Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа программной инженерии

Лабораторная работа №3
Вариант №17

Выполнил
студент гр.13534/21
Н.А.Русанов

Преподаватель
С. П. Воскобойников

«____»________________ 202__ г.

Санкт-Петербург
2020

1. Вариант №9. Постановка задачи

Решить систему дифференциальных уравнений.

$$\frac{dx_1}{dt} = -430x_1 - 12000x_2 + e^{-10t}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_1 + (\ln 1 + 100t^2)$$

$$x_1(0) = 3,\ x_2(0) = -1,\ \frac{dx_1}{dt} = -430x_1 - 12000x_2 + e^{-10t}$$

следующими способами с одним и тем же шагом печати $h_{print} = 0.0075$:

1) по программе RKF45 с EPS=0.0001;
2) методом Рунге-Кутты 4-й степени точности

$$z_{n+1} = z_n + \frac{(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)}{6};$$

;

;

$$\frac{dx_2}{dt} = x_1 + (\ln 1 + 100t^2);$$

с двумя постоянными шагами интегрирования:

а) $x_1(0)=3$=0.0075

б) любой другой, позволяющий получить качественно верное решение.

Сравнить результаты.

2. Тексты программ

2.1. Текст программы для решения системы дифференциальных уравнений с помощью RKF45

```
//solve the system using RKF45
       subroutine orbit(t,y,yp)
!меняем 4 на 2.
      real t,y(2),yp(2)
        ! y(1) = x1, y(2) =  x2
      yp(1)=-430*y(1)-12000 * y(2)+exp(-10.0*t)
      yp(2)=y(1)+LOG(1.0 + 100*t*t)

      return
      end

      external orbit
        !enter args
      real t,y(2),tout,relerr,abserr, tfinal,tprint,ecc,work(27)
      integer iwork(5),iflag,neqn
      neqn=2
      !t0
      t=0.0000
      !x0 and x1
      y(1)=3.0
      y(2)=-1.0
              !EPS
      relerr=1e-04
      abserr=0.0
         !final t last
      tfinal=0.15000
         !шаг печати
      tprint=0.0075
```

```
      iflag=1
      tout=t
   10 call rkf45(orbit,neqn,y,t,tout,relerr,abserr, iflag,work,iwork)
      print 11,t,y(1),y(2), iflag
      go to (80,20,30,40,50,60,70,80),iflag
      !call rk if t final > current t
   20 tout = tprint + t
      if(tout < tfinal) go to 10
      stop
   30 print 31,relerr,abserr
      go to 10
   40 print 41
      go to 10
   50 abserr=0.1e-07
      print 31,relerr,abserr
      go to 10
   60 relerr=relerr*10.0
      print 31,relerr,abserr
      iflag=2
      go to 10
   70 print 71
      iflag=2
      go to 10
   80 print 81
      stop
   11 format(' t=',f10.6,2x,'y1=',f10.6,2x,'y2=',f10.6,' FLAG=',I2)
   31 format(' ГРАНИЦЫ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕНЕНЫ  '/' RELERR=',E10.3,2X,'ABSERR=',E10.3)
   41 format(' МНОГО ШАГОВ ')
   71 format(' МНОГО ВЫХОДОВ ')
   81 format(' НЕПРАВИЛЬНЫЙ ВЫЗОВ ')
      end
```

2.2.1. Текст программы для решения системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутта

```
          subroutine orbit(t,y,yp)
       real t,y(2),yp(2)
             yp(1)=-430*y(1)-12000 * y(2)+exp(-10.0*t)
             yp(2)=y(1)+LOG(1.0 + 100*t*t)
       return
   end

   subroutine runge(t, h, y)
       external orbit
       real y(2), yp(2), zn1(2),zn13(2), h, temp(2),fn(2)
       real results(20, 2)


       call orbit(t,y,yp)
       temp = yp
       zn1 = y + h/3.0*yp
             call orbit(t + h/3.0,y,yp)
             zn13 = yp
             y = y + h/2.0*(-temp+3.0*zn13)

   end subroutine runge


   external orbit
   real t,y(2), tfinal,tprint
   integer i
   i=1
   t=0.0
   y(1)=3.0
   y(2)=-1.0

   tfinal=0.15
   tprint=0.0075
   h=0.0075

10   call runge(t, h, y)

   if(mod(t,tprint)==0) then
             print 11,t,y(1),y(2)
```

```
endif
t=tprint+t
i=i+1
if(t.lt.tfinal) go to 10

11 format(' t=',f15.8,7x,'y1=',f15.8,7x,'y2=',f10.6)
stop
end
```

3. Результаты

3.1. Результаты решения системы уравнений с помощью RKF45.

```
t=  0.000000  y1=  3.000000  y2= -1.000000
t=  0.007500  y1= 24.252306  y2= -0.853129
t=  0.015000  y1= 20.452044  y2= -0.683848
t=  0.022500  y1= 16.379763  y2= -0.545933
t=  0.030000  y1= 13.070643  y2= -0.435446
t=  0.037500  y1= 10.418041  y2= -0.346919
t=  0.045000  y1=  8.290294  y2= -0.275874
t=  0.052500  y1=  6.580446  y2= -0.218739
t=  0.060000  y1=  5.203022  y2= -0.172673
t=  0.067500  y1=  4.090095  y2= -0.135412
t=  0.075000  y1=  3.187614  y2= -0.105157
t=  0.082500  y1=  2.452630  y2= -0.080480
t=  0.090000  y1=  1.851009  y2= -0.060244
t=  0.097500  y1=  1.355648  y2= -0.043548
t=  0.105000  y1=  0.945020  y2= -0.029675
t=  0.112500  y1=  0.602037  y2= -0.018058
t=  0.120000  y1=  0.313131  y2= -0.008244
t=  0.127500  y1=  0.067532  y2=  0.000125
t=  0.135000  y1= -0.143314  y2=  0.007333
t=  0.142500  y1= -0.326198  y2=  0.013607
t=  0.150000  y1= -0.486517  y2=  0.019125
```

3.2.1. Результаты решения системы дифференциальных уравнений с помощью метода Рунге-Кутты с шагом интегрирования 0.0075.

```
t=     0.00000000       y1=    83.33222198       y2= -0.977493
t=     0.00750000       y1=   -97.43314362       y2= -0.352410
t=     0.01500000       y1=   248.51190186       y2= -1.082903
t=     0.03000000       y1=   943.10113525       y2= -2.633800
t=     0.06000000       y1= 14949.23828125       y2=-37.466984
t=     0.12000000       y1=***************       y2=**********
```

Как видно система решается неккоректно. Уменьшим шаг интегрирования до 0.0001 . Подсчитаем шаг при котором система становится.

$h<\frac{2}{|\lambda_{max}|}$, $|\lambda_{max}|=400$, $h<\frac{2}{400}$. При шаге больше чем 0.005 решение будет неустойчиво.

3.2.2. Результаты решения системы дифференциальных уравнений с помощью метода Рунге-Кутты с шагом интегрирования 0.0001.

```
 t=     0.00999999       y1=    23.34444427       y2= -0.793240
 t=     0.01999997       y1=    17.63776398       y2= -0.588034
 t=     0.02999996       y1=    13.05280209       y2= -0.434849
 t=     0.04000010       y1=     9.63847256       y2= -0.320893
 t=     0.05000027       y1=     7.09303045       y2= -0.235870
 t=     0.06000044       y1=     5.18805695       y2= -0.172170
 t=     0.07000061       y1=     3.75504708       y2= -0.124183
 t=     0.08000078       y1=     2.66988564       y2= -0.087778
 t=     0.09000095       y1=     1.84124529       y2= -0.059915
 t=     0.10000112       y1=     1.20196533       y2= -0.038360
 t=     0.11000129       y1=     0.70268226       y2= -0.021470
 t=     0.12000146       y1=     0.30712324       y2= -0.008040
 t=     0.13000162       y1=    -0.01136430       y2=  0.002819
 t=     0.14000179       y1=    -0.27236959       y2=  0.011757
 t=     0.15000196       y1=    -0.48829359       y2=  0.019185
```

4. Вывод

Встроенный метод решения имеет точность порядка 10^-4, метод Рунге-Кутты второй степени, решение будет устойчиво при шаге h<0.005.