

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа программной инженерии

Курсовая работа по вычислительной
математике
Вариант №26

Выполнил
студент гр.13534/21
Н.А. Русанов

Преподаватель
С. П. Воскобойников

« ____ » _____ 202__ г.

Санкт-Петербург
2020

1. Постановка задачи

Задание N 26.

Исследование колебаний нелинейной пружины.

Уравнение движения некоторой нелинейной пружины имеет вид:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{q}{4k^2} [(1 - k^2)y + 2k^2 y^3];$$

$$y(0) = A;$$

$$y'(0) = B;$$

$$t \in [0, T].$$

Построить график $y(t)$ и оценить погрешность результата и влияние на точность погрешности исходных данных.

Значения q , k , A , B , T задаются преподавателем. Рекомендуемый шаг построения графика $h=0.5$.

Вариант N 26С.

$$A = \left(\int_0^1 \frac{1 - e^{-0.8z}}{z(1 + 1.6z)} dz - 0.40874702 \right)^4; \quad B = 0.05452555 \cdot x^*, \text{ где } x^* - \text{ненулевой корень}$$

$$\text{уравнения: } 1 + x = e^{0.75x}.$$

Значения k , q , T являются решением системы уравнений:

$$\begin{cases} 441k - 162q - 378T = 423 \\ -162k + 144q + 216T = 414 \\ -378k + 216q + 414T = 216. \end{cases}$$

2. Тексты программ

$$A = \left(\int_0^1 \frac{1 - e^{-0.8z}}{z(1 + 1.6z)} dz - 0.40874702 \right)^4;$$

Вычисляем интеграл для A с помощью функции QUANC8. После интегрирования вычитаем константу и возводим в степень в соответствии с условием.

$$1 + x = e^{0.75x}$$

Для нахождения B находим нули функции с помощью ZEROIN. Промежуток вычислен приближенно. (AX = 0.5, BX = 0.8). Zeroin возвращает нули функции, по условию нам нужен не нулевой x*. Умножаем на константу, получаем переменную B.

$$\begin{cases} 441k - 162q - 378T = 423 \\ -162k + 144q + 216T = 414 \\ -378k + 216q + 414T = 216. \end{cases}$$

С помощью DECOMP и SOLVE находим последние неизвестные переменные k, q, t.

Код программы приводится ниже:

```
!Function for A
real function functionA(z)
    real z
    functionA = ((1.0 - exp(-0.8*z))/(z*(1 + 1.6 * z)))
    return
end

!Function for B
real function functionB(x)
    real x
    functionB = 1 + x - exp(0.75*x)
    return
End

program main
external functionB, functionA, ZEROIN
integer NOFUN,i,j
!vars for quanc
real                :: resA, interval_a, interval_b, relerr, abserr, flag, errest, result
!vars for zeroin
real                :: resB, functionB, AX, BX, TOL, ZEROIN
```

```

!vars for decomp,solve
real                ::  A(3,3),B(3), WORK(3),COND
integer            ::  NDIM, N, IPTV(3), In, Out
character(*), parameter :: input_file= "../data/input.txt", output_file = "output.txt"
N = 3
NDIM = 3
open(file=input_file, newunit=In)
    read(In,*) (A(:,i),i=1,N)
    read(In,*) (B(i), i=1,N)
close (In)
    !calculute A
    interval_a = 1.e-06 !! divide by zero
    interval_b = 1.0
    rellerr = 1.e-06
    Abserr = 0.0
Out = 0
open(file=output_file, newunit=Out)
    call quanc8(functionA,interval_a,interval_b,abserr,rellerr,result,errest,NOFUN,flag)
write(Out,1) result,errest,NOFUN,flag
    ! find A
    resA = (result - 0.40874702)**4
    write (Out,2) resA
    !calculate B
AX  = 0.5
BX  = 0.8
    TOL = 1.0E-7
    resB = ZEROIN(AX, BX, functionB, TOL)
    resB = resB * 0.05452555
    write (Out, 3) resB
    !calculate system
write(Out,*) "params:"
    write (Out,*) "A is  "
    write(Out,4) (A(:,j),j=1,N)

```

```
write (Out,*) "B is "  
write(Out,4) B  
!CALCULATE SYSTEM  
call decomp(NDIM,N,A,COND, IPTV,WORK)  
write(Out,5) COND  
call SOLVE(NDIM,N,A,B,IPTV)  
write(Out,7)  
write(Out,6) B(:)  
close(Out)
```

3. Результаты

3.1. При выполнении программы были получены следующие значения :

A = 0.13250E-23

B = 0.4000001E-01

k = 4.9999995 \approx 5

q = 4.0000019 \approx 4

t = 2.9999983 \approx 3

Число обусловленности COND = 0.11429E+03

4. Решение исходного уравнения с помощью RKF45

Приведем исходное дифференциальное уравнение второго порядка к системе из двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned}y' &= z \\ z' &= \frac{-q}{4k^2}[(1-k^2)y + 2k^2 y^3]\end{aligned}$$

В таком виде у нас имеются все входные данные, чтобы решить систему с помощью подпрограммы RKF45. В качестве YP(1) и YP(2) примем y' и z' соответственно. Для хранения переменных z и y будем использовать вектор из двух компонентов w : $z=w(1)$ и $y=w(2)$.

Код функции, вычисляющей правые части уравнений:

```
subroutine spring_vibration (t, w, yp)
  real t, w(2), yp(2)
  real q, k
  !TO DO input params
  q = 4.0
  k = 5.0
  yp(1)=(-q/(4*k**2))*((1-k**2)*w(2)+2*k**2*w(2)**3)
  yp(2)=w(1)
  return
end
```

Код в основном блоке, из которого вызывается RKF45:

```
! ===== B(1) = k B(2) = q B(3) = T=====
! TODO rename B(3) !!!
!init vars for dif system
neqn = 2
w(1) = resB
w(2) = resA
t = 0.0
q = B(1)
k = B(2)
```

```

Tfinal = 30.0
iflag = 1
tout = t
tprint = 0.5

!calculate RKF
10 call RKF45(spring_vibration,neqn,w,t,tout,relerr,abserr,iflag,rwork,iwork)
    write (Out,11) t,w(1),w(2)
    go to (80,20,30,40,50,60,70,80),iflag
20 tout=tprint + t
    if(t.lt.tfinal) go to 10
    stop
30 write( Out,31)relerr,abserr
    go to 10
40 write (Out, 41)
    go to 10
50 abserr=0.1e-07
    write (Out, 31) relerr,abserr
    go to 10
60 relerr=relerr*10.0
    write (Out, 31) relerr,abserr
    iflag=2
    go to 10
70 print 71
    iflag=2
    go to 10
80 write (Out, 81)

close(Out)
stop

```

Результаты вычислений:

T	W(1)	W(2)
0.00	0.040000	0.13249834E-23
0.50	0.044895	0.20809447E-01
1.00	0.060741	0.46706099E-01
1.50	0.091211	0.83971247E-01
2.00	0.142834	0.14142759E+00
2.50	0.224253	0.23178609E+00
3.00	0.339116	0.37141255E+00
3.50	0.456752	0.57192802E+00
4.00	0.449576	0.80799985E+00
4.50	0.143316	0.96945804E+00
5.00	-0.297124	0.92687744E+00
5.50	-0.480285	0.71863008E+00
6.00	-0.416788	0.48843551E+00
6.50	-0.291941	0.31127644E+00
7.00	-0.189160	0.19244070E+00
7.50	-0.120113	0.11641417E+00
8.00	-0.077514	0.67922696E-01
8.50	-0.053234	0.35863772E-01
9.00	-0.041857	0.12553735E-01
9.50	-0.040711	-.76852413E-02
10.00	-0.049525	-.29804738E-01
10.50	-0.070379	-.59202220E-01
11.00	-0.108007	-.10296224E+00
11.50	-0.169991	-.17125881E+00
12.00	-0.264608	-.27843982E+00
12.50	-0.387864	-.44091794E+00
13.00	-0.479832	-.66182888E+00
13.50	-0.370963	-.88725710E+00
14.00	0.034510	-.98001391E+00
14.50	0.407079	-.85875791E+00
15.00	0.473751	-.62693262E+00
15.50	0.369283	-.41322744E+00
16.00	0.248574	-.25967664E+00
16.50	0.159055	-.15922888E+00
17.00	0.101194	-.95312856E-01
17.50	0.066429	-.54197758E-01
18.00	0.047567	-.26249997E-01
18.50	0.040285	-.47153379E-02
19.00	0.042861	0.15665371E-01
19.50	0.055907	0.39877474E-01
20.00	0.082474	0.73810220E-01
20.50	0.128407	0.12556255E+00
21.00	0.202101	0.20684615E+00
21.50	0.309795	0.33343571E+00
22.00	0.433551	0.51976287E+00
22.50	0.473520	0.75379735E+00
23.00	0.242120	0.94677848E+00
23.50	-0.206924	0.95653212E+00
24.00	-0.466631	0.77421182E+00
24.50	-0.442732	0.53878450E+00
25.00	-0.320553	0.34711561E+00
25.50	-0.210087	0.21579003E+00
26.00	-0.133574	0.13124606E+00
26.50	-0.085589	0.77454843E-01
27.00	-0.057618	0.42337183E-01
27.50	-0.043558	0.17534509E-01
28.00	-0.040134	-.29801358E-02
28.50	-0.046532	-.24224143E-01
29.00	-0.064268	-.51387813E-01
29.50	-0.097423	-.91045223E-01
30.00	-0.152954	-.15252678E+00