

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
«Национальный исследовательский ядерный университет
«МИФИ» (НИЯУ МИФИ)
Институт Интеллектуальных Кибернетических Систем
Кафедра Кибернетики

Лабораторная работа №1:
По курсу «Численные методы»

Работу выполнил: студент группы Б22-511:

Рябов Н.А.

Проверил:

Саманчук В.Н.

Москва 2024

Постановка задачи

Найти простой корень многочлена методом простой итерации:

$$0,37 \cdot x^5 - 0,86 \cdot x^4 - 0,72 \cdot x^3 + 2,7 \cdot x^2 - 8,3 \cdot x - 10,9 = 0$$

Методика решения

Для решения поставленной задачи была написана программа на языке программирования Python, в которой реализован метод простой итерации для нахождения простого корня многочлена.

Теоретическая справка

Пусть задана непрерывная функция $f(x)$ и требуется найти простой корень уравнения:

$$f(x) = 0, \quad (1)$$

Метод простых итераций. Заменяем уравнение эквивалентным ему уравнением $x = \varphi(x)$. Это можно сделать многими способами, например, положив $\varphi(x) \equiv x + \psi(x)f(x)$, где $\psi(x)$ — произвольная непрерывная знакопостоянная функция. Выберем некоторое нулевое приближение x_0 и вычислим дальнейшие приближения по формулам

$$x_{n+1} = \varphi(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Очевидно, если x_n стремится к некоторому пределу \bar{x} , то этот предел есть корень исходного уравнения.

Вблизи корня итерации сходятся примерно как геометрическая прогрессия со знаменателем $q = (x_n - x_{n-1}) / (x_{n-1} - x_{n-2})$. Чтобы сумма дальнейших ее членов не превосходила ε , должен выполняться критерий сходимости

$$\left| q \frac{x_n - x_{n-1}}{1 - q} \right| = \frac{(x_n - x_{n-1})^2}{|2x_{n-1} - x_n - x_{n-2}|} < \varepsilon.$$

При выполнении этого условия итерации можно прекращать.

Решение задачи

```
def phi(x):  
    return (0.37 * x ** 5 - 0.86 * x ** 4 - 0.72 * x ** 3 + 2.7 * x ** 2 - 10.9) / 8.3  
  
def simple_iteration(x0, epsilon):  
    xn_2 = x0  
    xn_1 = phi(xn_2)  
    xn = phi(xn_1)  
    iters = 1  
    while (((xn - xn_1) ** 2) / abs(2 * xn_1 - xn - xn_2)) >= epsilon:  
        xn_1 = xn  
        xn = phi(xn_1)  
        iters += 1  
  
    print("Ответ:", xn)  
    print("Кол-во итераций:", iters)  
    return xn, iters  
  
x0 = 0.0  
epsilon = 10 ** -29  
  
simple_iteration(x0, epsilon)
```

Результат работы

```
Ответ: -1.0394147368636089  
Кол-во итераций: 21
```

Заключение

В работе требовалось найти простой корень многочлена методом простых итераций. Для решения задачи была написана программа на языке программирования Python.

Ответ: $x = -1.0394147368636089$