

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ  
ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет по лабораторной работе №4  
по курсу «Алгоритмы и структуры данных»  
Тема: Подстроки

Выполнил:  
Малыхин Н.С.  
К3141

## **Содержание**

<b>Содержание</b>	<b>2</b>
<b>Задачи</b>	<b>2</b>
Задание №1. Наивный поиск подстроки в строке (1 балл)	3
Задание №5. Префикс-функция (1.5 балла)	5
Задание №6. Z-функция (1.5 балла)	7
<b>Вывод</b>	<b>11</b>

## Задачи

### Задание №1. Наивный поиск подстроки в строке (1 балл)

Даны строки  $p$  и  $t$ . Требуется найти все вхождения строки  $p$  в строку  $t$  в качестве подстроки.

- Формат ввода / входного файла (input.txt). Первая строка входного файла содержит  $p$ , вторая –  $t$ . Строки состоят из букв латинского алфавита.
- Ограничения на входные данные.  $1 \leq |p|, |t| \leq 104$ .
- Формат вывода / выходного файла (output.txt). В первой строке выведите число вхождений строки  $p$  в строку  $t$ . Во второй строке выведите в возрастающем порядке номера символов строки  $t$ , с которых начинаются вхождения  $p$ . Символы нумеруются с единицы.

Решение:

```
from utils.file_utils import read_from_file, write_to_file
from utils.time_memory_utils import measure_time_and_memory

input_path = "../txtf/input.txt"
output_path = "../txtf/output.txt"

@measure_time_and_memory
def naive_pattern_search(p, t):
    len_p = len(p)
    occurrences = [] # Позиции вхождения

    for i in range(len(t) - len_p + 1):
        # Сравниваем подстроку текста с искомой подстрокой
        if t[i:i + len_p] == p:
            occurrences.append(i + 1) # Добавляем

    return [len(occurrences), occurrences]

def main():
    # Чтение входных данных из файла
```

```

input_data = read_from_file(input_path)

# Извлечение параметров из входных данных
p = input_data[0]
t = input_data[1]

# Вычисление результата
result = naive_pattern_search(p, t)

# Запись результата в выходной файл
output_data = str(result[0]) + "\n"
output_data += " ".join(str(x) for x in result[1])
write_to_file(output_path, output_data)

if __name__ == "__main__":
    main()

```

Объяснение:

### 1. Инициализация

Определяем длину шаблона  $p$  —  $\text{len}_p = \text{len}(p)$ . Создаём пустой список `occurrences` для хранения позиций всех найденных вхождений.

### 2. Перебор всех возможных позиций

Проходим по всем индексам  $i$  строки  $t$ , где может начаться вхождение шаблона, то есть от  $i=0$  до  $i = |t| - |p|$ .

### 3. Сравнение подстрок

Для каждой позиции  $i$  сравниваем подстроку  $t[i:i+\text{len}_p]$  с шаблоном  $p$ . Если они совпадают, значит найдено вхождение.

Сложность:

- Пусть  $n = |t|$ ,  $m = |p|$ .
- В худшем случае алгоритм перебирает все позиции  $i$  от 0 до  $n - m$ , то есть около  $n - m + 1 \approx n$  позиций.
- Для каждой позиции сравнивает подстроку длины  $m$  с шаблоном — это операция  $O(m)$ .

- Итого, общая временная сложность —  $O(n \cdot m)$ .

Результат работы кода:

≡ input.txt ×	≡ output.txt
1 aba	
2 abaCaba	

≡ input.txt	≡ output.txt ×
1 2	
2 1 5	

### Задание №5. Префикс-функция (1.5 балла)

Постройте префикс-функцию для всех непустых префиксов заданной строки  $s$ .

- Формат ввода / входного файла (input.txt). Одна строка входного файла содержит  $s$ . Строка состоит из букв латинского алфавита.
- Ограничения на входные данные.  $1 \leq |s| \leq 106$ .
- Формат вывода / выходного файла (output.txt). Выведите значения префикс-функции для всех префиксов строки  $s$  длиной  $1, 2, \dots, |s|$ , в указанном порядке.

Решение:

```
from utils.file_utils import read_from_file, write_to_file
from utils.time_memory_utils import measure_time_and_memory

input_path = "../txtf/input.txt"
output_path = "../txtf/output.txt"

@measure_time_and_memory
def prefix_func(s):
    n = len(s)
    prefix = [0] * n # Массив префикс-функции
```

```

for i in range(1, n):
    j = prefix[i - 1] # Начинаем с предыдущего значения префикс-функции

    # Пока не найдем совпадение или не дойдем до начала
    while j > 0 and s[i] != s[j]:
        j = prefix[j - 1] # "Откатываем" j по префикс-функции

    # Если символы совпали, увеличиваем длину совпадающего префикса
    if s[i] == s[j]:
        j += 1

    # Записываем полученное значение
    prefix[i] = j

return prefix

def main():
    # Чтение входных данных из файла
    input_data = read_from_file(input_path)

    # Извлечение параметров из входных данных
    s = input_data

    # Вычисление результата
    result = prefix_func(s)

    # Запись результата в выходной файл
    output_data = " ".join(str(x) for x in result)
    write_to_file(output_path, output_data)

if __name__ == "__main__":
    main()

```

Объяснение:

1. Создаётся массив `prefix` длиной  $n = |s|$ , изначально заполненный нулями.
2. Итерация идёт по индексам  $i$  от 1 до  $n-1$  (т.к. для  $i=0$  префикс-функция равна 0).

3. Переменная  $j$  хранит длину текущего совпадающего префикса-суффикса для предыдущего символа ( $prefix[i-1]$ ).
4. В цикле `while` происходит "откат"  $j$  по уже вычисленным значениям префикс-функции, если текущий символ  $s[i]$  не совпадает с символом  $s[j]$ .
5. Если символы совпали,  $j$  увеличивается на 1 — найден более длинный префикс.
6. Значение  $prefix[i] = j$  сохраняется.
7. В итоге возвращается массив префикс-функции для всей строки.

Сложность:

- Алгоритм работает за  $O(n)$  времени, где  $n$  — длина строки.

Результат работы кода:

input.txt	output.txt
1 abacaba	1 0 0 1 0 1 2 3

### Задание №6. Z-функция (1.5 балла)

Постройте Z-функцию для заданной строки  $s$ .

- Формат ввода / входного файла (`input.txt`). Одна строка входного файла содержит  $s$ . Строка состоит из букв латинского алфавита.
- Ограничения на входные данные.  $2 \leq |s| \leq 10^6$ .
- Формат вывода / выходного файла (`output.txt`). Выведите значения Z-функции для всех индексов  $1, 2, \dots, |s|$  строки  $s$ , в указанном порядке.

## Решение:

```
from utils.file_utlis import read_from_file, write_to_file
from utils.time_memory_utlis import measure_time_and_memory

input_path = "../txtf/input.txt"
output_path = "../txtf/output.txt"

@measure_time_and_memory
def z_func(s):
    n = len(s)
    z = [0] * n # Массив Z-функции
    l, r = 0, 0 # Границы самого правого отрезка совпадения

    for i in range(1, n):
        # Если текущий индекс внутри отрезка [l, r], берем минимум из
        # оставшейся длины отрезка и z[i-l]
        if i <= r:
            z[i] = min(r - i + 1, z[i - l])

        # Пытаемся расширить текущее совпадение вручную
        while i + z[i] < n and s[z[i]] == s[i + z[i]]:
            z[i] += 1

        # Если нашли более правый отрезок совпадения, то обновляем границы
        if i + z[i] - 1 > r:
            l, r = i, i + z[i] - 1

    return z[1:]

def main():
    # Чтение входных данных из файла
    input_data = read_from_file(input_path)

    # Извлечение параметров из входных данных
    s = input_data

    # Вычисление результата
    result = z_func(s)

    # Запись результата в выходной файл
```



```
output_data = " ".join(str(x) for x in result)
write_to_file(output_path, output_data)

if __name__ == "__main__":
    main()
```

Объяснение:

1. Инициализируем массив  $z$  длиной  $n = |s|$  нулями.
2. Переменные  $l$  и  $r$  хранят границы текущего наиболее правого отрезка совпадения — интервала  $[l, r]$ , где  $s[l..r]$  совпадает с префиксом строки.
3. Проходим по индексам  $i$  от 1 до  $n-1$ :
  - Если  $i \leq r$ , то  $z[i]$  минимум из:
    - оставшейся длины отрезка справа:  $r - i + 1$
    - значения  $z[i - l]$  (аналогичного сдвинутого индекса)
  - Затем пытаемся расширить совпадение вручную, сравнивая символы  $s[z[i]]$  и  $s[i + z[i]]$ .
  - Если расширенное совпадение выходит за текущий правый отрезок  $r$ , обновляем  $l$  и  $r$ .
4. Возвращаем массив  $z$ , начиная со второго элемента  $z[1:]$ , так как  $z[0]$  по определению равен нулю (или длине строки, но обычно не используется).

Сложность:

- Алгоритм работает за  $O(n)$  времени, где  $n$  — длина строки.

Результат работы кода:

input.txt × output.txt	
1	abacaba

input.txt × output.txt	
1	0 1 0 3 0 1

## **Вывод**

Эти алгоритмы демонстрируют важность предварительной обработки данных для оптимизации поиска и анализа строк, что критично при работе с большими объемами текста.