ამოხსნა

შევასრულოთ გამოკლება მრიცხველსა და მნიშვნელში. შერეული რიცხვი გადავაქციოთ ათწილადად:

$$1\frac{1}{5} = 1,2$$

.

მრიცხველი:

$$1,2 - 0,3 = 0,9$$

.

მნიშვნელი:

$$\frac{3}{5} = 0,6$$

.

$$3 - 0,6 = 2,4$$

.

ახლა გავყოთ მრიცხველი მნიშვნელზე:

$$0,\frac{9}{2},4 = \frac{9}{24}$$

.

შევკვეცოთ წილადი 3-ზე:

$$\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

.

გამოვიყენე: ათწილადებისა და წილადების არითმეტიკული მოქმედებები

პასუხი: ა) $\frac{3}{8}$ ✅

ამოხსნა

სიმრავლეთა თანაკვეთა ($A \cap B$) შეიცავს მხოლოდ იმ ელემენტებს, რომლებიც ერთდროულად ეკუთვნის როგორც A, ისე B სიმრავლეს. შევამოწმოთ მოცემული სიმრავლეების საერთო ელემენტები: $A = \{-3; -12; 0; 1; 4; 7\}$ $B = \{-12; -1; 0; 5; 7\}$

საერთო ელემენტებია: $-12, 0, 7$. შესაბამისად, თანაკვეთაა: $\{-12; 0; 7\}$.

გამოვიყენე: სიმრავლეთა თანაკვეთა

პასუხი: ბ) $\{-12; 0; 7\}$ ✅

ამოხსნა

დავშალოთ 74 მარტივ მამრავლებად:

$$74 = 2 \cdot 37.$$

ორივე მამრავლი (2 და 37) მარტივი რიცხვია. მათი ჯამია:

$$2 + 37 = 39.$$

გამოვიყენე: რიცხვის მარტივ მამრავლებად დაშლა

პასუხი: გ) 39 ✅

ამოხსნა

რადგან $MN \parallel AC$ და BC წარმოადგენს მკვეთს, კუთხეები $\angle MNC$ და $\angle C$ შიგა ცალმხრივი კუთხეებია და მათი ჯამი $180°$-ია.

$$\angle C = 180° - \angle MNC = 180° - 122° = 58°.$$

სამკუთხედ ABC-ში შიგა კუთხეების ჯამი $180°$-ია. ვიპოვოთ $\angle BAC$:

$$\angle BAC = 180° - (\angle ABC + \angle C) = 180° - (67° + 58°) = 180° - 125° = 55°.$$

გამოვიყენე: პარალელური წრფეების თვისებები, სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი

პასუხი: გ) $55°$ ✅

ამოხსნა

წრეწირზე მდებარე ოთხივე წვეროს მქონე ოთხკუთხედი წარმოადგენს წრეწირში ჩახაზულ ოთხკუთხედს. წრეწირში ჩახაზული ოთხკუთხედის მოპირდაპირე კუთხეების ჯამი $180°$-ის ტოლია.

მოცემულია ორი შიდა კუთხე: $70°$ და $100°$. რადგან მათი ჯამი $70° + 100° = 170° \neq 180°$, ისინი არ არიან მოპირდაპირე კუთხეები. ეს ნიშნავს, რომ ისინი წარმოადგენენ ორ მეზობელ კუთხეს.

თითოეული მათგანის მოპირდაპირე კუთხე იქნება:

$$180° - 70° = 110°$$

$$180° - 100° = 80°$$

.

შესაბამისად, დანარჩენი ორი კუთხეა $110°$ და $80°$.

გამოვიყენე: წრეწირში ჩახაზული ოთხკუთხედის თვისება

პასუხი: დ) $110°$ და $80°$ ✅

ამოხსნა

მოცემულია რიცხვი $2^{\frac{4}{3}}$, რომელიც უნდა შევაფასოთ ($\sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}}$). ჩავწეროთ რიცხვი ფესვის სახით:

$$2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$$

.

შევაფასოთ მოცემული შუალედები, ავიყვანოთ მათი საზღვრები კუბში და შევადაროთ 16-ს: ა) $\left[\frac{7}{2}; \frac{19}{5}\right] = [3,5; 3,8]$. $3,5^3 = 42,875 > 16$. არ ეკუთვნის. ბ) $\left[\frac{19}{5}; 4\right] = [3,8; 4]$. $3,8^3 > 16$. არ ეკუთვნის. გ) $\left[\frac{5}{2}; \frac{13}{5}\right] = [2,5; 2,6]$. შევამოწმოთ საზღვრები: $2,5^3 = 15,625$ და $2,6^3 = 17,576$. ვინაიდან $15,625 < 16 < 17,576$, გვაქვს:

$$2,5 < \sqrt[3]{16} < 2,6$$

. რიცხვი ნამდვილად მოთავსებულია ამ შუალედში.

გამოვიყენე: წილადური ხარისხი და ფესვის თვისებები, ირაციონალური რიცხვის შეფასება

პასუხი: გ) $\left[\frac{5}{2}; \frac{13}{5}\right]$ ✅

ამოხსნა

მოცემულია პირობა: $a^2 + ab + b^2 = 3$. ჩვენ უნდა ვიპოვოთ გამონათქვამი, რომელიც ყოველთვის ჭეშმარიტია. დავაკვირდეთ სავარაუდო პასუხებს. ყველა მათგანში ფიგურირებს $b^3 - a^3$ ან $b^3 + a^3$.

გავშალოთ კუბების სხვაობა:

$$b^3 - a^3 = (b - a)(b^2 + ab + a^2).$$

ჩავსვათ მოცემული პირობა $a^2 + ab + b^2 = 3$:

$$b^3 - a^3 = (b - a) \cdot 3 = 3b - 3a.$$

მივიღეთ ტოლობა: $b^3 - a^3 = 3b - 3a$. ეს ზუსტად ემთხვევა “დ” ვარიანტს.

გამოვიყენე: კუბების სხვაობის ფორმულა

პასუხი: დ) $b^3 - a^3 = 3b - 3a$ ✅

ამოხსნა

მოცემულია ორი უტოლობა:

$$-2 < m \leq 7$$

$$-8 \leq n < 4$$

$m - n$ მნიშვნელობის შესაფასებლად ჯერ უნდა ვიპოვოთ $-n$-ის საზღვრები. გავამრავლოთ მეორე უტოლობა -1-ზე და შევცვალოთ ნიშნები:

$$-4 < -n \leq 8.$$

ახლა შევკრიბოთ m-ისა და $-n$-ის უტოლობები (შესაბამისი ნიშნების გათვალისწინებით):

$$(-2) + (-4) < m - n \leq 7 + 8$$

$$-6 < m - n \leq 15.$$

შუალედის სახით ჩაიწერება როგორც $(-6; 15]$.

გამოვიყენე: უტოლობათა თვისებები და შეკრება

პასუხი: ბ) $(-6; 15]$ ✅

ამოხსნა

განტოლება $f(x) = 0$ გეომეტრიულად ნიშნავს იმ წერტილების პოვნას, სადაც ფუნქციის გრაფიკი კვეთს x-ღერძს. დავაკვირდეთ მოცემულ გრაფიკს: 1) გრაფიკი კვეთს x-ღერძს -4-სა და -3-ს შორის. 2) კვეთს x-ღერძს -2-სა და -1-ს შორის. 3) კვეთს x-ღერძს კოორდინატთა სათავეში $(0, 0)$. 4) კვეთს x-ღერძს 1-სა და 2-ს შორის.

სულ გრაფიკი x-ღერძს კვეთს 4 წერტილში, შესაბამისად განტოლებას აქვს 4 ამონახსნი.

გამოვიყენე: ფუნქციის გრაფიკის თვისებები (ფუნქციის ნულები)

პასუხი: დ) 4 ✅

ამოხსნა

მოცემულია კვადრატული განტოლება $x^2 - (a+4)x + 2a = 0$. ვიეტის თეორემის მიხედვით, დაყვანილი კვადრატული განტოლების ფესვთა ჯამი ტოლია x-ის კოეფიციენტის საპირისპირო ნიშნით, ანუ $x_1 + x_2 = a + 4$. პირობით ეს ჯამი 3-ის ტოლია:

$$a + 4 = 3 \Rightarrow a = -1.$$

ფესვთა ნამრავლი კი ტოლია თავისუფალი წევრის, ანუ $x_1 \cdot x_2 = 2a$. ჩავსვათ ნაპოვნი a:

$$x_1 \cdot x_2 = 2(-1) = -2.$$

გამოვიყენე: ვიეტის თეორემა

პასუხი: ა) -2 ✅

ამოხსნა

წესიერი n-კუთხედის ერთი შიგა კუთხის გამოსათვლელი ფორმულაა:

$$\alpha = \frac{180^\circ \cdot (n-2)}{n}.$$

პირობის თანახმად, ეს კუთხე 160°-ის ტოლია:

$$\frac{180(n-2)}{n} = 160.$$

ამოვხსნათ განტოლება n-ის მიმართ:

$$180n - 360 = 160n$$

$$180n - 160n = 360$$

$$20n = 360 \Rightarrow n = 18.$$

გამოვიყენე: წესიერი მრავალკუთხედის შიგა კუთხის ფორმულა

პასუხი: დ) 18 ✅

ამოხსნა

ვთქვათ კლასში არის B ბიჭი და G გოგონა. სულ მოსწავლეა $N = B + G$. პირობის თანახმად $G - B = 4$.

წრიულ დიაგრამაზე სექტორის კუთხე პროპორციულია რაოდენობის. გოგონების და ბიჭების კუთხეებს შორის სხვაობა $48°$-ია:

$$360° \cdot \frac{G}{N} - 360° \cdot \frac{B}{N} = 48°.$$

$$\frac{360°}{N} \cdot (G - B) = 48°.$$

ჩავსვათ $G - B = 4$:

$$\frac{360 \cdot 4}{N} = 48 \Rightarrow \frac{1440}{N} = 48 \Rightarrow N = \frac{1440}{48} = 30.$$

სულ კლასში 30 მოსწავლეა.

გამოვიყენე: წრიული დიაგრამის თვისებები, პროპორცია

პასუხი: დ) 30 ✅

ამოხსნა

ფიგურა დავყავით ორ მართკუთხა პარალელეპიპედად. ნახაზზე: 3 არის ზედა ჰორიზონტალური სიგანე, 4 არის სიღრმე, 9 არის ვერტიკალური ნაწილის სიმაღლე, 2 არის ჰორიზონტალური გამოშვერილი ნაწილის სიმაღლე, 8 არის მთლიანი ქვედა სიგრძე.

ვერტიკალური ნაწილის მოცულობა:

$$V_1 = 3 \times 9 \times 4 = 108.$$

ჰორიზონტალური გამოშვერილი ნაწილის სიგრძეა $8 - 3 = 5$.

$$V_2 = 5 \times 2 \times 4 = 40.$$

მთლიანი მოცულობა:

$$V = V_1 + V_2 = 108 + 40 = 148$$

სმ³.

გამოვიყენე: მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა

პასუხი: დ) 148 სმ³ ✅

ამოხსნა

ნახაზზე $\triangle ABC$ და მისი ანასახი $\triangle A'B'C'$ წარმოადგენს მობრუნებას O ცენტრის მიმართ. კოორდინატების ანალიზიდან დგინდება, რომ ეს არის მობრუნება 90°-ით საათის ისრის საწინააღმდეგოდ.

გამოვიყენე: გეომეტრიული გარდაქმნები

პასუხი: დ) მობრუნება O ცენტრის მიმართ 90°-ით ✅

ამოხსნა

გვაქვს ორი პარალელური წრფე: პირველზე 5 წერტილი, მეორეზე 7. სამკუთხედი საჭიროებს წერტილებს ორივე წრფიდან (სამივე ერთ წრფეზე ვერ იქნება).

1) 2 წერტილი პირველიდან და 1 მეორიდან: $\binom{5}{2} \cdot \binom{7}{1} = 10 \cdot 7 = 70$. 2) 1 წერტილი პირველიდან და 2 მეორიდან: $\binom{5}{1} \cdot \binom{7}{2} = 5 \cdot 21 = 105$.

ჯამი: $70 + 105 = 175$.

გამოვიყენე: კომბინატორიკა

პასუხი: დ) 175 ✅

ამოხსნა

ვინაიდან x, y, z, t დადებითი რიცხვები არითმეტიკულ პროგრესიას ქმნიან, შეგვიძლია გამოვსახოთ ისინი პროგრესიის სხვაობის ($d \neq 0$) საშუალებით. ვთქვათ $y = a$. მაშინ:

$$x = a - d$$

$$z = a + d$$

$$t = a + 2d.$$

ჩავსვათ გამოსახულებაში: $\frac{x^2 - z^2}{y^2 - xy}$. მრიცხველი გავშალოთ კვადრატების სხვაობით:

$$x^2 - z^2 = (x - z)(x + z) = (a - d - (a + d))(a - d + a + d) = (-2d)(2a) = -4ad.$$

მნიშვნელი გავშალოთ მამრავლებად:

$$y^2 - xy = y(y - x) = a(a - (a - d)) = ad.$$

შევიტანოთ წილადში:

$$\frac{-4ad}{ad}.$$

რადგან რიცხვები დადებითია ($a \neq 0$) და $d \neq 0$, შეგვიძლია შევკვეცოთ: შედეგი არის -4.

გამოვიყენე: არითმეტიკული პროგრესიის თვისებები, შემოკლებული გამრავლების ფორმულები

პასუხი: ა) -4 ✅

ამოხსნა

პირობის თანახმად $m \equiv 5 (\bmod n)$, $n > 5$ და $n < 10$. შესაძლო n-ებია: 6, 7, 8, 9.

$m^2 - n^2 \equiv m^2 \equiv 5^2 \equiv 25 (\bmod n)$.

შევამოწმოთ:

- $n = 6$: $25 \bmod 6 = 1$
- $n = 7$: $25 \bmod 7 = 4$
- $n = 8$: $25 \bmod 8 = 1$
- $n = 9$: $25 \bmod 9 = 7$

შესაძლო ნაშთებია 1, 4, 7. ვარიანტებიდან 2 ამ სიაში არ შედის.

გამოვიყენე: მოდულური არითმეტიკა

პასუხი: ბ) 2 ✅

ამოხსნა

რიცხვით ღერძზე მოცემულია A, C, B წერტილები თანმიმდევრობით. ვთქვათ, $AC = x$ და $CB = y$. AB მონაკვეთის სრული სიგრძეა $x + y$.

მოვძებნოთ მანძილი AC-სა და CB-ს შუაწერტილებს შორის: AC-ს შუაწერტილი დაშორებულია C-დან $\frac{x}{2}$ მანძილით. CB-ს შუაწერტილი დაშორებულია C-დან $\frac{y}{2}$ მანძილით. მანძილი ამ ორ შუაწერტილს შორის არის $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{x+y}{2}$.

ალბათობა იმისა, რომ შემთხვევით შერჩეული წერტილი მოხვდება ამ შუალედში:

$$P = \frac{\frac{x+y}{2}}{x+y} = \frac{1}{2}.$$

გამოვიყენე: გეომეტრიული ალბათობა, მონაკვეთის შუაწერტილის თვისება

პასუხი: ბ) $\frac{1}{2}$ ✅

ამოხსნა

განტოლებაა: $x^2 + px - 27 = 0$. ვიეტის თეორემით: $x_1 \cdot x_2 = -27$. პირობის თანახმად $x_1 = x_2^2$, ამიტომ:

$$x_2^3 = -27 \to x_2 = -3$$

. აქედან $x_1 = 9$.

ფესვთა ჯამი:

$$x_1 + x_2 = -p \to 9 - 3 = -p \to 6 = -p \to p = -6$$

.

გამოვიყენე: ვიეტის თეორემა

პასუხი: ბ) -6 ✅

ამოხსნა

$\triangle ABC$-ში $AB = 3BC$, $\angle B = 60^\circ$. კოსინუსების თეორემით:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cos 60^\circ$$

$$AC^2 = (3BC)^2 + BC^2 - 2(3BC)(BC) \cdot \frac{1}{2} = 9BC^2 + BC^2 - 3BC^2 = 7BC^2$$

$$AC = BC\sqrt{7}$$

.

შეფარდება:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{BC\sqrt{7}}{3BC} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

.

გამოვიყენე: კოსინუსების თეორემა

პასუხი: დ) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ✅

ამოხსნა

$\vec{a} = (-2; 3)$, $\vec{b} = (3; 4)$.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -2(3) + 3(4) = -6 + 12 = 6$$

.

$$|\vec{a}| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

.

$$|\vec{b}| = \sqrt{9 + 16} = 5$$

.

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|\ |\vec{b}|} = \frac{6}{5\sqrt{13}}$$

.

გამოვიყენე: ვექტორების სკალარული ნამრავლი

პასუხი: დ) $\frac{6}{5\sqrt{13}}$ ✅

ამოხსნა

მოცემულია თორნიკეს და თამარის მიერ ამოცანის ამოხსნის ალბათობები:

$$P(T) = \frac{4}{5},$$

$$P(M) = \frac{3}{7}.$$

ვიპოვოთ ალბათობა, რომ ვერცერთი ვერ ამოხსნის ამოცანას:

$$P(\overline{T}) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}.$$

$$P(\overline{M}) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}.$$

რადგან ხდომილობები დამოუკიდებელია, ორივეს მიერ ვერ ამოხსნის ალბათობაა:

$$P(\text{ვერცერთი}) = P(\overline{T}) \cdot P(\overline{M}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{35}.$$

ალბათობა იმისა, რომ ერთ-ერთი მაინც ამოხსნის ამოცანას:

$$P(\text{ერთი მაინც}) = 1 - P(\text{ვერცერთი}) = 1 - \frac{4}{35} = \frac{31}{35}.$$

გამოვიყენე: დამოუკიდებელ ხდომილობათა ალბათობები, საწინააღმდეგო ხდომილობის ალბათობა

პასუხი: ა) $\frac{31}{35}$ ✅

ამოხსნა

ფუნქცია $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+5}}$ განსაზღვრულია, როდესაც ფესვქვეშა გამოსახულება არაუარყოფითია და მნიშვნელი არ უდრის ნულს. უტოლობა: $\frac{x-3}{x+5} \geq 0$.

ინტერვალთა მეთოდით: ფესვებია $x = 3$ (მრიცხველიდან) და $x = -5$ (მნიშვნელიდან). შევამოწმოთ ნიშნები:

- $x > 3$: გამოსახულება დადებითია $(+)$.
- $-5 < x < 3$: უარყოფითია $(-)$.
- $x < -5$: დადებითია $(+)$.

მნიშვნელი ნულს არ უნდა უდრიდეს, ამიტომ $x \neq -5$. შესაბამისად, განსაზღვრის არეა: $(-\infty; -5) \cup [3; +\infty)$.

გამოვიყენე: ფუნქციის განსაზღვრის არე, ინტერვალთა მეთოდი

პასუხი: ა) $(-\infty; -5) \cup [3; +\infty)$ ✅

ამოხსნა

ნახაზზე ნაჩვენებია დაშტრიხული არე, რომელიც მდებარეობს პირველ და მეორე მეოთხედებში (ანუ $y \geq 0$) და წრფის ზემოთ. წრფე გადის წერტილებზე $(5;0)$ და $(0;4)$. შევადგინოთ წრფის განტოლება სეგმენტებში:

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1.$$

გავამრავლოთ 20-ზე:

$$4x + 5y = 20.$$

რადგან დაშტრიხული რეგიონი მოიცავს ამ წრფის ზედა ნახევარსიბრტყეს, უტოლობა იქნება $4x + 5y \geq 20$. საბოლოო სისტემაა:

$$\begin{cases} 4x + 5y \geq 20 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

გამოვიყენე: წრფის განტოლება, წრფივი უტოლობები ორი ცვლადით

პასუხი: ა) ✅

ამოხსნა

ცნობილია $\tan\alpha = 3$. უნდა ვიპოვოთ $\cos^2\alpha$. გამოვიყენოთ ტრიგონომეტრიული იგივეობა:

$$1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}.$$

ჩავსვათ ტანგენსის მნიშვნელობა:

$$1 + 3^2 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1 + 9 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$10 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{10}.$$

გამოვიყენე: ტრიგონომეტრიული იგივეობები

პასუხი: გ) $\frac{1}{10}$ ✅

ამოხსნა

კუბის AC_1 დიაგონალსა და $ABCD$ ფუძეს შორის კუთხე α არის $\angle C_1AC$ სამკუთხედ ΔC_1CA-ში (მართი კუთხით C-სთან).

კუბის წიბო a-ა. $CC_1 = a$ (მოპირდაპირე კათეტი). $AC_1 = a\sqrt{3}$ (ჰიპოტენუზა).

$$\sin\alpha = \frac{CC_1}{AC_1} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

გამოვიყენე: კუბის თვისებები, დახრილსა და სიბრტყეს შორის კუთხე

პასუხი: დ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ✅

ამოხსნა

წრფე $y = -\frac{x}{\sqrt{3}}$ ქმნის $-30°$-იან კუთხეს. $15°$-ით საათის ისრის მიმართულებით მობრუნებისას:

$$-30° - 15° = -45°$$

.

ახალი კოეფიციენტი $k = \tan(-45°) = -1$. განტოლება: $y = -x$.

გამოვიყენე: წრფის მობრუნება

პასუხი: ბ) $f(x) = -x$ ✅

ამოხსნა

სპირტის ხსნარი თავდაპირველად შეიცავდა 2 გრამ სპირტს. აღვნიშნოთ თავდაპირველი ხსნარის მთლიანი მასა x-ით. სპირტის დამატების შემდეგ, სპირტის ახალი მასა გახდა $2 + 0,5 = 2,5$ გრამი. ხსნარის მთლიანი მასაც გაიზარდა $0,5$ გრამით და გახდა $x + 0,5$.

ახალი კონცენტრაცია არის 40%, ანუ 0,4:

$$\frac{2,5}{x + 0,5} = 0,4.$$

ამოვხსნათ განტოლება:

$$2,5 = 0,4(x + 0,5)$$

$$2,5 = 0,4x + 0,2$$

$$2,3 = 0,4x$$

$$x = 2,\frac{3}{0},4 = \frac{23}{4}$$

გრამი.

გამოვიყენე: ნარევების პროცენტული კონცენტრაციის პრინციპი

პასუხი: ბ) $\frac{23}{4}$ გ ✅

ამოხსნა

მოცემულია: $a = \log_2 3$ და $b = \log_3 4$. უნდა ვიპოვოთ მათი ნამრავლი ab.

$$ab = \log_2 3 \cdot \log_3 4.$$

გამოვიყენოთ ლოგარითმის ფუძის შეცვლის თვისება ($\log_x y \cdot \log_y z = \log_x z$):

$$ab = \log_2 4.$$

ვიცით, რომ $4 = 2^2$, შესაბამისად:

$$ab = \log_2(2^2) = 2.$$

გამოვიყენე: ლოგარითმის თვისებები (ფუძის შეცვლა)

პასუხი: ა) 2 ✅

ამოხსნა

მართკუთხედში $ABCD$: $A\frac{P}{P}B = \frac{2}{5}$, ამიტომ $AP = 2x$, $PB = 5x$, $AB = 7x$. $C\frac{Q}{Q}D = \frac{1}{3}$, ამიტომ $CQ = y$, $QD = 3y$, $CD = 4y$.

$AB = CD$ ამიტომ $7x = 4y$, ვიღებთ $x = 4k$, $y = 7k$. $PB = 20k$, $CQ = 7k$, $AP = 8k$, $QD = 21k$.

$$S_{PBCQ} = \frac{PB + CQ}{2} \cdot BC = \frac{20k + 7k}{2} \cdot BC = \frac{27k}{2} \cdot BC$$

.

$$S_{APQD} = \frac{AP + QD}{2} \cdot AD = \frac{8k + 21k}{2} \cdot BC = \frac{29k}{2} \cdot BC$$

.

$$\frac{S_{PBCQ}}{S_{APQD}} = \frac{27}{29}$$

.

გამოვიყენე: მართკუთხედის თვისებები, ტრაპეციის ფართობის ფორმულა

პასუხი: ბ) $\frac{27}{29}$ ✅

ამოხსნა

მოცემულია განტოლება:

$$|\log_5 x| = 2.$$

მოდულის განმარტებიდან გამომდინარე: 1) $\log_5 x = 2 \Rightarrow x = 5^2 = 25$. 2) $\log_5 x = -2 \Rightarrow x = 5^{-2} = \frac{1}{25} = 0,04$.

ორივე ფესვი დადებითია, ამიტომ ისინი აკმაყოფილებენ ლოგარითმის განსაზღვრის არეს. ფესვების ჯამი:

$$25 + 0,04 = 25,04.$$

გამოვიყენე: მოდულიანი განტოლების ამოხსნა, ლოგარითმის თვისებები

პასუხი: ა) $25,04$ ✅

ამოხსნა

$a_1 = 10$, $a_2 = 6$, $d = -4$.

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = -32$$

.

$$\frac{20 - 4n + 4}{2} \cdot n = -32$$

$$\frac{24 - 4n}{2} \cdot n = -32$$

$$(12 - 2n)n = -32$$

$$12n - 2n^2 = -32$$

$$n^2 - 6n - 16 = 0$$

$$n_1 = 8, \quad n_2 = -2$$

.

ვინაიდან n ნატურალური რიცხვია, $n = 8$.

გამოვიყენე: არითმეტიკული პროგრესიის ჯამის ფორმულა, კვადრატული განტოლების ამოხსნა

პასუხი: გ) 8 ✅

ამოხსნა

ორობით სისტემაში ჩაწერილი რიცხვები უნდა გადავიყვანოთ ათობით სისტემაში.

$a = 111000_2$. გადავიყვანოთ:

$$a = 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5$$

$$a = 0 + 0 + 0 + 8 + 16 + 32 = 56.$$

$b = 11111_2$. გადავიყვანოთ:

$$b = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4$$

$$b = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31.$$

ახლა ვიპოვოთ ამ რიცხვების ჯამი ათობით სისტემაში:

$$a + b = 56 + 31 = 87.$$

87 იკითხება როგორც “ოთხმოცდაშვიდი”.

გამოვიყენე: რიცხვთა პოზიციური სისტემები (ორობითიდან ათობითში გადაყვანა)

პასუხი: ა) ოთხმოცდაშვიდი ✅

ამოხსნა

ვთქვათ, პირამიდის ფუძე არის n-კუთხედი.

- წახნაგების რაოდენობა: $F = n + 1$.
- წიბოების რაოდენობა: $E = 2n$.
- წვეროების რაოდენობა: $V = n + 1$.

პირობის თანახმად, წიბოების რაოდენობა 10-ით მეტია წახნაგების რაოდენობაზე:

$$E = F + 10$$

$$2n = (n + 1) + 10$$

$$2n = n + 11$$

$$n = 11.$$

წვეროების საერთო რაოდენობა:

$$V = n + 1 = 11 + 1 = 12.$$

გამოვიყენე: პირამიდის ელემენტების (წვეროები, წიბოები, წახნაგები) თვისებები

პასუხი: გ) 12 ✅

ამოხსნა

სულ 23 რიცხვი: $a_1, a_2, ..., a_{23}$.

პირველი 12-ის ჯამი: $12 \cdot 19 = 228$. უკანასკნელი 12-ის ჯამი (a_{12} to a_{23}): $12 \cdot 27 = 324$.

სრული ჯამი ($a_{12} = 92$ ორჯერ ითვლება):

$$S = 228 + 324 - 92 = 460$$

.

$$m = \frac{460}{23} = 20$$

.

გამოვიყენე: საშუალო არითმეტიკულის თვისებები

პასუხი: ბ) 20 ✅

ამოხსნა

მართკუთხა $\triangle ABC$-ში ($\angle C = 90°$), $BC = a$, $AC = b$, $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$. O არის AC-ს შუაწერტილი, $AO = \frac{b}{2}$. $OK \perp AB$ ($\angle K = 90°$).

$\triangle AOK \sim \triangle ACB$ (საერთო კუთხე $\angle A$ და ორივე მართკუთხა):

$$\frac{OK}{AO} = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{OK}{\frac{b}{2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$OK = \frac{b}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ab}{2\sqrt{a^2 + b^2}}$$

.

გამოვიყენე: მართკუთხა სამკუთხედების მსგავსება, პითაგორას თეორემა

პასუხი: ა) $\frac{ab}{2\sqrt{a^2 + b^2}}$ ✅

ამოხსნა

პირამიდის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი ΔABC, მართი კუთხით C-სთან. კათეტებია $AC = 8$ სმ და $BC = 6$ სმ. ჰიპოტენუზა: $AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$ სმ.

პირამიდის სიმაღლე SH ეშვება ჰიპოტენუზის შუაწერტილში (H). მართკუთხა სამკუთხედში ჰიპოტენუზაზე დაშვებული მედიანა ჰიპოტენუზის ნახევრის ტოლია: $CH = A\frac{B}{2} = \frac{10}{2} = 5$ სმ.

მოცემულია $SC = 7$ სმ. $SH \perp (ABC)$, ამიტომ $SH \perp CH$. მართკუთხა სამკუთხედ ΔSHC-ში:

$$SH^2 + CH^2 = SC^2$$

$$SH^2 + 5^2 = 7^2$$

$SH^2 = 49 - 25 = 24 \Rightarrow SH = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ სმ.

გამოვიყენე: მართკუთხა სამკუთხედის თვისებები (მედიანა ჰიპოტენუზაზე), პითაგორას თეორემა

პასუხი: გ) $2\sqrt{6}$ სმ ✅