

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ

Институт системной и программной инженерии
и информационных технологий (Институт СПИНТех)

Лабораторная работа № 1

Трудоёмкость алгоритма обработки данных.

Моделирование функций активации нейрона

Выполнил:

Никаноров В.Д. гр. ПИН-41

Проверил преподаватель:

проф., д.ф.-м. н. Рычагов М.Н.

Москва, 2025

Задание №3.1. Реализация ДПФ

Пусть задан гармонический сигнал с некоторыми амплитудой и частотой. Изучить программу *Lab_1_1.m*, обеспечивающую диалоговое задание гармонического сигнала и его визуализацию, а также программу *Lab_1_2.m*, реализующую ДПФ такого сигнала и его восстановление с помощью обратного ДПФ. Пояснить работу программы, выбор частоты дискретизации и исчезновение оператора суммы при реализации прямого и обратного ДПФ в программе *Lab_1_2.m*.

Пояснения к работе программы *Lab_1_1.ipynb* :

Программа осуществляет визуализацию дискретизированного гармонического сигнала.

Входные данные:

- Частота сигнала;
- Амплитуда сигнала;
- Фаза сигнала, определяющая начальное положение графика;
- Количество периодов, которое будет визуализировано;
- Коэффициент уменьшения интервала дискретизации, который отвечает за уточнение дискретизации в соответствующее кол-во раз.

После ввода всех необходимых величин осуществляются следующие вычисления:

Круговая частота: $\omega = 2\pi\nu$ (1)

Период исходного сигнала: $T = \frac{1}{\nu}$ (2)

Интервал дискретизации Найквита: $\Delta_{tn} = \frac{\pi}{\omega}$ (3)

Интервал дискретизации, пригодный для визуализации:

$\Delta_{tv} = \frac{\Delta_{tn}}{k_{vis}}$ (4) где k_{vis} - коэффициент уменьшения интервала визуализации

Интервал наблюдения: $T_{vis} = N_T \cdot T$ (5) где N_T – количество периодов сигнала

Количество точек наблюдения для дискретизации Найквита: $N_n = \frac{T_{vis}}{\Delta_{tn}}$ (6)

Количество точек в интервале наблюдения для интервала дискретизации, пригодного для визуализации: $N_V = \frac{T_{\text{наб}}}{\Delta t_v}$ (7)

Далее производится вычисление векторов сигналов, дискретизированных в соответствии с критерием Найквиста, для их дальнейшего построения:

По теореме Котельникова непрерывный сигнал

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta) \operatorname{sinc} \left[\frac{\pi}{\Delta} (t - k\Delta) \right],$$

Интервал дискретизации удовлетворяет ограничениям

$$0 < \Delta \leq \Delta_m$$

$$0 < \Delta \leq 12f_c$$

Мгновенные значения данного ряда есть дискретные отсчёты сигнала $x(k\Delta)$

$$y_n = A \cdot \cos(2\pi v \cdot t_n + \varphi) \quad (9)$$

$$y_n = A \cdot \sin(2\pi v \cdot t_n + \varphi) \quad (10)$$

$$y_v = A \cdot \cos(2\pi v \cdot t_v + \varphi) \quad (11)$$

$$y_v = A \cdot \sin(2\pi v \cdot t_v + \varphi) \quad (12)$$

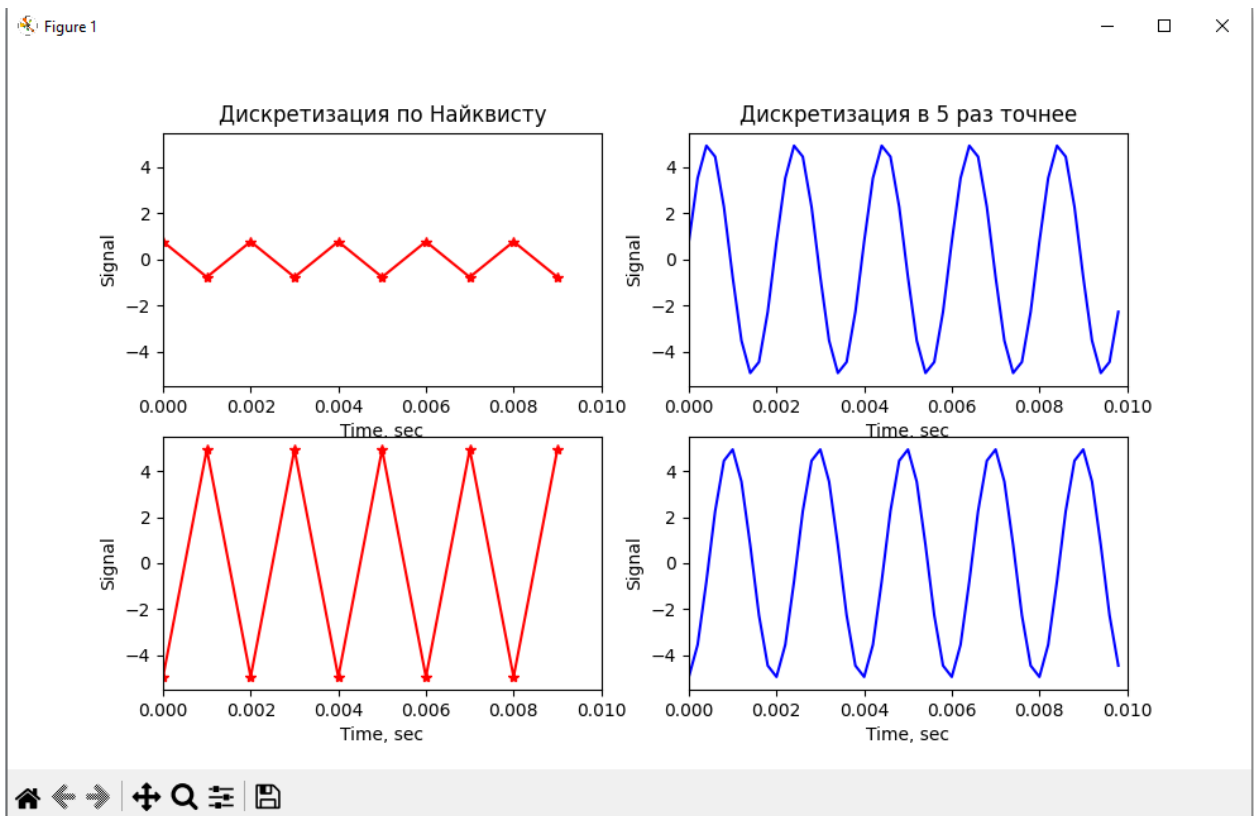
После этого происходит построение графиков для этих четырёх найденных векторов.

Пример вывода программы при вводе заданных в лабораторной работе величин:

```

*** Программа визуализации гармонического сигнала ***
-----Введите данные:-----
Введите частоту сигнала в герцах: 500
Введите амплитуду сигнала в условных единицах: 5
Введите фазу сигнала, рад: 30
Введите количество периодов наблюдения, ед.: 5
Введите коэффициент уменьшения интервала дискретизации: 5
-----
-----Введенные данные:-----
Частота сигнала (Гц) = 500
Амплитуда сигнала (усл.ед.) = 5
Фаза сигнала, рад = 30
Количество периодов сигнала = 5
Коэффициент уменьшения интервала дискретизации = 5
-----
Интервал наблюдения = 0.01 сек
Количество точек в интервале наблюдения для дискретизации Найквиста = 10.0
Количество точек в интервале наблюдения для интервала дискретизации, пригодного для визуализации = 50.0

```



Пояснения к работе программы *Lab_1_2.ipynb* :

Программа производит прямое и обратное дискретное преобразование Фурье для гармонического сигнала.

Для этого производятся следующие вычисления:

Частота дискретизации в соответствии с критерием Найквиста: $\nu_{dn} = 2\nu$ (1),

Частота дискретизации для визуализации: $v_{dv} = k \cdot v_{dn} (2),$

Интервал дискретизации по времени: $\Delta = \frac{1}{v_{dv}} (3),$

Период сигнала: $T = \frac{1}{v} (4),$

Вектор сигнала: $y = A \cdot \sin(2\pi v \cdot t_n) (6)$

Дискретное преобразование Фурье:

$$X(k) = X^N(\omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}, \quad (k = 0, 1, \dots, N-1).$$

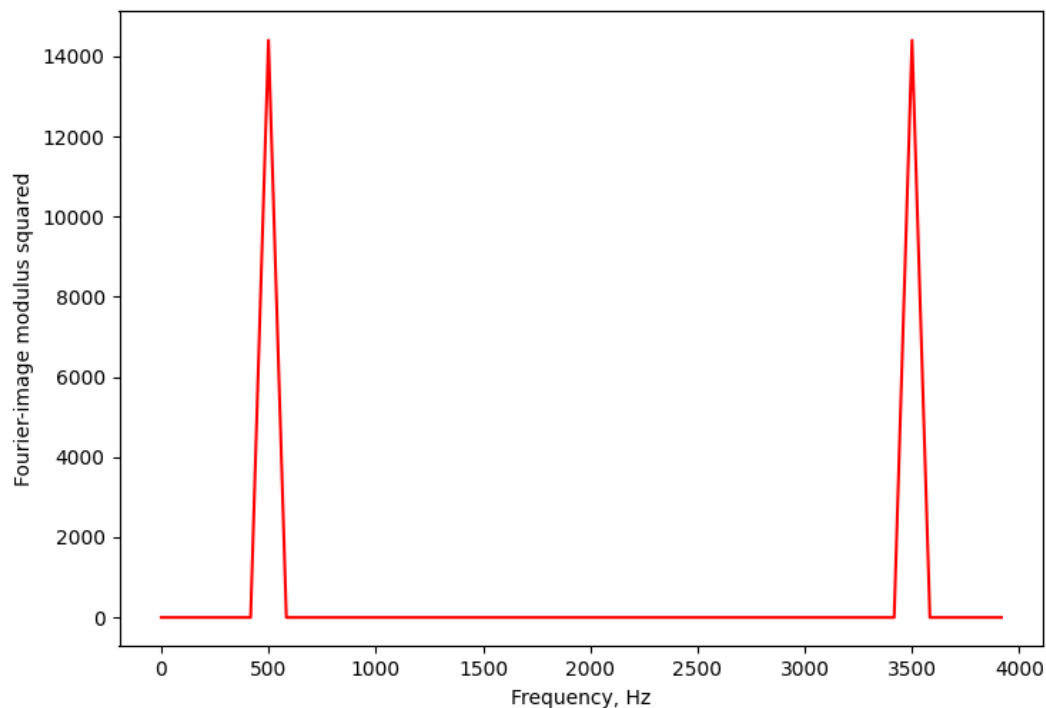
Обратное дискретное преобразование Фурье:

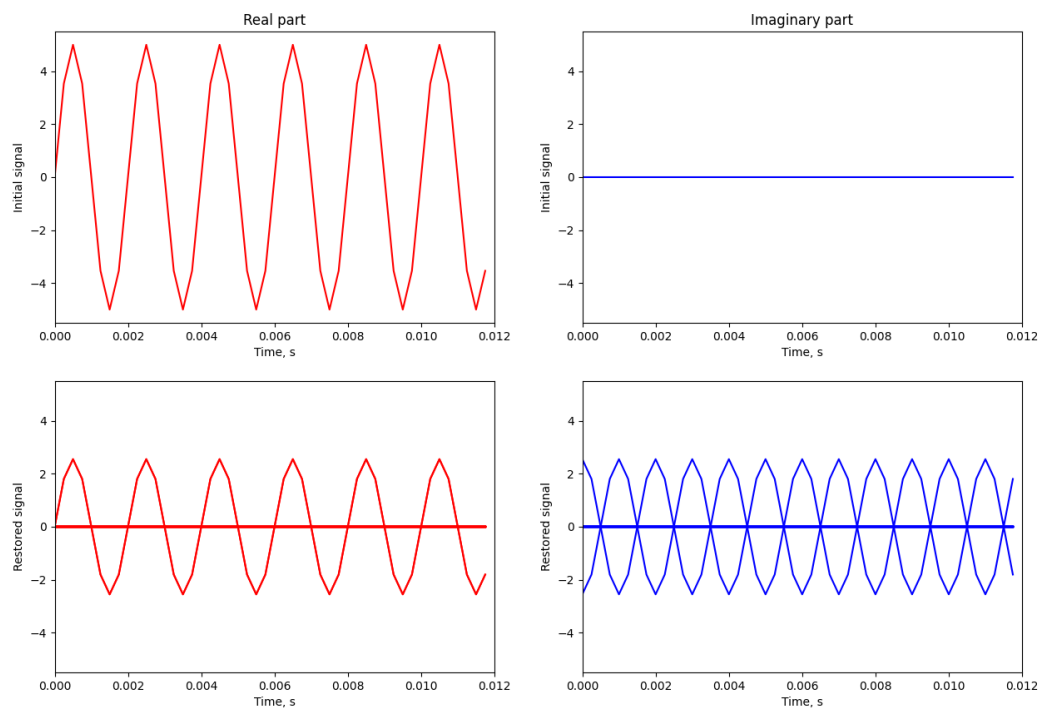
$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j \frac{2\pi}{N} nk}, \quad (n = 0, 1, \dots, N-1).$$

Пример работы программы для того же сигнала (частота = 500 Гц, амплитуда = 5)

Figure 1

— □ ×



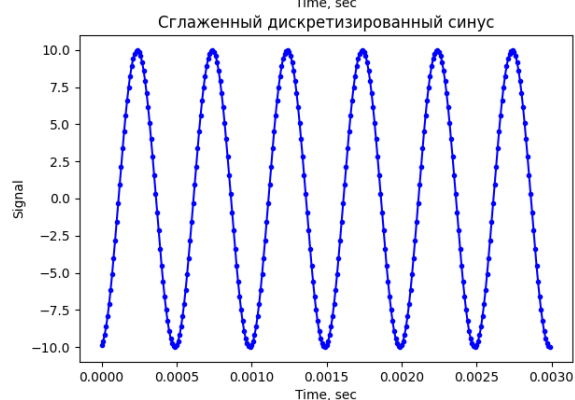
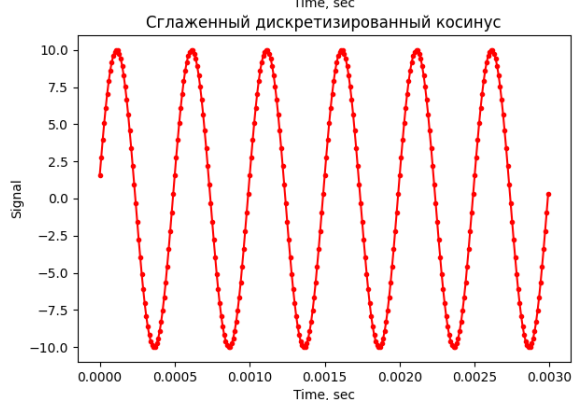
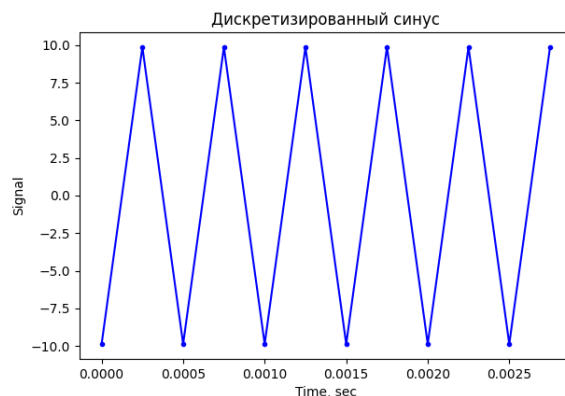
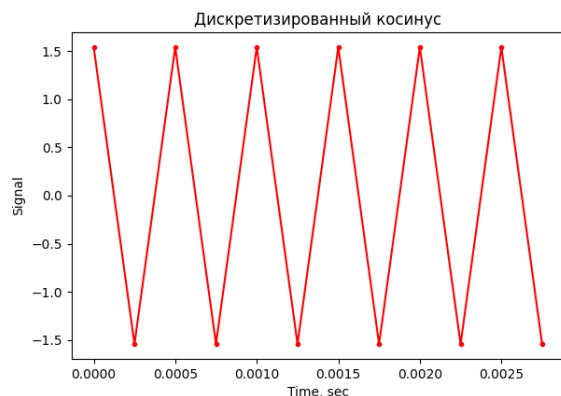


Задание №3.2. Оценка трудоемкости обработки данных с помощью ДПФ и БПФ

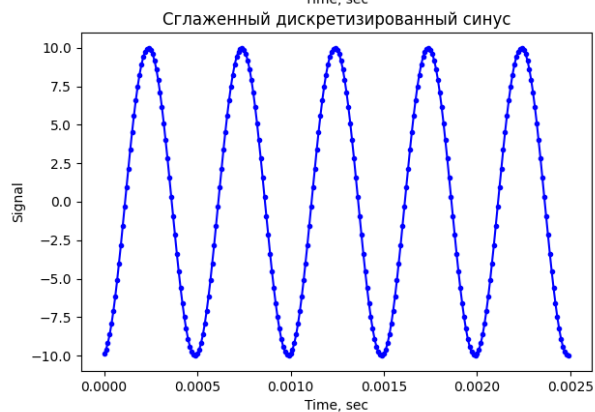
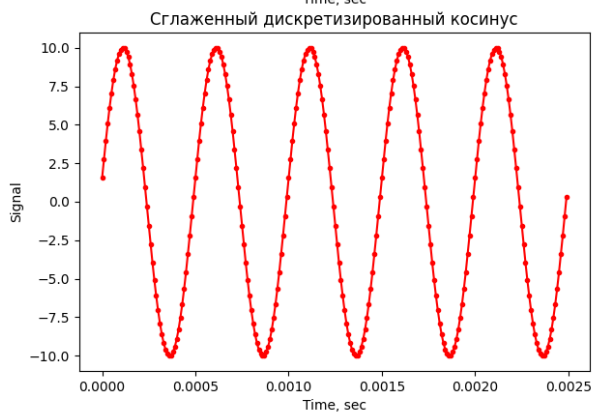
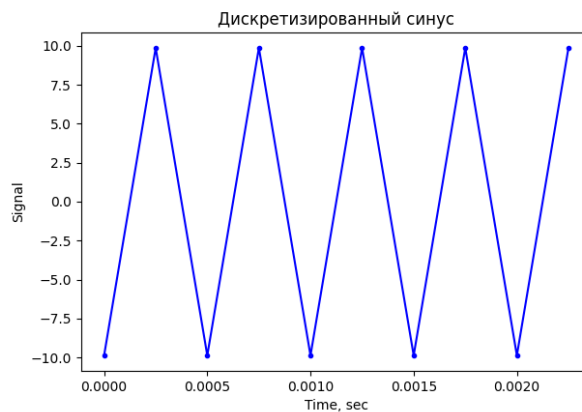
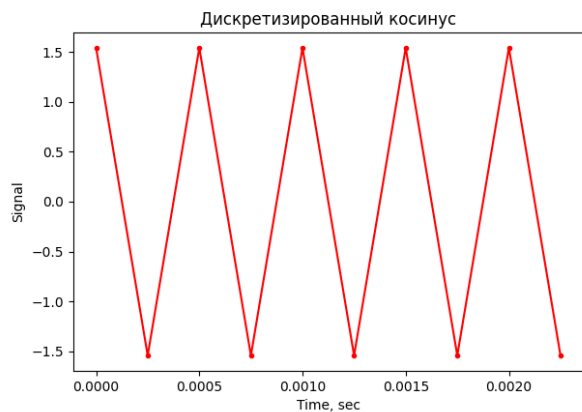
Используя программу Lab_1_2.m, написать программу Lab_1_3.m, реализующую: а) дискретизацию и визуализацию функций синуса и косинуса с частотой 2 кГц в двух вариантах: для заданного интервала наблюдения и для заданного количества точек; б) вычислить фурье образы исходных сигналов с помощью прямого вычисления ДПФ и с помощью ДПФ, реализованного в MATLAB (функция `fft`); в) визуально сравнить реальные и мнимые части фурьеобразов и квадраты их модулей. Построить график зависимости времени обработки исходных данных с помощью ДПФ и БПФ, варьируя размерность исходного массива $2s$ от 128 ($s = 7$) до 4096 ($s = 12$) (если не происходит зависание вычислительного устройства).

а) Файл *Lab_1_3.ipynb*

Для интервала наблюдения равного 0.003 сек



Для количества точек равного 10

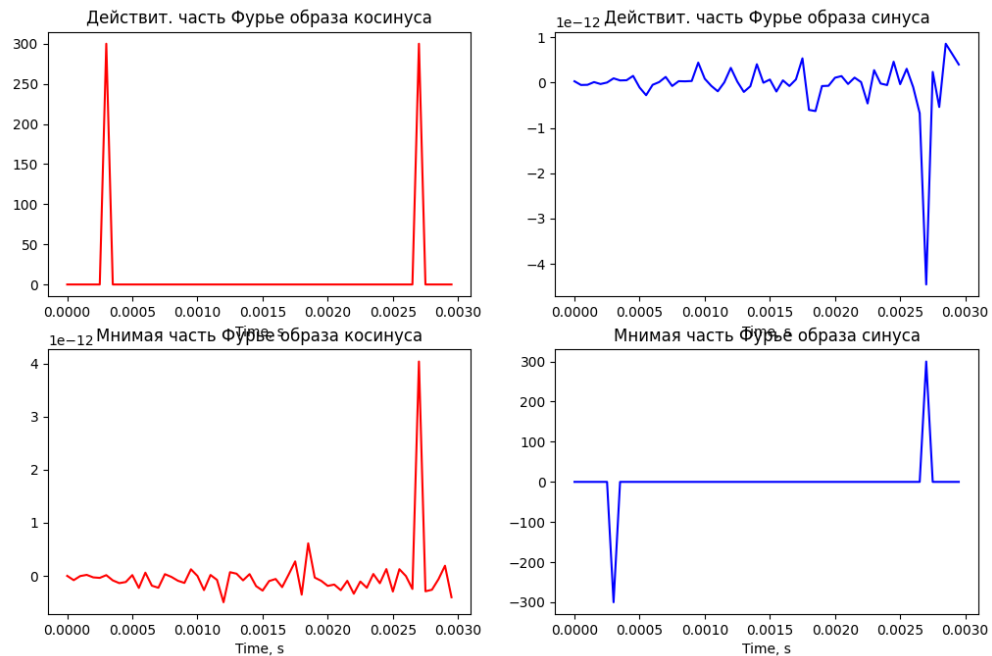


б) вычислено в файле *Lab_1_4.ipynb*

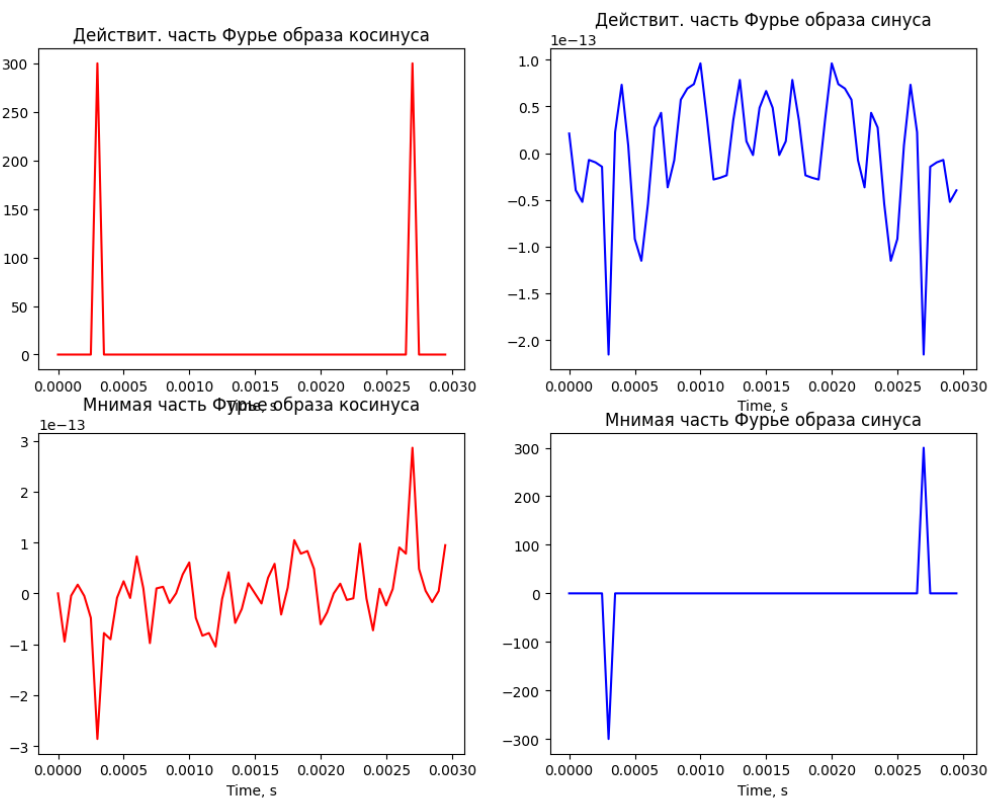
в) Файл *Lab_1_4.ipynb*

Сравнение реальных и мнимых частей фурие-образов

Прямое вычисление ДПФ



БПФ(fft)



Мнимая часть образа косинуса и действительная часть образа синуса равны 0 и имеют некоторые малые значения, возникающие из-за потери точности при вычислениях. Они различаются для прямого ДПФ и использования БПФ, реализованного в Python, тем не менее, в обоих случаях их можно считать равными 0. Действительная часть образа косинуса и мнимая часть образа синуса одинаковы для обоих методов.

Сравнение квадратов модулей фурие-образов

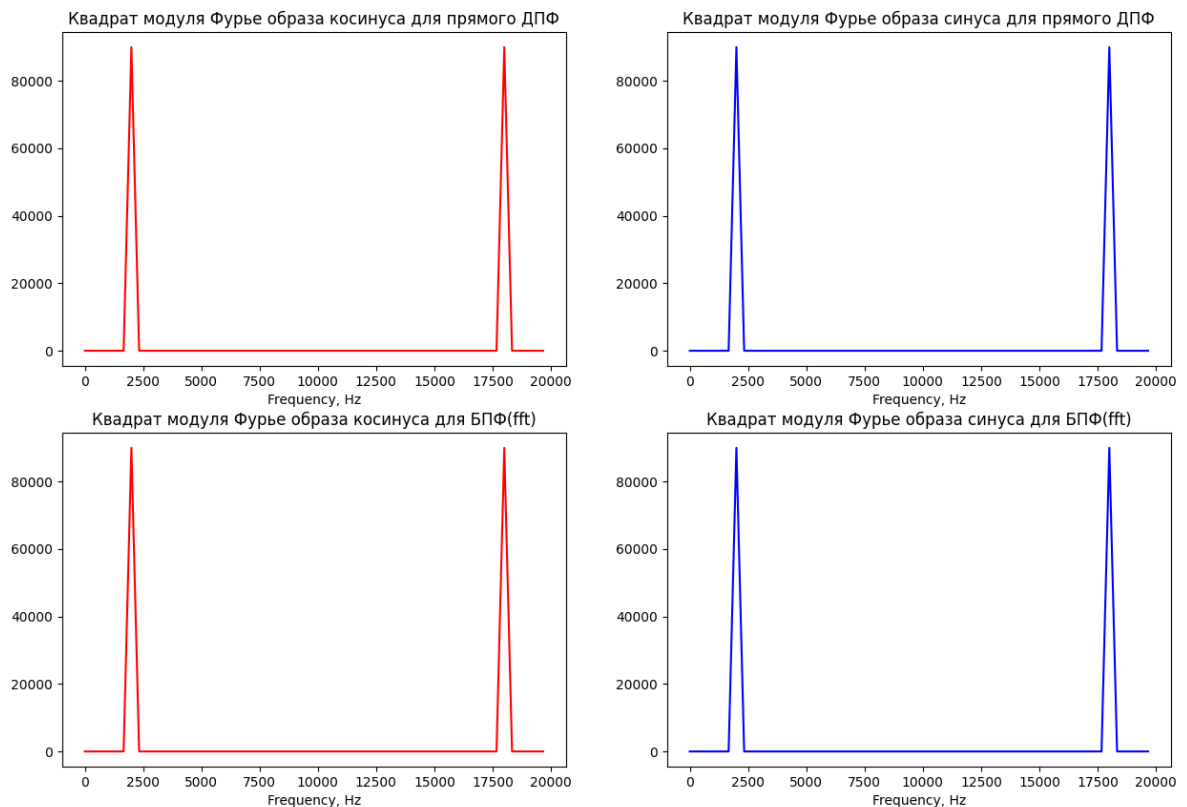
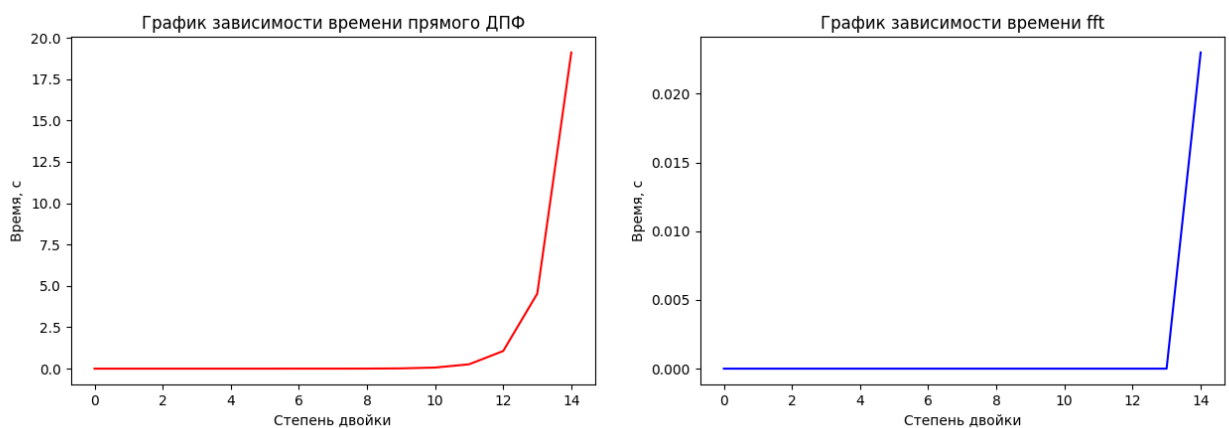


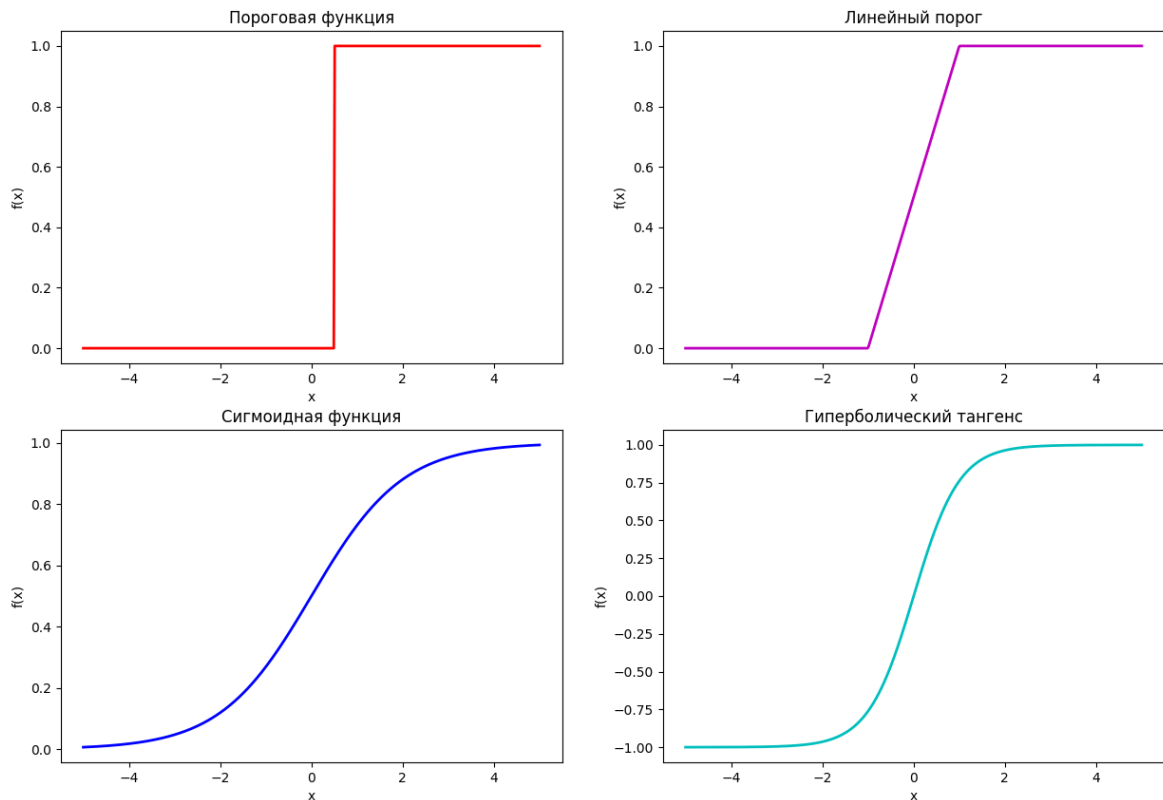
График зависимости времени обработки от размерности исходного массива (Файл *Lab_1_5.ipynb*)



Задание №3.3. Программирование функций активации нейрона.

Написать программу-функцию, реализующую вычисление и отображение функций активации, представленных в разделе 2. Результат представить в виде m -функции, на вход которой поступает массив входных данных v , а также, если требуется, параметр α , а в результате ее выполнения производится прорисовка требуемой функции активации.

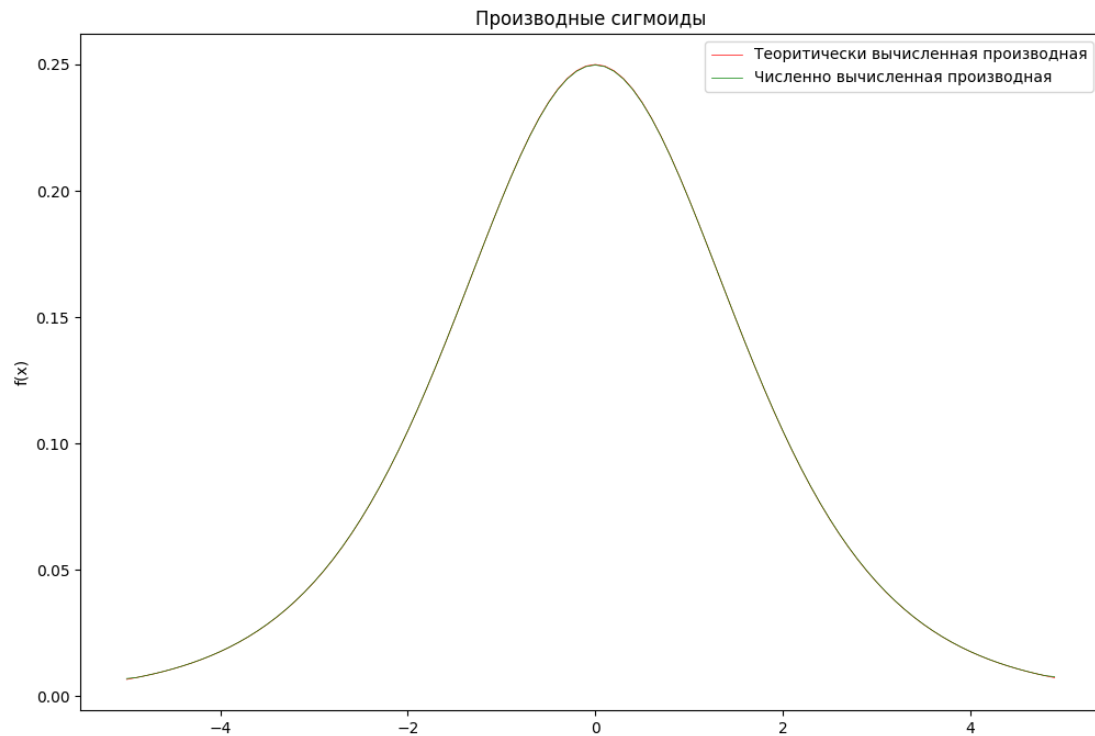
Файл *Lab_1_6.ipynb*



Задание №3.4. Производная сигмоидной функции.

Вычислите (теоретически и численно) производную сигмоидной функции (п. 2.3) и представьте на графике.

Файл *Lab_1_7.ipynb*



Приближенный фрагмент:

