International Olympiad in Informatics 2013



6-13 July 2013 Brisbane, Australia Day 2 tasks



Russian — 1.1

Базза и Шазза играют в игру. Доска для этой игры представляет собой прямоугольную таблицу, содержащую R строк с номерами от 0 до R-1 и C столбцов с номерами от 0 до C-1. Обозначим за (P, Q) ячейку таблицы на пересечении строки P и столбца Q. В каждой ячейке записано неотрицательное целое число. В начале игры во всех ячейках записаны нули.

Игра происходит следующим образом. Каждым ходом Базза может:

- присвоить новое число ячейке (P, Q);
- либо задать Шаззе вопрос, чему равен наибольший общий делитель (НОД) всех целых чисел внугри прямоугольника, составленного из клеток, противоположные углы которого клетки (P, Q) и (U, V), включительно.

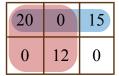
Базза делает не более $(N_U + N_Q)$ ходов $(N_U - количество присваиваний чисел ячейкам, а <math>N_Q$ — количество вопросов), а потом устаёт и идёт играть в крикет.

Ваша задача — определить правильные ответы на вопросы.

Пример

Предположим, что R = 2 и C = 3, и Базза начинает игру со следующих ходов:

- присваивает ячейке (0, 0) число 20;
- присваивает ячейке (0, 2) число 15;
- присваивает ячейке (1, 1) число 12.

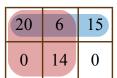


Получившаяся таблица показана на рисунке выше. Базза далее может задать вопрос, чему равен НОД внутри следующих прямоугольников:

- с противоположными углами (0,0) и (0,2) (в этом прямоугольнике три числа 20,0 и 15, и их НОД равен 5);
- с противоположными углами (0, 0) и (1, 1) (в этом прямоугольнике четыре числа 20, 0, 0 и 12, и их НОД равен 4).

Предположим, что теперь Базза делает следующие ходы:

- присваивает ячейке (0, 1) число 6;
- присваивает ячейке (1, 1) число 14.



Новая таблица показана на рисунке выше. Базза далее может снова задать вопрос, чему равен НОД внугри следующих прямоугольников:

- с противоположными углами (0, 0) и (0, 2) (теперь в этом прямоугольнике три числа 20, 6 и 15, и их НОД равен 1);
- с противоположными углами (0, 0) и (1, 1) (теперь в этом прямоугольнике четыре числа 20, 6, 0 и 14, и их НОД равен 2).

В этом примере Базза сделал всего $N_0 = 5$ присваиваний и задал $N_Q = 4$ вопроса.

Детали реализации

Baшe решение должно содержать функции [init()] и [update()] и функцию calculate().

Чтобы помочь вам, каждый из шаблонов решений на вашем компьютере (game.c), game.cpp и game.pas) содержит функцию gcd2(X, Y), которая вычисляет наибольший общий делитель двух заданных целых неотрицательных чисел X и Y. Если X = Y = 0, то функция gcd2(X, Y) возвращает 0.

Эта функция выполняется достаточно быстро для того, чтобы решение могло набрать полный балл, в частности, время работы этой функции в худшем случае пропорционально log(X + Y).

Baшa функция: init()

```
C/C++ void init(int R, int C);

Pascal procedure init(R, C : LongInt);
```

Описание

Ваше решение должно реализовывать эту функцию.

Эта функция задаёт вам размер таблицы и позволяет инициализировать любые глобальные переменные и структуры данных. Она будет вызвана только один раз перед какими-либо другими вызовами функций update() или calculate().

Параметры

- R: количество строк.
- С: количество столбцов.

Ваша функция: update()

```
C/C++ void update(int P, int Q, long long K);

Pascal procedure update(P, Q : LongInt; K : Int64);
```

Описание

Ваше решение должно реализовывать эту функцию.

Эта функция будет вызываться, когда Базза присваивает число какой-либо ячейке.

Параметры

- Р: строка, в которой находится ячейка (0 ≤ P ≤ R 1);
- Q: столбец, в котором находится ячейка ($0 \le Q \le C 1$);
- К: новое целое число для этой ячейки ($0 \le K \le 10^{18}$). Оно может не отличаться от предыдущего числа в этой ячейке.

Ваша функция: calculate()

```
C/C++ long long calculate(int P, int Q, int U, int V);

Pascal function calculate(P, Q, U, V : LongInt) : Int64;
```

Описание

Ваше решение должно реализовывать эту функцию.

Эта функция должна вычислять наибольший общий делитель всех чисел в прямоугольнике с противоположными углами (P, Q) и (U, V), включительно, то есть ячейки (P, Q) и (U, V) включаются в прямоугольник.

Если все числа в этом прямоугольнике — нули, эта функция должна возвращать ноль.

Параметры

- Р: строка, в которой находится верхняя левая ячейка прямоугольника (0 ≤ Р ≤ R 1);
- Q: столбец, в котором находится верхняя левая ячейка прямоугольника ($0 \le Q \le C 1$);
- U: строка, в которой находится нижняя правая ячейка прямоугольника (P≤U≤R-1);
- V: столбец, в котором находится нижняя правая ячейка прямоугольника ($Q \le V \le C 1$);
- *возвращаемое значение*: значение НОД всех чисел в данном прямоугольнике или 0, если все числа в этом прямоугольнике равны нулю.

Пример

Следующая последовательность вызовов функций соответствует примеру, приведённому выше в условии задачи:

Вызов функции	Возвращаемое значение
init(2, 3)	
update(0, 0, 20)	
update(0, 2, 15)	
update(1, 1, 12)	
calculate(0, 0, 0, 2)	5
calculate(0, 0, 1, 1)	4
update(0, 1, 6)	
update(1, 1, 14)	
calculate(0, 0, 0, 2)	1
calculate(0, 0, 1, 1)	2

Ограничения

- Ограничение по времени: смотрите подзадачи.
- Ограничение по памяти: смотрите подзадачи.
- $1 \le R, C \le 10^9$.
- $0 \le K \le 10^{18}$, где K любое из чисел, которые Базза помещает в ячейки таблицы.

Подзадачи

Описание подзадач смотрите в версии на английском языке.

Взаимодействие с проверяющим модулем

Проверяющий модуль на вашем компьютере будет считывать входные данные из файла с именем [game.in], который должен иметь следующий формат:

- строка 1: R C N
- последующие N строк содержат: один ход в каждой строке в том же порядке, в котором производятся сами ходы.

Для каждого хода должен быть использован один из следующих форматов:

- для запроса на присваивание update(P, Q, K): 1 P Q K
- для запроса на вычисление calculate(P, Q, U, V): 2 P Q U V

В частности, вышеописанный пример должен быть задан в следующем виде:

```
2 3 9

1 0 0 20

1 0 2 15

1 1 1 12

2 0 0 0 2

2 0 0 1 1

1 0 1 6

1 1 1 14

2 0 0 0 2

2 0 0 1 1
```

Особенности конкретных языков программирования

```
C/C++ Вы должны подключить заголовочный файл с помощью #include "game.h".

Вы должны написать модуль с заголовком unit Game. Все массивы нумеруются, начиная с 0 (а не с 1).
```

Поскольку целые числа в ячейках таблицы могут быть очень большими, в языках С и C++ рекомендуется использовать тип long long, а в языке Pascal — тип Int64.