



Рис. 7.2. Геометрические искажения, обусловленные дисторсией:
а — подушкообразные искажения; *б* — бочкообразные искажения

Типичным видом геометрических искажений, обусловленных несовершенством оптики камеры, является дисторсия. Дисторсия проявляется в нарушении геометрического подобия между предметом и его изображением. В результате дисторсии изображение прямоугольной сетки приобретает бочкообразную (отрицательная дисторсия) или подушкообразную (положительная дисторсия) форму, как это показано на рис. 7.2, *а* и *б*. В сложных объективах характер дисторсии может иметь смешанный, более сложный вид. Дисторсия обусловлена изменением увеличения объектива при изменении угла, под которым объектив видит снимаемый предмет. Наиболее сильно дисторсия проявляется в широкоугольных объективах при съемке близко расположенных объектов.

Имеются задачи, в которых к величине геометрических искажений изображения предъявляются жесткие требования. К этим задачам относится обработка изображений карт и чертежей. Обычно дисторсия составляет значительную часть всех геометрических искажений изображения.

Дисторсия также имеет место при сканировании изображений планшетным сканером. При проецировании изображения на ПЗС-линейку наличие дисторсии проявляется в искажении положения вертикальных линий сетки. Неискаженность горизонтальных линий сетки обеспечивается равномерностью механического привода с шаговым двигателем.

В ряде случаев геометрические искажения сознательно вносятся в изображения с целью создания спецэффектов, переходов между смежными клипами, при реализации варпинга и морфинга и т. д.

7.2. Аффинные преобразования изображений

Простейшими и вместе с тем наиболее часто применяемыми геометрическими преобразованиями являются: сдвиг изображения, поворот изображения относительно начала координат и изменение его масштаба. Рассмотрим эти преобразования на примере ахроматических изображений, поскольку аналогичные преобразования цветных изображений выполняются таким же образом.

Сдвиг изображения

При сдвиге изображения к координатам x и y каждой точки исходного изображения $L_c(x, y)$ прибавляются величины, на которые оно должно быть сдвинуто, т. е. Δx и Δy . После сдвига распределение яркости в сдвинутом изображении будет описываться следующим образом: $L_c(x + \Delta x, y + \Delta y)$.

В случае цифрового ахроматического изображения распределение яркости в нем после сдвига может быть записано в виде $L_c(k + k_0, n + n_0)$. Здесь k и n — номера строк и столбцов массива изображения, а k_0 и n_0 — величины сдвигов по строкам и по столбцам. Обычно операция сдвига цифрового изображения осуществляется путем переадресации. В силу своей простоты эта операция выполняется наиболее быстро.

Поворот изображения относительно начала координат

При повороте изображения для каждой его точки вычисляются новые координаты x и y в соответствии с выражениями:

$$x = x' \cos \varphi - y' \sin \varphi,$$

$$y = x' \sin \varphi + y' \cos \varphi,$$

где x' и y' — старые координаты точки изображения, φ — угол поворота относительно начала координат. В случае цифрового изображения вычисляются новые номера строки и столбца k и n , определяющие положение каждого пиксела на изображении по формулам:

$$k = n' \sin \varphi + k' \cos \varphi,$$

$$n = n' \cos \varphi - k' \sin \varphi,$$

где k' и n' — прежние номера строки и столбца, которыми задано положение пиксела в исходном изображении. В отличие от сдвига поворот изображения относительно начала координат связан со значительными вычислительными затратами и, как следствие, занимает заметное время. Кроме того, при повороте изображения его отсчеты (пикселы) перемещаются на различную величину на плоскости изображения в зависимости от их расстояния от начала координат. Чем дальше отстоит отсчет от начала координат, вокруг которого делается поворот, тем на большее расстояние он перемещается. В результате этого сетка отсчетов после поворота уже не будет совпадать с сеткой отсчетов исходного изображения, поскольку направления строк и столбцов будут повернуты на угол φ относительно строк и столбцов в исходном изображении. Для приведения повернутого изображения к исходной сетке отсчетов, с которой работает компьютер, необходимо произвести его пере-дискретизацию. Эту операцию можно выполнить без потерь, если применить метод, описанный нами в главе 4, однако на это потребуется дополнительное время.

В используемых в настоящее время графических редакторах идут по более простому пути, осуществляя передискретизацию с использованием интерполяции первого порядка или бикубической, в связи с этим в изображения вносятся характерные искажения.

Для того чтобы осуществить поворот относительно произвольной точки изображения, достаточно путем сдвига изображения поместить эту точку в начало координат, затем выполнить поворот и, наконец, путем сдвига изображения в обратном направлении вернуть эту точку в исходное положение.

Изменение масштаба изображения

При изменении масштаба новые координаты точки в аналоговом изображении после изменения его масштаба определяются следующими выражениями: $x = ax'$, $y = by'$, где x' и y' — координаты точки в исходном изображении, a и b — коэффициенты изменения масштаба (увеличения или уменьшения) в направлении соответствующих координат. Значения a и b могут быть как одинаковыми при изменении масштаба изображения без нарушения пропорций, так и различаться между собой, обеспечивая тем самым растяжение (сжатие) изображения в одном из направлений. В случае изменения масштаба цифрового изображения новые координаты отсчетов (номера строк и столбцов) k , n находятся следующим образом: $k = bk'$, $n = an'$, где k' и n' — номера строк и столбцов, определяющих положение отсчета (пиксела) в исходном изображении. Изменение масштаба цифрового изображения приводит к тому, что и при увеличении, и при уменьшении масштаба в нецелое число раз сетка отсчетов преобразованного изображения не совпадает с сеткой отсчетов исходного изображения, что приводит к необходимости передискретизации преобразованного изображения для устранения этого несоответствия. Необходимость передискретизации возникает и при изменении масштаба в целое число раз, однако в этом случае алгоритм передискретизации оказывается проще. Поскольку изменение масштаба связано с операциями умножения и с передискретизацией изображения, то это приводит к неизбежному увеличению временных затрат.

Рассмотренные геометрические преобразования изображения удобно выполнять, используя для этой цели матричный аппарат путем перемножения матрицы преобразования (матрицы сдвига, поворота, изменения масштаба) на матрицу-строку, задающую координаты каждого отсчета изображения, дополненную единицей. Так в случае сдвига изображения имеем

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \text{матрица-} \\ \text{строка} \end{array} & \begin{array}{c} \text{матрица} \\ \text{сдвига} \end{array} & \begin{array}{c} \text{матрица-} \\ \text{строка} \end{array} \\ \left| \begin{array}{ccc} y' & x' & 1 \end{array} \right| \times \left| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ y_0 & x_0 & 1 \end{array} \right| & = & \left| \begin{array}{ccc} (y' + y_0) & (x' + x_0) & 1 \end{array} \right|. \end{array}$$

В случае поворота изображения координаты преобразованного изображения определяются таким образом:

$$\begin{vmatrix} y' & x' & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (x' \sin \varphi + y' \cos \varphi) & (x' \cos \varphi - y' \sin \varphi) & 1 \end{vmatrix}.$$

И, наконец, новые координаты отсчетов изображения после изменения его масштаба находятся следующим образом:

$$\begin{vmatrix} y' & x' & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} by' & ax' & 1 \end{vmatrix}.$$

Все три матрицы преобразования могут быть сведены к одной, которая включает в себя параметры, определяющие величину сдвига, поворота и изменения масштаба.

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} y' & x' & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} b \cos \varphi & -b \sin \varphi & 0 \\ a \sin \varphi & a \cos \varphi & 0 \\ y_0 & x_0 & 1 \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} (ax' \sin \varphi + by' \cos \varphi + y_0) & (ax' \cos \varphi - by' \sin \varphi + x_0) & 1 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Аналогичным образом может быть записано выражение для преобразования цифрового изображения

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} k' & n' & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} b \cos \varphi & -b \sin \varphi & 0 \\ a \sin \varphi & a \cos \varphi & 0 \\ k_0 & n_0 & 1 \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} (an' \sin \varphi + bk' \cos \varphi + k_0) & (an' \cos \varphi - bk' \sin \varphi + n_0) & 1 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Простейшим, но не лучшим алгоритмом передискретизации преобразованного изображения является округление значений координат отсчетов преобразованного изображения с заполнением "пустот", которые могут образовываться при увеличении изображения путем применения интерполяции нулевого порядка. Однако если желательно дополнительные искажения, возникающие в результате передискретизации, свести к минимуму, то лучше использовать метод, описанный в главе 4.

7.3. Дисторсия и методы ее коррекции

Дисторсия (от лат. *distorsio* — искривление) — погрешность изображения в оптических системах, при которой нарушается геометрическое подобие между объектом и его изображением; одна из аберраций оптических систем. Заключается в геометрических искажениях изображения по сравнению с объектом из-за измене-