Экзамен по майнору "Прикладная экономика"

от Татаринова Никиты Алексеевича, БПИ196 19.12.2020.

Часть 1

Вопрос 1

Ответ

Верно

Решение

Красные ручки для Юрия - товар первой необходимости, значит, спрос по цене неэластичен, то есть несмотря на потерю в спросе, цена вырастет в процентном отношении как минимум на ту же величину, что и упадёт спрос, то есть сумма денег, равная произведению цены на объём спроса, останется неизменной или вырастет.

Вопрос 2

Ответ

Верно

Решение

Модули эластичностей равны, то есть тангенсы углов наклона противоположны (рисунок 1.2.1). В таком случае, трапеции, площади которых являтся абсолютными значениями излишков, равны (по всем сторонам). Значит, равны и сами площади и излишки.

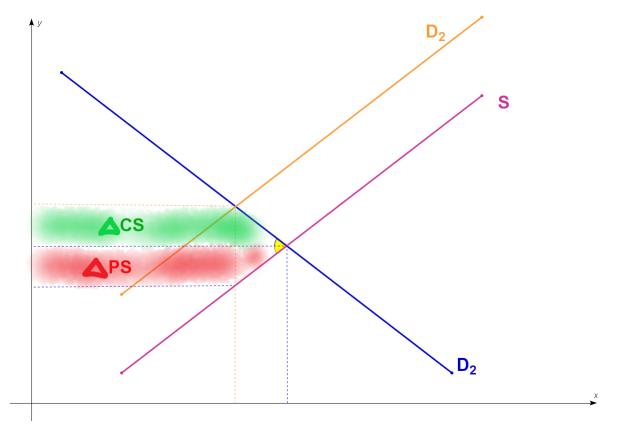


Рис 1.2.1: Изменение в излишках производителей и потребителей при одинаковой абсолютной величине эластичности спроса и предложения по цене в точке равновесия (спрос и предложение линейны от цены)

Вопрос 3

Ответ

Верно

Решение

Пусть: p_X - цена товара X; p_Y - цена товара Y; m_0 - изначальный доход; $(x_0;y_0)$ - изначальный выбор потребителя; m_1 - новый доход; $(x_1;y_1)$ - выбор потребителя при новом доходе. Тогда:

$$\begin{cases} p_{X} \cdot x_{0} + p_{Y} \cdot y_{0} = m_{0} \\ p_{X} \cdot x_{1} + p_{Y} \cdot y_{1} = m_{1} \\ m_{1} = 1.1 \cdot m_{0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_{X} \cdot x_{0} + p_{Y} \cdot y_{0} = m_{0} \\ 1.2 \cdot p_{X} \cdot x_{0} + p_{Y} \cdot y_{1} = 1.1 \cdot m_{0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_{X} \cdot x_{0} + p_{Y} \cdot y_{0} = m_{0} \\ 1.2 \cdot p_{X} \cdot x_{0} + p_{Y} \cdot y_{1} = 1.1 \cdot m_{0} \end{cases} | \times 1.1 \\ 1 \cdot p_{X} \cdot x_{0} + p_{Y} \cdot y_{1} = 1.1 \cdot m_{0} \end{cases}$$

$$0.1 \cdot p_X \cdot x_0 + p_Y \cdot (y_1 - y_0) = 0 \Leftrightarrow 0.1 \cdot p_X \cdot x_0 = p_Y \cdot (y_0 - y_1) \Rightarrow p_0 > p_1$$

В таком случае, $\varepsilon_M^{D_Y} < 0$, то есть Y инфериорное благо.

Вопрос 4

Ответ

Верно

Решение

Так как заёмщик всегда выбирает точку, правее точки первоначального запаса (так как в противном случае $c_1 < m_1$ - вклад), получается, что при увеличении ставки любой из наборов, который сможет выбрать заёмщик, будет хуже всех наборов из точек, которые он мог выбрать изначально, то есть благосостояние человека не увеличится (рисунок 1.4.1).

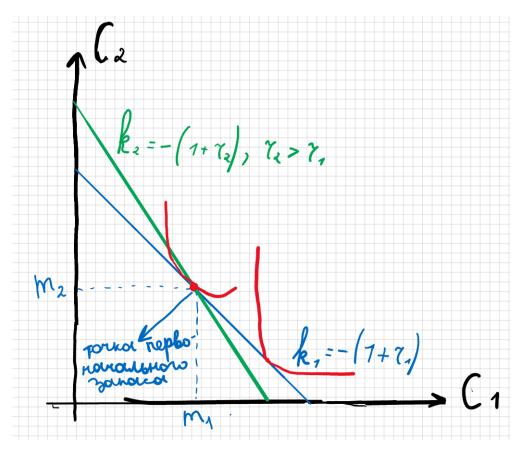


Рис 1.4.1: Увеличение ставки заёмщика в стандартной модели межвременного выбора

Вопрос 5

Ответ

Неверно

Решение

Пусть первоначальное богатство человека равно w=10, элементарная функция полезности имеет вид $v(x) = x^2$, лотерея имеет вид $L = \left(\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right); \left(4; -6 \right) \right)$.

Во-первых, $E(L) = \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot (-6) = -1$, то есть условие выполняется.

Во-вторых, полезность от неучастия в лотерее равна $U(w) = 1 \cdot v(w) = w^3 = 100$. В-третьих, полезность от участия в лотерее равна $U(w+L) = \frac{1}{2} \cdot v(w+4) + \frac{1}{2} \cdot v(w-6) = 0$ $\frac{1}{2} \cdot (14^2 + 4^2) = 106 > 100 = U(w).$

Таким образом, если агент - ярковыраженный рискофил, он будет готов понести сильные потери ради возможности нарастить капитал (даже если вероятность потерять больше).

Вопрос 6

Ответ

Неверно

Решение

Пусть производственная функция имеет вид: $f(x_1,...,x_n) = \prod_{i=1}^{n} x_i$.

В таком случае, $MP_{x_j}=\frac{\partial f}{\partial x_j}=\prod_{\substack{i=1\\i\neq i}}^n x_i$ - не зависит от x_j , то есть постоянна. Значит, условие выполняется.

Тогда, $f(\lambda x_1,...,\lambda x_n) = \prod_{i=1}^n \lambda x_i = \lambda^n \cdot \prod_{i=1}^n x_i = \lambda^n \cdot f(x_1,...,x_n) > \lambda f(x_1,...,x_n) \quad \forall \lambda > 1$, то есть отдача от масштаба является возрастающей.

Вопрос 7

Ответ

Решение

Вопрос 8

Ответ

Верно

Рассмотрим 2-х клиентов со следующими функциями спроса: $q_1=6-p,\ p>3$ и $q_2=3-p,\ p\leqslant 3$. При этом, пусть MC(q)=2.

Если не применять ценовую дискримнацию, то:

$$\begin{cases} Q_1^D(p) = 6 - p & p > 3 \\ Q_2^D(p) = 9 - 2 \cdot p & p \leqslant 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P_1^D(q) = 6 - q & q < 3 \\ P_2^D(q) = 4.5 - \frac{q}{2} & q \geqslant 3 \end{cases}$$

Из F.О.С. получаем:

$$\begin{cases} MR_1(q) = MC \\ MR_2(q) = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2 \cdot q_1 = 2 \\ 4.5 - q_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_1 = 2 & q < 3 \\ q_2 = 2.5 & q \geqslant 3 \end{cases}$$

Получается, второй клиент не обслуживается. Если применить ценовую дискриминацию III типа, то из F.O.C. получаем:

$$\begin{cases} MR_1(q) = MC \\ MR_2(q) = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2 \cdot q_1 = 2 \\ 3 - 2 \cdot q_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_1 = 2 \\ q_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

В результате после дискриминации III типа:

 $\begin{cases} \pi \uparrow & \text{ не может упать из-за ценовой дискриминации} \\ CS_1 & \text{ не меняется, так как ни количество, ни цена не меняются} \\ CS_2 \uparrow \end{cases}$

Значит, общественный излишек растёт.

Вопрос 9

Ответ

Верно

Решение

Как правила, возросшая рыночная власть участников картеля приводит к росту равновесной цены потребителей и снижению их излишка.

Вопрос 10

Ответ

Неверно

Проблема экстерналий (как положительных, так и отрицательных) в том, что объёмы производства в равновесии либо чрезмерно велики, либо чрезмерно мало. Таким образом, их необходимо облагать налогами или субсидиями. Полный запрет определённых производств, связанных с отрицательными экстерналиями может не увеличить общественное благосостояния, а, наоборот, уменьшить.

Часть 2

Вопрос 1

Ответ



Решение

- (1) Преобразование $F(t)=2\cdot e^{2t}-100$ является монотонно возврастающей функцией, то есть $F(U(x_1;x_2))=2\cdot e^{2\cdot (3\cdot ln(x_1)+ln(x_2))}-100=2\cdot e^{6\cdot ln(x_1)}\cdot e^{2\cdot ln(x_2)}-100=2\cdot \left(e^{ln(x_1)}\right)^6\cdot \left(e^{ln(x_2)}\right)^2-100=2\cdot x_1^6\cdot x_2^2-100$, то есть $2\cdot x_1^6\cdot x_2^2-100$ отражает те же предпочтения, что и $U(x_1;x_2)$.
- (2) Преобразование $F(t) = \sqrt[3]{e^t}$ является монотонно возврастающим, то есть $F(U(x_1; x_2)) =$ $x_1 \cdot \sqrt[3]{x_2}$ отражает те же предпочтения, что и $U(x_1; x_2)$. Тогда, кривые безразличия описываются формулой: $x_1 \cdot \sqrt[3]{x_2} = c \Leftrightarrow x_1 = \frac{c}{\sqrt[3]{x_2}}$, где c - константа.

Исходя из условия, уравнение бюджетной линии будет иметь вид $4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 = m \Leftrightarrow x_1 = x_2 + x_3 = x_4 + x_4 + x_5 = x_5 = x_5 + x_5 = x_$ $\frac{m}{4} - \frac{x_2}{2}$. При этом, бюджетная линия должна касаться кривой безразличия. Запишем

уравнение касательной:
$$x_1 = \frac{c}{\sqrt[3]{x_2^0}} - \frac{c}{3 \cdot \sqrt[3]{(x_2^0)^4}} \cdot (x_2 - x_2^0) = -\frac{c}{3 \cdot \sqrt[3]{(x_2^0)^4}} \cdot x_2 + \frac{4c}{3 \cdot \sqrt[3]{x_2^0}}$$
, где x_2^0 -

точка касания.

точка касания. Из условия, $x_2^0=6$. Тогда, прямые $x_1=-\frac{x_2}{2}+\frac{m}{4}$ и $x_1=-\frac{c}{18\cdot\sqrt[3]{6}}\cdot x_2+\frac{4c}{3\cdot\sqrt[3]{6}}$ (бюджетная

линия и касательная в точке) должны совпадать, то есть $-\frac{1}{2} = -\frac{c}{18\sqrt[3]{6}} \Leftrightarrow c = 9 \cdot \sqrt[3]{6}$ и

$$\frac{m}{4} = \frac{4c}{3 \cdot \sqrt[3]{6}} \Leftrightarrow m = 48$$
. В таком случае, $x_1 = -\frac{6}{2} + \frac{48}{4} = 9$.

(3) Рассмотрим вместо набора (2;0) набор (2;dx), где $dx \rightarrow (+0)$. В таком случае, полезность будет конечна, но $U(2;dx) \to -\infty$. У набора (2;0) получается полезность $-\infty$, как и у всех точек ≥0 на обеих осях.

Вопрос 2

Ответ

-5.6

Решение

Доход равен m=150, цены на X и Y равны $p_X=3$ и $p_Y=1$ соответственно. Уравнение бюджетной линии имеет вид: $3 \cdot x + y = 150$.

Функция полезности имеет вид: U(x;y) = ln(x) + ln(y), ОДЗ: x > 0; y > 0. После монотонного возрастающего преобразования $F(t) = e^t$ функция полезности примет вид: F(U(x;y)) = $e^{ln(x)+ln(y)}=x\cdot y$, ОДЗ: $x>ln(0);y>ln(0)\Leftrightarrow x\in\mathbb{R},y\in\mathbb{R}$. Тогда, кривые безраличия имеют вид:

 $y = \frac{c}{x}$, где c - константа. Чтобы максимизировать полезность, необходимо найти такую c, при которой бюджетноая линия касается кривой безразличия.

Уравнение касательной: $y = \frac{c}{x_0} - \frac{c}{(x_0)^2} \cdot (x - x_0) = -\frac{c}{(x_0)^2} \cdot x + \frac{2c}{x_0}$. Бюджетная линия, заданная уравнением $y = -3 \cdot x + 150$, должна совпадать с касательной, то есть

$$\begin{cases} -\frac{c}{(x_0)^2} = (-3) \\ \frac{2c}{x_0} = 150 \end{cases} \Rightarrow \frac{3 \cdot (x_0)^2}{x_0} = 75 \Leftrightarrow x_0 = 25 \Rightarrow c = 75 \cdot x_0 = 1875 \Rightarrow y_0 = 150 - 3 \cdot x_0 = 75$$

Новая цена единицы товара X будет равна $p_X = 5$. Нам необходимо проследить влияние чистого эффекта замещения (без эффекта дохода). Для этого, опираясь на метод Хикса, необходимо построить касательную к исходной кривой безразличия, параллельную новой бюджетной линии.

Уравнение новой бюджетной линии имеет вид 5x+y=150, то есть касательная будет иметь вид: $y=(-5)\cdot x+150+\alpha$. Уравнение касательной мы уже вывели (нужно только подставить c=1875). Тогда, по аналогичным рассуждениям:

$$\begin{cases} -\frac{1875}{(x_1)^2} = (-5) \\ \frac{2 \cdot 1875}{x_1} = 150 + \alpha \end{cases} \Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{1875}{5}} = 5\sqrt{15} \Rightarrow \alpha = 50\sqrt{15} - 150 \Rightarrow y_1 = (-5) \cdot x_1 + 150 + \alpha = 25\sqrt{15}$$

В таком случае, изменение в потреблении товара X из-за эффекта замещения равно $x_1-x_0=5\sqrt{15}-25\approx-5.6$.

Вопрос 3

Ответ



Решение

Воспользовавшись монотонно возрастающим преобразованием $F(t) = -\frac{1}{t}$, получаем, что функция полезности имеет вид: $U(x_1; x_2) = x_1 + 3 \cdot x_2$, то есть кривые безраличия задаются уравнением $x_1 = (-3) \cdot x_2 + c$, где c - константа (являются совершенными субститутами).

уравнением $x_1 = (-3) \cdot x_2 + c$, где c - константа (являются совершенными субститутами). Уравнение бюджетнной линии имеет вид: $p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = m \Leftrightarrow x_1 = -\frac{p_2}{p_1} \cdot x_2 + \frac{m}{p_1}$. Заметим, что коэффициент наклона $-\frac{p_2}{p_1}$ всегда меньше 0, так как цены всегда положительны. В таком случае, бюджетной линии могут иметь вид, проиллюстрированный на рисунке 2.3.1.

• Если $(-3) < \left(-\frac{p_2}{p_1}\right) < 0$, то полезность вдоль бюджетной линии растёт с увеличением x_2 и достигает максимума в точке $x_1 = 0$, что не подходит под условие.

- Если $\left(-\frac{p_2}{p_1}\right) = 0$, то все наборы из бюджетной линии эквивалентны, так как лежат на одной кривой безразличия (её и представляя, на самом деле), то есть набор (2;0) мог быть выбран потребителем при данном соотношении цен.
- Если $\left(-\frac{p_2}{p_1}\right) < (-3)$, то полезность вдоль бюджетной линии растёт с уменьшением x_2 и достигает максимума в точке $x_2 = 0$, то есть набор (2;0) мог быть выбран потребителем при данном соотношении цен.

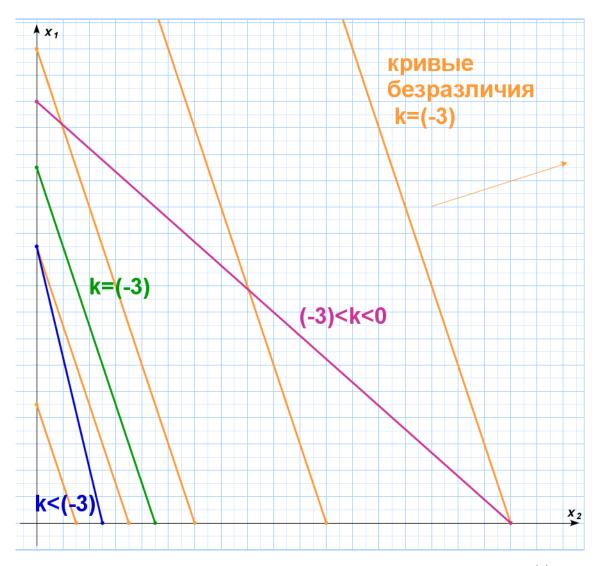


Рис 2.3.1: Кривые безразличия и бюджетные линии с разным отношением цен (k)

Таким образом, бюджетная линия потребителя представлена уравнением $x_1 = -\frac{p_2}{p_1} \cdot x_2 + \frac{m}{p_1}$, где $\left(-\frac{p_2}{p_1}\right) \leqslant (-3)$. Тогда, если цена понизится в 3 раза, то уравнение новой бюджетной линии будет иметь вид: $x_1 = -\frac{p_2}{\left(\frac{p_1}{3}\right)} \cdot x_2 + \frac{m}{\left(\frac{p_1}{3}\right)} \Leftrightarrow x_1 = -\frac{3 \cdot p_2}{p_1} \cdot x_2 + \frac{3 \cdot m}{p_1}$. Так как $\left(-\frac{p_2}{p_1}\right) \leqslant (-3)$, то $\left(-\frac{3 \cdot p_2}{p_1}\right) \leqslant (-9) < (-3)$. Значит, полезность будет максимальна в точке $(x_1^*;0)$ гарантированно.

Подставляя в уравнение новой бюджетной линии, получаем: $\frac{p_1}{3} \cdot x_1^* + p_2 \cdot 0 = m$. Из уравнения изначальной бюджетной линии: $p_1 \cdot 2 + p_2 \cdot 0 = m$. Значит, $x_1^* = \frac{3 \cdot m}{p_1} = 6$.

Вопрос 4

Ответ

20

Решение

Уравнение бюджетной линии имеет вид: $3 \cdot x_1 + x_2 = 128 \Leftrightarrow x_2 = (-3) \cdot x_1 + 128$.

Полезность задаётся функцией: $U(x_1;x_2)=36\sqrt{x_1}+x_2$, то есть кривые безразличия имеют вид: $x_2=c-36\sqrt{x_1}$.

Необходимо найти такую c, при котором бюджетная линия будет касаться кривой безразличия. Уравнение касательной: $x_2 = c - 36 \cdot \sqrt{x_1^*} - \frac{18}{\sqrt{x_1^*}} \cdot (x_1 - x_1^*) = \left(-\frac{18}{\sqrt{x_1^*}}\right) \cdot x_1 + c - 18 \cdot \sqrt{x_1^*}$. Так как бюджетная линия должна совпадать с касательной, получаем:

$$\begin{cases}
\left(-\frac{18}{\sqrt{x_1^*}}\right) = (-3) \\
c - 18 \cdot \sqrt{x_1^*} = 128
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
x_1^* = 36 \\
c = 236 \\
x_2^* = 20
\end{cases}$$

Вопрос 5

Примечание

Я прочитал условие и увидел, что должен быть ровно 1 верный ответ, однако так не получается.

Ответ

AB

Даны 2 лотереи: $L_1 \sim \left(\left(1\right), \left(7000\right) \right)$ и $L_2 \sim \left(\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right), \left(16000; 4000\right) \right)$.

 $U(L_1)=1\cdot v(7000)=v(\ref{7000}),$ при этом $U(E(L_1))=1\cdot v(E(L_1))=v(\ref{7000}),$ то есть $U(L_1)=v(\ref{1000})$ $U(E(L_1))$ вне зависимости от любви агента к риску.

$$U(L_2) = \frac{1}{4} \cdot v(16000) + \frac{3}{4} \cdot v(4000)$$
, при этом $U(E(L_2)) = 1 \cdot v(E(L_2)) = v(7000) = U(L_1)$ = $U(E(L_1))$.

Если агент - рискофоб, то по определению рискофоба: $U(L_2) < U(E(L_2)) = U(L_1)$, то есть рискофоб выбрал бы лотерею 1 со 100% вероятностью.

Если агент - рискофил, то по определению рискофила: $U(L_2) > U(E(L_2)) = U(L_1)$, то есть рискофил выбрал бы лотерею 2 со 100% вероятностью.

Вопрос 6

Ответ



Решение

Полезность от неучастия в лотерее равна $U(\omega) = 1 \cdot v(\omega) = 10$.

Полезность от участия в лотерее равна $U(\omega + L) = \frac{1}{2} \cdot v(\omega - 36) + \frac{1}{2} \cdot v(\omega + X) = 4 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{100 + X}$. Агент гарантированно согласится играть, если $U(\omega + L) > U(\omega)$. Если полезности равны,

то агенту всё равно, поэтому он может как сыграть, так и нет. Вернёмся к неравенству: $U(\omega + L) > U(\omega) \Leftrightarrow 4 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{100 + X} > 10 \Leftrightarrow \sqrt{100 + X} > 12 \Leftrightarrow X > 44$.

Вопрос 7

Ответ



Решение

Нам необходимо решить задачу максимизации прибыли: $\max_{L\geqslant 0} \quad \pi(L) = \max_{L\geqslant 0} \quad p\cdot f(L) - w\cdot L.$

$$\pi^{'}(L) = (p \cdot f(L) - w \cdot L)^{'} = \frac{4 \cdot p}{\sqrt[3]{L}} - w = \frac{4 \cdot p - w \cdot \sqrt[3]{L}}{\sqrt[3]{L}} \vee 0.$$

- При $0 \leqslant L < \left(\frac{4 \cdot p}{w}\right)^3 \quad \pi'(L) > 0$, то есть прибыль возрастает.
- При $L > \left(\frac{4 \cdot p}{w}\right)^3 \quad \pi^{'}(L) < 0$, то есть прибыль убывает.

• При $L = \left(\frac{4 \cdot p}{w}\right)^3 \quad \pi'(L) = 0$, то есть точка может быть локальным максимумом.

 $\pi^{''}(L) = -\frac{4 \cdot p}{3 \cdot \sqrt[3]{L^4}} \lor 0$, то есть $\forall \mathbf{L} \geqslant 0 \quad \pi^{''}(L) < 0$, то есть прибыль всегда выпукла вверх и, значит, $L = \left(\frac{4 \cdot p}{w}\right)^3 = 8$ - локальный максимум.

Вопрос 8

Ответ

20

Решение

Общие издержки равны $c(q)=5q^2+T$. Тогда, средние издержки равны $ac(q)=\frac{c(q)}{q}=5$ $q+\frac{T}{q}$. $ac'(q)=5-\frac{T}{q^2}=\frac{5\cdot q^2-T}{q^2}$.

- Если $0\!<\!q\!<\!\sqrt{\frac{T}{5}},$ то $ac^{'}\!<\!0,$ то есть прибыль убывает.
- Если $q > \sqrt{\frac{T}{5}}$, то ac' > 0, то есть прибыль убывает.
- Если $q = \sqrt{\frac{T}{5}}$, то ac' = 0, то есть точка может быть локальным максимумом.

 $ac^{''}(q)=\frac{T}{2\cdot q^3}>0\quad \forall q>0$, то есть функция прибыли всегда выпукла вниз, то есть $q^*=\sqrt{\frac{T}{5}}$ - локальный минимум. Из условия $q^*=2$, то есть T=20.

Вопрос 9

Ответ

15; 20

Решение

В равновесном состоянии объём спроса равен объёму предложения. Так как цена зависит от объёмов линейно, можно приравнять не сами объёмы, а цены: $P^D(y) = P^S(y) \Leftrightarrow 80 - 2 \cdot y = 20 + 2 \cdot y \Leftrightarrow y = 15$.

При потоварной субсидии цена у каждого поставщика уменьшается на размер этой субсидии, то есть $P^S(y) = 2 \cdot y$. Тогда, новая равновесная цена будет равна: $80 - 2 \cdot y = 2 \cdot y \Leftrightarrow y = 20$.

Вопрос 10

Ответ



Решение

Утверждение Д неверно: при максимизации прибыли монополия не будет стремиться максимизировать разницу между P(q) и MC(q), но будет стремиться взять такой q, при котором P(q) больше MC(q) на $\left|P^{'}(q)\cdot q\right| = \left(-P^{'}(q)\cdot q\right)$, то есть будут стремиться минимизировать разницу между MR(q) и MC(q).

Вопрос 11

Ответ



Решение

Условие первого порядка максимизации прибыли (пункт A) верно для любой монополии. Пункты B, Г и Д неверны, так как при маленьком объёме выпуска предельные издержки меньше средних. Методом исключения получаем пункт Б. Объяснение, почему это отличительная черта естественной монополии: у естественной монополии очень высокие постоянные издержки, связанные со входом на рынок. Как следствие, и средние очень высоки. Предельные же издержки связаны с переменными, так как по определению предельные - производная общих, то есть постоянные отпадают как константа.

Вопрос 12

Ответ

20; 12

Решение

Условие первого порядка максимизации прибыли: $p^D(q)\cdot (1+\frac{1}{\varepsilon_p^D})=MC(q)$, то есть в Западной стране: $p^D(q)=\frac{10}{1+\frac{1}{(-2)}}=20$, а в Восточной стране: $p^D(q)=\frac{10}{1+\frac{1}{(-6)}}=12$.

Вопрос 13

Ответ



Из рассматриваемых моделей только при совершенной конкуренции при максимизации прибыли по выпуску цена не зависит от уровня выпуска, то есть в I - совершенная конкуренпия.

Более того, в модели Бертрана фирмы перестанут конкурировать только в тот момент, когда $p_1 = p_2 = MC$, достигнув нулевой экономической прибыли и установив выпуск, совпадающий с общественно оптимальным.

Вопрос 14

Ответ



Решение

Так как в модели Курно наилучшим ответом на q_1^* является q_2^* , фирма 1 всегда (в силу "преимущества первого хода") может выбрать $q_1^{ST}\!=\!q_1^*$ и получить $\pi_1^{ST}\!=\!\pi_1^*$.

Вопрос 15

Ответ

6; 3

Решение

Каток A будет пытаться максимизировать свою прибыль: $max \quad Q^A \cdot P^A - C^A$. Запишем F.O.C.: $\pi' = Q^{A'} \cdot P^A + Q^A - MC^A = (-2) \cdot P^A + 21 + P^B - 2 \cdot P^A = (-4) \cdot P^A + 21 + P^B \vee 0$.

- Если $P^{A}\!<\!rac{21\!+\!P^{B}}{4},$ то $\pi^{'}\!<\!0,$ то есть π возрастает.
- Если $P^{A} > \frac{21 + P^{B}}{4}$, то $\pi^{'} > 0$, то есть π убывает.
- Если $P^{A} = \frac{21 + P^{B}}{4}$, то $\pi' = 0$, то есть точка может быть локальным максимумом.

$$\pi^{''}\!=\!-4\!<\!0,$$
 то есть $P^A\!=\!\frac{21\!+\!P^B}{4}$ - локальный максимум.

Абсолютно аналогично получаем, что $P^B = \frac{6 + P^A}{4}$ - максимум прибыли катка B.

Обе фирмы мы рассматриваем как рациональных максимизаторов, поэтому обе фирмы учтут максимизации друг друга, то есть решив систему из 2-х данных равенств мы получим ответ.

$$\begin{cases} 4 \cdot P^A \!=\! 21 \!+\! P^B \\ 4 \cdot P^B \!=\! 6 \!+\! P^A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P^A \!=\! 6 \\ P^B \!=\! 3 \end{cases}$$