

动态规划--最优子结构

2021年11月15日 星期一 下午 4:03

动态规划的穷举有点特别，因为这类问题存在「重叠子问题」，如果暴力穷举的话效率会极其低下，所以需要「备忘录」或者「DP table」来优化穷举过程，避免不必要的计算。

重叠子问题、最优子结构、状态转移方程就是动态规划三要素。
写出状态方程就能解

$$f(n) = \begin{cases} 1, n = 1, 2 \\ f(n-1) + f(n-2), n > 2 \end{cases}$$

「备忘录」：减除冗余的递归树

每次算出某个子问题的答案后别急着返回，先记到「备忘录」里再返回；每次遇到一个子问题先去「备忘录」里查一查，如果发现之前已经解决过这个问题了，直接把答案拿出来用，不要再耗时去计算了。

一般使用一个数组充当这个「备忘录」，当然你也可以使用哈希表（字典），思想都是一样的。

带备忘录的递归解法中的「备忘录」，最终完成后就是 DP table，

「状态压缩」，如果我们发现每次状态转移只需要 DP table 中的一部分，那么可以尝试用状态压缩来缩小 DP table 的大小，只记录必要的数

确定状态方程：

1. 确定basecase，多写一些，画出来更好看出状态方程

2. 确定状态，dp[i]是什么

注意状态包含当前的所有选择，选择影响状态，不能让状态变成既定

3. 确定选择，也就是状态因什么而变，确定本状态因什么于前状态发生改变。

解题：

1. 递归减冗余分支，用备忘录 —— 自顶向下

2. 迭代dp table解状态方程 —— 自底向上

一般来说两种都可以，遍历方向相反

求最值，先考虑一下贪心局部最优能不能作为全局，贪心快。

题目：

爬梯子

买卖股票

最大子序和

模板

//dp[i]代表什么

int[] dp = new int[n+1];

//base case:

dp[1] = 1;

dp[2] = 2;

dp[3] = 3;

dp[4] = 5;

dp[5] = 8;

//数学归纳

//dp[i-2]+dp[i-1]=dp[i];

for(int i=3; i<n+1; i++) {

dp[i] = dp[i-2]+dp[i-1];

}

return dp[n];

初始化 base case

dp[0][0][...] = base

进行状态转移

for 状态1 in 状态1的所有取值:

for 状态2 in 状态2的所有取值:

for ...

dp[状态1][状态2][...] = 求最值(选择1, 选择2...)

回溯 ——DFS

2021年11月19日 星期五 下午 10:15

回溯 = 暴力穷举，解决一个回溯问题，实际上就是一个决策树的遍历过程。

3 个问题：

- 1、路径：也就是已经做出的选择。
- 2、选择列表：也就是你当前可以做的选择。
- 3、结束条件：也就是到达决策树底层，无法再做选择的条件。

Template模板

```
result = []  
def backtrack(路径, 选择列表):  
    if 满足结束条件:  
        result.add(路径)  
        return  
  
    for 选择 in 选择列表:  
        做选择  
        backtrack(路径, 选择列表)  
        撤销选择
```

二叉树

2021年11月15日 星期一 下午 10:00

二叉树相关题目最核心的思路是明确当前节点需要做的是事情是什么。

双指针

2021年11月19日 星期五 下午 10:15

双指针：

- 1.快慢指针：链表，归并排序、中值、链表成环
- 2.左右指针：反转数组、
- 3.滑动窗口：子串问题 [滑动窗口](#)

BFS算法

2021年11月19日 星期五 下午 10:15

核心是利用队列这种数据结构。

且 BFS 算法常见于**求最值**的场景，因为 BFS 的算法逻辑保证了**算法第一次到达目标时的代价是最小的**。

最小深度，最小路径

原理：

层级遍历：queue存放一层的节点，queue.poll() 判断当前节点是否有target，如果没有，queue.offer(相邻的点)，step++。Set<> visited 避免走回头路

二分搜索

2021年11月19日 星期五 下午 10:16

分析二分查找的一个技巧是：**不要出现 else，而是把所有情况用 else if 写清楚，这样可以清楚地展现所有细节。**

滑动窗口

2021年11月19日 星期五 下午 10:16

算法框架

滑动窗口算法的思路是这样：

- 1、我们在字符串 S 中使用双指针中的左右指针技巧，初始化 $left = right = 0$ ，把索引左闭右开区间 $[left, right)$ 称为一个「窗口」。
- 2、我们先不断地增加 $right$ 指针扩大窗口 $[left, right)$ ，直到窗口中的字符串符合要求（包含了 T 中的所有字符）。
- 3、此时，我们停止增加 $right$ ，转而不断增加 $left$ 指针缩小窗口 $[left, right)$ ，直到窗口中的字符串不再符合要求（不包含 T 中的所有字符了）。同时，每次增加 $left$ ，我们都要更新一轮结果。
- 4、重复第 2 和第 3 步，直到 $right$ 到达字符串 S 的尽头。

这个思路其实也不难，第 2 步相当于在寻找一个「可行解」，然后第 3 步在优化这个「可行解」，最终找到最优解。

左右指针轮流前进，窗口大小增增减减，窗口不断向右滑动，这就是「滑动窗口」这个名字的来历。

四个问题：

- 1、当移动 $right$ 扩大窗口，即加入字符时，应该更新哪些数据？
- 2、什么条件下，窗口应该暂停扩大，开始移动 $left$ 缩小窗口？
- 3、当移动 $left$ 缩小窗口，即移出字符时，应该更新哪些数据？
- 4、我们要的结果应该在扩大窗口时还是缩小窗口时进行更新？

Tips:

要注意 $right$ 和 $left$ 的实时值，因为会提前 $++$ ；

其他（包括java内部函数）

异或（计不同）：只出现一次的数字，汉明距离

2021年11月15日 星期一 下午 10:01

java内部函数：三大： Map Set List

HashMap<Integer, Integer>

HashSet:

List: ArrayList

```
List<Integer> ret = new ArrayList<Integer>();  
List.add();  
List.length;  
sites.set(2, "Wiki");
```

```
sites.isEmpty();  
sites.remove();
```

```
Map<TreeNode, Integer> memo = new HashMap<>();  
常用方法:  
memo.size()  
memo.containsKey(root)  
memo.get(root)  
memo.put(root, Math.max(rootRob, rootNoRob))  
memo.getOrDefault(c, 0)+1
```

```
Queue<TreeNode> q = new LinkedList<TreeNode>();  
Size();
```

String 类 常用方法:

s.charAt(index)

s.length()

s.contains(sub); // boolean

s.substring(start, end=边界+1)

Str1.concat(String str2) 2接在1后面

Char array 可直接new一个string

char[] newS = new char[s.length()];

String newString = new String(newS);

或者用stringbuffer

```
StringBuffer sb = new StringBuffer();  
for (char j : i) {  
    sb.append(j);  
}  
sb.toString()
```

使用 Java 的读者要尤其警惕语言特性的陷阱。Java 的 Integer, String 等类型判定相等应该用 equals 方法而不能直接用等号 ==, 这是 Java 包装类的一个隐晦细节。所以在左移窗口更新数据的时候, 不能直接改写为 window.get(d) == need.get(d), 而要用 window.get(d).equals(need.get(d)), 之后的题目代码同理。

Brian Kernighan 算法: $f(x) = x \& (x-1)$,

那么 $f(x)$ 恰为 x 删去其二进制的最后一个 1。删除为 0 所用的次数即为 1 的个数。

数组、链表、队列栈

2021年11月15日 星期一 下午 10:00

链表 字符串 数组：都是双指针！！！！ 双指针

寻找回文串的核心思想是从中心向两端扩展，或者双指针从两头往中间。

回文链表：

借助二叉树后序遍历的思路，不需要显式反转原始链表也可以倒序遍历链表，**然后比较反转链表和原始链表。**

反转链表：

```
ListNode reverse(ListNode head) {  
    //base case  
    if (head.next == null) return head;  
    //后序遍历  
    ListNode last = reverse(head.next);  
    //本后节点交换顺序  
    head.next.next = head;  
    head.next = null;  
  
    return last;  
}
```

细节上是这么个意思，但是本算法的宏观递归的思维是：head 可能是中间的某节点

1. 反转这个节点的后续链表，并将reverse的头节点赋给last
head -> reverse(head.next)
2. 本后倒序：将后续链表的next指向自己，自己指向null

单链表题型，基本都是用的双指针

- 1、合并两个有序链表
- 2、合并 k 个有序链表
- 3、寻找单链表的倒数第 k 个节点 $0, k \rightarrow n-k, n$
- 4、寻找单链表的中点 slow, fast
- 5、判断单链表是否包含环并找出环起点 slow k , fast $2k$ 环 $C = k$ 倍
- 6、判断两个单链表是否相交并找出交点 $a+b = b+a$ --不能修改链表结构

图——拓扑排序

2021年12月4日 星期六 下午 4:31

图存储：

```
List<Integer>[] graph = new LinkedList[numCourses];
```

Graph[s] 是一个列表，存着s指向的节点

Union-Find算法

2021年12月14日 星期二 下午 6:11

思想：分门别类，无监督聚类，或者指定一个作为类别始祖。

Union-Find算法主要实现下面这个API：

```
class UF {  
    /* 将 p 和 q 连接 */  
    public void union(int p, int q);  
    /* 判断 p 和 q 是否连通 */  
    public boolean connected(int p, int q);  
    /* 返回图中有多少个连通分量 */  
    public int count();  
}
```

- 1、自反性：节点 p 和 p 是连通的。
- 2、对称性：如果节点 p 和 q 连通，那么 q 和 p 也连通。
- 3、传递性：如果节点 p 和 q 连通， q 和 r 连通，那么 p 和 r 也连通。

应用思路：

主要思路是适时增加虚拟节点，想办法让元素「分门别类」，建立动态连通关系。

编译器判断同一个变量的不同引用，比如社交网络中的朋友圈计算等等。

UnionFind实现：数组实现森林

主要时间损耗产生就是在Find()产生的，有两层优化，一个优化连接结构，一个优化层数，双层优化达到最平衡的UF森林。

```
class UF {  
    // 连通分量个数  
    private int count;  
    // 存储一棵树  
    private int[] parent;  
    // 记录树的「重量」  
    private int[] size;  
  
    // n 为图中节点的个数  
    public UF(int n) {  
        this.count = n;  
        parent = new int[n];  
        size = new int[n];  
        for (int i = 0; i < n; i++) {  
            parent[i] = i;  
            size[i] = 1;  
        }  
    }  
  
    // 将节点 p 和节点 q 连通  
    public void union(int p, int q) {  
        int rootP = find(p);  
        int rootQ = find(q);  
        if (rootP == rootQ)  
            return;  
    }  
}
```

```

// 小树接到大树下面，较平衡
if (size[rootP] > size[rootQ]) {
    parent[rootQ] = rootP;
    size[rootP] += size[rootQ];
} else {
    parent[rootP] = rootQ;
    size[rootQ] += size[rootP];
}
// 两个连通分量合并成一个连通分量
count--;
}

// 判断节点 p 和节点 q 是否连通
public boolean connected(int p, int q) {
    int rootP = find(p);
    int rootQ = find(q);
    return rootP == rootQ;
}

// 返回节点 x 的连通分量根节点
private int find(int x) {
    while (parent[x] != x) {
        // 进行路径压缩
        // find 函数每次向树根遍历的同时，顺手将树高缩短了
        parent[x] = parent[parent[x]];
        x = parent[x];
    }
    return x;
}

// 返回图中的连通分量个数
public int count() {
    return count;
}
}

```

