

Санкт-Петербургский Политехнический университет
Петра Великого

Институт прикладной математики и механики
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

Отчёт
по лабораторной работе №2
по дисциплине
"математическая статистика"

Выполнил студент:

Аникин Александр Алексеевич,
группа 3630102\80201

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург, 2021

Содержание

1	Постановка задачи	3
2	Теория	4
2.1	Рассматриваемые распределения	4
2.2	Вариационный ряд	4
2.3	Выборочные характеристики	4
2.3.1	Характеристики положения	4
2.3.2	Характеристики рассеяния	5
3	Реализация	6
4	Результаты	7
4.1	Характеристики положения и рассеяния	7
	Литература	12

Список таблиц

1	Нормальное распределение (3), выборочные характеристики	7
2	Распределение Коши (4), выборочные характеристики	8
3	Распределение Лапласа (5), выборочные характеристики	9
4	Распределение Пуассона (6), выборочные характеристики	10
5	Равномерное распределение (7), выборочные характеристики	11

1 Постановка задачи

Для следующих распределений:

- Нормальное распределение $N(x, 0, 1)$
- Распределение Коши $C(x, 0, 1)$
- Распределение Лапласа $L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$
- Распределение Пуассона $P(k, 10)$
- Равномерное распределение $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Сгенерировать выборки размером 10, 100 и 1000 элементов. Для каждой выборки вычислить следующие статистические характеристики положения данных: $\bar{x}, med\ x, z_R, z_Q, z_{tr}$. Повторить такие вычисления 1000 раз для каждой выборки и найти среднее характеристик положения и их квадратов:

$$E(z) = z \tag{1}$$

Вычислить оценку дисперсии по формуле:

$$D(z) = \overline{z^2} - \bar{z}^2 \tag{2}$$

Представить полученные данные в виде таблиц.

2 Теория

2.1 Рассматриваемые распределения

Плотности:

- Нормальное распределение:

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (3)$$

- Распределение Коши:

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{x^2 + 1} \quad (4)$$

- Распределение Лапласа:

$$L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}|x|} \quad (5)$$

- Распределение Пуассона:

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \quad (6)$$

- Равномерное распределение:

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} & \text{при } |x| \leq \sqrt{3} \\ 0 & \text{при } |x| > \sqrt{3} \end{cases} \quad (7)$$

2.2 Вариационный ряд

Вариационный ряд - последовательность элементов выборки, расположенных в неубывающем порядке. Одинаковые элементы повторяются [1].

2.3 Выборочные характеристики

2.3.1 Характеристики положения

- Выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (8)$$

- Выборочная медиана:

$$medx = \begin{cases} x_{l+1} & \text{при } n = 2l + 1 \\ \frac{x_l + x_{l+1}}{2} & \text{при } n = 2l \end{cases} \quad (9)$$

- Полусумма экстремальных выборочных элементов:

$$z_R = \frac{x_1 + x_n}{2} \quad (10)$$

- Полусумма квартилей:

Выборочная квартиль z_p порядка p определяется формулой:

$$z_p = \begin{cases} x_{np+1} & \text{при } np \text{ дробном} \\ x_{np} & \text{при } np \text{ целом} \end{cases} \quad (11)$$

Полусумма квартилей:

$$z_Q = \frac{z_{\frac{1}{4}} + z_{\frac{3}{4}}}{2} \quad (12)$$

- Усечённое среднее:

$$z_{tr} = \frac{1}{n - 2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_i, \quad r \approx \frac{n}{4} \quad (13)$$

2.3.2 Характеристики рассеяния

- Выборочная дисперсия:

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (14)$$

3 Реализация

Лабораторная работа выполнена на языке Python 3.8 с помощью загружаемого пакета SciPy. Исходный код лабораторной работы находится на GitHub репозитории.

4 Результаты

4.1 Характеристики положения и рассеяния

Интервальная оценка E рассчитывалась следующим образом:

$$E = E(z) \pm \sqrt{D(z)} \quad (15)$$

normal n=10					
	\bar{x} (8)	$med\ x$ (9)	z_R (10)	z_Q (11)	z_{tr} (13)
$E(z)$ (1)	0.0011	0.2488	0.0064	0.2206	0.1082
$D(z)$ (2)	0.0923	0.1326	0.1794	0.1089	0.0750
E (15)	0	0	0	0	0
normal n=100					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	0.0009	0.02699	0.0035	0.0233	0.0136
$D(z)$	0.0095	0.0152	0.0901	0.0124	0.0115
E	0.0	0	0	0	0
normal n=1000					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	-0.0002	0.0037	0.0083	0.0022	0.0019
$D(z)$	0.0010	0.0016	0.0651	0.0012	0.0012
E	0.0	0.0	0	0.0	0.0

Таблица 1: Нормальное распределение (3), выборочные характеристики

cauchy n=10					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
E(z)	-0.7997	0.3711	-3.8942	0.7932	0.2012
D(z)	1496.1612	0.3888	37210.1136	4.0337	0.3009
E	-	0	-	-	0
cauchy n=100					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
E(z)	1.7012	0.0394	83.5465	0.05417	0.02892
D(z)	23276.8756	0.0266	57935136.5867	0.0546	0.0274
E	-	0	-	0	0
cauchy n=1000					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
E(z)	-0.7303	0.0007	-322.6777	0.0047	0.0003
D(z)	413.70	0.0025	101229229.65	0.0052	0.0027
E	-	0.0	-	0.0	0.0

Таблица 2: Распределение Коши (4), выборочные характеристики

laplace n=10					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_tr
E(z)	0.0069	0.1944	0.0087	0.2110	0.0922
D(z)	0.1113	0.088	0.4876	0.1093	0.0545
E	0	0	0	0	0
laplace n=100					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_tr
E(z)	0.0019	0.0164	-0.0237	0.0202	0.0097
D(z)	0.0101	0.0060	0.4103	0.0095	0.0060
E	0.0	0.0	0	0	0.0
laplace n=1000					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_tr
E(z)	-0.0013	0.0014	-0.058	0.0012	0.00026
D(z)	0.0010	0.00052	0.45	0.0010	0.00063
E	0.0	0.0	0	0.0	0.0

Таблица 3: Распределение Лапласа (5), выборочные характеристики

poisson n=10					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_tr
E(z)	9.96	10.608	10.2545	10.608	8.542
D(z)	1.0271	1.55	1.9251	1.24	0.86
E	9_{-1}^{+1}	10_{-1}^{+1}	10_{-1}^{+2}	10_{-1}^{+1}	8_{-1}^{+1}
poisson n=100					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_tr
E(z)	10.00	9.909	10.882	9.9805	9.70
D(z)	0.11	0.20	1.015	0.16	0.12
E	10_{-1}^{+0}	9_{-0}^{+1}	10_{-1}^{+1}	9_{-0}^{+1}	9_{-0}^{+1}
poisson n=1000					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_tr
E(z)	10.0045	9.997	11.6715	9.99675	9.85
D(z)	0.0098	0.0025	0.61	0.0020	0.011
E	10_{-1}^{+0}	9_{-0}^{+1}	11_{-1}^{+1}	9_{-0}^{+1}	9_{-0}^{+1}

Таблица 4: Распределение Пуассона (6), выборочные характеристики

uniform n=10					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_tr
E(z)	-0.0085	0.3012	-0.0020	0.2353	0.1212
D(z)	0.0974	0.2141	0.0484	0.1312	0.1254
E	0	0	0	0	0
uniform n=100					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_tr
E(z)	-0.0021	0.0395	-0.0009	0.0211	0.0157
D(z)	0.0113	0.0313	0.0005	0.0154	0.0208
E	0	0	0.0	0	0
uniform n=1000					
	\bar{x}	$med\ x$	z_R	z_Q	z_tr
E(z)	-0.0006	0.0012	0.0001	0.0024	0.0008
D(z)	0.0010	0.0028	0.0000	0.0015	0.0019
E	0.0	0.0	0.00	0.0	0.0

Таблица 5: Равномерное распределение (7), выборочные характеристики

Список литературы

- [1] Вероятностные разделы математики. Учебник для бакалавров технических направлений. // Под ред. Максимова Ю.Д. — Спб.: «Иван Федоров», 2001. — 592 с., илл.