

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФИЗТЕХ-ШКОЛА АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет о выполнении лабораторной работы 1.3.3

**Измерение вязкости воздуха по течению в
тонких трубках**

Губарев Никита, Б03-502

Содержание

1	Аннотация	1
2	Теоретические сведения	1
2.1	Течение Пуазеля	2
2.2	Длина установления течения	2
2.3	Вязкость газов	2
2.4	Турбулентность	2
3	Экспериментальная установка	3
4	Методика измерений	3
5	Результаты измерений и обработка данных	3
6	Выводы и результаты	5
7	Приложения	6

1 Аннотация

Цель работы: Экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазеля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

Оборудование: Система подачи воздуха (компрессор, проводящие трубки); газовый счетчик баранного типа; спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном; набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра; секундомер.

2 Теоретические сведения

Движение жидкости или газа вызывается перепадом внешнего давления на концах ΔP , чему препятствуют силы вязкого («внутреннего») трения, действующие между соседними слоями жидкости, со стороны стенок трубы.

Сила вязкого трения описывается законом Ньютона: касательное напряжение между слоями пропорционально перепаду скорости течения в направлении, поперечном к потоку. В частности, если жидкость течёт вдоль оси x , а скорость течения $v_x(y)$ зависит от координаты y , в каждом слое возникает направленное по x касательное напряжение

$$\tau_{xy} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y}. \quad (1)$$

Величина η — коэффициент динамической вязкости среды.

Объёмный расход Q — объём жидкости, протекающий через сечение трубы в единицу времени. Величина Q зависит от перепада давления ΔP , а также от свойств газа (плотности ρ и вязкости η) и от геометрических размеров (радиуса трубы R и её длины L).

При ламинарном течении поле скоростей $u(r)$ образует набор непрерывных линий тока, а слои жидкости не перемешиваются между собой. Турбулентное течение характеризуется образованием вихрей и активным перемешиванием слоев.

Характер течения определяется безразмерным параметром задачи — числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho u a}{\eta}, \quad (2)$$

Где ρ — плотность среды, u — характерная скорость потока, η — коэффициент вязкости среды, a — характерный размер системы (размер, на котором существенно меняется скорость течения). Это число имеет смысл отношения кинетической энергии движения элемента объёма жидкости к потерям энергии из-за трения в нём: $Re \approx K/A_{тр}$. При достаточно малых Re в потоке доминируют вязкие силы трения и течение, как правило, является ламинарным. С ростом числа Рейнольдса может быть достигнуто его критическое значение $Re_{крит}$, при котором характер течения сменяется с ламинарного на турбулентный.

2.1 Течение Пуазейля

При малых числах Рейнольдса течение в прямой трубе с гладкими стенками имеет ламинарный характер. Для установившегося ламинарного течения несжимаемой жидкости в круглой трубе поле скоростей имеет параболический профиль:

$$u(r) = \frac{\Delta P}{4\eta l} (R^2 - r^2), \quad (3)$$

где l — длина трубы, R — радиус. Интегрирование даёт объёмный расход:

$$Q = \int_0^R u(r) \cdot 2\pi r dr = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta l}. \quad (4)$$

Это соотношение называют формулой Пуазейля. Заметим, что средняя скорость потока при пуазейлевском течении оказывается вдвое меньше максимальной:

$$\bar{u} \equiv \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{u_{\max}}{2}. \quad (5)$$

2.2 Длина установления течения

Пусть на вход трубы поступает течение, распределение скоростей которого не является пуазейлевским (например, равномерное). Ясно, что профиль течения не может установиться сразу, а реализуется лишь на некотором расстоянии $l_{\text{уст}}$ от начала трубы.

Точный численный коэффициент аналитически установить затруднительно. Как показывает опыт, этот коэффициент можно с удовлетворительной точностью принять равным 0,2:

$$l_{\text{уст}} \approx 0,2R \cdot \text{Re}. \quad (6)$$

Заметим, что если длина трубы мала по сравнению с $l_{\text{уст}}$, то работой сил трения в ней можно пренебречь и течение будет описываться не формулой Пуазейля, а уравнением Бернулли (при условии, что течение остаётся ламинарным).

2.3 Вязкость газов

Молекулы газа участвуют как в направленном движении со средней скоростью потока u , так и в хаотическом тепловом движении, характеризующемся средней тепловой скоростью $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$ (здесь m — масса молекулы). Молекулы могут свободно перемещаться между слоями и обмениваться друг с другом импульсами при столкновениях. Если в двух соседних слоях потока скорости различны, то такой обмен импульсом приводит к возникновению вязкости. Кинетическая теория даёт оценку:

$$\eta \sim \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda, \quad (7)$$

где λ — средняя длина свободного пробега молекулы.

2.4 Турбулентность

При превышении некоторого критического числа Рейнольдса $\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}}$ течение Пуазейля становится неустойчивым. В потоке начинают рождаться вихри, которые затем сносятся вниз по трубе (при докритических числах Рейнольдса такие вихри быстро затухают за счёт вязкости). С дальнейшим увеличением Re количество вихрей возрастает и, взаимодействуя между собой, они порождают вихри всё меньшего размера, создавая таким образом сложную много масштабную картину течения.

Примем, что флуктуации скорости в развитом турбулентном течении по порядку величины совпадают со средней скоростью потока: $\Delta u \sim \bar{u}$. При этом элементы жидкости практически равномерно перемешиваются по сечению трубы, так что в качестве «длины пробега» жидкой частицы можно взять радиус трубы:

$$\eta_{\text{турб}} \sim \rho \bar{u} R. \quad (8)$$

Далее по аналогии с выводом формулы Пуазейля запишем баланс сил в потоке, откуда получим оценку для средней скорости течения:

$$\eta_{\text{турб}} \frac{\bar{u}}{R} \cdot 2\pi R l \sim \pi R^2 \Delta P \quad \rightarrow \quad \bar{u} \sim \frac{R^2 \Delta P}{\eta_{\text{турб}} l}. \quad (9)$$

Подставляя сюда (8), находим скорость $\bar{u} \sim \sqrt{\frac{R\Delta P}{\rho l}}$ и, как следствие, расход:

$$Q = \pi R^2 \bar{u} \sim R^{5/2} \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho l}}. \quad (10)$$

3 Экспериментальная установка

Поток воздуха под давлением, немного превышающим атмосферное, поступает через газовый счётчик в тонкие металлические трубы. Воздух нагнетается компрессором, интенсивность подачи регулируется краном К. Трубы снабжены съёмными заглушками на концах и рядом миллиметровых отверстий, к которым можно подключать микроманометр. В рабочем состоянии открыта заглушка на одной (рабочей трубке), микроманометр подключен к двум ее выводам, а все остальные отверстия плотно закрыты пробками. (Приложение 1)

Перед входом в газовый счётчик установлен водяной U-образный манометр. Он служит для измерения давления газа на входе, а также предохраняет счётчик от выхода из строя. При превышении максимального избыточного давления на входе счётчика (~ 30 см вод. ст.) вода выплёскивается из трубы в защитный баллон Б, создавая шум и привлекая внимание экспериментатора.

Газовый счётчик. В работе используется газовый счётчик барабанного типа, позволяющий измерять объём газа ΔV , прошедший через систему. Работа счётчика основана на принципе вытеснения: на цилиндрической ёмкости укреплены лёгкие чаши, в которые поочерёдно поступает воздух из входной трубы расходомера. Когда чаша наполняется, она всплывает и её место занимает следующая и т.д. Вращение оси передаётся на счётно-суммирующее устройство. Для корректной работы счётчик должен быть заполнен водой и установлен горизонтально по уровню. (Приложение 2)

Микроманометр. В работе используется жидкостный манометр с наклонной трубкой. Разность давлений на входах манометра измеряется по высоте подъёма рабочей жидкости (как правило, этиловый спирт). Регулировка наклона позволяет измерять давление в различных диапазонах. На крышке прибора установлен трехходовой кран, имеющий два рабочих положения — (0) и (+). В положении (0) производится установка мениска жидкости на ноль. В положении (+) производятся измерения.

4 Методика измерений

5 Результаты измерений и обработка данных

Таблица 1: Геометрические параметры трубок

	d , мм	σ , мм
Трубка 1	3,95	0,5
Трубка 2	3,00	0,1
Трубка 3	5,10	0,05

Для перевода показаний микроманометра в паскали использовалось соотношение:

$$\Delta P = 9.8067 \cdot N \cdot K = 3.92 \cdot N, \quad (11)$$

где N — количество делений по шкале прибора, $K = 0.4$ — фактор наклона.

Экспериментальные зависимости $Q(\Delta P)$ представлены на графиках (Приложение 3). В области ламинарного течения наблюдается линейный характер, что соответствует закону Пуазейля. Используя угловые коэффициенты k линейных участков, динамическую вязкость вычисляли по формуле:

$$\eta = \frac{\pi R^4}{8kl}, \quad (12)$$

где l — протяжённость рабочего участка, $R = d/2$ — радиус трубы.

Полученные значения вязкости для каждой трубы:

Для трубы 1 ($d = 3.95$ мм, $R = 1.975$ мм, $l = 0.50$ м): $\eta_1 = (2.10 \pm 0.10) \cdot 10^{-5}$ Па·с.

Для трубы 2 ($d = 3.00$ мм, $R = 1.500$ мм, $l = 0.30$ м): $\eta_2 = (1.97 \pm 0.09) \cdot 10^{-5}$ Па·с.

Для трубы 3 ($d = 5.10$ мм, $R = 2.550$ мм, $l = 0.50$ м): $\eta_3 = (2.86 \pm 0.13) \cdot 10^{-5}$ Па·с.

Средняя величина коэффициента вязкости воздуха:

$$\eta = (2.21 \pm 0.30) \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{s}. \quad (13)$$

Данный результат находится в удовлетворительном согласии с табличным справочным значением для воздуха при комнатной температуре ($\approx 1.8 \cdot 10^{-5}$ Па·с) с учётом погрешностей эксперимента и возможных вариаций условий (температура, влажность).

Теоретические оценки параметров течения для трёх трубок:

Таблица 2: Теоретические параметры

d , мм	\bar{u}	$l_{\text{уст}}$, м	$Q, \text{м}^3 \cdot 10^{-5}$	ΔP , Па	$Q, \text{л}/\text{мин}$
5.1	0.0163	0.5	6.5	139.2	3.91
3.95	0.0163	0.3	3.83	115.6	2.30

В ходе измерений получены экспериментальные данные объёмного расхода Q при различных перепадах давления ΔP , Q выражено в л/мин, ΔP — в делениях микроманометра.

Таблица 3: Экспериментальные значения $Q(\Delta P)$ для трёх трубок

Q_1	ΔP_1	Q_2	ΔP_2	Q_3	ΔP_3
0.60	3	0.38	10	0.66	10
1.41	6	0.63	15	1.05	15
2.13	9	0.90	20	1.47	20
2.94	12	1.14	25	1.83	25
3.63	15	1.32	30	2.22	30
4.38	18	1.56	35	2.58	35
4.80	20	1.77	40	2.97	40
5.60	25	2.22	50	3.66	50
6.00	30	2.55	60	4.44	60
6.40	35	2.82	70	5.04	70
7.02	40	3.06	80	5.61	80
8.40	50	3.42	90	6.00	90
9.00	60	3.68	100	6.24	100
9.51	70	3.92	110	6.42	110
10.05	80	4.12	120		
10.74	90	4.32	130		
11.49	100	4.50	140		
12.84	110				

Графические зависимости (Приложение 3) позволяют визуально определить момент перехода от ламинарного режима к турбулентному. Оценка критических перепадов даёт следующие значения: $\Delta P_{\text{кр1}} \approx 20$ дел, $\Delta P_{\text{кр2}} \approx 50$ дел, $\Delta P_{\text{кр3}} \approx 60$ дел. Наблюдается некоторое расхождение с теоретическими предсказаниями.

С использованием формулы Пуазейля вязкость выражается как

$$\eta = \frac{\pi R^4}{8l \frac{Q}{\Delta P}} = \frac{\pi R^4}{8lk}, \quad (1)$$

где $k = Q/\Delta P$ — тангенс угла наклона линейного участка. Относительная погрешность определения вязкости:

$$\varepsilon_\eta = 4\varepsilon_R + \varepsilon_l + \varepsilon_k \approx 0.09 \Rightarrow \sigma_\eta = 0.17 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}. \quad (2)$$

Численные значения угловых коэффициентов k_i (в единицах СИ) составили:

$$k_1 = 2.05 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}, \quad k_2 = 3.75 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}, \quad k_3 = 6.3 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}.$$

В таблице ниже обобщены результаты обработки.

Таблица 4: Сводная таблица результатов

	Трубка 1	Трубка 2	Трубка 3
d , мм	5.1	3.95	3.0
$k \cdot 10^6$, м ³ /(Па·с)	2.06	0.375	0.63
$\eta \cdot 10^5$, Па·с	1.6	1.8	1.9
Re_{kp}	1498	1047	1507

Оценка погрешности критического числа Рейнольдса:

$$\varepsilon_{Re} = \varepsilon_\rho + \varepsilon_{Q_{kp}} + \varepsilon_\eta + \varepsilon_d \approx 0.16 \Rightarrow \sigma_{Re} = 240. \quad (3)$$

Дополнительно исследовалась зависимость перепада давления ΔP от длины l для фиксированных расходов. Полученные данные приведены в таблицах:

Таблица 5: Измерения $\Delta P(l)$ для d_1 , $Q = 2.55$ л/мин

l , см	10.7	30	40	50
ΔP , дел	17	15	15	20

Таблица 6: Измерения $\Delta P(l)$ для d_2 , $Q = 2.55$ л/мин

l , см	11	20	30
ΔP , дел	72	56	60

Таблица 7: Измерения $\Delta P(l)$ для d_3 , $Q = 3.30$ л/мин

l , см	10.9	30	40	50
ΔP , дел	24	29	38	45

Соответствующие графические зависимости $P(x)$ в приложениях 4-6.

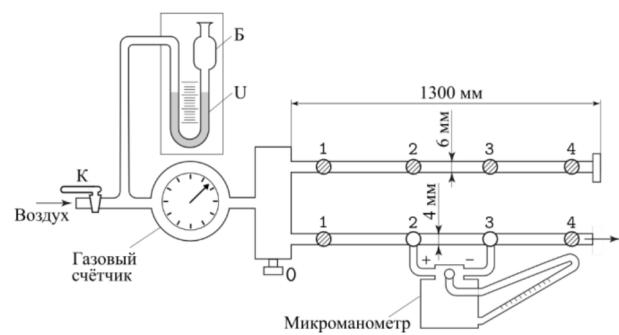
Из графиков получены значения $l_{уст1} = 0.6 \pm 0.1$ м $l_{уст2} = 0.3 \pm 0.1$ м $l_{уст3} = 0.4 \pm 0.1$ м При одинаковых $\lambda = \Delta P/l$ ($\lambda_1 = 30$ дел/м, $\lambda_2 = 220$ дел/м) Построены графики логарифмированных значений турбулентного и ламинарного потоков(Приложение 7):

Анализ полученных кривых немного завышен относительно теоретических ожиданий: в ламинарном режиме $Q \propto r^4$, в турбулентном $Q \propto r^{2.5}$. Отличия заключаются менее чем в 0,5 порядках (4.52 для ламинарного и 2.93 для турбулентного режимов)

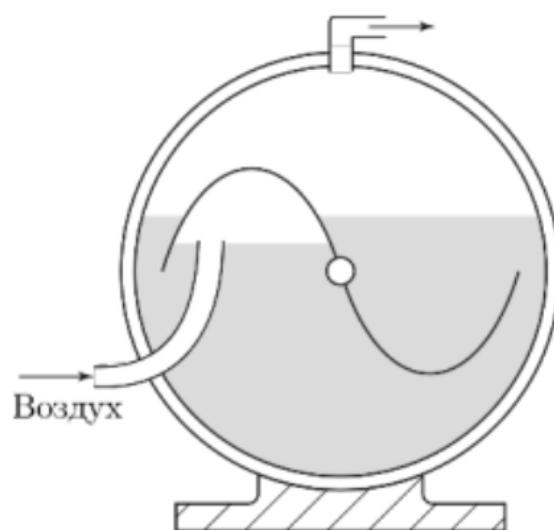
6 Выводы и результаты

- Экспериментально определённая динамическая вязкость воздуха, рассчитанная по формуле Пуазейля, составила $(1.77 \pm 0.17) \times 10^{-5}$ Па·с. Это значение хорошо согласуется с общепринятой величиной 1.8×10^{-5} Па·с.
- Критическое число Рейнольдса, соответствующее переходу от ламинарного режима к турбулентному, найдено равным $Re_{kp} = 1350 \pm 270$, что по порядку величины соответствует ожидаемому значению ≈ 1000 .
- Подтверждена линейная связь $Q(\Delta P)$ в области ламинарного течения, что служит экспериментальным обоснованием закона Пуазеля.
- Для всех исследованных трубок получена линейная зависимость $P(x)$ при фиксированном расходе.
- Из анализа в логарифмическом масштабе установлены показатели степени при радиусе: 4.3 ± 0.35 для ламинарного потока и 2.8 ± 0.35 для турбулентного, что выше, чем теоретические значения на 20%.

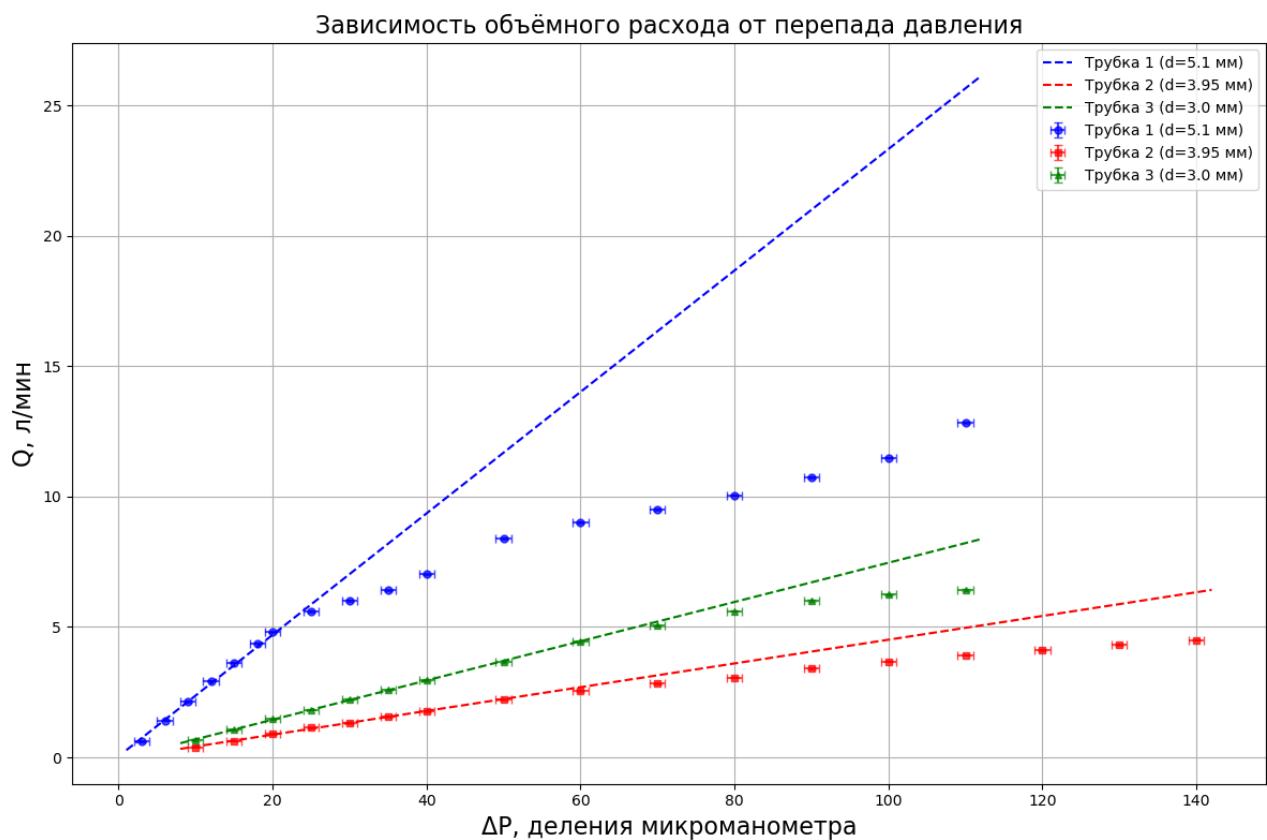
7 Приложения



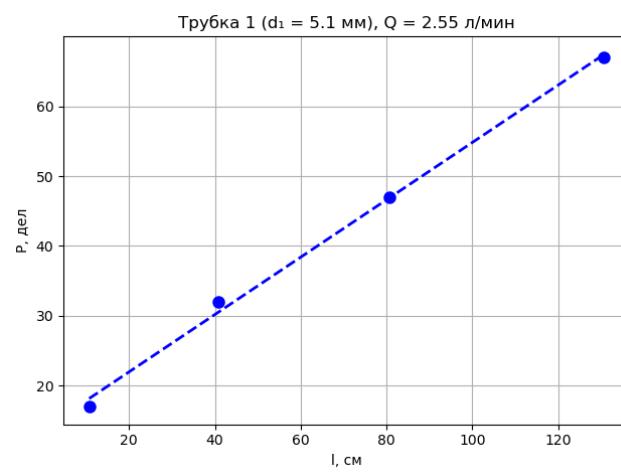
Приложение 1: Схема установки



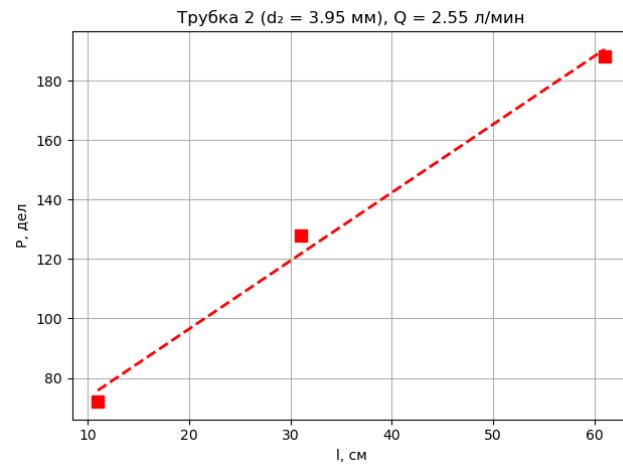
Приложение 2: Газосчетчик



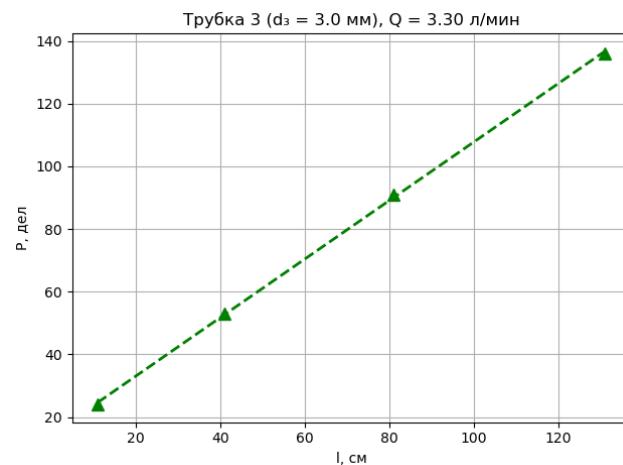
Приложение 3



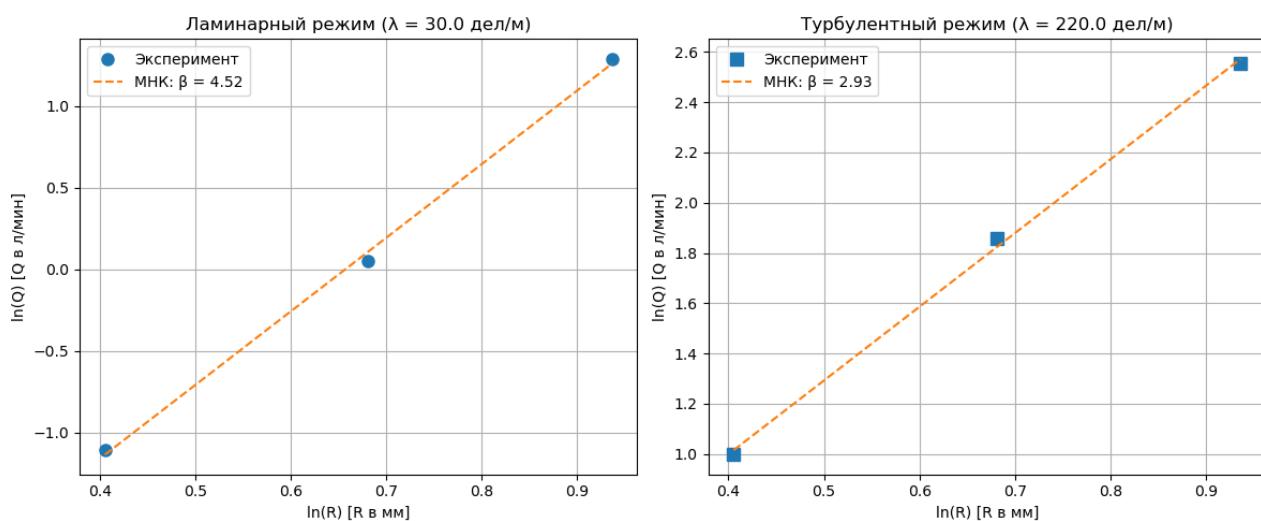
Приложение 4



Приложение 5



Приложение 6



Приложение 7