

ОБРАЗОВАНИЕ В ПЕДИАТРИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

# Введение в медицинскую статистику. Часть 1



---

Прошин Владимир Иванович

Доцент кафедры медицинской биофизики и физики  
СПбГПМУ, к.ф.-м.н.

# Медицинская статистика

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

- **Статистика** – это сбор, группировка, систематизация, представление, анализ и интерпретация данных (результатов наблюдений).
- Статистические методы используются для:
  - ✓ изучения здоровья населения и факторов, его определяющих;
  - ✓ анализа, оценки и планирования медицинской помощи;
  - ✓ специальных научных исследований
- **Математическая статистика** – это раздел математики, изучающий:
  - ✓ генеральные совокупности и их изменчивости;
  - ✓ приближенные методы отыскания законов распределения и числовых характеристик генеральной совокупности по результатам эксперимента.

# Генеральная совокупность

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

- Генеральная совокупность (**популяция**) – это множество, включающее все данные, явления, объекты или людей, которые подвергаются изучению.

Пример:

Необходимо исследовать хорошо ли первокурсники СПбГПМУ знают физику → все первокурсники СПбГПМУ – это наша генеральная совокупность.

Статистические методы позволяют делать выводы о генеральной совокупности на основе изучения выборок



# Выборочная совокупность

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

- Выборочная совокупность (выборка) – это часть элементов, отобранных из генеральной совокупности.



Выборка должна быть репрезентативной, т.е. имеющей генеральной совокупностью одинаковую структуру. Это достигается случайным выбором её элементов из генеральной совокупности.

# Исследуемые исходы

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

## Исход исследования

### Клинически значимое состояние или событие

- выздоровление
- качество жизни
- инвалидизация
- смерть

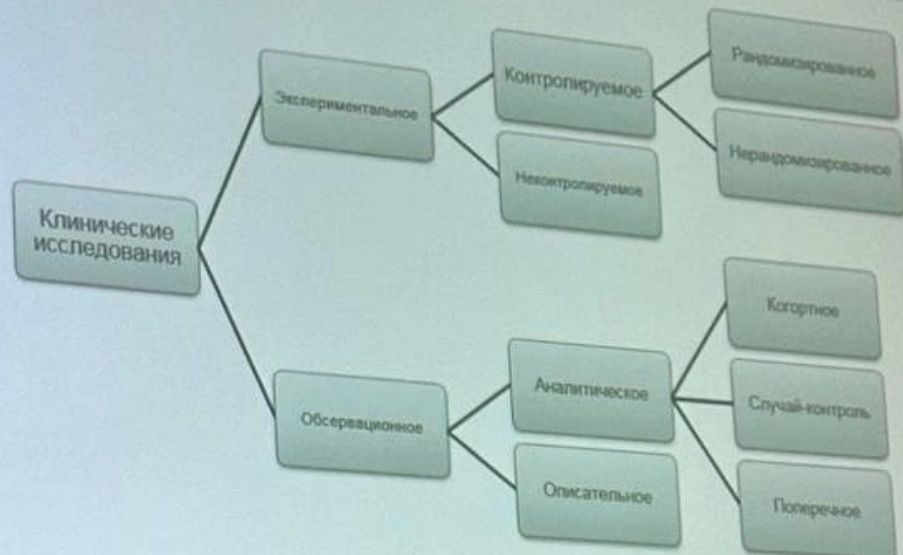
### Косвенные критерии оценки исхода

- лабораторные показатели
- данные инструментальных исследований

# Дизайны клинических исследований

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

- Первичные исследования:



- Вторичные исследования:

**систематические обзоры, метаанализы**

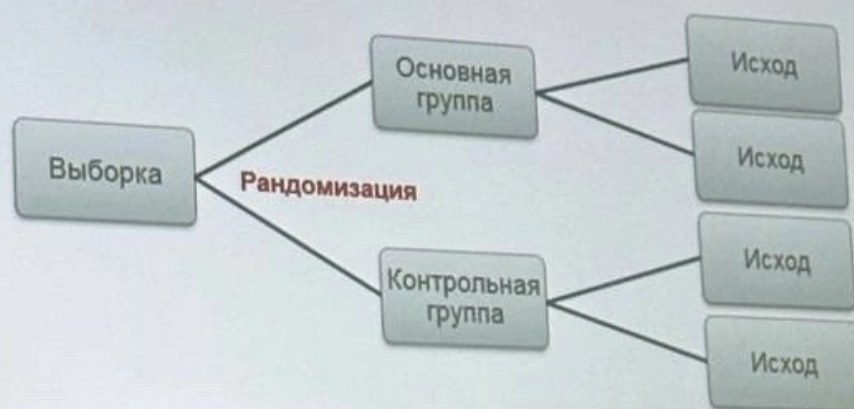


# Рандомизированные исследования

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

**Рандомизированное клиническое исследование (РКИ)** – это исследование, в котором пациенты распределяются по группам лечения случайным образом (процедура рандомизации) и имеют одинаковую возможность получить исследуемый или контрольный препарат (препарат сравнения или плацебо).

- Открытое
- Закрытое (слепое, двойное слепое, тройное слепое)
- Одноцентровое
- Мультицентровое



# Когортное исследование

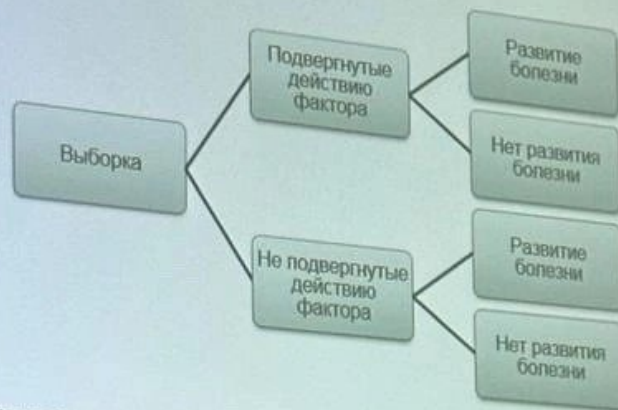
PEDIATRIC  
UNIVERSITY

Объект:

- группа пациентов, которая отслеживается во времени.

Цель:

- исследование факторов риска, прогноза заболевания.



Фрамингемское исследование (США) начало 1948:

- 5209 человек
- факторы риска развития ИБС

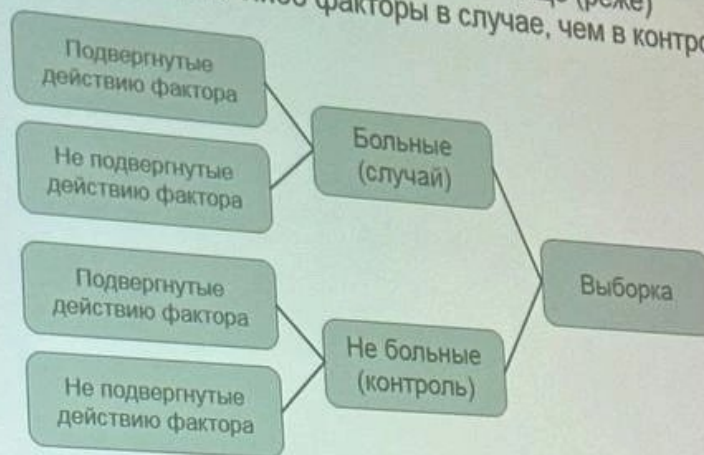


# Исследование «случай-контроль»

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

Цель:

Сравнить характерные особенности группы больных с особым исходом болезни (случай) с группой пациентов без исхода (контроль) для определения насколько чаще (реже) встречаются какие-либо факторы в случае, чем в контроле.



Пример:

- Случай – женщины от 50 до 81 года с переломом бедра
- Контроль – женщины этого же возраста без перелома
- Фактор – прием заместительной-гормональной терапии (ЗГТ)

# Пирамида доказательной медицины

PEDIATRIC  
UNIVERSITY



10



# Классификация выборок

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

Выборки	
Независимые	Зависимые
вероятность отбора любого испытуемого одной выборки не зависит от отбора любого испытуемого другой	каждому испытуемому одной выборки поставлен в соответствие по определенному критерию испытуемый из другой выборки или тот же самый испытуемый при повторном измерении
Группа 1: Дети с целиакией. Группа 2: Дети без целиакии.	Группа 1: Дети с целиакией на момент постановки диагноза. Группа 2: Дети с целиакией после месяца соблюдения БГ диеты.



# Классификация данных

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

Данные			
Категориальные (качественные)		Числовые (количественные)	
<u>Номинальные</u>	<u>Порядковые</u>	<u>Дискретные</u>	<u>Непрерывные</u>
Категории взаимоисключаемы и не упорядочены	Категории взаимоисключаемы и упорядочены	Принимают только определенные значения	Принимают любые значения в заданном интервале
Пол, группа крови, семейное положение	Стадия заболевания, шкала глубины комы	Число дней болезни в год, число пациентов	Рост, давление, температура, вес

12

## Описательные статистики

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

### Меры центральной тенденции:

- Выборочное среднее
- Мода
- Медиана

### Меры размаха:

- Интерквартильный размах
- Дисперсия
- Стандартное отклонение

### Терминология:

**Варианта** – элемент выборки  $x_i$

**Частота встречаемости**  $n_i$  – число повторений варианты

**Объем выборки**  $n$  – общее число элементов выборки

**Вариационный ряд** – последовательность вариантов, записанных в возрастающем порядке

# Выборочное среднее

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

**Выборочное среднее –**  
среднее арифметическое значение признака  
в выборке.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Пример: оценка за экзамен в группе из 10 человек

$x_i$	5	3	2	4	3	3	3	4	5	3
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$\bar{X} = \frac{5+3+2+4+3+3+3+4+5+3}{10} = 3,5$$

Вопросы:

- Если в выборку добавить элементы, равные среднему значению, то как изменится средневывборочное?
- Как меняется средневывборочное значение с ростом выборки?



Мода ( $M_o$ ) — это такое значение варианты, что предшествующее и следующее за ним значения в вариационном ряде имеют меньшие частоты встречаемости.

Для *одномодальных* распределений мода — это наиболее часто встречающаяся варианта в данной совокупности.

Пример: оценка за экзамен в группе из 10 человек

$x_i$	5	3	2	4	3	3	3	4	5	3
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

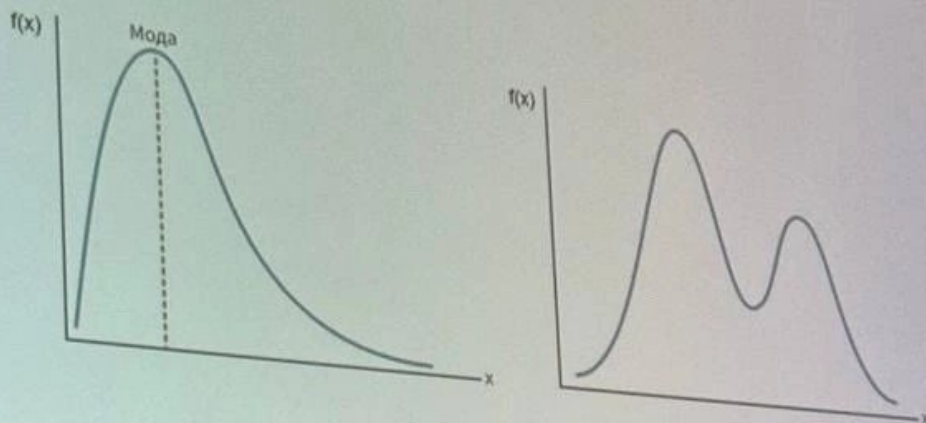
$$M_o = 3$$

Распределение частот встречаемости в выборке

$x_i$	2	3	4	5
$n_i$	1	5	2	2

# Мода

PEDIATRIC  
UNIVERSITY



Одномодальное и мультимодальное (бимодальное) распределения.

В случае мультимодального распределения популяция имеет естественные обособленные подгруппы.

# Медиана

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

**Медиана (Me)** делит упорядоченную выборку на 2 равные части с одинаковым числом вариантов в каждой.

Пример: оценка за экзамен в группе из 9 человек

$X_i$	5	3	2	4	3	3	3	4	5

Упорядочим выборку (вариационный ряд)

$X_i$	2	3	3	3	3	4	4	5	5

4 оценки слева от этого значения и 4 – справа ( $n=2k+1 \Rightarrow Me=x_{k+1}$ )

$$Me=3$$

Если в выборке четное число элементов:

$X_i$	2	3	3	3	3	4	4	5	5	5

$$n=2k \Rightarrow Me=(x_k+x_{k+1})/2$$

$$Me=(3+4)/2=3,5$$



# Процентили

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

**Процентиль распределения** - это такое число  $x_p$ , что значения  $p$ -й части упорядоченной выборки меньше или равны  $x_p$ .

- 25-й процентиль (нижний квартиль  $Q_1$ ) переменной - это такое значение ( $x_p$ ), что 25% ( $p$ ) значений переменной попадают ниже этого значения.
- 50-й процентиль (квартиль  $Q_2$  - **МЕДИАНА**) переменной - это такое значение ( $x_p$ ), что 50% ( $p$ ) значений переменной попадают ниже этого значения.
- 75-й процентиль (верхний квартиль  $Q_3$ ) - такое значение, ниже которого попадают 75% значений переменной.

Пример: баллы за тест в группе из 15 человек

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	25	33	54	67	69	70	73	75	82	84	89	91	95	100
			$Q_1$				Me $Q_2$				$Q_3$			

18

# Интерквартильный размах

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

Интерквартильный размах – это разность между верхним квартилем и нижним.

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	25	33	54	67	69	70	73	75	82	84	89	91	95	100
			Q <sub>1</sub>				Me Q <sub>2</sub>				Q <sub>3</sub>			

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 89 - 54 = 35$$



# Центильные таблицы

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

Рост и вес ребенка до года (девочки)

Возраст	Длина/рост								Масса							
	Центильный интервал								Центильный интервал							
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
	3%	10%	25%	50%	75%	90%	97%		3%	10%	25%	50%	75%	90%	97%	
0	45,8	47,5	49,8	50,7	52,0	53,1	53,9		2,6	2,8	3,0	3,3	3,7	3,9	4,1	
1 мес	48,5	50,3	52,1	53,5	55,0	56,1	57,3		3,3	3,6	3,8	4,2	4,5	4,7	5,1	
2 мес	51,2	53,3	55,2	56,8	58,0	59,3	60,6		3,8	4,2	4,5	4,8	5,2	5,5	5,9	
3 мес	54,0	56,2	57,5	59,3	60,7	61,8	63,6		4,4	4,8	5,2	5,5	5,9	6,3	6,7	
4 мес	56,7	58,4	60,0	61,2	62,8	64,0	65,7		5,0	5,4	5,8	6,2	6,6	7,0	7,5	
5 мес	59,1	60,8	62,0	63,8	65,1	66,0	68,0		5,5	5,9	6,3	6,7	7,2	7,7	8,1	
6 мес	60,8	62,5	64,1	65,5	67,1	68,8	70,0		5,9	6,3	6,8	7,3	7,8	8,3	8,7	
7 мес	62,7	64,1	65,9	67,5	69,2	70,4	71,9		6,4	6,8	7,3	7,7	8,4	8,9	9,3	
8 мес	64,5	66,0	67,5	69,0	70,5	72,5	73,7		6,7	7,2	7,6	8,2	8,8	9,3	9,7	
9 мес	66,0	67,5	69,1	70,2	72,0	74,1	75,5		7,1	7,5	8,0	8,6	9,2	9,7	10,1	
10 мес	67,5	69,0	70,3	71,9	73,2	75,3	76,8		7,4	7,9	8,4	9,0	9,6	10,1	10,5	
11 мес	68,9	70,1	71,5	73,0	74,7	76,5	78,1		7,7	8,3	8,7	9,3	9,9	10,5	10,9	
1 год	70,1	71,4	72,8	74,1	75,8	78,0	79,6		8,0	8,5	9,0	9,6	10,2	10,8	11,3	



# Дисперсия

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

**Дисперсия** – мера разброса случайной величины  
(мера отклонения от среднего значения)

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$$

Замечание:

- Если выборка небольшая ( $n < 30$ ), то рассчитывается уточненная дисперсия (несмещенная статистическая оценка)

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

## Пример вычисления дисперсии

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

Оценка за экзамен в группе из 5 человек:

$X_i$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
2	<del>2-3,4</del> = -1,4	$(-1,4)^2 = 1,96$
3	3-3,4 = -0,4	$(-0,4)^2 = 0,16$
3	3-3,4 = -0,4	$(-0,4)^2 = 0,16$
4	4-3,4 = 0,6	$(0,6)^2 = 0,36$
5	5-3,4 = 1,6	$(1,6)^2 = 2,56$
$\Sigma = 17$		$\Sigma = 5,2$

$$\bar{X} = \frac{17}{5} = 3,4$$

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{5,2}{5-1} = 1,3$$

# Дисперсия

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

рассмотрим 2 группы

Группа 1	Группа 2
2	3
3	3
3	3
4	4
5	4
$\Sigma=17$	$\Sigma=17$
$\bar{X}=3,4$	$\bar{X}=3,4$
$D=1,3$	$D=0,3$

Вопросы:

- Как изменится дисперсия, если отчислим двоечников?
- Как изменится дисперсия, если в группу придут новые студенты?



## Среднее квадратическое отклонение

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

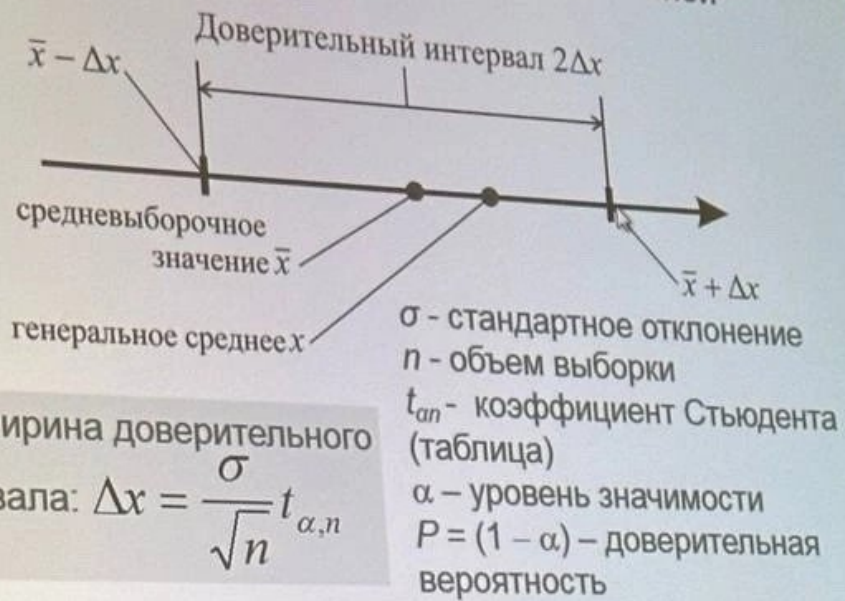
**Среднее квадратическое** (среднеквадратичное, стандартное) отклонение – тоже мера разброса случайной величины.

$$\sigma = \sqrt{D}$$

Используется вместо дисперсии, когда необходимо оценить рассеяние в тех же единицах, что и сами данные.

# Доверительный интервал

**Доверительный интервал** – это интервал значений случайной величины, который включает в себя оцениваемый генеральный параметр с указанной вероятностью.



Полуширина доверительного интервала:  $\Delta x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{\alpha, n}$

Запись  $X = \bar{X} \pm \Delta x$  или  $\bar{X}$  (95% ДИ  $\bar{X} - \Delta x; \bar{X} + \Delta x$ )

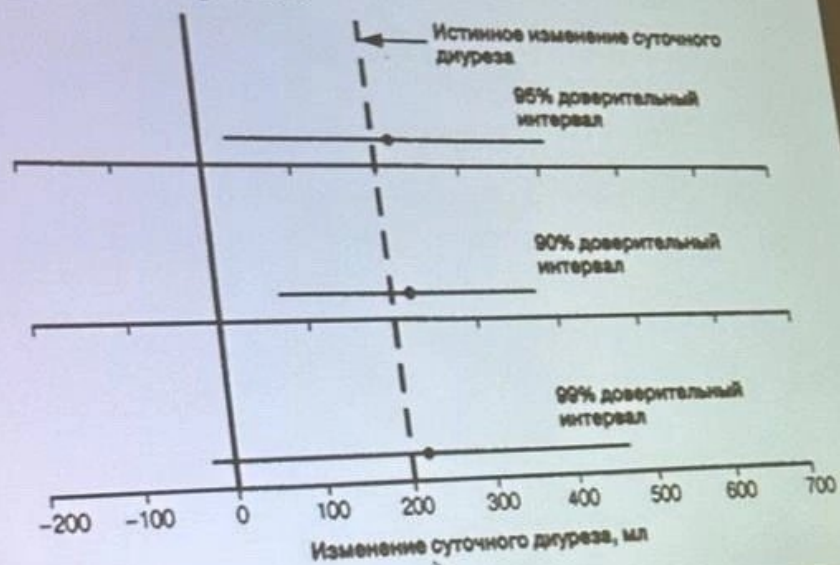


# Доверительный интервал

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

Доверительный интервал сужается, если

- Возрастает объем выборки
- Уменьшается изменчивость данных
- Уменьшается уровень доверия, необходимый для генерального среднего





## Графическое представление данных

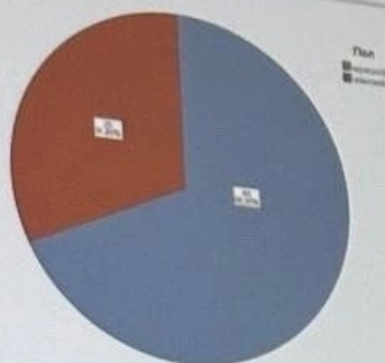
PEDIATRIC  
UNIVERSITY

Графические методы представления данных (график, гистограмма, диаграмма и др.)

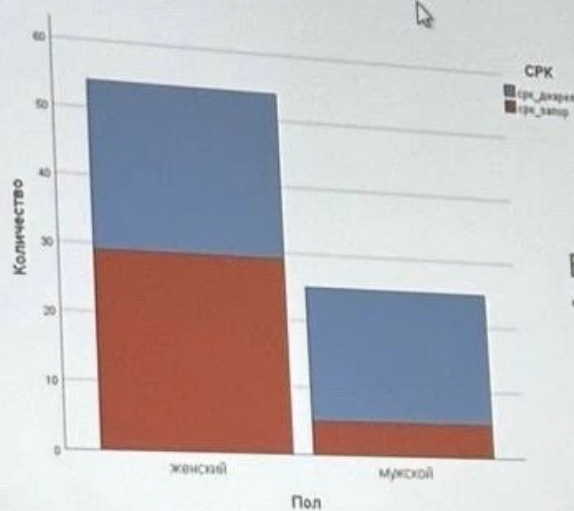
- Визуальное изображение данных для наглядности
- Распознавание структуры и характерных особенностей данных (выбросы, области сгущения)
- Обнаружение ошибок в данных
- Обнаружение новых явлений

# Представление частотных распределений

PEDIATRIC  
UNIVERSITY



Круговая диаграмма:  
• 1 группа



Внутристолбиковая диаграмма:  
• больше 1 группы

# Гистограмма

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

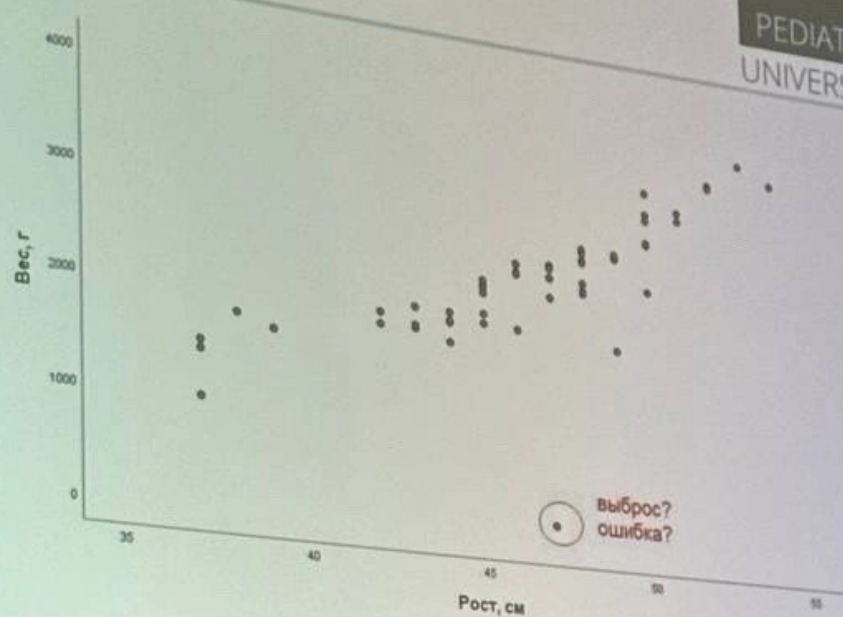


- Гистограмма представляет собой совокупность смежных прямоугольников с основаниями одинаковой протяженности.
- Ширина каждого столбца соответствует интервалу значений переменной.
- Площадь столбца пропорциональна частоте попаданий случайной величины в данный интервал.



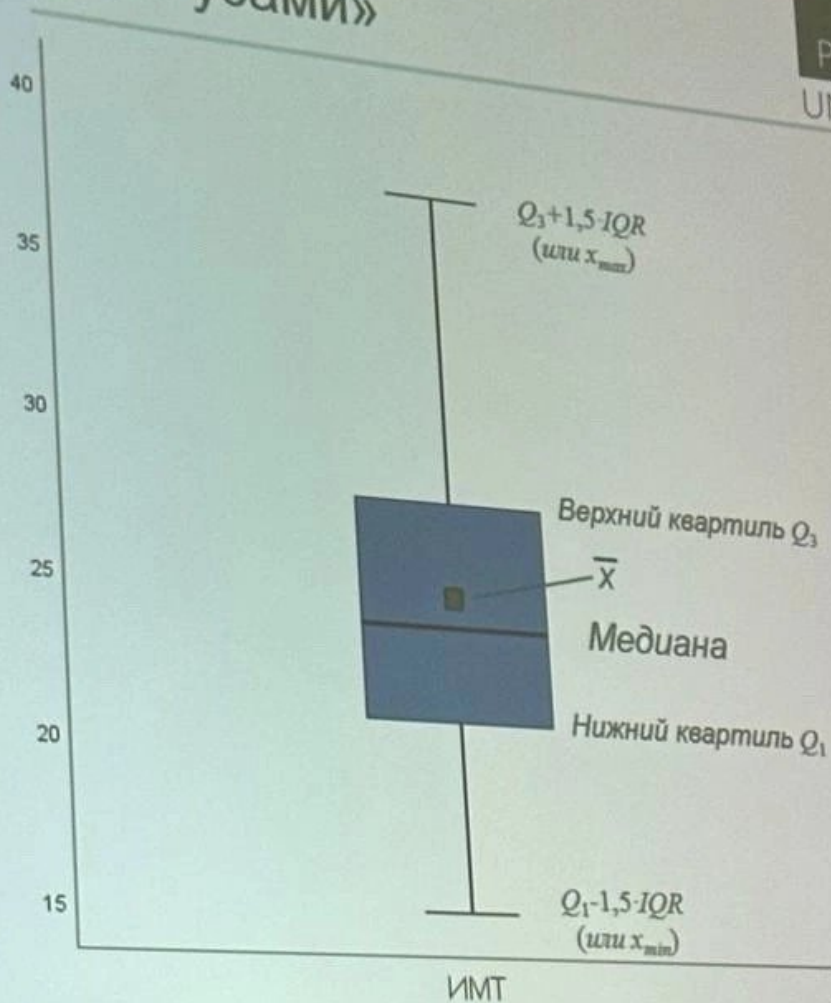
# Диаграмма рассеяния

PEDIATRIC  
UNIVERSITY



# График «ящик с усами»

PEDIATRIC  
UNIVERSITY



\*  $IQR = Q_3 - Q_1$

## График «ящик с усами»

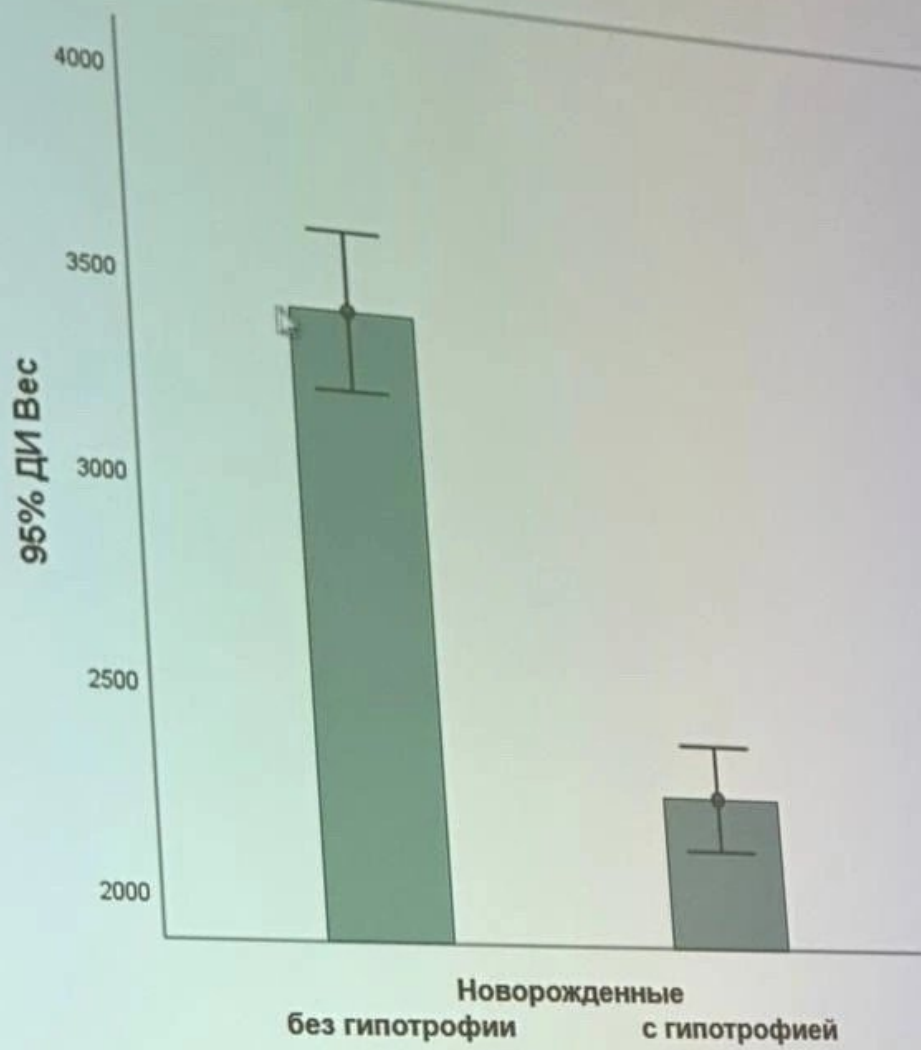
PEDIATRIC  
UNIVERSITY





# Столбцы ошибок

PEDIATRIC  
UNIVERSITY



33

# Проверка статистических гипотез

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

**Статистическая гипотеза** – это любое предположение о виде неизвестного распределения или о параметрах известных распределений, проверяемое по выборке.

$H_0$  – нулевая (проверяемая) гипотеза

Пример: средние значения параметра в двух генеральных совокупностях равны или отличаются незначимо, т.е. наша процедура не повлияла на интересующий нас параметр.

$H_1$  – альтернативная гипотеза

Пример: средние значения отличаются значимо, следовательно процедура была эффективной.

# Статистический критерий

**Статистический критерий** – это правило, по которому гипотеза  $H_0$  принимается или отвергается.

Критерии	
<u>Параметрические</u>	<u>Непараметрические</u>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Данные количественные</li><li>• Выборочные данные извлечены из нормально распределенной генеральной совокупности</li><li>• Дисперсии двух выборок не сильно различаются</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Данные качественные</li><li>• Распределение данных значительно отличается от нормального</li></ul>



# Классификация ошибок

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

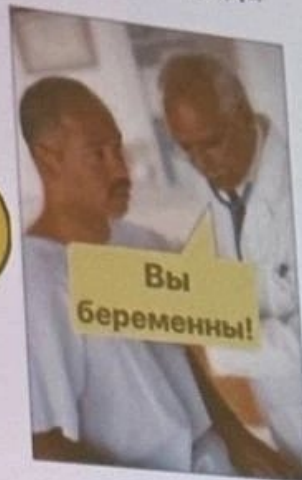
Гипотеза $H_0$ Пациент здоров	Принимается	Отвергается
<b>Верна</b> Пациент на самом деле здоров	Здорового принимаем за здорового – всё хорошо	Здорового принимаем за больного - <b>Ошибка 1 рода</b> (отвергаем верную гипотезу)
<b>Неверна</b> Пациент на самом деле болен	Больной пациент принимается за здорового - <b>Ошибка 2 рода</b> (принимаем неверную гипотезу)	Больного принимаем за больного и лечим – всё хорошо

- При фиксированном объеме выборки невозможно сделать как угодно малыми ошибки 1 и 2 рода одновременно.
- Уменьшить обе ошибки можно, только увеличив объем выборки

# Уровень значимости

PEDIATRIC  
UNIVERSITY

Ошибка 1 рода



Ошибка 2 рода



$H_0 - ?$

**Уровень значимости  $\alpha$**  – это вероятность допустить ошибку 1 рода.

Доверительная вероятность  $p = 1 - \alpha$  – это, вероятность, соответственно, **не** допустить ошибку 1 рода.

**Мощность критерия** – вероятность **не** допустить ошибку 2 рода.

Пусть вероятность ошибки 2 рода равна  $\beta$ , тогда  $1 - \beta$  – это мощность критерия.

Параметрические критерии более мощные.