Национальный исследовательский университет ИТМО

Факультет ПИиКТ

Лабораторная работа №4
по вычислительной математике

Работу выполнила:

Тройникова Вероника

Группа: P3233

Преподаватель:

Перл О. В.

Санкт-Петербург

2022

1. Описание методов, расчетные формулы

Интерполяционный многочлен Лагранжа – это многочлен, решающий задачу интерполяции (задача интерполяции – найти такую функцию, которая будет принимать в заданных точках x_i определенные значения y_i). Данный многочлен является одной из форм записи интерполяционного многочлена для глобальной интерполяции и применим как для равноудаленных, так и для разноудаленных узлов.

Вид многочлена:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \cdot L_n(x) \text{ , где } L_n(x) = \prod_{\substack{k=0\\k\neq i}}^{n} \frac{(x-x_k)}{(x_i-x_k)}$$

Степень многочленов $L_n(x)$ равна n. При подстановке $x = x_i$ все слагаемые обращаются в ноль, кроме слагаемого с y_i (так как во всех них есть множитель $(x - x_i)$).

Существует только один интерполяционный полином степени n, принимающий определенные значения в n+1 точке. Сложность алгоритма построения O(n^2). Погрешность метода зависит от выбранной функции и расположения точек x_i.

2. Блок-схема численного метода

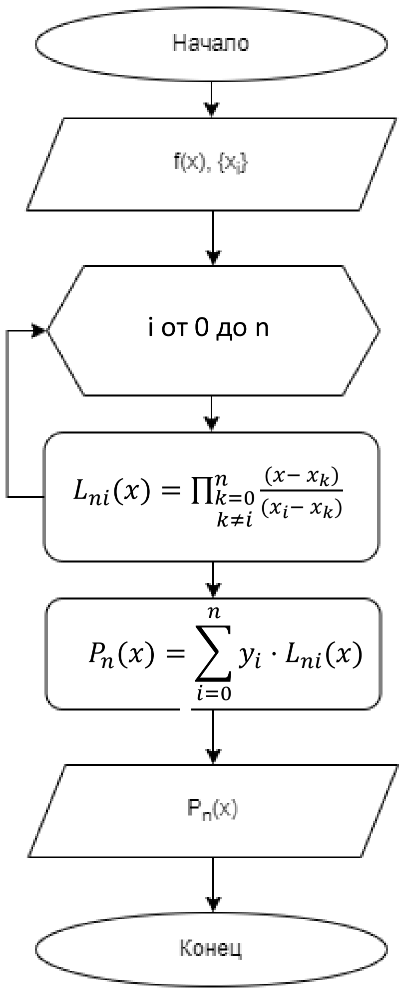


Рисунок 2 “Блок-схема метода интерполяции полиномом Лагранжа”

3. Листинг реализованного численного метода программы

```
public OneArgFunction calculatePolynomial(DiscreteFunction function) {
    ArrayList<Double> x = function.getX();
    ArrayList<Double> y = function.getY();

    StringBuilder stringPolynomial = new StringBuilder();
    for (int i = 0; i < y.size(); i++) {
        stringPolynomial.append(y.get(i)).append("*").append(calcLagrangeMultiplier(x, i).toString());
        if (i < y.size() - 1) stringPolynomial.append(" + ");
    }
    return new OneArgFunction(stringPolynomial.toString());
}

public StringBuilder calcLagrangeMultiplier(ArrayList<Double> x, int ind) {
    StringBuilder multiplierNumerator = new StringBuilder();
    multiplierNumerator.append("1");
    double multiplierDenominator = 1D;
    for (int i = 0; i < x.size(); i++) {
        if (i != ind) {
            multiplierNumerator.append("*(x-").append(x.get(i)).append(")");
            multiplierDenominator *= (x.get(ind) - x.get(i));
        }
    }
    return multiplierNumerator.append("/").append(multiplierDenominator);
}
```

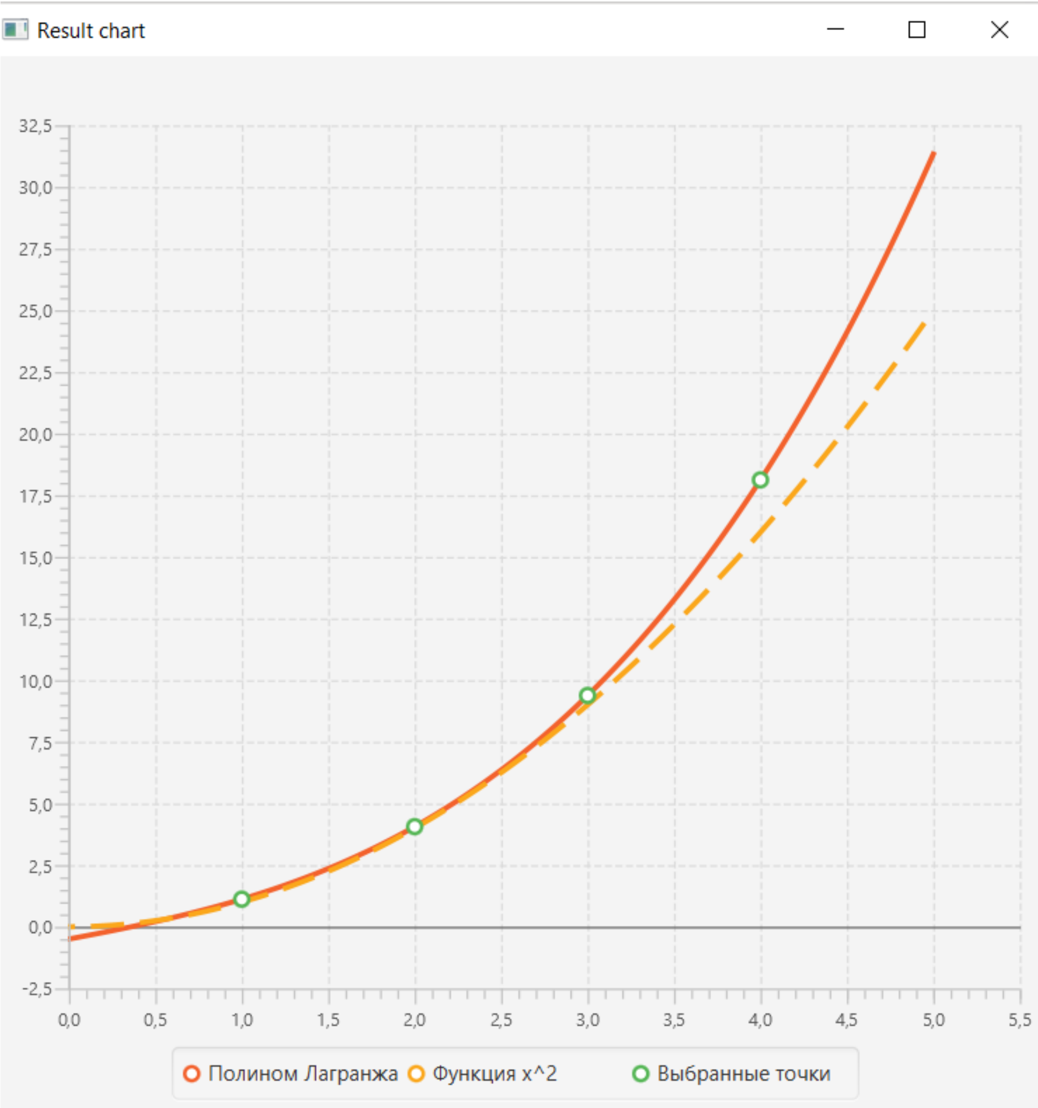
4. Примеры и результаты работы программы на разных данных

- Функция sin(x) при наличии шума

```
----Метод интерполяции полиномом Лагранжа----
Функции:
1) sin(x)
2) log(x)
3) x^2
4) x - 3
Введите номер выбранной функции:
1
Введите количество точек:
4
1:
1
2:
2
3:
3
4:
4
Добавить шум? (да/нет)
да
Полином построен
Найти значение в точке? (да/нет)
нет
Идет создание графиков...
```

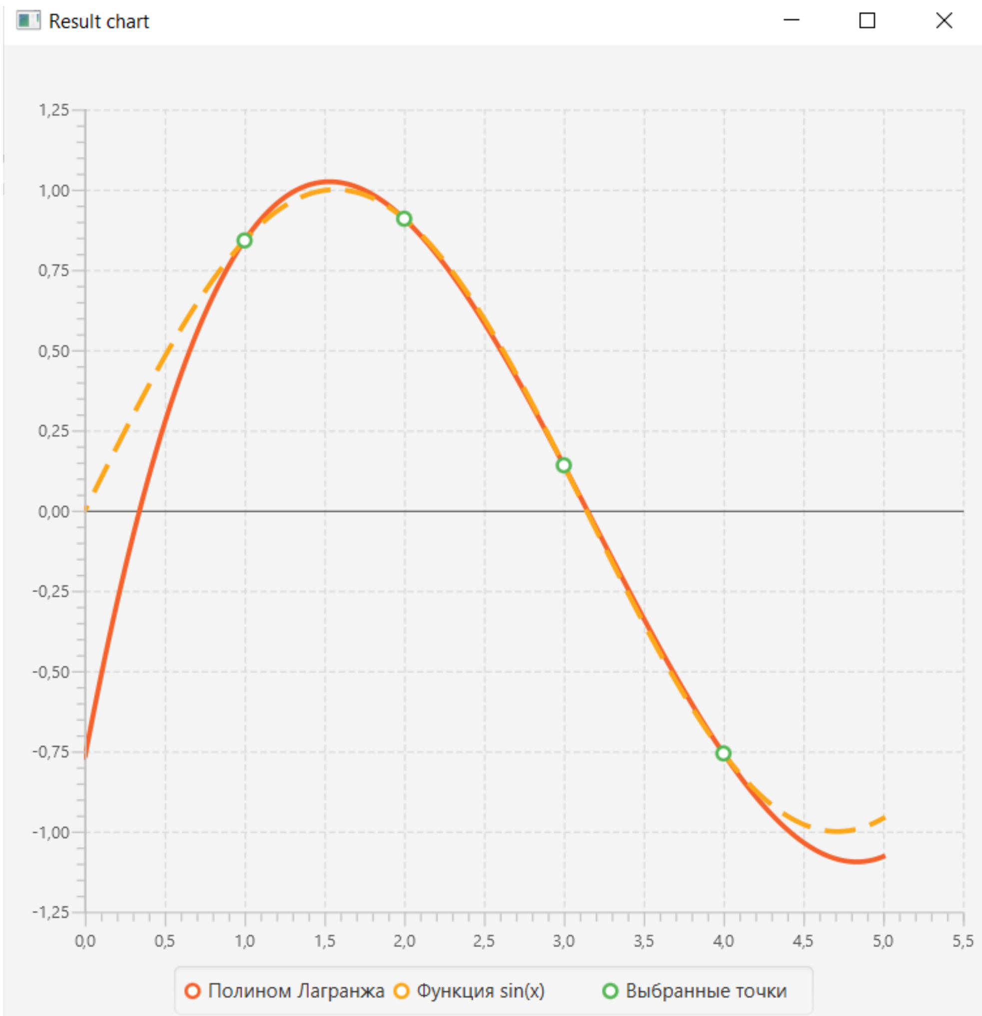
- Функция x^2 при наличии шума

```
----Метод интерполяции полиномом Лагранжа----
Функции:
1) sin(x)
2) log(x)
3) x^2
4) x - 3
Введите номер выбранной функции:
3
Введите количество точек:
4
1:
1
2:
2
3:
3
4:
4
Добавить шум? (да/нет)
да
Полином построен
Найти значение в точке? (да/нет)
нет
Идет создание графиков...
```



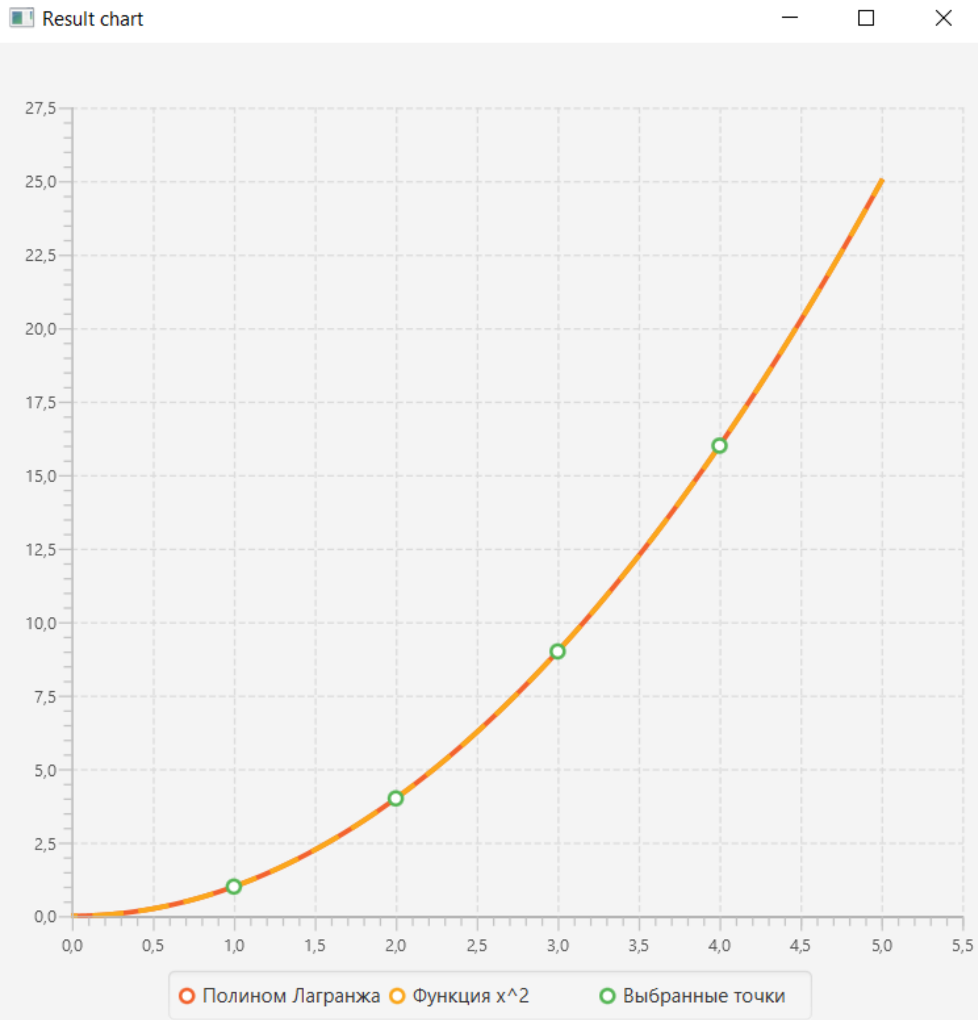
- Функция sin(x) при отсутствии шума

```
----Метод интерполяции полиномом Лагранжа----
Функции:
1) sin(x)
2) log(x)
3) x^2
4) x - 3
Введите номер выбранной функции:
1
Введите количество точек:
4
1:
1
2:
2
3:
3
4:
4
Добавить шум? (да/нет)
нет
Полином построен
Найти значение в точке? (да/нет)
нет
Идет создание графиков...
```



- Функция x^2 при отсутствии шума

```
----Метод интерполяции полиномом Лагранжа----
Функции:
1) sin(x)
2) log(x)
3) x^2
4) x - 3
Введите номер выбранной функции:
3
Введите количество точек:
4
1:
1
2:
2
3:
3
4:
4
Добавить шум? (да/нет)
нет
Полином построен
Найти значение в точке? (да/нет)
нет
Идет создание графиков...
```



5. Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы были рассмотрены аппроксимация методом наименьших квадратов и следующие методы интерполяции: метод интерполяции полиномом Ньютона, метод интерполяции полиномом Лагранжа, метод интерполяции кубическими сплайнами.

Интерполяция – это нахождение промежуточных значений функции по некоторому известному дискретному набору значений; аппроксимация – это замена математических объектов близкими им объектами (то есть замена одной функции на более простую). Важно отметить, что интерполяционная функция проходит через заданные точки, а аппроксимирующая – между ними.

Методы Ньютона и Лагранжа – это виды глобальной интерполяции (то есть вычисляется один многочлен для всего промежутка интерполяции); а метод сплайнов – это вид локальной интерполяции, поэтому данный метод более устойчив к шуму по сравнению с другими двумя. Метод Лагранжа удобен, если меняются значения в точках (так как в данном случае его не требуется пересчитывать), однако при изменении количества точек полином приходится полностью пересчитывать. Полином Ньютона (в отличие от полинома Лагранжа) не требуется пересчитывать при добавлении новых узлов интерполяции. Степень многочленов в методах Ньютона и Лагранжа зависят от количества узлов интерполяции, в отличие от метода сплайнов.