

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова  
Факультет вычислительной математики и кибернетики

**Отчёт по второму заданию в рамках курса «Суперкомпьютерное  
моделирование и технологии»**

**Вариант 16**

**Скляр Никита Алексеевич, группа 614**

## Математическая постановка задачи и численный метод ее решения

Функция  $f(x, y, z)$  - непрерывна в ограниченной замкнутой области  $G \subset \mathbb{R}^3$ . Требуется вычислить определённый интеграл:

$$I = \iiint_G f(x, y, z) \, dx dy dz$$

В моем варианте  $f(x, y, z) = x^2 y^2 z^2$

где область  $G = \{(x, y, z) : |x| + |y| \leq 1, -2 \leq z \leq 2\}$

Предлагается использовать численный метод Монте-Карло для решения данной задачи.

Пусть область  $G$  ограничена параллелепипедом:  $\Pi : \begin{cases} a_1 \leq x \leq b_1 \\ a_2 \leq y \leq b_2 \\ a_3 \leq z \leq b_3 \end{cases}$

Рассмотрим функцию:  $F(x, y, z) = \begin{cases} f(x, y, z), & (x, y, z) \in G \\ 0, & (x, y, z) \notin G \end{cases}$

Преобразуем искомый интеграл:

$$I = \iiint_G f(x, y, z) \, dx dy dz = \iiint_{\Pi} F(x, y, z) \, dx dy dz$$

Пусть  $p_1(x_1, y_1, z_1), p_2(x_2, y_2, z_2), \dots$  — случайные точки, равномерно распределённые в  $\Pi$ . Возьмём  $n$  таких случайных точек. В качестве приближённого значения интеграла предлагается использовать выражение:

$$I \approx |\Pi| \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F(p_i) \quad (1)$$

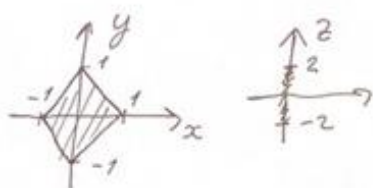
где  $|\Pi|$  — объём параллелепипеда  $\Pi$ .  $|\Pi| = (b_1 - a_1)(b_2 - a_2)(b_3 - a_3)$

Объем параллелепипеда  $(\Pi) = 16$ .

Нахождение точного значения интеграла аналитически

$$I = \iiint_G x^2 y^2 z^2 dx dy dz$$

$$G = \{(x, y, z): |x| + |y| \leq 1, -2 \leq z \leq 2\}$$



$$\begin{aligned} \iiint_G x^2 y^2 z^2 dx dy dz &= \{\text{п.к. } x^2 y^2 z^2 - \text{симметрич. функ.}\} \\ &= 8 \int_0^2 dz \int_0^1 dx \int_0^{-x+1} x^2 y^2 z^2 dy = \\ &= 8 \int_0^2 dz \int_0^1 dx \cdot \left( -\frac{1}{3} (x-1)^3 x^2 z^2 \right) = \\ &= 8 \int_0^2 \frac{z^2}{180} dz = \boxed{\frac{16}{135}} \end{aligned}$$

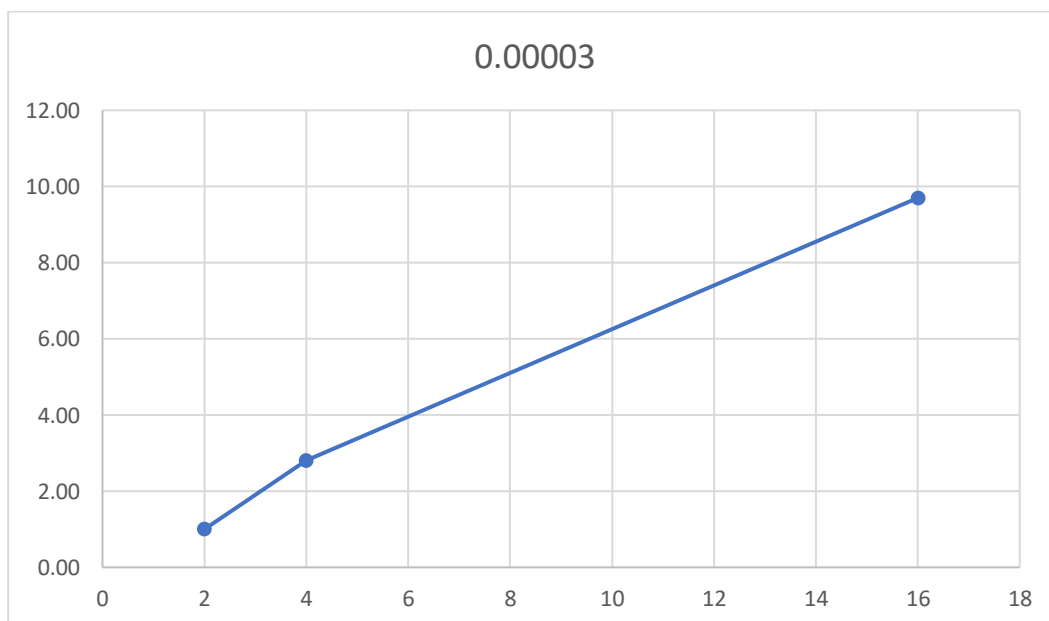
## Краткое описание программной реализации

Программа была написана на языке C++. Мастер процесс генерирует точки, отправляет их рабочим при помощи MPI\_Send и ожидает сложение сумм рабочих при помощи MPI\_Reduce. Затем, если текущая точность удовлетворяет введенному значению, то мастер процесс отправляет каждому рабочему процессу сообщение 0, иначе 1. Рабочие ожидают точки при помощи MPI\_Recv, а затем вычисляют значение функции, суммируют и отправляют мастеру, используя MPI\_Reduce и MPI\_Bcast. Когда достигается необходимая точность, рабочим отправляется 0 и выполняется редукция по максимальному времени работы процессов, выводится необходимая информация и выполняется MPI\_Finalize.

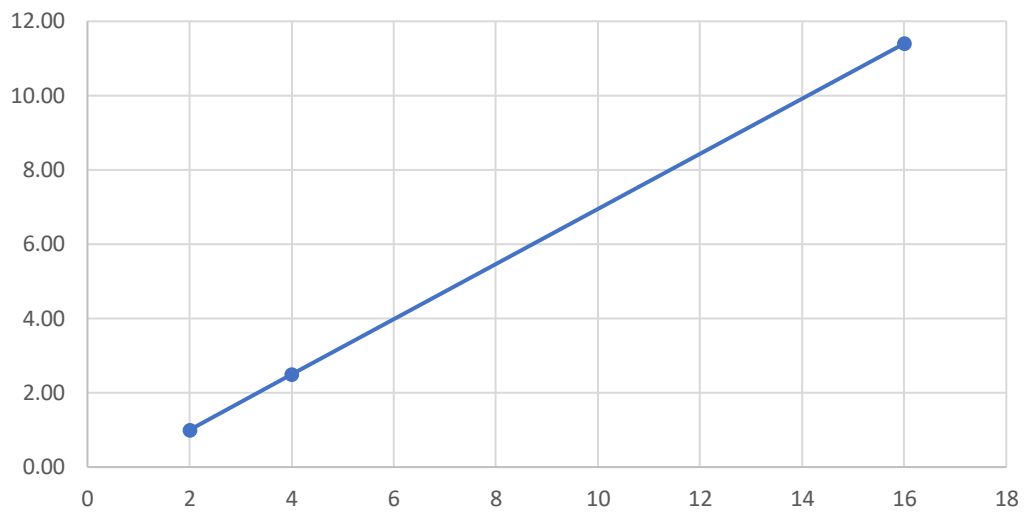
## Исследование масштабируемости программы на системе Polus

Точность eps	Число MPI-процессов	Время работы программы (с)	Ускорение	Ошибка
0.00003	2	0.000115922	1,00	1.62921e-06
	4	0.000041	2,80	1.62921e-06
	16	0.000012	9,70	4.95751e-06
0.000005	2	0.000114	1,00	1.62921e-06
	4	0.000044	2,50	3.81226e-06
	16	0.00001	11,40	4.95751e-06
0.0000015	2	0.00028	1,00	1.31817e-06
	4	0.00013	2,15	6.68818e-07
	16	0.000026	10,8	5.82976e-07

## Графики ускорений на системе Polus



0.000005



0.0000015

