Обобщенный алгоритм нахождения катакаустики оптической системы

**Человек:** Автором работы предложен алгоритм определения катакаустики в оптической системе "источник-отражатель" на плоскости. Катакаустикой называется огибающая отраженных лучей от заданной кривой и исследование катакаустики при проектировании оптических систем является одной из основных задач. В работе приведены примеры решения данной задачи и представлена соответствующая визуализация. Особое внимание уделено задачам, где источник и отражатель имеют криволинейную форму, т.к. данные задачи в научной литературе ранее рассмотрены не были. Представленный алгоритм базируется на циклографической проекции пространственной кривой линии и ее оптическому свойству. Он обладает универсальностью и подходит для всех задач, где источник оптического излучения задается в виде центрального (точечного), параллельного или рассеянного пучка прямых (световых лучей). Главным преимуществом алгоритма является то, что в итоге получается аналитическое, т.е. точное решение задачи определения катакаустики. Результаты работы могут быть использованы в прикладных областях геометрической оптики, а также в различных системах автоматизированного проектирования, специализирующихся на моделировании освещения геометрических объектов.

**Key words:** геометрическое моделирование, геометрическая оптика, циклографическое отображение, катакаустика, оптическое преобразование, волновой фронт, источник, приемник, отражатель, алгоритм

=================================

**FastText\_KMeans\_Clean:** С развитием технологического прогресса во многих сферах промышленности, например, в лазерной техники, оптике или компьютерной графике, возникает задача поиска катакаустики, когда источник может быть криволинейной формы и пучок лучей от него является рассеянным [9]. В общем случае циклографическая проекция кривой линии представляет собой две ветви огибающей и обладает известным оптическим свойством [12,15]: если принять одну из ветвей огибающей за источник излучения, а другую за приемник, то лучи света, вышедшие по нормали от линии-источника, отразившись от ортогональной проекции пространственной кривой (отражателя), попадут на линию-приемник по нормали к ней. Описание алгоритма нахождения катакаустики. Примеры работоспособности алгоритма. По отражателю восстанавливается проецирующая цилиндрическая поверхность Φ и определяется линия пересечения l =Ψ Φ (рис. 3). Последующие вычислительные операции соответствуют вышеприведенному алгоритму, представленному на рис.1. Сегментам сплайна, моделирующим источник излучения, ставятся в соответствие α -поверхности Ψ 1 и Ψ 2 соответственно, а отражателю – проецирующая цилиндрическая поверхность Φ . Выводы и заключение.

**Key words part:** 0.7083333333333334

=================================

**FastText\_KMeans\_Raw/:** С развитием технологического прогресса во многих сферах промышленности, например, в лазерной техники, оптике или компьютерной графике, возникает задача поиска катакаустики, когда источник может быть криволинейной формы и пучок лучей от него является рассеянным [9]. В общем случае циклографическая проекция кривой линии представляет собой две ветви огибающей и обладает известным оптическим свойством [12,15]: если принять одну из ветвей огибающей за источник излучения, а другую за приемник, то лучи света, вышедшие по нормали от линии-источника, отразившись от ортогональной проекции пространственной кривой (отражателя), попадут на линию-приемник по нормали к ней. Алгоритм нахождения катакаустики оптической системы. Проведение вычислительных экспериментов показало, что предложенный алгоритм универсален и позволяет решить ранее нерассматриваемые подобные задачи.

**Key words part:** 0.7083333333333334

=================================

**FastText\_PageRank\_Clean/:** Теория каустик напрямую связана с одним из разделов современной математики – теорией катастроф [6]. Метод циклографического отображения появился в конце девятнадцатого века [10]. Описание алгоритма нахождения катакаустики. Примеры работоспособности алгоритма. Эллипс описывается уравнением:. Уравнение α -конуса Ψ имеет вид: . Итоговый результат представлен на рис. 6. Выводы и заключение.

**Key words part:** 0.5416666666666666

=================================

**FastText\_PageRank\_Raw/:** Каустика представляет собой огибающую отраженных (или преломленных) лучей. Метод циклографического отображения появился в конце девятнадцатого века [10]. Описание алгоритма нахождения катакаустики. Примеры работоспособности алгоритма. Эллипс описывается уравнением:. Затем находится линия пересечения l =( Ψ 1Ψ 2)Φ (рис. 5). Итоговый результат представлен на рис. 6. Выводы и заключение.

**Key words part:** 0.5416666666666666

=================================

**Mixed\_ML\_TR/:** При исследовании катакаустик в оптических системах исходным источником света, как правило, является либо точечный (центральный) источник, либо бесконечно удаленный (параллельный) [8]. В общем случае циклографическая проекция кривой линии представляет собой две ветви огибающей и обладает известным оптическим свойством [12,15]: если принять одну из ветвей огибающей за источник излучения, а другую за приемник, то лучи света, вышедшие по нормали от линии-источника, отразившись от ортогональной проекции пространственной кривой (отражателя), попадут на линию-приемник по нормали к ней. В работе ставится задача получения обобщенного алгоритма нахождения катакаустики оптической системы при заданных источнике и отражателе, имеющих криволинейную форму. Для рассеянного пучка, заданного некоторой кривой, строится α -поверхность. Одна из построенных ветвей циклографической проекции , например линия , совпадет с источником, а другая, - линия , будет искомым приемником. Найдем катакаустику системы, в которой источник излучения задан центральным (точечным) пучком лучей и имеет координаты A (-3;0), а отражатель представляет собой эллипс, расположенный в центре системы координат. По формулам (3) получаем циклографическую проекцию линии пересечения l . Проведение вычислительных экспериментов показало, что предложенный алгоритм универсален и позволяет решить ранее нерассматриваемые подобные задачи. Тем не менее, алгоритм требует вычислительных ресурсов большого объема в случае, когда исходными кривыми являются кривые высоких порядков.

**Key words part:** 0.6666666666666666

=================================

**MultiLingual\_KMeans/:** При исследовании катакаустик в оптических системах исходным источником света, как правило, является либо точечный (центральный) источник, либо бесконечно удаленный (параллельный) [8]. В работе ставится задача получения обобщенного алгоритма нахождения катакаустики оптической системы при заданных источнике и отражателе, имеющих криволинейную форму. Для рассеянного пучка, заданного некоторой кривой, строится α -поверхность. Одна из построенных ветвей циклографической проекции , например линия , совпадет с источником, а другая, - линия , будет искомым приемником. По формулам (3) получаем циклографическую проекцию линии пересечения l . Проведение вычислительных экспериментов показало, что предложенный алгоритм универсален и позволяет решить ранее нерассматриваемые подобные задачи. Тем не менее, алгоритм требует вычислительных ресурсов большого объема в случае, когда исходными кривыми являются кривые высоких порядков.

**Key words part:** 0.6666666666666666

=================================

**Multilingual\_PageRank/:** Метод циклографического отображения появился в конце девятнадцатого века [10]. Современные информационные системы и технологии позволили развить и применить этот метод для решения широкого спектра актуальных научно-технических задач [11-14]. Примеры работоспособности алгоритма. Итоговый результат представлен на рис. 6. Проведение вычислительных экспериментов показало, что предложенный алгоритм универсален и позволяет решить ранее нерассматриваемые подобные задачи. Тем не менее, алгоритм требует вычислительных ресурсов большого объема в случае, когда исходными кривыми являются кривые высоких порядков. Для решения такой задачи, как правило, придется прибегнуть к численным методам расчета. Выводы и заключение.

**Key words part:** 0.5

=================================

**RuBERT\_KMeans\_Without\_ST/:** В прикладных областях, где активно применяются оптические системы отражения и преломления, работающие по законам геометрической оптики, в процессе геометрического расчета используются фокальные кривые, называемые каустиками. С развитием технологического прогресса во многих сферах промышленности, например, в лазерной техники, оптике или компьютерной графике, возникает задача поиска катакаустики, когда источник может быть криволинейной формы и пучок лучей от него является рассеянным [9]. Таким образом, образуется триада элементов, выполняющих оптическое преобразование, при этом в большинстве случаев возникает задача поиска одного элемента по двум другим [16-18]. Пусть задана кривая a 0 на плоскости, моделирующая источник излучения, в виде уравнений: . На рис. 1 представлен общий алгоритм нахождения катакаустики оптической системы. Найдем катакаустику системы, в которой источник излучения задан центральным (точечным) пучком лучей и имеет координаты A (-3;0), а отражатель представляет собой эллипс, расположенный в центре системы координат. Линия пересечения l проецирующей цилиндрической поверхности и α -конуса. Тем не менее, алгоритм требует вычислительных ресурсов большого объема в случае, когда исходными кривыми являются кривые высоких порядков.

**Key words part:** 0.75

=================================

**RuBERT\_KMeans\_With\_ST/:** Затем заданному криволинейному отражателю ставится в соответствие проецирующая цилиндрическая поверхность, и задача на первом этапе сводится к нахождению пространственной линии l пересечения данных поверхностей . Затем, по формулам (3) строится циклографическая проекция линии l . Линия состоит из двух ветвей, для которых по формулам (1) строятся эволюты, которые и представляют собой искомую катакаустику оптической системы. Линия пересечения l проецирующей цилиндрической поверхности и α -конуса.

**Key words part:** 0.5416666666666666

=================================

**RUBERT\_page\_rank\_Without\_ST/:** По терминологии Бернулли каустики отраженных лучей называются катакаустиками [1]. При исследовании катакаустик в оптических системах исходным источником света, как правило, является либо точечный (центральный) источник, либо бесконечно удаленный (параллельный) [8]. Современные информационные системы и технологии позволили развить и применить этот метод для решения широкого спектра актуальных научно-технических задач [11-14]. Способ формообразования этой поверхности заключается в следующем. Катакаустика оптической системы: точечный источник - эллиптический отражатель.

**Key words part:** 0.5416666666666666

=================================

**RUBERT\_page\_rank\_With\_ST/:** Требуется найти катакаустику этой системы. Примеры работоспособности алгоритма. Эллипс описывается уравнением:. Итоговый результат представлен на рис. 6. Выводы и заключение.

**Key words part:** 0.4583333333333333

=================================

**RUSBERT\_KMeans\_Without\_ST/:** В существующих методах получения катакаустик источник рассматривается как точечный с центральным пучком лучей, либо как прямолинейный с параллельным пучком. В работе ставится задача получения обобщенного алгоритма нахождения катакаустики оптической системы при заданных источнике и отражателе, имеющих криволинейную форму. В основу предлагаемого алгорима положено циклографическое отображение пространства на плоскость, а также оптическое свойство циклографической проекции кривой линии. Описание алгоритма нахождения катакаустики.

**Key words part:** 0.6666666666666666

=================================

**RUSBERT\_KMeans\_With\_ST/:** В основу предлагаемого алгорима положено циклографическое отображение пространства на плоскость, а также оптическое свойство циклографической проекции кривой линии. Следующим шагом будет построение циклографической проекции ранее найденой линии пересечения l . Эволюта линии-приемника и будет искомой катакаустикой оптической системы. Найдем катакаустику системы, в которой источник излучения задан центральным (точечным) пучком лучей и имеет координаты A (-3;0), а отражатель представляет собой эллипс, расположенный в центре системы координат. Поставим исходным элементам в соответствие их циклографические образы. Затем, по формулам (3) строится циклографическая проекция линии l .

**Key words part:** 0.625

=================================

**RUSBERT\_page\_rank\_Without\_ST/:** Способ формообразования этой поверхности заключается в следующем. Формула для координаты z имеет следующий вид:. Исходные данные системы "источник-отражатель" представлены на рис. 2. Итоговый результат представлен на рис. 6. Выводы и заключение.

**Key words part:** 0.375

=================================

**RUSBERT\_page\_rank\_With\_ST/:** Способ формообразования этой поверхности заключается в следующем. Формула для координаты z имеет следующий вид:. Исходные данные системы "источник-отражатель" представлены на рис. 2. Катакаустика в оптической системе с рассеянным источником излучения. Выводы и заключение.

**Key words part:** 0.5

=================================

**Simple\_PageRank/:** В прикладных областях, где активно применяются оптические системы отражения и преломления, работающие по законам геометрической оптики, в процессе геометрического расчета используются фокальные кривые, называемые каустиками. Расчет каустик широко применяется в геометрической оптике при исследовании интенсивности светового поля [2,3], в астрономии для определения геометрии небольших темных объектов (эффект гравитационной линзы) [4]. При исследовании катакаустик в оптических системах исходным источником света, как правило, является либо точечный (центральный) источник, либо бесконечно удаленный (параллельный) [8]. С развитием технологического прогресса во многих сферах промышленности, например, в лазерной техники, оптике или компьютерной графике, возникает задача поиска катакаустики, когда источник может быть криволинейной формы и пучок лучей от него является рассеянным [9]. В общем случае циклографическая проекция кривой линии представляет собой две ветви огибающей и обладает известным оптическим свойством [12,15]: если принять одну из ветвей огибающей за источник излучения, а другую за приемник, то лучи света, вышедшие по нормали от линии-источника, отразившись от ортогональной проекции пространственной кривой (отражателя), попадут на линию-приемник по нормали к ней. Найдем катакаустику системы, в которой источник излучения задан центральным (точечным) пучком лучей и имеет координаты A (-3;0), а отражатель представляет собой эллипс, расположенный в центре системы координат.

**Key words part:** 0.75

=================================

**TextRank/:** В общем случае циклографическая проекция кривой линии представляет собой две ветви огибающей и обладает известным оптическим свойством [12,15]: если принять одну из ветвей огибающей за источник излучения, а другую за приемник, то лучи света, вышедшие по нормали от линии-источника, отразившись от ортогональной проекции пространственной кривой (отражателя), попадут на линию-приемник по нормали к ней. В работе ставится задача получения обобщенного алгоритма нахождения катакаустики оптической системы при заданных источнике и отражателе, имеющих криволинейную форму. Найдем катакаустику системы, в которой источник излучения задан центральным (точечным) пучком лучей и имеет координаты A (-3;0), а отражатель представляет собой эллипс, расположенный в центре системы координат. Линия состоит из двух ветвей, для которых по формулам (1) строятся эволюты, которые и представляют собой искомую катакаустику оптической системы. В качестве более сложной задачи рассмотрим систему элементов (рис. 5 и 6), где источник излучения является рассеянным и его носителем служит кривая линия. Одна из ветвей циклографической проекции полностью совпадает с исходной линией источника, а другая является мнимым приемником по причине особого расположения относительно отражателя (рис. 5).

**Key words part:** 0.6666666666666666

=================================

**TF-IDF\_KMeans/:** В основу метода положено циклографическое отображение пространства R 3 на плоскость. В общем случае циклографическая проекция кривой линии представляет собой две ветви огибающей и обладает известным оптическим свойством [12,15]: если принять одну из ветвей огибающей за источник излучения, а другую за приемник, то лучи света, вышедшие по нормали от линии-источника, отразившись от ортогональной проекции пространственной кривой (отражателя), попадут на линию-приемник по нормали к ней. Таким образом, образуется триада элементов, выполняющих оптическое преобразование, при этом в большинстве случаев возникает задача поиска одного элемента по двум другим [16-18]. Таким образом, исходная кривая, моделирующая рассеянный пучок, и ее пространственная эволюта образуют α -поверхность, которая рассматривается как пространственный циклографический образ рассеянного пучка с носителем a 0:. Алгоритм нахождения катакаустики оптической системы. Найдем катакаустику системы, в которой источник излучения задан центральным (точечным) пучком лучей и имеет координаты A (-3;0), а отражатель представляет собой эллипс, расположенный в центре системы координат. Затем, по формулам (3) строится циклографическая проекция линии l . Линия пересечения l проецирующей цилиндрической поверхности и α -конуса.

**Key words part:** 0.75

=================================

**Текст:** В прикладных областях, где активно применяются оптические системы отражения и преломления, работающие по законам геометрической оптики, в процессе геометрического расчета используются фокальные кривые, называемые каустиками. Каустика представляет собой огибающую отраженных (или преломленных) лучей. По терминологии Бернулли каустики отраженных лучей называются катакаустиками [1]. Расчет каустик широко применяется в геометрической оптике при исследовании интенсивности светового поля [2,3], в астрономии для определения геометрии небольших темных объектов (эффект гравитационной линзы) [4]. Каустики находят широкое применение в исследованиях волновых фронтов, например, в изучении концентрации массы вещества во Вселенной [5]. Теория каустик напрямую связана с одним из разделов современной математики – теорией катастроф [6]. Каустики применяются при решении различных задач в акустики, сейсмологии, квантовой механике и др. областях [7]. С точки зрения геометрии катакаустика представляет собой эволюту волнового фронта, а множество линий, моделирующих волновой фронт, является по отношению к ней эвольвентами [17].. При исследовании катакаустик в оптических системах исходным источником света, как правило, является либо точечный (центральный) источник, либо бесконечно удаленный (параллельный) [8]. С развитием технологического прогресса во многих сферах промышленности, например, в лазерной техники, оптике или компьютерной графике, возникает задача поиска катакаустики, когда источник может быть криволинейной формы и пучок лучей от него является рассеянным [9]. Авторами работы предлагаются метод и алгоритм нахождения катакаустик для криволинейного источника и отражателя. В основу метода положено циклографическое отображение пространства R 3 на плоскость. Метод циклографического отображения появился в конце девятнадцатого века [10]. Современные информационные системы и технологии позволили развить и применить этот метод для решения широкого спектра актуальных научно-технических задач [11-14].. Суть циклографического метода заключается в том, что он позволяет отображать точку пространства R 3 на плоскость проекций z =0 в виде направленной окружности - цикла. Для пространственной кривой циклографической проекцией будет являться огибающая циклов, центры которых являются ортогональными проекциями точек на исходной пространственной кривой. В общем случае циклографическая проекция кривой линии представляет собой две ветви огибающей и обладает известным оптическим свойством [12,15]: если принять одну из ветвей огибающей за источник излучения, а другую за приемник, то лучи света, вышедшие по нормали от линии-источника, отразившись от ортогональной проекции пространственной кривой (отражателя), попадут на линию-приемник по нормали к ней. Таким образом, образуется триада элементов, выполняющих оптическое преобразование, при этом в большинстве случаев возникает задача поиска одного элемента по двум другим [16-18]. Метод циклографического отображения находит применение в решение ряда задач, существующих в геометрической оптике [12,17,18].. Постановка задачи. В существующих методах получения катакаустик источник рассматривается как точечный с центральным пучком лучей, либо как прямолинейный с параллельным пучком. В работе ставится задача получения обобщенного алгоритма нахождения катакаустики оптической системы при заданных источнике и отражателе, имеющих криволинейную форму. В основу предлагаемого алгорима положено циклографическое отображение пространства на плоскость, а также оптическое свойство циклографической проекции кривой линии.. Описание алгоритма нахождения катакаустики. Пусть на плоскости заданы источник и отражатель. Требуется найти катакаустику этой системы. В циклографической интерпретации задача сводится к получению эволюты приемника [17]. Для решения задачи каждому элементу системы на плоскости ставится в соответствие их пространственный циклографический образ. Например, центральному источнику излучения (точечному пучку лучей) ставится в соответствие проецирующий α -конус. Такой конус имеет полуугол при вершине равный α =45°. Параллельному пучку лучей, заданному на плоскости прямой линией, ставится в соответствие α -плоскость, наклоненная к плоскости проекций также под углом α =45°. Для рассеянного пучка, заданного некоторой кривой, строится α -поверхность. Способ формообразования этой поверхности заключается в следующем. Пусть задана кривая a 0 на плоскости, моделирующая источник излучения, в виде уравнений: . Для кривой a 0 находится ее эволюта b 0 по известным формулам [19]:. . . (1). Затем по эволюте b 0 восстанавливается пространственная эволюта b , координата z каждой точки которой равна радиусу кривизны линии a 0. Формула для координаты z имеет следующий вид:. . Таким образом, исходная кривая, моделирующая рассеянный пучок, и ее пространственная эволюта образуют α -поверхность, которая рассматривается как пространственный циклографический образ рассеянного пучка с носителем a 0:. . . . (2). Затем заданному криволинейному отражателю ставится в соответствие проецирующая цилиндрическая поверхность, и задача на первом этапе сводится к нахождению пространственной линии l пересечения данных поверхностей . Следующим шагом будет построение циклографической проекции ранее найденой линии пересечения l . Для этого воспользуемся известными в литературе формулами для циклографической проекции [11]:. . . (3). Одна из построенных ветвей циклографической проекции , например линия , совпадет с источником, а другая, - линия , будет искомым приемником. Эволюта линии-приемника и будет искомой катакаустикой оптической системы. На рис. 1 представлен общий алгоритм нахождения катакаустики оптической системы.. . Рис. 1. Алгоритм нахождения катакаустики оптической системы. Примеры работоспособности алгоритма. Пример 1. Найдем катакаустику системы, в которой источник излучения задан центральным (точечным) пучком лучей и имеет координаты A (-3;0), а отражатель представляет собой эллипс, расположенный в центре системы координат. Эллипс описывается уравнением:. . . где . Исходные данные системы «источник-отражатель» представлены на рис. 2.. Поставим исходным элементам в соответствие их циклографические образы. Циклографическим образом центрального пучка лучей является α -конус Ψ с произвольно выбранной координатой z его вершины (в примере она равна 5 ед.). Уравнение α -конуса Ψ имеет вид: .. По отражателю восстанавливается проецирующая цилиндрическая поверхность Φ и определяется линия пересечения l =Ψ Φ (рис. 3). Затем, по формулам (3) строится циклографическая проекция линии l . Линия состоит из двух ветвей, для которых по формулам (1) строятся эволюты, которые и представляют собой искомую катакаустику оптической системы.. . Рис. 2. Элементы системы: центральный источник (А ) и эллиптический отражатель. . Рис. 3. Линия пересечения l проецирующей цилиндрической поверхности и α -конуса. . Рис. 4. Катакаустика оптической системы: точечный источник - эллиптический отражатель. Пример 2. В качестве более сложной задачи рассмотрим систему элементов (рис. 5 и 6), где источник излучения является рассеянным и его носителем служит кривая линия. В данном случае источник излучения задан сплайном Безье второй степени, состоящим из двух сегментов, а отражатель - параболой.. Последующие вычислительные операции соответствуют вышеприведенному алгоритму, представленному на рис.1. Сегментам сплайна, моделирующим источник излучения, ставятся в соответствие α -поверхности Ψ 1 и Ψ 2 соответственно, а отражателю – проецирующая цилиндрическая поверхность Φ . Затем находится линия пересечения l =( Ψ 1Ψ 2)Φ (рис. 5). По формулам (3) получаем циклографическую проекцию линии пересечения l . Одна из ветвей циклографической проекции полностью совпадает с исходной линией источника, а другая является мнимым приемником по причине особого расположения относительно отражателя (рис. 5). Эволюта линии мнимого приемника, полученная по уравнениям (1), и будет искомой катакаустикой. Итоговый результат представлен на рис. 6.. Проведение вычислительных экспериментов показало, что предложенный алгоритм универсален и позволяет решить ранее нерассматриваемые подобные задачи. Тем не менее, алгоритм требует вычислительных ресурсов большого объема в случае, когда исходными кривыми являются кривые высоких порядков. Для решения такой задачи, как правило, придется прибегнуть к численным методам расчета.. . . Рис. 5. Линия пересечения l проецирующей цилиндрической поверхности и α -поверхности. . Рис. 6. Катакаустика в оптической системе с рассеянным источником излучения. Выводы и заключение. В работе показана возможность аналитического определения катакаустики в оптических системах на плоскости. Представлен алгоритм, который основан на методе циклографического отображения пространства. Преимуществом данного алгоритма является возможность определение катакаустики оптических систем с рассеянным источником, ранее не исследованных в научной литературе. Данный алгоритм может быть использован для исследования оптических систем в прикладных областях геометрической оптики..