\underbrace{a_1b_2+a_2b_1}_{Im\, z})$

$z=|z|e^{i\varphi} \quad a=|z|\cos\varphi \quad b=|z|\sin\varphi$

$z_1z_2=|z_1||z_2|e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$

$z=|z|(\cos\varphi+i\sin\varphi)$

Формула Эйлера

$e^{i\varphi}=\cos\varphi+i\sin\varphi$

$e^{i\pi}=-1$

Т.1.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\cdot a_{22}\cdot a_{33} + a_{13}\cdot a_{21}\cdot a_{32} + a_{12}\cdot a_{23}\cdot a_{31} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

перемножим все слагаемые:

$$-a_{11}^2 a_{12}^2 a_{13}^2 a_{21}^2 a_{22}^2 a_{23}^2 a_{31}^2 a_{32}^2 a_{33}^2 < 0$$

Т.2.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad E_{11}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E_{21}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AE_{11} = E_{11}A \qquad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow a_{21} = a_{12} = 0 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix}$$

(т.к. на пересечении i-й строки C и j-го столбца C стоит произведение i-й строки A на j-й столбец B)

$$AE_{21} = E_{21}A \qquad \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a_{11} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow a_{11} = a_{22} = \lambda$$

$A = \lambda E \quad \forall \lambda$ (скалярная матрица)

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Все скалярные матрицы подходят:

$$\forall A \quad A(\lambda E) = \lambda(AE) = \lambda A$$

$$(\lambda E)A = \lambda(EA) = \lambda A$$

$$(*) \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \qquad \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

Теорема Правило Крамера Система $(*)$ имеет единственное решение $\Leftrightarrow \Delta \neq 0$,

(система совместна и определена)

решение есть   1 решение

при этом $x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$ и $x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$ – решение $(*)$