

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ

Институт системной и программной инженерии  
и информационных технологий (Институт СПИНТех)

Лабораторная работа № 2

Нейрон Мак-Каллока — Питтса. Перцептрон.

Логические нейронно-сетевые операции.

Выполнил:

Никаноров В.Д. гр. ПИН-41

Проверил преподаватель:

проф., д.ф.-м. н. Рычагов М.Н.

Москва, 2025

## Задание №2.1. Функционирование простых нейронов. Перцептрон

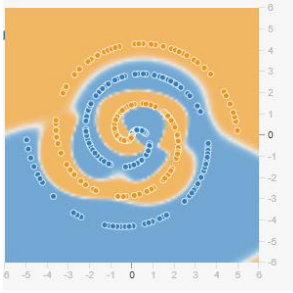
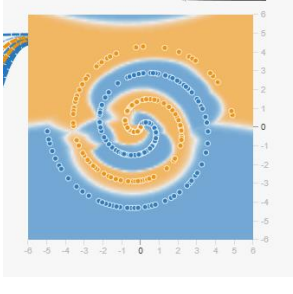
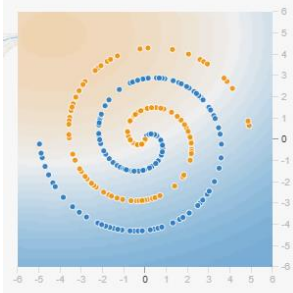
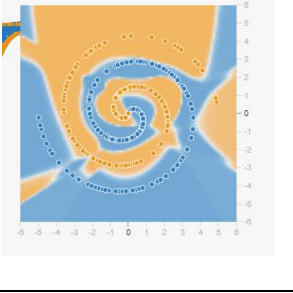
В Лабораторной работе 1 были запрограммированы следующие функции активации нейрона: а) единичный скачок или пороговая функция; б) кусочно-линейная функция; в) сигмоидная функция; г) гиперболический тангенс. Какие функции активации следует использовать для решения набора данных (датасета) со спиралью? Какие из этих функций имеют производные (наличие производной функции активации, как будет показано далее в лекционном курсе, позволяет использовать эффективный алгоритм обратного распространения ошибки для обучения нейронной сети).

### Выбор функции активации для датасета со спиралью



Поскольку спирали находятся друг от друга на небольшом расстоянии, и необходимо четко разделять их, то наиболее подходящими являются быстро возрастающие функции активации: пороговая функция и гиперболический тангенс. Поскольку радиус спиралей увеличивается и не является постоянным, а форма разделяющей области не является простой, то гиперболический тангенс является более предпочтительным и на практике показывает наилучший результат:

## Результаты применения функций активации на практике

<p>Гиперболический тангенс на практике показывает наилучший результат</p>	<p>OUTPUT</p> <p>Test loss 0.005 Training loss 0.000</p> 
<p>Пороговая функция также даёт хороший результат, хотя немного уступает гиперболическому тангенсу в точности классификации</p>	<p>OUTPUT</p> <p>Test loss 0.008 Training loss 0.006</p> 
<p>Линейная функция для решения задачи неприменима</p>	<p>OUTPUT</p> <p>Test loss 0.492 Training loss 0.465</p> 
<p>Использование сигмоиды даёт приемлемый результат, но только после длительного обучения:</p>	<p>OUTPUT</p> <p>Test loss 0.039 Training loss 0.008</p> 

## Производные функций активации

а) Пороговая функция не имеет производной. Она не является непрерывной в точке порога, следовательно, не дифференцируема в ней.

б) Кусочно-линейная функция – имеет производную. Она также будет кусочно-постоянной функцией, изменяющейся в точках перехода между сегментами. На сегменте “подъёма” производная равна коэффициенту наклона этой прямой, в остальных сегментах она равна 0.

в) Сигмоидная функция – имеет производную. Она была рассмотрена в лабораторной работе №1 и вычисляется по формуле

$$\frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$$

г) Гиперболический тангенс – имеет производную, равную

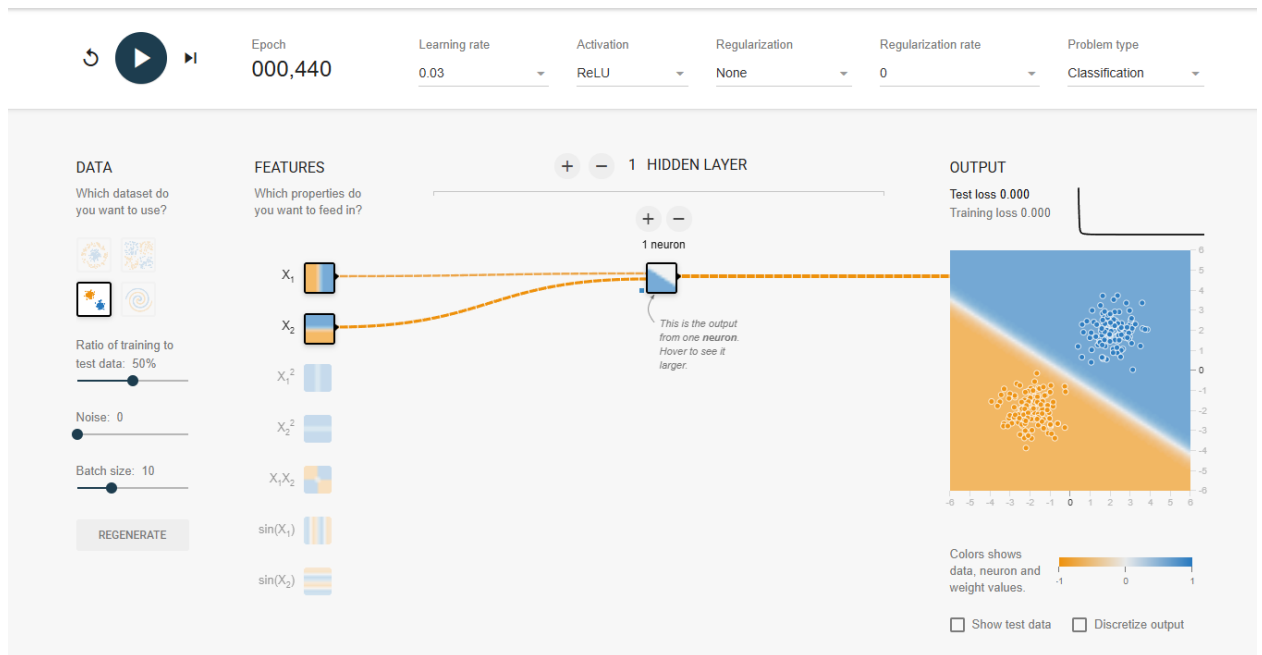
$$1 - \tanh^2(x)$$

## Задание № 2.2. Решения задачи классификации для различных датасетов (GUI-реализация)

Ваша задача для каждого из 4 датасетов спроектировать нейронную сеть, которая классифицировала бы точки. Для начала используйте на входе только  $x_1$  и  $x_2$ . Объясните свое решение.

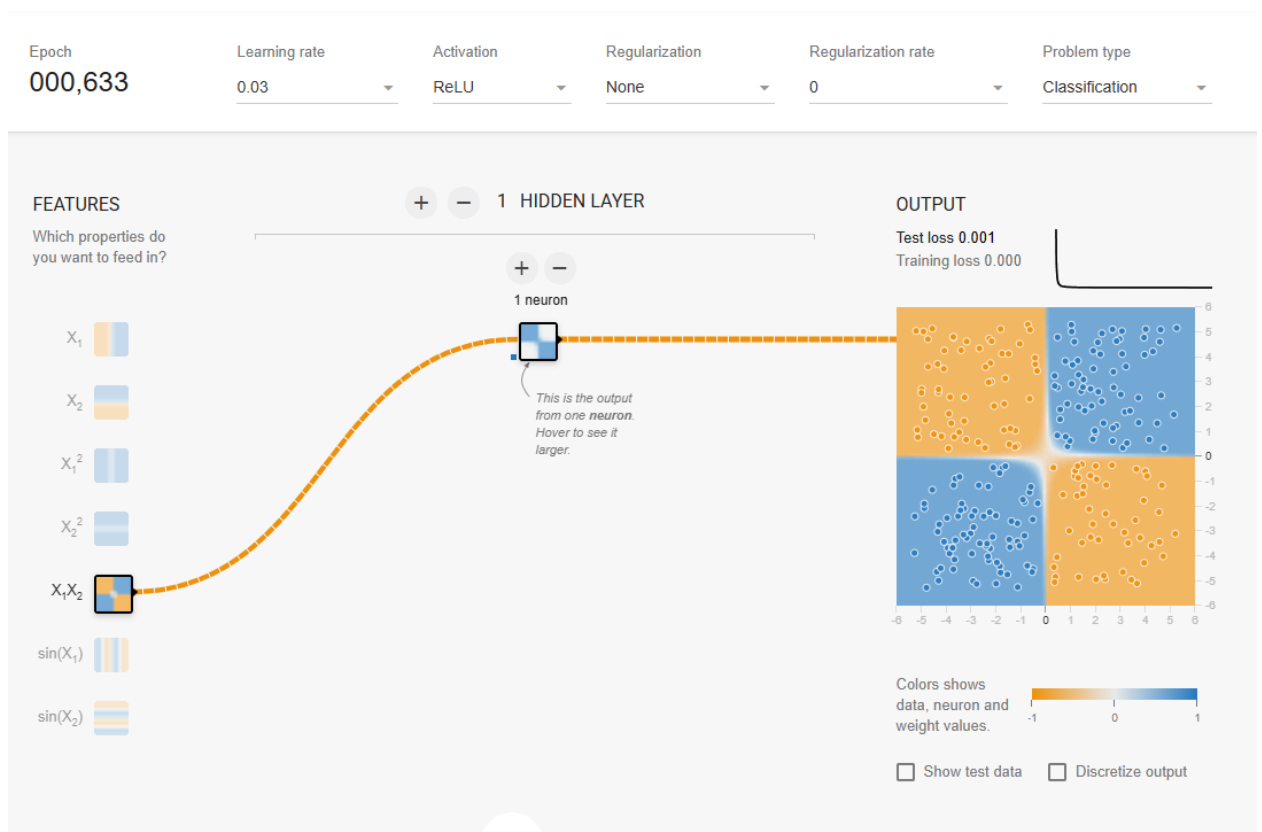
### Датасет №1

Данное разделение может быть произведено одной прямой линией, а координат точек достаточно для классификации. По этим причинам используются только входы  $x_1$  и  $x_2$ , а также один скрытый слой с одним нейроном и пороговой функцией активации:



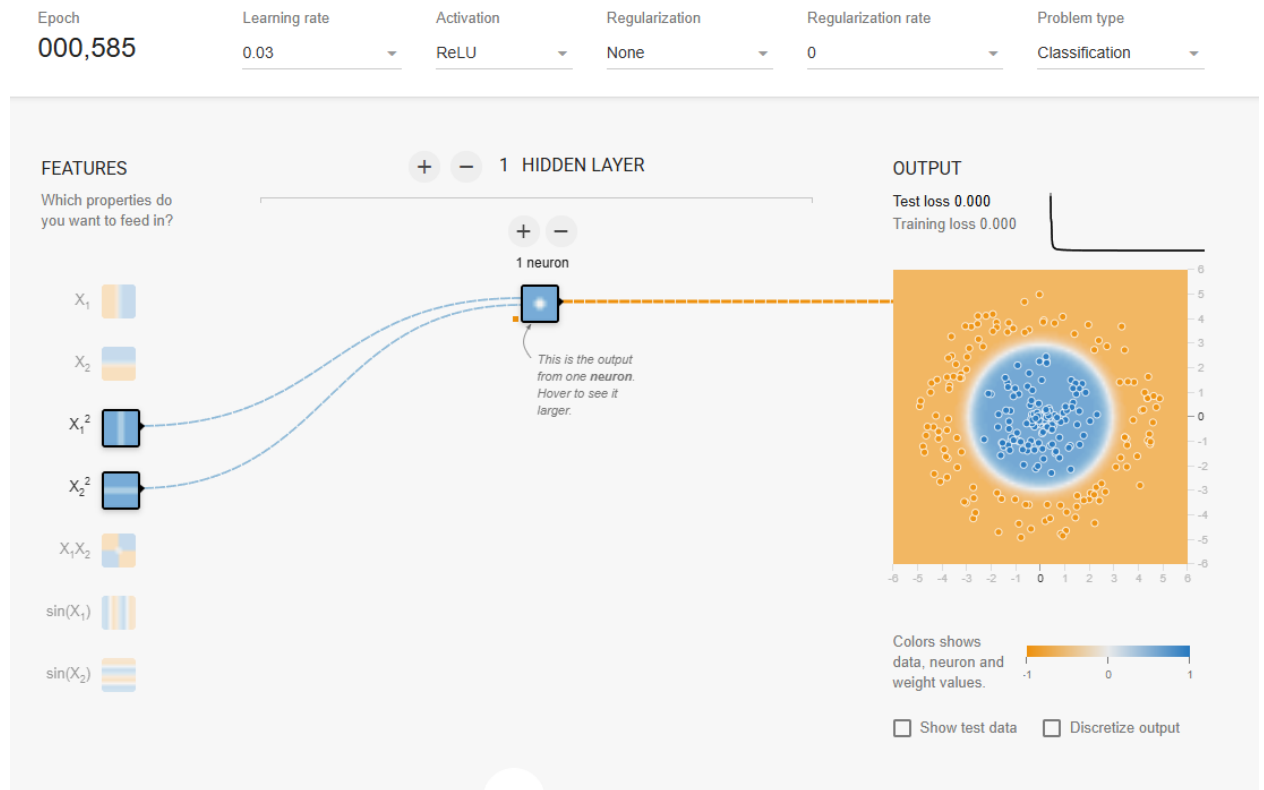
## Датасет №2

Разделение множеств соответствует знаку произведения координат точек, поэтому наиболее информативными из входных данных является произведение координат  $x_1 x_2$ . Как и в прошлом примере разделение имеет простую форму, поэтому выбрана такая же архитектура



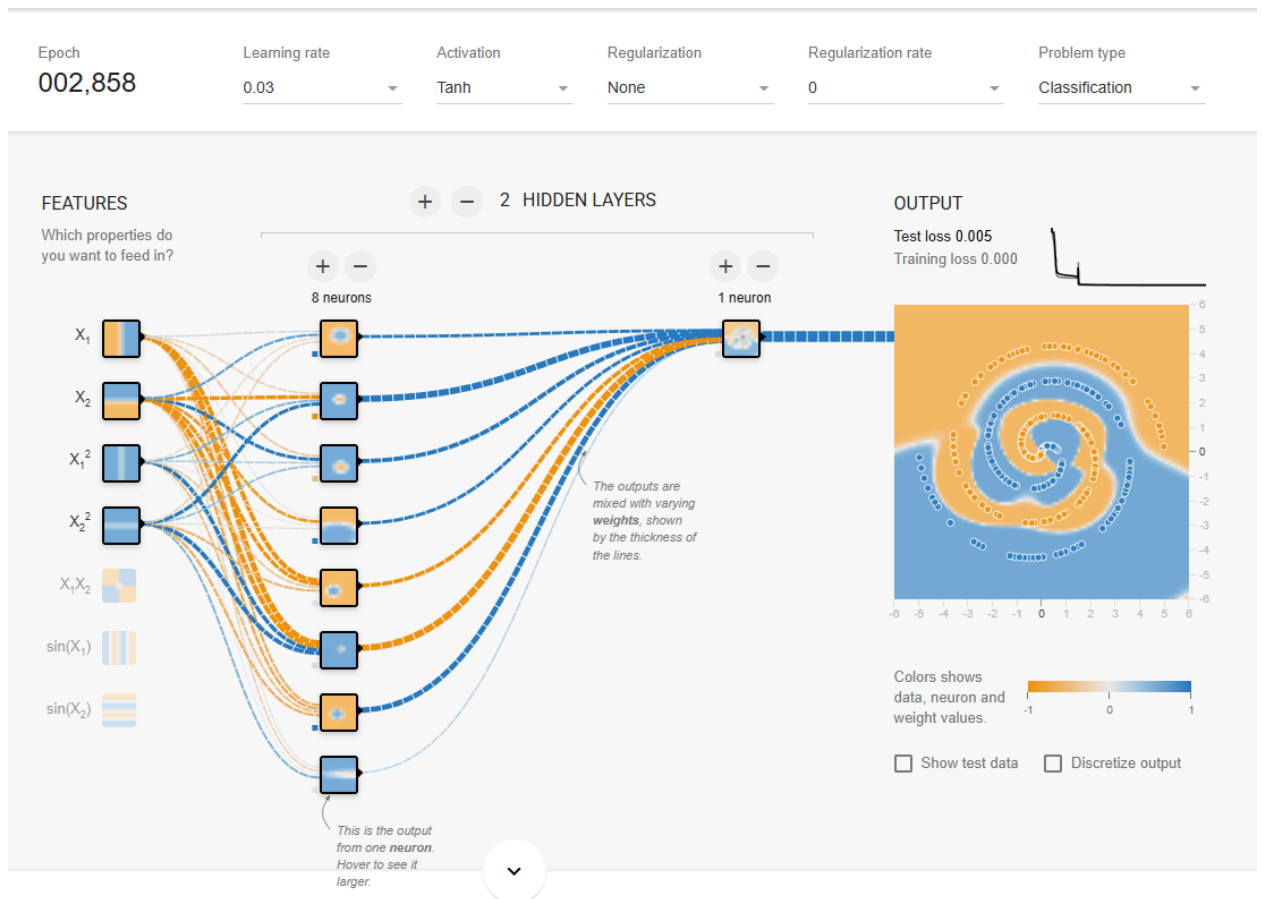
### Датасет №3

Поскольку разделение в данном случае определяется близостью точек к началу координат, то оптимальными входными данными являются квадраты координат (т. к. расстояние до начала координат  $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ ). Разделение вновь можно провести одной линией, а область разделения имеет простую форму, поэтому архитектура остаётся неизменной.



### Датасет №4

Разделяемые множества имеют форму спиралей, поэтому для их классификации стоит использовать как квадраты координат, которые позволяют оценить радиус спирали, так и сами координаты (т. к. радиус спирали не является постоянным в разных областях). Область разделения имеет сложную форму, поэтому был добавлен скрытый слой с 8 (максимально возможное кол-во) нейронами. Выбор гиперболического тангенса в качестве функции активации был рассмотрен в задании №2.1.



### Задание № 3. Программная реализация

В ноутбуке находится функция *McCulloch\_Pitts\_OR*, реализующая вычисление логической функции «ИЛИ» с использованием нейрона МакКаллока-Питтса. Изучите код программы и продемонстрируйте ее правильную работу.

Файл Lab\_2\_1.ipynb

Демонстрация правильной работы:

```
Введите веса
Вес w1 = 1
Вес w2 = 1
Введите величину порога
Порог = 0.5
Значения на входах нейрона
[0, 0, 1, 1]
[0, 1, 0, 1]
Значение на выходе нейрона
[0, 1, 1, 1]
Нейрон МакКаллока-Питтса для функции "ИЛИ" (англ. "OR")
Веса нейрона
1.0
1.0
Пороговое значение
0.5
```

#### Задание № 4.1. Логическая нейронно-сетевая операция «И» (программная реализация)

Используя функцию McCulloch\_Pitts\_OR, напишите функцию McCulloch\_Pitts\_AND, реализующую вычисление логической функции «И» с использованием нейрона Мак-КаллокаПиттса

Файл Lab\_2\_2.ipynb

Пример работы:

```
Введите веса
Вес w1 = 1
Вес w2 = 1
Введите величину порога
Порог = 1.5
Значения на входах нейрона
[0, 0, 1, 1]
[0, 1, 0, 1]
Значение на выходе нейрона
[0, 0, 0, 1]
Нейрон МакКаллока-Питтса для функции "И" (англ. "AND")
Веса нейрона
1.0
1.0
Пороговое значение
1.5

Process finished with exit code 0
```

#### Задание №4.2. Логическая нейронно-сетевая операция «И» в биполярной логике

Используя функцию McCulloch\_Pitts\_AND, напишите функцию McCulloch\_Pitts\_AND\_bipolar, реализующую вычисление логической функции «И» с использованием нейрона Мак-КаллокаПиттса с биполярными входами и выходами

Файл Lab\_2\_3.ipynb

Пример работы:



```

Введите веса
Вес w1 = 1
Вес w2 = 1
Введите величину порога
Порог = 0.5
Значения на входах нейрона
[-1, -1, 1, 1]
[-1, 1, -1, 1]
Значение на выходе нейрона
[-1, -1, -1, 1]
Нейрон МакКаллока-Питса для функции "И" (англ. "AND") в биполярной логике
Веса нейрона
1.0
1.0
Пороговое значение
0.5

```

### Задание №4.3. Реализация логической операции «Исключающее-ИЛИ» (англ. XOR) с помощью 2-х слойного перцептрона

Используя программу ранее подготовленные коды, написать программу McCulloch\_Pitts\_XOR, реализующую нейросетевое вычисление логической функции «Исключающее ИЛИ» (англ. XOR).

Файл Lab\_2\_4.ipynb

Пример работы:

```

Введите веса для входного слоя
Вес w_11 = 2
Вес w_12 = -1
Вес w_21 = -1
Вес w_22 = 2
Введите веса для скрытого слоя
Вес w11 = 2
Вес w12 = 2
Введите величину порога
Порог = 1.5
Перцептрон для функции XOR с использованием нейронов МакКаллока-Питса с архитектурой 2-1-1
Веса нейронов входного слоя:
w_11 = 2.0
w_12 = -1.0
w_21 = -1.0
w_22 = 2.0
Веса нейрона скрытого слоя:
w11 = 2.0
w12 = 2.0
Пороговое значение
1.5
Значения на входах сети:
x1 = [0, 0, 1, 1]
x2 = [0, 1, 0, 1]
Значения на выходе сети:
y = [0, 1, 1, 0]

```