# 2014 TAIWAN

#### International Olympiad in Informatics 2014

13-20th July 2014 Taipei, Taiwan Day-2 tasks

gondola

Language: ru-RU

# Гондола

Гондола Мао-Конга — известная достопримечательность Тайбея. Это подвесная дорога в виде окружности, которая имеет одну станцию и n гондол, пронумерованных от 1 до n. Гондолы движутся по этой дороге в одном направлении. Изначально, после гондолы с номером i мимо станции проезжает гондола с номером (i+1) для i < n. Если i = n, то следующей проезжает гондола с номером 1.

Иногда гондолы могут ломаться. К счастью, у нас есть неограниченное количество запасных гондол, которые имеют номера (n+1), (n+2) и так далее. Когда гондола ломается, ее заменяют запасной с наименьшим номером среди тех, которые еще не были использованы. При этом новая гондола устанавливается на то же место, где стояла сломавшаяся. Например, если было пять гондол, и одна из них сломалась, то она будет заменена на гондолу с номером 6.

Вам нравится стоять на станции и смотреть на проезжающие мимо гондолы. *Последовательностью гондол* называется последовательность из **n** номеров гондол в порядке, в котором они проезжают мимо станции. Возможно, что одна или несколько гондол сломались до того, как вы пришли на станцию, но пока вы смотрите на движение гондол ни одна из гондол не ломается.

Обратите внимание, что одному и тому же порядку гондол может соответствовать несколько последовательностей, в зависимости от того, какая из гондол приехала на станцию первой. Например, если ни одна из гондол не ломалась, то возможные последовательности гондол (2, 3, 4, 5, 1) и (4, 5, 1, 2, 3), а (4, 3, 2, 5, 1) — не является последовательностью гондол, потому что гондолы приехали в неправильном порядке.

Если гондола с номером 1 сломается, то Вы сможете увидеть последовательность гондол (4, 5, 6, 2, 3). Если после этого сломается гондола с номером 4, ее заменят на гондолу с номером 7, и вы сможете увидеть последовательность (6, 2, 3, 7, 5). Если после этого гондола с номером 7 сломается, ее заменят на гондолу с номером 8, и вы сможете увидеть последовательность (3, 8, 5, 6, 2).

Сломанная гондола	Новая гондола	Одна из последовательностей гондол
1	6	(4, 5, 6, 2, 3)
4	7	(6, 2, 3, 7, 5)
7	8	(3, 8, 5, 6, 2)

Последовательностью замен называется последовательность номеров сломавшихся гондол в том порядке, в котором они ломались. В предыдущем примере последовательность замен — (1,4,7). Будем считать, что последовательность замен  $\boldsymbol{r}$  порождает последовательность гондол  $\boldsymbol{g}$ , если после того, как гондолы ломались и заменялись в соответствии с последовательностью замен  $\boldsymbol{r}$ , вы можете увидеть последовательность гондол  $\boldsymbol{g}$ .

## Проверка последовательности гондол

В первых трех подзадачах вам необходимо проверить, является ли последовательность гондол корректной. Вам необходимо реализовать функцию valid.

- valid(n, inputSeq)
  - п: длина последовательности;
  - lacktriangledown inputSeq[i] элемент последовательности на месте i, для  $0 \leq i \leq n-1$ ;
  - функция должна возвращать 1, если переданная последовательность является последовательностью гондол, и 0 в противном случае.

### Подзадачи 1, 2, 3

Подзадача	Баллы	n	inputSeq
1	5	$n \le 100$	каждое число от $1$ до $n$ встречается ровно один раз
2	5	$n \leq 100000$	$1 \le \text{inputSeq[i]} \le n$
3	10	$n \leq 100000$	$1 \le \text{inputSeq[i]} \le 250000$

### Примеры

В таблице ниже приведены примеры последовательностей, которые являются и не являются последовательностями гондол.

Подзадачи	inputSeq	Возвращаемое значение	Комментарий
1	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)	1	
1	(3, 4, 5, 6, 1, 2)	1	
1	(1, 5, 3, 4, 2, 7, 6)	0	1 не может быть перед 5
1	(4, 3, 2, 1)	0	4 не может быть перед 3
2	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 5)	0	две гондолы с номером 5
3	(2, 3, 4, 9, 6, 7, 1)	1	последовательность замен (5, 8)
3	(10, 4, 3, 11, 12)	0	4 не может быть перед 3

## Последовательность замен

В следующих трех подзадачах вы должны построить последовательность замен, которая порождает заданную последовательность гондол. Вы можете построить любую из таких последовательностей.

Вам необходимо реализовать функцию replacement.

- replacement(n, gondolaSeq, replacementSeq)
  - п: длина последовательности;
  - lacktriangledown gondolaSeq: массив длины n; гарантируется, что gondolaSeq является последовательностью гондол; gondolaSeq[i] это i-ый элемент последовательности, для  $0 \le i \le n-1$ ;
  - lacktriangle функция должна возвращать l длину последовательности замен;
  - lacktriangledown replacementSeq: массив, достаточно большой, чтобы вместить последовательность замен; вы должны вернуть последовательность замен, записав ее i-ый элемент в replacementSeq[i], для всех  $0 \le i \le l-1$ .

#### Подзадача 4, 5, 6

Подзадача	Баллы	n	gondolaSeq
4	5	$n \leq 100$	$1 \le \text{gondolaSeq[i]} \le n+1$
5	10	$n \leq 1000$	$1 \le \text{gondolaSeq[i]} \le 5000$
6	20	$n \leq 100000$	$1 \le \text{gondolaSeq[i]} \le 250000$

## Примеры

Подзадача	gondolaSeq	Возвращаемое значение	replacementSeq
4	(3, 1, 4)	1	(2)
4	(5, 1, 2, 3, 4)	0	()
5	(2, 3, 4, 9, 6, 7, 1)	2	(5, 8)

## Подсчет последовательностей замен

В следующих четырех подзадачах вы должны определить количество последовательностей замен, которые порождают заданную последовательность (которая может быть последовательностью гондол, а может не быть) по модулю 1000 000 009. Вы должны реализовать функцию countReplacement.

- countReplacement(n, inputSeq)
  - n: длина переданной последовательности;
  - inputSeq: массив длины n; inputSeq[i] это i-ый элемент переданной последовательности, для всех  $0 \le i \le (n-1)$ ;
  - если переданная последовательность является последовательностью гондол, вы должны определить количество последовательностей замен, которые порождают данную последовательность гондол, и вернуть остаток от деления этого количества на 1000 000 009. Если переданная последовательность не является последовательностью гондол, функция должна возвращать 0. Если переданная последовательность является последовательностью гондол, но ни одна гондола не сломалась, функция должна вернуть 1.

#### Подзадачи 7, 8, 9, 10

Подзадача	Баллы	n	inputSeq
7	5	$4 \le n \le 50$	$1 \le inputSeq[i] \le n+3$
8	15	$4 \le n \le 50$	$1 \leq \text{inputSeq[i]} \leq 100$ , хотя бы $(n-3)$ из первых гондол $(1,\ldots,n)$ не сломались
9	15	$n \leq 100000$	$1 \le inputSeq[i] \le 250000$
10	10	$n \leq 100000$	$1 \le inputSeq[i] \le 100000000$

## Примеры

Подзадача	inputSeq	Возвращае мое значение	Последовательность замен
7	(1, 2, 7, 6)	2	(3, 4, 5) или (4, 5, 3)
8	(2, 3, 4, 12, 6, 7, 1)	1	(5, 8, 9, 10, 11)
9	(4, 7, 4, 7)	0	inputSeq не является последовательностью гондол
10	(3, 4)	2	(1, 2) или (2, 1)

## Детали реализации

Вы должны послать ровно один файл, названный gondola.c, gondola.cpp или gondola.pas. В этом файле должны быть реализованы функции, описанные выше с указанными ниже прототипами. Все три функции должны быть реализованы, даже если вы не планируете решать все подзадачи. На языках С/С++ вы должны подключить заголовочный файл gondola.h.

#### Язык С/С++

```
int valid(int n, int inputSeq[]);
int replacement(int n, int gondolaSeq[], int replacementSeq[]);
int countReplacement(int n, int inputSeq[]);
```

#### Язык Pascal

```
function valid(n: longint; inputSeq: array of longint): integer;
function replacement(n: longint; gondolaSeq: array of longint;
var replacementSeq: array of longint): longint;
function countReplacement(n: longint; inputSeq: array of longint):
longint;
```

#### Пример проверяющего модуля

Предоставленный пример проверяющего модуля имеет следующий формат входных данных:

- строка 1: Т, номер подзадачи, которую должна решать ваша программа ( $1 \le T \le 10$ );
- строка 2: n, длина переданной последовательности;
- строка 3: если Т равно 4, 5 или 6, эта строка содержит gondolaSeq[0], ..., gondolaSeq[n-1]. Иначе она содержит inputSeq[0], ..., inputSeq[n-1].